

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Магнитогорский государственный технический  
университет  
им. Г.И. Носова»

Институт естествознания и стандартизации

УТВЕРЖДАЮ  
Директор института естествознания  
и стандартизации  
Ю.В. Сомова  
12.01.2026 г.



ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ  
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И КОМПЛЕКСЫ  
ПРОГРАММ  
Экзамен по специальности  
по научной специальности  
1.2.2 Математическое моделирование, численные методы и комплексы  
программ

Магнитогорск, 2026

Программа вступительного экзамена в аспирантуру по направлению подготовки 1.2.2 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования.

## **1. Правила проведения вступительного испытания**

Целью вступительного испытания является отбор наиболее подготовленных кандидатов на обучение по образовательным программам высшего образования – программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре, определение способности соискателей освоить выбранную программу, а также выявление подготовленности поступающих к самостоятельной научной и проектной деятельности.

Вступительное испытание включает в себя:

- 1 экзамен по спецдисциплине;
- 2 собеседование по портфолио поступающего.

**Экзамен по спецдисциплине 1.2 Компьютерные науки и информатика (1.2.2 Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ)** проводятся в устной форме (с предварительной подготовкой письменного ответа) на русском языке по билетам, содержащим два вопроса. Продолжительность вступительного испытания 1,5 часа. Во время проведения вступительных испытаний запрещается иметь при себе и использовать средства связи. Минимальное количество баллов за экзамен по спецдисциплине – 40 баллов, максимальное – 100 баллов.

**Собеседование по портфолио (при наличии портфолио)** осуществляется по представленным документам (приложение А), подтверждающие наличие индивидуальных достижений в научно-исследовательской, инженерно-технической, изобретательской областях, учитываемых при приеме на обучение (приложение Б).

Поступающий однократно в полном объеме не позднее дня завершения приема документов представляет документы, подтверждающие индивидуальные достижения. Перечень и порядок учета индивидуальных достижений, утверждены в Правилах приема организации.

Максимальное количество баллов за индивидуальные достижения – 30 баллов. Баллы поступающих, начисляемые за индивидуальные достижения при приеме на программы аспирантуры, включаются в сумму конкурсных баллов.

Результаты оценки индивидуальных достижений для лиц, поступающих на обучение по образовательным программам высшего образования – программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре, размещаются на официальном сайте МГТУ им. Г.И.Носова в разделе абитуриенту/аспирантура/результаты вступительных испытаний, а также в конкурсных списках.

По результатам вступительного испытания оформляется протокол и бланк учета индивидуальных достижений.

Результаты объявляются на официальном сайте не позднее 3 рабочих дней со дня проведения вступительного испытания

## **2. Дисциплины, включенные в программу вступительного испытания**

- 2.1. Дополнительные главы функционального анализа
- 2.2. Спектральная теория дифференциальных операторов
- 2.3. Обратные задачи спектрального анализа
- 2.4. Дополнительные главы уравнений математической физики
- 2.5. Дополнительные главы комплексного анализа
- 2.6. Вариационные методы математической физики
- 2.7. Математическое моделирование

## **3. Содержание учебных дисциплин**

### **Раздел 1**

Теоремы о существовании неявной функции. Равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Теорема о существовании интеграла Римана. Несобственные интегралы, признаки равномерной сходимости несобственных интегралов, зависящих от параметра. Интегрирование и дифференцирование интегралов по параметру.

Функции комплексного переменного. Условия Коши – Римана. Интеграл по контуру. Теорема Коши. Формула Коши. Интеграл типа Коши и его свойства. Формулы Сохоцкого. Принцип максимума, теорема Лиувилля. Ряды аналитических функций, теоремы Вейерштрасса. Степенные ряды, теорема единственности. Ряд Тейлора и ряд Лорана. Поведение функции в окрестности особой точки, теорема Сохоцкого. Вычеты и их свойства.

Метрические пространства. Теорема о пополнении. Топологические пространства. Сравнение топологий. Непрерывные отображения топологических пространств. Гомеоморфные отображения. Способы задания топологий. Индуцированная топология и фактор-топология. Сходимость в топологических пространствах. Компактные топологические пространства и их свойства.

### **Раздел 2**

Декартово произведение топологических пространств. Теорема Тихонова о декартовом произведении компактных пространств. Локально компактные пространства и их свойства. Компактные расширения локально компактных пространств. Связные пространства и их свойства.

### **Раздел 3**

Мера Лебега и ее свойства. Борелевская алгебра на числовой прямой (числовой плоскости), измеримые функции. Измеримые по Борелю функции. Сходимость почти всюду. Теорема Егорова. Сходимость по мере и ее связь со сходимостью почти всюду, интеграл Лебега и его свойства. Предельный переход под знаком интеграла. Почленное интегрирование сходящихся рядов. Теорема Фату. Произведение мер. Теорема Фубини.

Заряды (обобщенные меры). Теорема Хана. Неопределенный интеграл Лебега. Теорема Радона – Никодима. Понятие  $\sigma$ -конечной меры. Определенный интеграл по  $\sigma$ -конечной мере.

## **Раздел 4**

Теорема Бэра о категориях. Линейное нормированное пространство. Эквивалентность норм в конечномерном пространстве. Банахово пространство линейных ограниченных операторов  $L(E, F)$ . Сопряженное пространство. Теорема Банаха – Хана для полунорм. Принцип равномерной ограниченности. Понятие топологического линейного пространства. Слабая топология в линейном нормированном пространстве. Абстрактное гильбертово пространство. Теорема об ортогональном разложении. Теорема Рисса об общем виде линейного ограниченного функционала. Ортонормированные системы. Ряды Фурье. Существование полных ортонормированных систем. Изоморфизм сепарабельных гильбертовых пространств.

Обратимые линейные операторы в банаховых пространствах. Теорема Банаха об обратном операторе. Вполне непрерывные операторы и их свойства. Сопряженный оператор. Замкнутый оператор. Регулярные точки и спектр линейного ограниченного оператора. Классификация точек спектра. Ограниченность, замкнутость, не пустота спектра. Свойства спектра вполне непрерывного оператора. Самосопряженные операторы в гильбертовом пространстве. Свойства спектра самосопряженных операторов. Существование ненулевых собственных значений у вполне непрерывного самосопряженного оператора.

Принцип сжатых отображений и его применение к доказательству существования и единственности решения дифференциального уравнения и интегрального уравнения Фредгольма с малым параметром. Относительно компактные множества, критерий Хаусдорфа и Фреше. Теорема Арчела.

## **Раздел 5**

Теория Рисса-Шаудера. Нормальная разрешимость оператора Фредгольма. Теорема Фредгольма. Интегральные уравнения Фредгольма в пространствах  $L_2(a, b)$  и  $C(a, b)$ . Случай вырожденного ядра.

Уравнение Фредгольма в абстрактном гильбертовом пространстве. Теория Гильберта – Шмидта. Приложение к интегральным уравнениям с симметрическим ядром. Нелинейный анализ. Непрерывность и дифференцируемость оператора. Производная Фреше и ее свойства. Необходимое условие экстремума функционала. Простейшие задачи вариационного исчисления и уравнение Эйлера-Лагранжа.

## **Раздел 6**

Разложение единиц (проекторные меры). Операторные интегралы Стильтеса. Спектральное разложение самосопряженных операторов. Интегральное представление группы унитарных операторов. Функции от самосопряженного оператора. Оператор дифференцирования.

## **Раздел 7**

Полиномы наилучшего равномерного приближения. Теоремы Чебышева и Бореля. Полиномы Чебышева первого рода. Прямые теоремы конструктивной теории функций. Теоремы Джексона и их обобщения (периодический и непериодический случаи). Обратные теоремы конструктивной теории функций. Теоремы Бернштейна и Зигмунда.

Суммы Фурье, Фейера, Вале - Пуссена, Бернштейна – Рогозинского и их важнейшие свойства. Наилучшие приближения в нормированных пространствах. Положительные операторы и функционалы. Приложения в конструктивной теории функций. Алгебраическое и тригонометрическое интерполирование. Положительные и отрицательные результаты. Аппроксимация в среднем интерполяционными полиномами. Аппроксимация и интерполяция сплайнами. Теоремы типа Джексона. Экстремальные свойства сплайнов. Квадратурные формулы. Экстремальные задачи теории квадратур. Теорема Банаха – Штейнгауза и ее приложения к конструктивной теории функций.

### **Раздел 8**

Геометрический смысл дифференцируемости функции комплексного переменного. Понятие конформного отображения. Свойства дробно-линейной функции (единственность, однолистность, круговое сохранение симметричных точек). Геометрические свойства элементарных функций. Лемма Шварца и теорема Римана. Принцип соответствия границ. Аналитическое продолжение по непрерывности. Принцип симметрии. Ветви и точки ветвления. Общее понятия о римановых поверхностях.

### **Раздел 9**

Связь ядер Коши и Шварца. Формула Гильберта. Регуляризирующий множитель для задачи Гильберта. Задача Гильберта с разрывными коэффициентами в полуплоскости. Смешанная краевая задача. Задача Дирихле и ее видоизменения для плоскости со щелями. Задача Римана в односвязной и многосвязной областях. Постановка обратных краевых задач. Решение внутренней и внешней задачи. О числе решений внешней задачи. Особые точки контура. Однолистная разрешимость обратных краевых задач.

## **4. Учебно-методическое обеспечение и информационное обеспечение**

### **Основная литература**

1. Голубев Б.И., Ефимов А.В., Скворцов В.А. Ряды и преобразования Уолша. Теория и применения. - М.: Наука, 1987.
2. Дьяченко М.И., Ульянов П.Л. Мера и интеграл Лебега. – М.: Факториал Пресс, 2002.
3. Ефимов А.В. Математический анализ. Специальные разделы, ч.1,2. - М., 1980.
4. Иосида К. Функциональный анализ. - М. ЛКИ, 2007.
5. Кашин Б.С., Саакян А.А. Ортогональные ряды. Изд. 2. – М.: АФЦ, 1999.
6. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. - М. Наука, 1976.
7. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. - М.: Наука, 1989.
8. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа, т.1,2. - М., 1981.
9. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Элементы функционального анализа. М, Наука, 1965.
10. Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной. – СПб.: Лань, 1999.

11. Садовничий В.А. Теория операторов. М., Дрофа, 2004 г.
12. Хелемский А.Я. Лекции по функциональному анализу. М.: МЦНМО, 2009.
13. Элварс Р. Ряды Фурье в современном изложении. В 2-х томах.- М.: Мир, 1985.

#### Дополнительная литература

1. Вулих Б.З. Введение в функциональный анализ. М. Наука, 1967.
2. Канторович Л. В. Акилов Г. П. Функциональный анализ в нормированных пространствах. - М.: Наука, 1954.
3. Робертсон А., Робертсон В. Топологические векторные пространства. - М.: Мир, 1967.
4. Шефер Х. Топологические векторные пространства. - М.: Мир, 1971.
5. Эдвардс Р. Функциональный анализ. - М. Мир, 1969.

#### Список интернет-ресурсов

1. Научная электронная библиотека: <http://elibrary.ru/defaultx.asp>
2. Электронно-библиотечная система «Лань» <http://e.lanbook.com/private/>
3. Электронно-библиотечная система «ibooks» <http://ibooks.ru/>
4. Электронно-библиотечная система «znanium.com» <http://infra-m.ru/live/>
5. Библиотека Московского центра непрерывного математического образования <http://ilib.mccme.ru>
6. «MathNet» [www.math-net.ru](http://www.math-net.ru)
7. «Math.ru» [www.math.ru](http://www.math.ru)
8. Российская государственная библиотека [www.rsl.ru](http://www.rsl.ru)
9. Российская национальная библиотека [www.nlr.ru](http://www.nlr.ru)

#### 6. Шкала оценивания вступительного испытания

Балл	Характеристика ответа
<b>85-100</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ответы на поставленный в билете вопрос излагается логично, последовательно и не требует дополнительных пояснений.</li> <li>2. Демонстрируются глубокие знания дисциплины специальности.</li> <li>3. Даются обоснованные выводы.</li> <li>4. Ответ самостоятельный, при ответе используются знания, приобретенные ранее.</li> <li>5. Продемонстрированы навыки исследовательской деятельности.</li> </ol>
<b>70-84</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ответы на поставленный в билете вопрос излагается систематизировано и последовательно.</li> <li>2. Демонстрируется умение анализировать материал, однако, не все выводы носят аргументированный и доказательный характер.</li> <li>3. В основном правильно даны все определения и понятия.</li> <li>4. Допущены небольшие неточности при выводах и использовании терминов.</li> <li>5. Сформированы навыки исследовательской деятельности.</li> </ol>
<b>40-69</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Допущены нарушения в последовательности изложения материала при ответе.</li> <li>2. Демонстрируются поверхностные знания дисциплины специальности.</li> <li>3. Имеются затруднения с выводами.</li> <li>4. Определения и понятия даны нечетко.</li> <li>5. Навыки исследовательской деятельности представлены слабо.</li> </ol>
<b>Менее 40</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Материал излагается непоследовательно и не представляет системы знаний по дисциплине.</li> <li>2. Допущены грубые ошибки в определениях и терминах.</li> <li>3. Отсутствуют навыки исследовательской деятельности.</li> </ol>

## 7. Пример экзаменационного билета

**Министерство образования и науки Российской Федерации**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И.Носова

УТВЕРЖДАЮ:  
Руководитель ООП  
\_\_\_\_\_ Кадченко С.И.  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №1

вступительное испытание по спецдисциплине

Направление подготовки: 1.2.2 Математическое моделирование, численные методы  
и комплексы программ

1. Теория Рисса-Шаудера. Нормальная разрешимость оператора Фредгольма. Теоремы Фредгольма. Интегральное уравнение Интегральное уравнение Фредгольма в пространствах  $L_2[a, b]$  и  $C[a, b]$ .
2. Геометрический смысл дифференцируемости функций комплексного переменного. Понятие конформного отображения. Свойства дробно-линейной функции.

Разработано: проф. кафедры ПМ и ВТ \_\_\_\_\_ /Кадченко С.И./

**Программа вступительного экзамена составлена:**

Профессор кафедрой ПМиИ, доктор физ.-мат. наук

Кадченко С.И.

# Приложение А

## Лист рассмотрения индивидуальных достижений поступающего

ФИО поступающего

наименование образовательной программы

№	Наименование индивидуального достижения	Документы, подтверждающие получение результатов индивидуальных достижений	Баллы
1	Наличие документа об образовании и о квалификации, удостоверяющего образование соответствующего уровня, с отличием	копия документа об образовании и о квалификации, удостоверяющая образование соответствующего уровня, с отличием	4
	Наличие научных публикаций (тематика публикации должна соответствовать научной специальности аспирантуры, по которой поступающий участвует в конкурсе):		
2	научная статья в изданиях, индексируемых в базах данных Scopus и (или) Web of Science	Ссылка на публикацию на сайтах баз данных Scopus, Web of Science и др. и (или) распечатанная копия страницы официального Интернет-ресурса базы данных, индексирующей работу (например, Scopus.com, e-library.ru), на которой отображены сведения о публикации (авторы, выходные данные, название работы) и об индексирующей ее базе (РИНЦ, Scopus, Wos)	10
3	научная статья в ведущих рецензируемых научных журналах, включенных в перечень ВАК		5
4	научная статья в журналах индексируемые в РИНЦ		2
	Наличие охранных документов:		
5	патент на изобретение	Ссылка на публикацию на сайтах баз данных Scopus, Web of Science и др. и (или) копия охранного документа с указанием авторов	5
6	патент на полезную модель		3
7	свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ/базы данных (ФИПС)		2
8	Участие в составе научной группы при выполнении научных проектов, грантов, договоров научно-исследовательских работ	копия документов, подтверждающих указанный статус	
	за каждое достижение		2



9	Участие в международных и всероссийских конференциях и (или) публикации в материалах международных и всероссийских конференций, включая публикации в выпусках научных журналов, по итогам конференций, проводимых не ранее чем за 2 года, предшествующих приему. Тематика публикации (докладов, направление секции конференции) должна соответствовать программе аспирантуры, по которой поступающий участвует в конкурсе	копии материалов конференций (тезисов докладов) с приложением титульных листов и выходными данными сборника (журнала) по материалам конференции и (или) сертификат участника конференции	не более 2 (за каждую конференцию)
10	Наличие дипломов победителей мероприятий международного, всероссийского, регионального значения, подтверждающие успехи в профессиональной подготовке кандидата для поступления в аспирантуру	копия диплома	не более 3 (за каждое достижение)
	<b>Сумма баллов</b>	<b>не более 30</b>	

## Приложение Б

### Сведения об индивидуальных достижениях (образец оформления)

(ФИО)			
№	Наименование ИД	Описание ИД	Ссылка на ИД/ скан-копия подтверждающего документа
1	Например, документ об образовании и о квалификации с <b>отличием</b>	Диплом специалиста серия _____ № _____ Дата выдачи _____ Наименование организации, выдавшей документ об образовании _____ Код профессии, специальность, направление подготовки, указанное в документе об образовании _____	Скан-копия документа об образовании и о квалификации
2	Например, научная статья в изданиях, индексируемых в базах данных Scopus и (или) Web of Science	Автор. Статья / Авторы // Журнал. – Год. – Номер. – Страницы размещения статьи.  Например, Кузнецов А.Ю. Консорциум – механизм организации подписки на электронные ресурсы // Российский фонд фундаментальных исследований: десять лет служения русской науке. – М.: Науч. мир, 2003. – С.340–342.	Ссылка на публикацию на сайтах баз данных Scopus, Web of Science и др. с указанием квартала (при наличии) на момент выхода статьи
3	Патент	Например, Патент РФ № 2000130511/28, 04.12.2000. Еськов Д.Н., Бонштедт Б.Э., Корешев С.Н., Лебедев Г.И., Серегин А.Г. Оптико- электронный аппарат // Патент России № 2122745. 1998. Бюл. № 33.	Ссылка на патент в сети Интернет (при наличии)
4	Участие в международной конференции	Например, Козлова Е.Н. Управление конкурентоспособностью и качеством продукции в условиях перехода к рынку / Е.Н. Козлова, Н.П. Залесова. – Текст: непосредственный // Биологические и технико- экономические проблемы в сельском хозяйстве: тезисы XXXIII научно- практической конференции, 2-3 апреля 1998 года, Великие Луки. – Великие Луки, 2000. – С. 222-224.	Ссылка на сборник тезисов в сети Интернет (при наличии), или скан-копия сертификата участника (при наличии), или скан-копия страниц с выходными данными сборника конференции
5	Диплом победителя мероприятия международного значения	Например, диплом победителя заключительного этапа Международного инженерного чемпионата по горному делу Год участия - 2023	Ссылка на публикацию на сайтах и (или) скан-копия диплома