

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И.Носова



**ПРОГРАММА**

вступительного испытания (междисциплинарного экзамена)  
для поступающих в магистратуру по направлению подготовки  
01.04.02 «Прикладная математика и информатика»

Магнитогорск – 2019 г.

Программа содержит перечень вопросов по дисциплинам базовой и вариативной части направления подготовки магистратуры 01.04.02 Прикладная математика и информатика.

Составители: зав.каф. ПМ и И, д.ф.-м.н., профессор

 /С.И. Кадченко

Программа рассмотрена и рекомендована к изданию методической комиссией *Института естествознания и стандартизации* « 24 » сентября 2019 г., протокол № 1.

Председатель  / И.Ю. Мезин

Заведующий кафедрой

 /С.И. Кадченко

## 1. Дисциплины, включенные в программу вступительных испытаний в магистратуру

- 1.1. Алгебра и геометрия.
- 1.2. Математический анализ.
- 1.3. Уравнения математической физики.
- 1.4. Численные методы.
- 1.5. Языки и методы программирования.

## 2. Содержание учебных дисциплин

### 2.1. Алгебра и геометрия

1. Матрицы и действия над ними. Сложение матриц, умножение матрицы на число, транспонирование матриц, произведение матриц.
2. Определители, их свойства и вычисление.
3. Ранг матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений и условие их совместности. Теорема Кронекера-Капелли. Использование метода Гаусса для решения систем линейных уравнений.
4. Обратная матрица. Решение систем линейных уравнений матричным способом. Формулы Крамера.
5. Векторы. Линейные действия над векторами. Проекция вектора на ось. Вектор в прямоугольной декартовой системе координат.
6. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их свойства и выражение через координаты сомножителей.
7. Прямая на плоскости. Общее, каноническое и параметрическое уравнение прямой. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой. Деление отрезка в данном отношении. Взаимное расположение двух прямых. Угол между двумя прямыми.
8. Плоскость в пространстве. Общее уравнение плоскости. Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Угол между плоскостями.
9. Прямая в пространстве. Общие уравнения прямой, канонические уравнения прямой и параметрические уравнения прямой. Угол между прямыми в пространстве.
10. Эллипс. Большая и малая полуоси, фокусы, эксцентриситет, уравнения
11. Гипербола. Большая и малая полуоси, фокусы, эксцентриситет, уравнения асимптот и директрис.
12. Парабола. Параметр, фокус, эксцентриситет, уравнение директрисы.

#### Литература для подготовки

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М.: Физматлит, 2007.
2. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. СПб: Лань, 2008.
3. Беклемишева Л.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. М.: Физматлит, 2006.
4. Ефимов Н.В. Линейная алгебра и многомерная геометрия. М.: Физматлит, 2004.

### 2.2. Математический анализ

1. Непрерывность функции. Точки разрыва функции и их классификация.
2. Производная функции, ее геометрический смысл. Основные правила дифференцирования. Уравнение касательной и нормали к плоской кривой. Производная сложной функции.
3. Условие возрастания и убывания функций. Точки экстремума. Достаточные признаки максимума и минимума. Отыскание наибольших и наименьших значений непрерывной на отрезке функции. Исследование на максимум и минимум с помощью производных высших порядков. Исследование функций на выпуклость и вогнутость. Точки перегиба. Асимптоты кривой. Общая схема построения графика.
4. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Простейшие приемы интегрирования. Замена переменной, интегрирование по частям. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование иррациональных функций.
5. Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Основные свойства определенного интеграла. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.

6. Несобственные интегралы с бесконечными пределами. Несобственные интегралы от неограниченных функций.
7. Функции многих переменных. Частные производные и полный дифференциал функции многих переменных. Дифференцирование сложных функций многих переменных. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Частные производные высших порядков.
8. Понятие числового ряда, его суммы. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Необходимое условие сходимости.
9. Основные признаки сходимости знакоположительных рядов, признаки сравнения, Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши.
10. Знакопеременные ряды, абсолютная и условная сходимость. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница для сходимости знакопеременного ряда.
11. Функциональные ряды, область сходимости функциональных рядов. Степенные ряды, лемма Абеля. Ряд Тейлора. Разложение элементарных функций в степенные ряды. Ряд Маклорена.
12. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
13. Обыкновенных линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Однородные и неоднородные системы. Вид общего решения.

#### Литература для подготовки

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Т. 1, 2. М.: Физматлит, 2009.
2. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1, 2, 3. М.: Физматлит, 2003, 2007, 2008.
3. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Астрель, 2007.

### 2.3. Уравнение математической физики

1. Основные уравнения математической физики: уравнение теплопроводности, уравнение Лапласа и Пуассона, волновое уравнение. Постановка краевых задач.
2. Уравнение колебаний струны. Общее решение. Задача Коши для волнового уравнения прямой. Формула Даламбера.

#### Литература для подготовки

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 2004.
2. Араманович И.Г., Левин В.И. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1969.

### 2.4. Численные методы

1. Интерполяционный многочлен Лагранжа, оценка его статочного члена.
2. Интерполяционные квадратурные формулы, оценка их погрешности (на примерах формул прямоугольников, трапеций или Симпсона).
3. Методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений (по выбору: методы Рунге-Кутта или конечно-разностные).
4. Прямые и итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Примеры методов. Достаточное условие сходимости одношаговых итерационных методов. Сходимость метода Якоби.
5. Основные понятия теории разностных схем. Связь между аппроксимацией, устойчивостью и сходимостью.

#### Литература для подготовки

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. Бином, 2004.
2. Копченова Н.В., Марон И.А. Вычислительная математика в примерах и задачах. М.: Наука, 1972.

### 4.5. Языки и методы программирования.

1. Алгоритмы сортировки и слияния: использование барьерного элемента на примере слияния двух упорядоченных массивов в один; индексная сортировка; быстрая сортировка.

2. Абстрактная структура данных – очередь, стек, основные операции с ними. Класс «Очередь». Его реализация на базе массива и на базе списка. Класс «Стек». Его реализация на базе массива и на базе списка.
3. Наследование – как принцип ООП (объектноориентированного программирования). Виртуальные методы и полиморфизм. Статическое и динамическое связывание. Пример использования полиморфизма.

#### Литература для подготовки

1. Никлаус Вирт. Алгоритмы и структуры данных. Санкт-Петербург: Невский диалект. 2001. 352с.
2. Симонович С. Информатика. Базовый курс [Электронный ресурс]. -СПб.: Питер, 2011. - 640 с. - Режим доступа: <http://ibooks.ru/reading.php?productid=23132> - Загл. с экрана. - ISBN 978-5-459-00439-7.
3. Шапорев С. Информатика. Теоретический курс и практические занятия [Электронный ресурс]. -СПб.: БХВ-Петербург, 2010. - 480 с. - Режим доступа: <http://ibooks.ru/reading.php?productid=18483>- Загл. с экрана. - ISBN 978-5-9775-0242-9.

#### 4. Пример экзаменационного билета (тестового задания)

1. Если  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ , то  $A - 2B$  равно:

- $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -3 & -10 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -3 & -13 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 3 & 11 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

2. Ранг матрицы  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$  равен:

- 3
- 2
- 0
- 4

3. Разложение определителя  $\begin{vmatrix} x & 3 & -1 \\ y & 1 & -2 \\ z & 0 & 1 \end{vmatrix}$  по первому столбцу имеет вид:

- $x - y - 5z$
- $3x - y - z$

- $x - 4y - 5z$
- $x - 3y - 5z$

4. Значение определителя  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -3 & 4 \\ 3 & 3 & 1 & 1 \end{vmatrix}$  равно:

- 10
- 5
- 40
- 5

5. Значение переменной  $x_2$  в системе линейных уравнений  $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + x_2 - 3x_3 = 2, \\ x_2 - x_3 = 1 \end{cases}$  равно:

- 3
- 1
- 0
- 5

6. Найти косинус угла между векторами  $A(1,1,5)$ ,  $B(-1,4,-2)$ . Ответ округлить до сотых.

- 3,00
- 0,29
- 0,21
- 0,29.

7. Написать уравнения касательной плоскости к поверхности в точке  $(1,2,3)$

- $2x + y - 3z + 5 = 0$
- $2x + y - 3z - 3 = 0$
- $2x - y - 1 = 0$
- $3x - y - 1 = 0$

8. Привести уравнение прямой  $\begin{cases} 3x + y - 2z - 4 = 0, \\ 2x - 3y + z - 5 = 0 \end{cases}$

к каноническому виду

- $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$
- $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+5}{4}$
- $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{9} = \frac{z}{7}$
- $\frac{x-2}{5} = \frac{y}{7} = \frac{z-1}{11}$

9. Найти уравнения прямой, проходящей через начало координат и точку (1,3,5)

- $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-5}{5}$
- $\frac{x}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$
- $\frac{x}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{5}$
- $\frac{x-5}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-1}{5}$

10. Составить уравнение поверхности, полученной от вращения прямой линии  $2x = 3y$ ,  $z = 0$  вокруг оси  $Ox$

- $x^2 = 9y^2 + z^2$
- $4x^2 = y^2 + 9z^2$
- $4x^2 = 9(y^2 + z^2)$
- $x^2 = y^2 + z^2$

11. Скалярное произведение векторов  $\vec{a} = (1;3;0)$  и  $\vec{b} = (2;1;-1)$  равно

- 7
- 5
- 3
- 5

12. Для функции  $f(x) = \frac{\sin x}{x}$  точка  $x = 0$  является точкой:

- непрерывности
- разрыва второго рода
- разрыва первого рода
- устранимого разрыва

13. Найти производную функции  $y = 12^{\cos x}$

- $y' = 12^{\sin x} \ln 12$
- $y' = -12^{\sin x} \ln 12$
- $y' = \cos x 12^{\sin x} \ln 12$
- $y' = -12^{\cos x} \sin x \ln 12$

14. Найти вторую производную функции  $y = \arcsin x$

- $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

- $-\frac{x}{(\sqrt{1-x^2})^3}$
- $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $-\frac{1}{1-x^2}$

15. Вычислить неопределенный интеграл  $\int 3 \cos^2 x dx$

- $\frac{3x}{2} + \frac{3}{4} \sin 2x + C$
- $\frac{3}{2}x - \frac{1}{4} \sin x + C$
- $3x + \frac{1}{4} \cos 2x + C$
- $3x + 2 \sin 2x + C$

16. Найдите все частные производные первого порядка для функции  $u = \frac{x+y}{x^2+y^2}$

- $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^2}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{-2xy}{(x^2 + y^2)^2}$
- $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^2}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{x^2 - y^2 - 2xy}{(x^2 + y^2)^2}$
- $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{y^2 - x^2 - 2xy}{(x^2 + y^2)^2}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{x^2 - y^2 - 2xy}{(x^2 + y^2)^2}$
- $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{y}{(x^2 + y^2)^2}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{x^2 - y^2 - 2xy}{(x^2 + y^2)^2}$

17. Установить область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$

- $(-\infty, +\infty)$
- $(0, +\infty)$
- $[-1, 1]$
- $[-1; +\infty)$

18. Общим решением дифференциального уравнения  $y'' + 2y - 3y = 5 \cos x$  является

- $y = C_1 e^x + C_2 e^{-3x}$
- $y = C_1 e^x + C_2 e^{-3x} + \frac{1}{2} \sin x - \cos x$

$y = C_1 e^x + C_2 e^{-3x} - \cos x$

$y = C_1 e^x + C_2 e^x + \sin x$

19. Форма Даламбера задачи Коши для уравнения колебаний струны имеет вид

$u(x, y) = \frac{f(x-at) + f(x+at)}{2} + \frac{1}{2a} \int_{x+at}^{x-at} F(x) dx$

$u(x, y) = \frac{f(x-at) + f(x+at)}{2} - \frac{1}{2a} \int_{x-at}^{x+at} F(x) dx$

$u(x, y) = \frac{f(x-at) + f(x+at)}{2} + \frac{1}{2a} \int_{x-at}^{x+at} F(x) dx$

$u(x, y) = \frac{f(x-at) + f(x+at)}{4} + \frac{1}{4a} \int_{x-at}^{x+at} F(x) dx$

20. Некоторая функция задана таблично, применяя методы аппроксимации, вычислить

$x$	0	2	3	3,5
$y$	-1	0,2	0,5	0,8

значение функции в точке  $x = 1$

0,4

-1

0

-0,4