

Инструкция для учащихся

Тест состоит из частей А и В. На его выполнение отводится 180 минут. Справочной литературой пользоваться **нельзя**. Рекомендуем выполнять задания по порядку. Если какое-либо задание не удастся выполнить сразу, перейдите к следующему, а потом вернитесь к пропущенным заданиям.

Часть А

К каждому заданию части А дано несколько ответов, из которых только один верный. Решите задание, сравните полученный ответ с предложенными. В бланке ответов под номером задания поставьте крестик (×) в клеточке, номер которой совпадает с номером выбранного Вами ответа.

Задание А1.

Вычислите значение дроби $\frac{3a - 5b}{2a - 3b}$, если $5a - 4b = 0$.

- 1) $1\frac{2}{7}$ 2) $1\frac{3}{7}$ 3) $1\frac{4}{7}$ 4) $1\frac{5}{7}$ 5) $1\frac{6}{7}$

Задание А2.

Уравнение окружности с центром в точке пересечения графиков функций $y = \sqrt{5 - x}$ и $y = 2^x$ радиусом $r = \frac{1}{2}$ имеет вид

- 1) $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = \frac{1}{2}$ 2) $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = \frac{1}{4}$ 3) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = \frac{1}{2}$
4) $(x + 4)^2 + (y - 2)^2 = \frac{1}{4}$ 5) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = \frac{1}{4}$

Задание А3.

Найдите область определения функции $y = \frac{\sqrt{12 - x^2} - x}{\sqrt{x + 3}}$.

- 1) $(-3; \infty)$ 2) $(-3; 3) \cup (3; \infty)$ 3) $(-3; 3]$ 4) $(3; \infty)$ 5) $[-2; 3]$

Задание А4.

Найдите наибольшее целое решение неравенства $\frac{(5 - x)(x^2 - 6x + 5)}{x^3 - 25x} \geq 0$.

- 1) 0 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

Задание А5.

Количество целых решений неравенства $x^7 |x^2 - 9x + 8| > 0$ на промежутке $[0; 7]$ равно

- 1) 8 2) 7 3) 6 4) 4 5) 5

Задание А6.

Если $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{2}$, то значение $\operatorname{tg} \left(2\alpha + \frac{5\pi}{4} \right)$ равно

- 1) $\frac{1}{7}$ 2) 2 3) -7 4) 7 5) $-\frac{1}{7}$

Задание А7.

Упростите выражение $\sin \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right) \cdot \cos(\pi - \alpha) - 2 \sin \left(\alpha - \frac{\pi}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{3\pi}{2} + \alpha \right) + \cos^2 \alpha$.

- 1) 1 2) $\cos^2 \alpha$ 3) $\sin 2\alpha$ 4) $\cos 2\alpha$ 5) $\sin^2 \alpha$

Задание А8.

Найдите значение $\sin(\varphi + 30^\circ)$, если $\cos \varphi = -\frac{1}{3}$ и $180^\circ < \varphi < 270^\circ$.

- 1) $\frac{2\sqrt{6}-1}{6}$ 2) $\frac{-2\sqrt{6}+1}{6}$ 3) $\frac{2\sqrt{6}+1}{6}$ 4) $\frac{\sqrt{6}-2}{6}$ 5) $\frac{-2\sqrt{6}-1}{6}$

Задание А9.

Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если выполняется равенство $12\operatorname{tg} \alpha - 6\operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \alpha + \sin \alpha - 2 = 0$.

- 1) $\frac{1}{6}$ 2) $\frac{1}{3}$ 3) $\frac{2}{3}$ 4) $1\frac{1}{3}$ 5) $1\frac{2}{3}$

Задание А10.

Если (x_0, y_0) – решение системы $\begin{cases} \left(\frac{1}{5}\right)^{2y-x} = 25 \\ 3^{y-2x} = \frac{1}{27} \end{cases}$, то сумма $x_0 + y_0$ равна

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

Задание А11.

Найдите сумму корней или корень, если он единственный, уравнения $\log_{x+3}(2x^2+3) \cdot \log_5(x+3) = \log_5(3x^2-2x-5)$.

- 1) -2 2) 2 3) -4 4) 4 5) 6

Задание А12.

Множество решений неравенства $\log_{0,8} \frac{2x-4}{8-x} \geq 0$ имеет вид

- 1) (2; 8) 2) [4; 8) 3) (2; 4] 4) (4; 8) 5) (2; 4) $\cup$ (4; 8)

Задание А13.

Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt{\log_4(x+3) - \log_4(4-2x)}$.

- 1) $\left(\frac{1}{3}; \infty\right)$ 2) $\left(-3; \frac{1}{3}\right]$ 3) $(-3; 2)$ 4) $\left[\frac{1}{3}; 2\right)$ 5) $\left(-3; \frac{1}{3}\right] \cup \{2\}$

Задание A14.

Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{1}{-x^2 + ax - 4}$, если график этой функции проходит через точку $M\left(3; -\frac{1}{11}\right)$.

- 1) $-\frac{9}{35}$ 2) $-\frac{1}{4}$ 3) $-\frac{10}{37}$ 4) $-\frac{16}{19}$ 5) $-\frac{16}{21}$

Задание A15.

Прямая $y = 6x - 7$ касается параболы $y = x^2 + bx + c$ в точке с абсциссой $x = -1$. Найдите сумму $b + c$.

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

Задание A16.

Две точки движутся по оси OX по законам движения $x_1(t) = t^3 + 8t + 1$ и $x_2(t) = 7,5t^2 - 4t$ (x — координата, t — время). Определите промежуток времени, в течение которого скорость первой точки меньше скорости второй.

- 1) $(1; 4)$ 2) $(2; 8)$ 3) $(4; \infty)$ 4) $(0; 1) \cup (4; \infty)$ 5) $(1; \infty)$

Задание A17.

Вектор $\vec{a}$ составляет с положительным направлением оси OY угол $\frac{2\pi}{3}$. Найдите координату y вектора $\vec{a}$, если известно, что $|\vec{a}| = 2\sqrt{3}$.

- 1) $\sqrt{2}$ 2) $\sqrt{3}$ 3) 2 4) $-\sqrt{2}$ 5) $-\sqrt{3}$

Задание A18.

Уравнение геометрического места точек на плоскости OXY , равноудаленных от точек $A(6; -4)$ и $B(4; -2)$, имеет вид

- 1) $x - y + 8 = 0$ 2) $x - y - 8 = 0$ 3) $x + y - 8 = 0$
4) $x + y + 8 = 0$ 5) $x - y - 4 = 0$

Задание A19.

В прямоугольном треугольнике ABC с катетами $AC = 5$ см и $BC = 12$ см из вершины прямого угла C на гипотенузу опущена высота CD . Найдите (в кв. см) площадь треугольника ADC .

- 1) $8\frac{4}{17}$ 2) $5\frac{5}{24}$ 3) $4\frac{74}{169}$ 4) 4,5 5) 5

Задание A20.

Вершина конуса и окружность, ограничивающая его основание, находятся на сфере. Длина образующей конуса равна 5 см, а его высота равна 2,5 см. Найдите (в куб. см) объем шара, ограниченного сферой.

- 1) 150π 2) 160π 3) 168π 4) $\frac{460}{3}\pi$ 5) $\frac{500}{3}\pi$

Часть В

Ответы к заданиям части В запишите на бланке ответов рядом с номером задания (В1 – В10), начиная с первого окошка. Ответом может быть только число. Каждую цифру числа, запятую и знак минус (если число отрицательное) пишите в отдельном окошке по приведённым образцам.

Задание В1.

Укажите наименьший общий знаменатель дробей $\frac{6}{77}$, $\frac{11}{63}$ и $\frac{2}{99}$.

Задание В2.

Найдите произведение корней уравнения $x^3 - 3x^2 - 6x + 8 = 0$.

Задание В3.

Укажите значение параметра a (если оно единственное) или сумму значений, при которых уравнение $\left(\frac{x-5}{x-3} - \frac{5}{4}\right) \cdot (x-a) = 0$ имеет единственное решение.

Задание В4.

Найдите сумму корней или корень, если он единственный, уравнения $\sqrt{7-3x} - 1 = x$.

Задание В5.

Найдите сумму корней или корень, если он единственный, уравнения $|2-3x| = 12-4x$.

Задание В6.

Вычислите $\log_{\sqrt[3]{7}} \frac{49}{\sqrt{11} + \sqrt{3}} + \frac{3}{2} \log_{1/7} \frac{1}{14 + 2\sqrt{33}}$.

Задание В7.

Найдите сумму всех целых решений неравенства $\frac{4-2^{x-3}}{(1/3)^{x-4} - 9} \leq 0$.

Задание В8.

Найдите площадь четырехугольника с вершинами в точках $A(-4; -1)$, $B(-1; -1)$, $C(6; 3)$ и $D(-5; 3)$.

Задание В9.

В знакочередующейся геометрической прогрессии первый член равен 2, а сумма третьего и пятого членов равна 544. Найдите второй член прогрессии.

Задание В10.

Найдите наибольшее целое значение a , при котором абсцисса всех общих точек графиков функций $f(x) = \frac{2a}{x}$ и $g(x) = \frac{6}{x^2 + x}$ положительна.