

*Приложение 2.31.1 к ОПОП-П по специальности
15.02.03 Монтаж, техническое обслуживание и
ремонт гидравлического и пневматического
оборудования (по отраслям)*

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»

Многопрофильный колледж

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**ОП.10 МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ
ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

**для обучающихся специальности
15.02.03 Монтаж, техническое обслуживание и ремонт гидравлического и
пневматического оборудования (по отраслям)**

СОДЕРЖАНИЕ

1 Введение	3
2 Методические указания	4
Практическое занятие 1	4
Практическое занятие 2	6
Практическое занятие 3	8
Практическое занятие 4	9
Практическое занятие 5	11
Практическое занятие 6	12
Практическое занятие 7	14
Практическое занятие 8	16
Практическое занятие 9	18
Практическое занятие 10	20
Практическое занятие 11	21
Практическое занятие 12	22
Практическое занятие 13	23
Практическое занятие 14	24
Практическое занятие 15	26
Практическое занятие 16	27

1 ВВЕДЕНИЕ

Важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки обучающихся составляют практические занятия.

Состав и содержание практических занятий направлены на реализацию Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования.

Ведущей дидактической целью практических занятий является формирование профессиональных практических умений (умений выполнять определенные действия, операции, необходимые в последующем в профессиональной деятельности) или учебных практических умений (умений решать задачи по математике), необходимых в последующей учебной деятельности.

В соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «Математические методы в профессиональной деятельности» предусмотрено проведение практических занятий.

В результате их выполнения, обучающийся должен уметь:

Уд 1_ОП.07 оформлять и заполнять техническую документацию по эксплуатации электрического и электромеханического оборудования.

Уд2_ОП.07 проверять и вносить правки в техническую документацию.

Уо 01.01 распознавать и анализировать задачу и/или проблему в профессиональном и/или социальном контексте; выделять её составные части; определять этапы решения задачи; составлять план действий; определять необходимые ресурсы; реализовывать составленный план;

Уо 01.02 владеть актуальными методами работы в профессиональной и смежных сферах;

Уо 02.01 определять необходимые источники информации; эффективно искать информацию, необходимую для решения задачи и/или проблемы, оформлять результаты поиска;

Уо 02.02 использовать современное программное обеспечение, различные цифровые средства для решения профессиональных задач; проявлять культуру информационной безопасности при использовании информационно-коммуникационных технологий;

Содержание практических занятий ориентировано на подготовку обучающихся к освоению профессионального (-ых) модуля (-лей) программы подготовки специалистов среднего звена по специальности и овладению **профессиональными компетенциями:**

ПК 3.1 Проводить типовые расчеты при оформлении технологической документации на гидравлические и пневматические приводы, устройства и системы.

А также формированию общих компетенций:

ОК 1 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам;

ОК 2 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности.

Практические занятия проводятся в рамках соответствующей темы, после освоения дидактических единиц, которые обеспечивают наличие знаний, необходимых для ее выполнения

2 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Тема 1.1 Функция одной независимой переменной и ее характеристики

Практическое занятие №1

Построение графиков реальных функций

Цель: Систематизировать знания учащихся, формировать навыки исследования функций и построения графиков, исследования графиков производственных процессов.

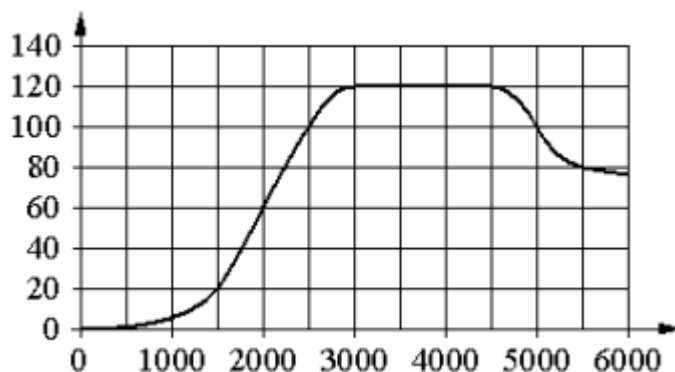
Выполнение работы способствует формированию:

Уд 1, Зд 1, Уо 01.01, Уо 01.02, Уо 02.01, Уо 02.02, Зо 01.01, Зо 01.02, Зо 02.01, Зо 02.02

Материальное обеспечение: Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций

Задание

1. На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа оборотов в минуту. На горизонтальной оси отмечено число оборотов в минуту, на вертикальной оси – крутящий момент в Н·м. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу числа оборотов в минуту характеристику крутящего момента на этом интервале.



ИНТЕРВАЛЫ ВРЕМЕНИ

ХАРАКТЕРИСТИКИ

А) 0–1500 об./мин.

1) при увеличении числа оборотов крутящий момент растёт, но не превышает 20 Н·м

Б) 1500–2000 об./мин.

2) при увеличении числа оборотов крутящий момент не меняется

В) 3000–4500 об./мин.

3) при увеличении числа оборотов самый быстрый рост крутящего момента

Г) 4500–5000 об./мин.

4) при увеличении числа оборотов крутящий момент падает

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В	Г

2. Давление рабочей жидкости гидравлического оборудования в зависимости от времени меняется по закону:

$$P(t) = t^2 - 2t + 1.$$

Постройте график изменения давления. В какой момент времени давление было минимальным? В какой промежуток времени сила тока возрастала?

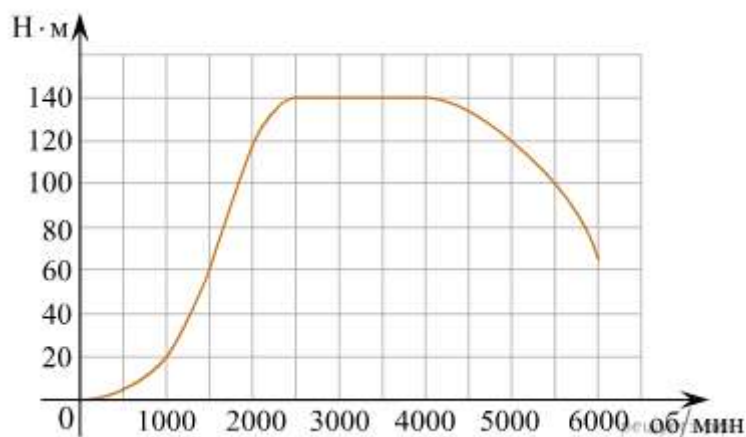
3. Применяя геометрические преобразования, постройте графики функций:

- а) $y = (x - 5)^2 + 1$;
- б) $y = |(x + 1)^3 + 1|$;
- в) $y = \frac{1}{x-2} + 3$;
- г) $y = \frac{1}{|x|+2} - 3$.

Порядок выполнения работы

Для построения графиков воспользуйтесь геометрическими преобразованиями: симметричное отображение графиков относительно осей координат, параллельный перенос графиков, сжатие и растяжение.

Задача 1. На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа его оборотов в минуту. На горизонтальной оси отмечено число оборотов в минуту, на вертикальной оси — крутящий момент в Н · м.



Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу времени характеристику крутящего момента.

ИНТЕРВАЛЫ ВРЕМЕНИ

- А) 0 – 1000 об./мин
- Б) 1500 – 2000 об./мин
- В) 3000 – 4000 об./мин
- Г) 4000 – 6000 об./мин

ХАРАКТЕРИСТИКИ

- 1) Крутящий момент рос быстрее всего.
- 2) Крутящий момент падал.
- 3) Крутящий момент не менялся.
- 4) Крутящий момент не превышал 20 Н · м на всем интервале.

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В	Г

Решение.

На интервале 0–1000 об/мин крутящий момент не превышал 20 Н · м.

На интервале 1500–2000 об/мин крутящий момент рос быстрее всего.

На интервале 3000–4000 об/мин крутящий момент не менялся.

На интервале 4000–6000 об/мин крутящий момент падал.

Таким образом, получаем соответствие: А — 4, Б — 1, В — 3, Г — 2.

Ответ: 4132.

Задача 2. Построить график функции $y = (x + 3)^2 + 4$.

За основу возьмём график $y = x^2$ (рис. 1).

Затем строим график $y = (x + 3)^2$ путём параллельного переноса графика влево(рис.2).

Строим график $y = (x + 3)^2 + 4$ параллельным переносом графика вверх (рис.3).

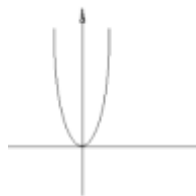


Рис. 1

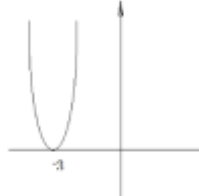


Рис. 2

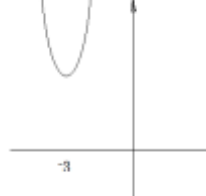


Рис. 3

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" выставляется, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" выставляется, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.1 Функция одной независимой переменной и ее характеристики

Практическое занятие № 2

Решение прикладных задач на составление графиков параметров инструментального контроля (диагностирования) оборудования

Цель: Освоить методы построения графиков изменения параметров технологического оборудования и научиться интерпретировать полученные данные для диагностики состояния оборудования.

Выполнение работы способствует формированию:

Уд 1, Зд 1, Уо 01.01, Уо 01.02, Уо 02.01, Уо 02.02, Зо 01.01, Зо 01.02, Зо 02.01, Зо 02.02

Материальное обеспечение: Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций

Задание:

1. Построить график изменения давления во времени и проанализировать, какое состояние оборудования можно предположить по данному графику.

Время (часы)	Давление (бар)
0	5
1	6

2	8
3	10
4	12
5	14

2. Построить график изменения температуры подшипника и определить возможное состояние узла.

Время (часы)	Температура (°C)
0	40
1	42
2	45
3	50
4	55
5	60

3. Построить график изменения уровня вибрации и объяснить, какое состояние оборудования можно предположить по нему.

Время (часы)	Уровень вибрации (мм/с)
0	1
1	1,5
2	2
3	2,5
4	3
5	3,5

Порядок выполнения работы

1. Ознакомьтесь с материалом лекции: вспомните назначение и способы инструментального контроля оборудования.

2. Построение графика:

- Постройте оси координат (абсцисса — время, ордината — значение параметра).
- Нанесите точки по предоставленным данным и соедините их плавной линией.

3. Анализ графика:

- Определите характерные изменения параметра (рост, падение, стабильность).
- Предположите возможные причины изменений (загрязнение, износ, внешние воздействия).

4. Подготовка вывода: сделайте заключение о текущем состоянии оборудования.

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" выставляется, если работа выполнена в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" выставляется, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью, но объем выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью или объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.2 Предел функции. Непрерывность функции.

Практическое занятие №3 Вычисление пределов функций

Цель: Научиться вычислять пределы функций.

Выполнение работы способствует формированию:

Уо 01.01, Уо 01.02, Уо 02.01, Зо 01.01, Зо 01.02, Зо 02.01

Материальное обеспечение: индивидуальные задания, конспекты лекций.

Задание:

Вычислить пределы функций:

1. $\lim_{x \rightarrow -2} (-x^3 + 2x^2 - 4x - 1)$

2. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^3 + 24}{4x^2 - 7x - 2}$

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^2 - 7x - 2}{5x^2 - 9x - 2}$

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x}{x^3 + 5x^2 + 10}$

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 4x^2 - 1}{\sin 2x - \sin 3x}$

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x+1} - 1}$

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\left(\frac{2x}{2x+1}\right)^x}$

8. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{2x+1}\right)^x$

9.

Порядок выполнения работы:

1. Найдите предел функции, используя теоремы о пределах.
2. Если получилась неопределенность, определите ее вид и способ раскрытия.
3. Преобразуйте функцию и раскройте неопределенность.
4. Вычислите предел.

Найти предел функции:

1. $\lim_{x \rightarrow 2} (2x^3 - 10x^2 - 4x + 5)$

Используем теоремы о пределах:

$$\lim_{x \rightarrow 2} (2x^3 - 10x^2 - 4x + 5) = 2(\lim_{x \rightarrow 2} x)^3 - 10(\lim_{x \rightarrow 2} x)^2 - 4\lim_{x \rightarrow 2} x + 5 = 16 - 40 - 8 + 5 = -27$$

2. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 11x + 6}{2x^2 - 5x - 3}$

Функция представляет собой отношение двух многочленов, обращающихся в нуль в точке $x = 3$. Поэтому сначала преобразуем данную функцию. Любой квадратный трехчлен можно разложить на множители с помощью формулы $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, где x_1 и x_2 корни квадратного трехчлена. Корнями квадратного трехчлена $3x^2 - 11x + 6$ являются числа $\frac{2}{3}$ и 3; значит $3x^2 - 11x + 6 = 3(x - \frac{2}{3})(x - 3)$

А корни квадратного трехчлена $2x^2 - 5x - 3$ равны $\frac{1}{2}$ и 3, следовательно

$$2x^2 - 5x - 3 = 2(x + \frac{1}{2})(x - 3)$$

Возвращаясь к пределу, имеем: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 11x + 6}{2x^2 - 5x - 3}$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 11x + 6}{2x^2 - 5x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3(x - \frac{2}{3})(x - 3)}{2(x + \frac{1}{2})(x - 3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x - 2}{2x + 1} = \frac{9 - 2}{6 + 1} = \frac{7}{7} = 1.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{11x^3 - 5x^2 - 6x + 10}{6x^4 - 8x^2 + 2}$$

Так как многочлены в числителе и знаменателе стремятся к ∞ , то получаем неопределенность вида $\frac{[\infty]}{[\infty]}$. Для ее раскрытия разделим каждое слагаемое числителя и знаменателя на x^4 . Тогда получим:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{11x^3 - 5x^2 - 6x + 10}{6x^4 - 8x^2 + 2} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{11x^3}{x^4} - \frac{5x^2}{x^4} - \frac{6x}{x^4} + \frac{10}{x^4}}{\frac{6x^4}{x^4} - \frac{8x^2}{x^4} + \frac{2}{x^4}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{11}{x} - \frac{5}{x^2} - \frac{6}{x^3} + \frac{10}{x^4}}{6 - \frac{8}{x^2} + \frac{2}{x^4}} = \frac{0}{6} = 0 \end{aligned}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{2}}{x}$$

Чтобы вычислить предел функции, нужно воспользоваться формулой первого замечательного предела: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$. Умножим числитель и знаменатель дроби на $\frac{1}{2}$.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{2}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2} \sin \frac{x}{2}}{\frac{1}{2} x} = \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} = \frac{1}{2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right)^{5x}$$

Преобразуем функцию так, чтобы можно было применить второй замечательный предел, формулу $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$

Введем новую переменную: $x = -3y, x \rightarrow \infty; y \rightarrow \infty$.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right)^{5x} = \lim_{y \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{-3y}\right)^{-15y} = \lim_{y \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{y}\right)^{-15y} = e^{-15}$$

Форма представления результата: выполненная работа.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" выставляется, если работа выполнена в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" выставляется, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью, но объем выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью или объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.2 Предел функции. Непрерывность функции.

Практическое занятие №4

Исследование функций на непрерывность и точки разрыва

Цель: Научиться находить точки разрыва функций, находить асимптоты графиков функций.

Выполнение работы способствует формированию:

Уо 01.01, Уо 01.02, Уо 02.01, Зо 01.01, Зо 01.02, Зо 02.01

Материальное обеспечение: индивидуальные задания, конспекты лекций, таблица производных.

Задание:

Исследовать функции на непрерывность. Найти точки разрыва и определить их род. Найти асимптоты функций.

- 1) $y = \frac{2x^2 + 3}{x^2 - 9},$
- 2) $y = \frac{2x^2 - 4x - 30}{x^2 - 25}.$

Краткие теоретические сведения:

Асимптотой графика функции $y = f(x)$ называется прямая, обладающая тем свойством, что расстояние от точки $(x; f(x))$ до этой прямой стремится к нулю при неограниченном удалении точки графика от начала координат.

Прямая $x = a$ называется вертикальной асимптотой графика функции $y = f(x)$, если хотя бы одно из предельных значений $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x)$ или $\lim_{x \rightarrow a+0} f(x)$ равно $-\infty$ или $+\infty$.

Замечание. Прямая $x = a$ не может быть вертикальной асимптотой, если функция непрерывна в точке $x = a$. Поэтому вертикальные асимптоты следует искать в точках разрыва функции.

Прямая $y = b$ называется горизонтальной асимптотой графика функции $y = f(x)$, если хотя бы одно из предельных значений $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ или $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ равно b .

Замечание. График функции может иметь только правую горизонтальную асимптоту или только левую.

Прямая $y = kx + b$ называется наклонной асимптотой графика функции $y = f(x)$, если $\lim_{x \rightarrow \infty} |f(x) - kx - b| = 0$

Если для функции $y = f(x)$ существуют пределы $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = k$ и $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) = b$, то функция имеет наклонную асимптоту $y = kx + b$ при $x \rightarrow \infty$.

Исследовать функцию на непрерывность. Найти асимптоты функции.

$$y = \frac{x^2}{2x - 2}.$$

Область определения функции $D(f) = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$

Точка $x = 1$ является точкой разрыва 2 рода, т.к.

$$\lim_{x \rightarrow 1-0} \frac{x^2}{2x-2} = \left[\frac{1}{0} \right] = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow 1+0} \frac{x^2}{2x-2} = \left[\frac{1}{0} \right] = +\infty$$

Прямая $x = 1$ – вертикальная асимптота функции. Уравнение наклонной асимптоты имеет вид $y = kx + b$.

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{(2x-2)x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{2x^2 - 2x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2 - \frac{2}{x}} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} b &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{2x-2} - \frac{1}{2}x \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x(x-1)}{2(x-1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x^2 + x}{2(x-1)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{2(x-1)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2 - \frac{2}{x}} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Конечный вид прямой следующий

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}.$$

Форма представления результата: выполненная работа.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" выставляется, если работа выполнена в полном объеме с

соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" выставляется, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.2 Пределы и непрерывность функции

Практическое занятие № 5

Решение прикладных задач на составление анализа затрат на техническое обслуживание оборудования

Цель: Овладеть навыками анализа затрат на техническое обслуживание гидравлического оборудования

Выполнение практической работы способствует формированию:

Уд 1, Зд 1, Уо 01.01, Уо 01.02, Уо 02.01, Зо 01.01, Зо 01.02, Зо 02.01

Материальное обеспечение: Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций

Задание:

1. Предприятие регулярно обслуживает своё гидравлическое оборудование. Средняя стоимость обслуживания одной единицы оборудования за каждый проведённый цикл зависит от общего количества прошедших циклов x и описывается следующей функцией:

$$C(x) = \frac{2000x^2 + 3x + 1}{2x^2 + 1}, x \geq 0$$

где $C(x)$ — затраты на обслуживание (рублей),

x — количество прошедших циклов (единицы).

а) Докажите, что функция затрат $C(x)$ непрерывна на множестве положительных целых чисел.

б) Найдите предел функции $C(x)$ при $x \rightarrow \infty$

2. На машиностроительном предприятии установлена гидравлическая система, состоящая из 5 комплектов оборудования. Средняя стоимость обслуживания одного комплекта оборудования в зависимости от количества проведенных циклов x описывается функцией:

$$C(x) = \frac{2x^2 + 3x + 1}{x^2 + 1}, x \geq 0$$

где $C(x)$ — затраты на обслуживание в рублях,

x — количество прошедших циклов.

Рассчитайте затраты на обслуживание одного комплекта оборудования после 5 циклов, если предприятие проводит ежегодно по 10 циклов обслуживания.

Порядок выполнения работы:

1. Прочитать материал конспекта лекций.

2. На основании изложенного материала рассмотрите примеры решения задач.
3. В тетради для практических работ решить предложенные преподавателем задачи.

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" выставляется, если работа выполнена в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" выставляется, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью, но объем выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью или объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.3 Дифференциальное и интегральное исчисления

Практическое занятие № 6

Вычисление производных сложных функций

Цель работы: Формировать навыки нахождения производных сложных функций.

Выполнение работы способствует формированию:

Уо 01.01, Уо 01.02, Уо 02.01, Зо 01.01, Зо 01.02, Зо 02.01

Материальное обеспечение: Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание.

Найти производные функций

1. $y = (5x^3 - 2x)^6$
2. $f(x) = 3 \sin(2x - \frac{\pi}{4})$
3. $f(x) = \arcsin 4x + \arccos^2 x$
4. $f(x) = \log_5(7x^4 - 5x^3 + 1)$
5. $f(x) = \ln \sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}}$

Порядок выполнения работы:

1. Определите вид функции. Если функция является сложной, то введите промежуточный аргумент.
2. Определите, какими правилами дифференцирования нужно воспользоваться. Примените соответствующее правило.
3. Используя таблицу производных, найдите производные функций.
4. Раскройте скобки и приведите подобные, если это упростит запись функции.

Найти производные функций:

1. $g(x) = (1 - 4x^2)^{10}$

Функция является сложной степенной. Введем промежуточный аргумент $u = 1 - 4x^2$. Для дифференцирования нужно воспользоваться формулой $(u^n)' = nu^{n-1} \cdot u'$

$$y' = 10(1 - 4x^2)^9 \cdot (1 - 4x^2)' = 10(1 - 4x^2)^9(-8x) = -80x(1 - 4x^2)^9$$

$$2. f(x) = \sin \frac{1}{2}x \cdot \cos 2x$$

Функция представляет собой произведение двух сложных тригонометрических функций. Поэтому сначала воспользуемся правилом дифференцирования $(U \cdot V)' = U'V + UV'$

$$f'(x) = (\sin \frac{1}{2}x \cdot \cos 2x)' = (\sin \frac{1}{2}x)' \cos 2x + \sin \frac{1}{2}x (\cos 2x)'$$

Введем промежуточный аргумент: для первой функции $u = \frac{1}{2}x$, для второй функции $u = 2x$.

При дифференцировании используем следующие формулы:
 $(\sin u)' = \cos u \cdot u'$, $(\cos u)' = -\sin u \cdot u'$.

$$\begin{aligned} f'(x) &= (\sin \frac{1}{2}x \cdot \cos 2x)' = (\sin \frac{1}{2}x)' \cos 2x + \sin \frac{1}{2}x (\cos 2x)' \\ &= \cos \frac{1}{2}x \cdot \left(\frac{1}{2}x\right)' \cdot \cos 2x + \sin \frac{1}{2}x \cdot (-\sin 2x) \cdot (2x)' = \frac{1}{2} \cos \frac{1}{2}x \cdot \cos 2x - 2 \sin \frac{1}{2}x \cdot \sin 2x. \end{aligned}$$

$$3. y = \frac{2^{3x+5x^2}}{\log_2(3+10x)}$$

Функция представляет собой частное двух сложных функций. Поэтому сначала воспользуемся правилом дифференцирования $\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$

$$y' = \frac{(2^{3x+5x^2})' \cdot \log_2(3+10x) - 2^{3x+5x^2} \cdot (\log_2(3+10x))'}{(\log_2(3+10x))^2}$$

Введем промежуточный аргумент: для первой функции $u = 3x + 5x^2$, для второй функции $u = 3 + 10x$.

При дифференцировании используем следующие формулы:
 $(a^u)' = a^u \ln a \cdot u'$, $(\log_a u)' = \frac{1}{u \ln a} \cdot u'$.

$$\begin{aligned} y' &= \frac{(2^{3x+5x^2})' \cdot \log_2(3+10x) - 2^{3x+5x^2} \cdot (\log_2(3+10x))'}{(\log_2(3+10x))^2} = \frac{2^{3x+5x^2} \ln 2 (3x+5x^2)' \log_2(3+10x) - 2^{3x+5x^2} \frac{1}{(3+10x) \ln 2} (3+10x)'}{(\log_2(3+10x))^2} = \\ &= \frac{2^{3x+5x^2} \ln 2 (3+10x) \log_2(3+10x) - 2^{3x+5x^2} \frac{10}{(3+10x) \ln 2}}{(\log_2(3+10x))^2} \end{aligned}$$

$$4. f(x) = \arcsin \frac{3}{5}x + \arccos 5x$$

Функция представляет собой сумму двух сложных обратных тригонометрических функций. Поэтому сначала воспользуемся правилом дифференцирования $(U + V)' = U' + V'$.

$$f'(x) = \left(\arcsin \frac{3}{5}x\right)' + (\arccos 5x)'$$

Введем промежуточный аргумент: для первой функции $u = \frac{3}{5}x$, для второй функции $u = 5x$.

При дифференцировании используем следующие формулы:

$$(\arcsin u)' = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}; (\arccos u)' = -\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$$

$$f'(x) = \left(\arcsin \frac{3}{5}x\right)' + (\arccos 5x)' = \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{3}{5}x)^2}} \left(\frac{3}{5}x\right)' - \frac{1}{\sqrt{1-(5x)^2}} (5x)' = \frac{3}{5\sqrt{1-\frac{9}{25}x^2}} - \frac{5}{\sqrt{1-25x^2}}$$

$$5. f(x) = \arccos \sqrt{1 - e^{2x}}$$

Функция является сложной обратной тригонометрической. Введем промежуточный аргумент $u = \sqrt{1 - e^{2x}}$. Для дифференцирования нужно воспользоваться формулой $(\arccos u)' = -\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$.

$$f'(x) = (\arccos \sqrt{1 - e^{2x}})' = -\frac{1}{\sqrt{1-(1-e^{2x})}} \cdot (\sqrt{1 - e^{2x}})'$$

Промежуточный аргумент является также сложной функцией. Введем и для него новый промежуточный аргумент $u = 1 - e^{2x}$.

Для дифференцирования нужно воспользоваться формулой

$$(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$$

$$f'(x) = (\arccos \sqrt{1 - e^{2x}})' = -\frac{1}{\sqrt{1-(1-e^{2x})}} \cdot (\sqrt{1 - e^{2x}})' = -\frac{1}{\sqrt{1-1+e^{2x}}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{1-e^{2x}}} \cdot (1 - e^{2x})' = -\frac{1}{e^x} \frac{1}{2\sqrt{1-e^{2x}}} (-2e^x) = \frac{1}{\sqrt{1-e^{2x}}}$$

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" выставляется, если работа выполнена в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" выставляется, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью, но объем выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью или объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.3 Дифференциальное и интегральное исчисления

Практическое занятие № 7

Применение производной к решению практических задач

Цель работы: Формировать навыки применения производной к решению

физических задач и задач с профессиональной направленностью.

Выполнение практической работы способствует формированию:

Уд 1, Зд 1, Уо 01.01, Уо 01.02, Уо 02.01, Зо 01.01, Зо 01.02, Зо 02.01

Материальное обеспечение: Индивидуальные задания, таблица производных, конспекты лекций.

Задание:

1. Точка движется по закону $X(t) = 2t^3 + 3t$. Чему равна скорость в момент времени $t = 2$ с?
2. Уравнение движения материальной точки вдоль оси имеет вид $S(t) = -0,5t^3 + t + 2$ (м). Найти ускорение точки в момент времени $t = 2$ с.
3. Закон изменения температуры T тела в зависимости от времени t задан уравнением $T = 0,2t^2$. С какой скоростью нагревается тело в момент времени 10 с?
4. Количество электричества, протекающего через проводник, задается формулой. $Q = 2t^3 - 3t^2 + 4$. Найдите силу тока в конце 4-й секунды.
5. Маховик, задерживаемый тормозом, за t с поворачивается на угол $\varphi = 5t - 0,4t^2$ (рад). Определить угловую скорость ω маховика в момент времени $t = 2$ с и найти момент остановки вращения
6. Сила тока изменяется в зависимости от времени по закону $I = 2t^2 + 3t$ (I – в амперах, t – в секундах). Найти скорость изменения силы тока в конце 8-й секунды.
7. Тело массой 3 кг движется прямолинейно по закону $S(t) = 2t^3 + 4t^2 - 2t$. Найдите кинетическую энергию тела через 2 с после начала движения.
8. Тело массой 2 кг движется прямолинейно по закону $X(t) = 2t^3 - 3t + 2$. Найдите силу, которая будет действовать на тело через 3 с?
9. Определите напряжение некоторых элементов цепи электромеханического аппарата по закону Ома ($U = IR$) при сопротивлении $R = 0,1$ Ом. При этом заряд, протекающий по проводнику за 2 с, задается уравнением $q(t) = 2t^3 + 3t^2$.
10. В магнитной цепи действует постоянный источник ЭДС $\varepsilon(t)$ для проверки электромагнитного двигателя. Вычислить значение ЭДС за прошедшую одну секунду при магнитном потоке, который задан формулой $\Phi(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 - 1$.

Порядок выполнения работы:

1. Прочитать задачу и определить способ ее решения.
2. Применить формулу дифференциального исчисления для решения задачи.
3. Записать ответ.

1. Тело движется прямолинейно по закону $S(t) = \frac{2}{3}t^3 - 2t^2 + 4t$ (м). Определить скорость его движения в момент $t = 10$ с.

Решение. Искомая скорость - это производная от пути, то есть

$$v(t) = S'(t) = \frac{2}{3} \cdot 3t^2 - 4t + 4 = 2t^2 - 4t + 4$$

В заданный момент времени

$$v(10) = 2 \cdot 100 - 4 \cdot 10 + 4 = 164 \text{ м/с.}$$

Ответ: 164 м/с

2. Закон изменения температуры T тела в зависимости от времени t задан уравнением $T = 0,2t^2$. С какой скоростью нагревается тело в момент времени 10 с?

Скорость нагревания тела есть производная температуры T по времени t :
 $\frac{dT}{dt} = (0,2t^2)' = 0,4t$.

Скорость нагревания тела при $t = 10$ с:

$$\left(\frac{dT}{dt}\right)_{t=10} = 0,4 \cdot 10 = 4 \text{ (град/с)}.$$

1. Количество электричества, протекающего через проводник, задается формулой.

$$Q = 2t^3 - 3t^2 + 4. \text{ Найдите силу тока в конце 4-й секунды.}$$

Сила тока I есть производная заряда q по времени $I = q'(t)$.

$$I(t) = Q'(t) = (2t^3 - 3t^2 + 4)' = 6t^2 - 6t.$$

$$I(4) = 6 \cdot 4^2 - 6 \cdot 4 = 72 \text{ А}.$$

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" выставляется, если работа выполнена в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" выставляется, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью, но объем выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью или объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.3 Дифференциальное и интегральное исчисления

Практическое занятие № 8

Вычисление неопределенных интегралов

Цель: научиться интегрировать функции, используя различные методы интегрирования.

Выполнение практической работы способствует формированию:

Уо 01.01, Уо 01.02, Уо 02.01, Зо 01.01, Зо 01.02, Зо 02.01

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций

.

Задание:

1. Найти неопределенные интегралы, используя метод замены переменной:

$$\text{а) } \int \frac{dx}{e^{2x-1}}; \text{ б) } \int \frac{dx}{(4x+3)^5}; \text{ в) } \int \frac{dx}{\sqrt{2-x}}; \text{ г) } \int \sqrt[5]{3x+2} dx.$$

2. Найти неопределенные интегралы, используя метод интегрирования по частям:

$$\text{а) } \int x e^{5x} dx; \text{ б) } \int \ln(1-x) dx; \text{ в) } \int x \sin 3x dx.$$

Порядок выполнения работы:

1. Записать задание и определить, каким из методов интегрирования необходимо воспользоваться.

2. Если интеграл можно найти методом подстановки, то ввести новую переменную, найти ее дифференциал. После введения новой переменной заданный интеграл приводится к новому интегралу, который является табличным.

3. Если интеграл нельзя найти вышеуказанным способом, то применить формулу интегрирования по частям $\int U dV = UV - \int V dU$

Ход работы:

1. Прочитать материал конспекта лекций;

2. На основании изложенного материала рассмотрите примеры решения задач.

3. В тетради для практических работ решить предложенные преподавателем задачи.

На основании изложенного материала рассмотрим примеры решения задач.

1. Найти интегралы:

$$1) \int \frac{15x^2 dx}{(1-x^3)^4}$$

Этот интеграл можно найти с помощью метода подстановки. Введем новую переменную.

$$\begin{aligned} \int \frac{15x^2 dx}{(1-x^3)^4} &= \left[\begin{array}{l} 1-x^3 = t \\ d(1-x^3) = dt \\ -3x^2 dx = dt \\ x^2 dx = -\frac{dt}{3} \end{array} \right] \\ &= \int \frac{15dt}{-3t^4} = -5 \int t^{-4} dt = -5 \frac{t^{-3}}{-3} + C = \frac{5}{3t^3} + C = \frac{5}{3(1-x^3)^3} + C \end{aligned}$$

$$2. \int (x^3 - 4x) \ln x \cdot dx$$

Этот интеграл можно найти с помощью метода интегрирования по частям, он относится ко второму виду, поэтому $U = \ln x$, $dV = (x^3 - 4x)dx$.

$$dU = \frac{1}{x} dx, \quad V = \int (x^3 - 4x) dx = \frac{x^4}{4} - 2x^2$$

Используя формулу интегрирования по частям, получаем

$$\begin{aligned} \int (x^3 - 4x) \ln x \cdot dx &= \ln x \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right) - \int \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right) \frac{1}{x} dx = \\ &= \ln x \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right) - \int \left(\frac{x^3}{4} - 2x \right) dx = \ln x \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right) - \frac{x^4}{16} + x^2 + C \end{aligned}$$

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" выставляется, если работа выполнена в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" выставляется, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.3 Дифференциальное и интегральное исчисления

Практическое занятие № 9

Вычисление определенных интегралов различными методами

Цель: научиться вычислять определенный интеграл по формуле Ньютона-Лейбница.

Выполнение работы способствует формированию:

Уо 01.01, Уо 01.02, Уо 02.01, Зо 01.01, Зо 01.02, Зо 02.01

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

В соответствии с технологической картой проекта найти интегралы.

1. $\int_1^2 2x^2 dx$

2. $\int_{-2}^4 (8 + 2x - x^2) dx$

3. $\int_0^{\pi/2} \cos x dx$

4. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (\cos x - 3\sin x) dx$

5. $\int_{-2}^2 \frac{1-x^2}{x^2} dx$

Методом замены переменной:

1. $\int_5^6 \frac{x dx}{x^2 - 6}$

2. $\int_3^4 (2x - 5)^3 dx$

3. $\int_0^1 \sqrt[3]{x+2} dx$

4. $\int_{-1}^1 (x^3 + 1)^4 x^2 dx$

Порядок выполнения работы:

1) Используя таблицу интегралов найти интеграл

2) Используя формулу Ньютона – Лейбница

$$\int_a^b f(x) dx = F(X) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

найти определенный интеграл

Вычислить определенный интеграл

$$\int_1^2 2x^2 dx$$

Решение:

$$\int_1^2 2x^2 dx \stackrel{(1)}{=} 2 \int_1^2 x^2 dx \stackrel{(2)}{=} \frac{2}{3} (x^3) \Big|_1^2 \stackrel{(3)}{=} \frac{2}{3} (2^3 - 1^3) = \frac{2}{3} (8 - 1) = \frac{2}{3} \cdot 7 = \frac{14}{3} = 4 \frac{2}{3}$$

(1) Выносим константу за знак интеграла.

(2) Интегрируем по таблице с помощью самой популярной формулы

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$. Появившуюся константу $\frac{1}{3}$ целесообразно отделить от x^3 и вынести за скобку. Делать это не обязательно, но желательно – зачем лишние вычисления?

(3) Используем формулу Ньютона-Лейбница

$$\int_a^b f(x) dx = F(X) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

Сначала подставляем в x^3 верхний предел, затем – нижний предел. Проводим дальнейшие вычисления и получаем окончательный ответ.

Вычислить определенный интеграл

$$\int_{-2}^4 (8 + 2x - x^2) dx$$

Решение:

$$\begin{aligned} \int_{-2}^4 (8 + 2x - x^2) dx &\stackrel{(1)}{=} 8 \int_{-2}^4 dx + 2 \int_{-2}^4 x dx - \int_{-2}^4 x^2 dx \stackrel{(2)}{=} 8(x) \Big|_{-2}^4 + 2 \cdot \frac{1}{2} (x^2) \Big|_{-2}^4 - \frac{1}{3} (x^3) \Big|_{-2}^4 \stackrel{(3)}{=} \\ &= 8(4 - (-2)) + (4^2 - (-2)^2) - \frac{1}{3} (4^3 - (-2)^3) = 8 \cdot 6 + (16 - 4) - \frac{1}{3} (64 + 8) = \\ &= 48 + 12 - 24 = 36 \end{aligned}$$

(1) Используем свойства линейности определенного интеграла.

(2) Интегрируем по таблице, при этом все константы выносим – они не будут участвовать в подстановке верхнего и нижнего предела.

(3) Для каждого из трёх слагаемых применяем формулу Ньютона-Лейбница:

$$F(X) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

Совет: перед тем, как использовать формулу Ньютона-Лейбница, полезно провести проверку: а сама-то первообразная найдена правильно?

Так, применительно к рассматриваемому примеру: перед тем, как в первообразную

функцию $8x + x^2 - \frac{x^3}{3}$ подставлять верхний и нижний пределы, желательно на черновике проверить, а правильно ли вообще найден неопределенный интеграл? Дифференцируем:

$$\left(8x + x^2 - \frac{x^3}{3} \right)' = 8(x)' + (x^2)' - \frac{1}{3} (x^3)' = 8 \cdot 1 + 2x - \frac{1}{3} \cdot 3x^2 = 8 + 2x - x^2$$

Получена исходная подынтегральная функция, значит, неопределенный интеграл найден верно. Теперь можно и формулу Ньютона-Лейбница применить.

Метод замены переменной

Вычислите интегралы.

1. $\int_5^6 \frac{x dx}{x^2 - 6}$

Введем новую переменную $t = x^2 - 6$

Дифференциал будет равен $dt = 2x dx$

Вычислим границы интегрирования $t_1 = 25 - 6 = 19$, $t_2 = 36 - 6 = 30$

Выполним подстановку $\frac{1}{2} \int_5^6 \frac{2x dx}{x^2 - 6} = \frac{1}{2} \int_{19}^{30} \frac{dt}{t}$

Вычислим, получившийся интеграл $\frac{1}{2} \ln|30| - \frac{1}{2} \ln|19| = \frac{1}{2} \ln \frac{30}{19}$

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" выставляется, если работа выполнена в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" выставляется, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью, но объем выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью или объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.3 Дифференциальное и интегральное исчисления

Практическое занятие №10

Применение определенного интеграла в практических задачах

Цель: Формировать навыки применения определенных интегралов к решению практических задач

Выполнение практической работы способствует формированию:

Уд 1, Зд 1, Уо 01.01, Уо 01.02, Уо 02.01, Зо 01.01, Зо 01.02, Зо 02.01

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. Гидравлический насос подаёт жидкость в систему с постоянным расходом

$Q(t) = 0,02t$ м³/с при давлении $p = 10$ МПа. Определите работу, совершённую насосом за первые 10 секунд работы.

2. Гидравлическая труба пропускает жидкость со скоростью, зависящей от времени: $v(t) = 0,1t$ м/с. Внутренний диаметр трубы $d = 0,1$ м. Найдите объем жидкости, вышедшей из трубы за первые 10 секунд.

3. Тепловая мощность, выделяемая гидравлической системой, изменяется со временем по закону $P(t) = 500 + 20t$ Вт. Определите количество тепла, выделившегося за первые 5 секунд работы системы.

Порядок выполнения работы:

1. Прочитать материал конспекта лекций.

2. На основании изложенного материала рассмотрите примеры решения задач.
3. В тетради для практических работ решить предложенные преподавателем задачи.

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" выставляется, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" выставляется, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочёта.

Оценка "удовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.3 Дифференциальное и интегральное исчисления

Практическое занятие №11

Решение прикладных задач на расчет требуемой мощности двигателя привода

Цель: Формировать навыки применения определенных интегралов к решению практических задач

Выполнение практической работы способствует формированию:

Уд 1, Зд 1, Уо 01.01, Уо 01.02, Уо 02.01, Зо 01.01, Зо 01.02, Зо 02.01

Материальное обеспечение: Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. Гидравлический двигатель вращает устройство с постоянным углом вращения $\theta(t) = 4t^2$ [рад] (где t — время в секундах). Момент сопротивления устройства постоянен и равен $M = 40 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Найдите мощность двигателя в момент времени $t = 2 \text{ с}$.

2. Гидравлический двигатель вращает барабан с постоянным моментом $M = 500 \text{ Н} \cdot \text{м}$, обеспечивая равномерное раскручивание барабана от остановки до достижения постоянной угловой скорости $\omega = 10 \text{ рад/с}$ за время $t = 5 \text{ с}$. Найдите работу, совершённую двигателем за это время.

3. Гидравлический насос подаёт жидкость с расходом $Q(t) = 0,02t \text{ м}^3/\text{с}$ при постоянном давлении $p = 10 \text{ МПа}$. Определите работу, совершённую насосом за первые 10 секунд работы.

Порядок выполнения работы:

1. Прочитать материал конспекта лекций.
2. На основании изложенного материала рассмотрите примеры решения задач.
3. В тетради для практических работ решить предложенные преподавателем задачи.

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" выставляется, если работа выполнена в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" выставляется, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью, но объем выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью или объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 2.1 Множества и отношения. Основные понятия теории графов.**Практическое занятие №12
Составление графов**

Цель: Формировать навыки построения графов.

Выполнение практической работы способствует формированию:

Уд 1, Зд 1, Уо 01.01, Уо 01.02, Уо 02.01, Зо 01.01, Зо 01.02, Зо 02.01

Материальное обеспечение: Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. На производстве установлена сеть подачи масла для смазки оборудования. Масло подается от главного коллектора к четырем отдельным потребителям. Между ними возможны переключения подачи масла:

- главный коллектор соединен с первыми тремя потребителями напрямую.
- четвертый потребитель подключен через третий.
- первый и второй потребители соединены между собой резервным каналом.

Постройте ориентированный граф сети подачи масла.

2. Гидравлическая система состоит из нескольких насосов, работающих автономно, и соединённых между собой шлангами:

- насосы А и В соединены прямым каналом.
- насос С подключен к насосу В.
- насос D присоединён к насосу А через резервный канал.
- насос Е работает изолированно.

Постройте ориентированный граф гидравлической системы насосов.

Порядок выполнения работы:

1. Прочитать материал конспекта лекций.
2. На основании изложенного материала рассмотрите примеры решения задач.
3. В тетради для практических работ решить предложенные преподавателем задачи.

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" выставляется, если работа выполнена в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно

выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" выставляется, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью, но объем выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью или объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 2.1 Множества и отношения. Основные понятия теории графов.

Практическое занятие №13

Решение прикладных задач на расчет трудоемкости ремонтных работ и численности исполнителей ремонтов

Цель: Формировать навыки построения графов при решении прикладных задач.

Выполнение практической работы способствует формированию:

Уд 1, Зд 1, Уо 01.01, Уо 01.02, Уо 02.01, Зо 01.01, Зо 01.02, Зо 02.01

Материальное обеспечение: Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. Гидравлическая станция нуждается в ремонте, который разбит на несколько этапов:

- этап 1: Демонтаж старого оборудования;
- этап 2: Замена поврежденных участков трубопровода;
- этап 3: Установка нового оборудования;
- этап 4: Тестирование и настройка.

Этап 2 можно начинать только после завершения этапа 1, этап 3 — после завершения этапа 2, а этап 4 — после завершения этапа 3. Длительность каждого этапа указана в днях:

- этап 1: 2 дня;
- этап 2: 3 дня;
- этап 3: 4 дня;
- этап 4: 1 день.

Постройте ориентированный граф последовательности выполнения этапов и определите общую продолжительность ремонта.

2. Гидравлический цех проводит реконструкцию оборудования, для которой необходимо организовать бригаду из слесарей и сварщиков. Работы состоят из нескольких этапов:

- 1) Разборка старых конструкций (10 дней, 2 слесаря).
- 2) Монтаж новой арматуры (15 дней, 3 слесаря и 2 сварщика).
- 3) Подключение коммуникаций (12 дней, 2 слесаря и 1 сварщик).

Все этапы выполняются последовательно. Определите минимально необходимое количество исполнителей для выполнения реконструкции в кратчайшие сроки.

Порядок выполнения работы:

1. Прочитать материал конспекта лекций.
2. На основании изложенного материала рассмотрите примеры решения задач.
3. В тетради для практических работ решить предложенные преподавателем задачи.

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" выставляется, если работа выполнена в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" выставляется, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью, но объем выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью или объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 3.1 Вероятность. Теорема сложения вероятностей

Практическое занятие № 14

Классическое определение вероятности, свойства вероятностей, теорема о сумме вероятностей. Вероятность в задачах технологического профиля

Цель: Систематизировать знания учащихся по теме. Формировать навыки вычисления вероятности событий, используя классическое определение вероятности

Выполнение работы способствует формированию:

Уд 1, Зд 1, Уо 01.01, Уо 01.02, Уо 02.01, Зо 01.01, Зо 01.02, Зо 02.01

Задание:

1. Датчик зафиксировал следующие значения температуры (t_i - температура, n_i - количество измерений)

t_i	22	21	20	25	18
n_i	5	7	8	7	8

Найдите вероятность того, что температура не превышает значение 22° . В ответе десятичную дробь запишите через запятую.

2. Для проверки точности приборов их пронумеровали от 1 до 10. Наудачу выбран прибор. Какова вероятность того, что это он имеет простой номер?

3. Вероятность того, что новый датчик прослужит больше года, равна 0,93. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,87. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

2. Электронный прибор состоит из двух последовательно включенных блоков. Вероятность выхода из строя за 1 месяц работы первого блока равна $\frac{1}{3}$, второго - $\frac{1}{4}$, а обоих - $\frac{1}{6}$. Найдите вероятность безаварийной работы прибора в течение месяца.

Порядок выполнения работы

1. Определите событие А, вероятность которого нужно вычислить.
2. Просчитайте общее число(п) возможных исходов.
3. Просчитайте число исходов(м), благоприятствующих наступлению события А.
4. Используйте формулу для вычисления вероятности определённого события.

$$P(A) = \frac{m}{n}.$$

1. На складе 10 одинаковых по размеру и весу деталей, из которых 6 оцинкованных и 4 обычных. Выбирается одна деталь. Какова вероятность того, что извлечённая деталь окажется оцинкованной?

Решение.

1. Событие А-«Извлечённая деталь оказалась оцинкованной».

2. число $n=10$

3. число $m=6$

4. $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{6}{10} = 0,6$

2. Все детали, отобранные для проверки качества, пронумерованы от 1 до 30 и помещены в ящик. Извлекается одна деталь. Какова вероятность того, что число на взятой детали окажется кратным 5?

Решение.

1. Событие А-«На взятой детали число кратное 5».

2. число $n=30$

3. число $m=6$ (числа 5,10,15,20,25,30)

4. $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{6}{30} = 0,2.$

3. Вероятность того, что новый датчик прослужит больше года, равна 0,93. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,87. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

Решение:

Проработав год, датчик может либо сломаться на второй год, либо благополучно служить и после 2 лет работы.

Пусть Р– вероятность того, что датчик прослужил больше года;

P_1 – вероятность того, что он сломается на второй год;

P_2 – вероятность того, что он прослужит больше двух лет.

Очевидно, $P = P_1 + P_2$.

Тогда $P_1 = P - P_2 = 0,93 - 0,87 = 0,06$

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" выставляется, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" выставляется, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных

ВЫВОДОВ.

Тема 3.1 Вероятность. Теорема сложения вероятностей

Практическое занятие № 15

Решение практических задач на определение затрат на ремонт промышленного (технологического) оборудования и оценка ее вероятности

Цель: Формирование навыков экономического анализа затрат на ремонт оборудования и прогнозирования вероятности повреждений и сбоев.

Выполнение работы способствует формированию:

Уд 1, Зд 1, Уо 01.01, Уо 01.02, Уо 02.01, Зо 01.01, Зо 01.02, Зо 02.01

Задание:

1. На заводе установлено гидравлическое оборудование стоимостью 1 миллион рублей. Согласно статистическим данным, вероятность выхода из строя гидравлического цилиндра в течение ближайших шести месяцев равна 0,15, а вероятность повреждения масляного фильтра — 0,2. Оба компонента выходят из строя независимо друг от друга. Стоимость замены цилиндра — 50000 рублей, а фильтра — 10000 рублей. Определите:

- 1) Вероятность выхода из строя хотя бы одного компонента.
- 2) Среднюю стоимость потенциальных ремонтных работ за полгода.

2. На заводском складе имеются запасные части для ремонта гидравлического оборудования. Вероятность наличия в наличии нужного компонента для быстрой замены составляет 0,8. Если запасной части нет, заказ сопровождается задержкой поставки сроком на неделю. Текущие запасы запчастей позволяют устранить 70% неисправностей без задержки. Оцените вероятность того, что очередная неисправность приведет к задержке доставки запасных частей.

Порядок выполнения работы:

1. Прочитать материал конспекта лекций.
2. На основании изложенного материала рассмотрите примеры решения задач.
3. В тетради для практических работ решить предложенные преподавателем задачи.

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" выставляется, если работа выполнена в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" выставляется, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью, но объем выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью или объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 3.2 Случайная величина, ее функция распределения

Практическое занятие № 16

Решение прикладных задач с реальными дискретными случайными величинами на износ технологического оборудования

Цель: Формирование базовыми навыками анализа вероятности выхода из строя оборудования с помощью дискретных случайных величин.

Выполнение работы способствует формированию:

Уд 1, Зд 1, Уо 01.01, Уо 01.02, Уо 02.01, Зо 01.01, Зо 01.02, Зо 02.01

Задание:

1. Гидравлический насос может выйти из строя с вероятностью 0,1 в течение гарантийного срока. В цехе установлено 3 таких насоса. Найдите вероятность того, что ровно 1 насос выйдет из строя.

2. Гидравлический фильтр может отказать с вероятностью 0,2 за год. В цехе установлено 2 таких фильтра. Найдите вероятность того, что ровно 1 фильтр выйдет из строя.

3. Гидравлический манометр прибора отображает показания давления с небольшой погрешностью. Погрешность показаний ξ распределена равномерно в диапазоне от $-0,2$ до $+0,2$ атмосферы. Найдите функцию распределения случайной величины ξ и вычислите вероятность того, что погрешность окажется меньше 0,1 атм.

Порядок выполнения работы:

1. Прочитать материал конспекта лекций.
2. На основании изложенного материала рассмотрите примеры решения задач.
3. В тетради для практических работ решить предложенные преподавателем задачи.

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" выставляется, если работа выполнена в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" выставляется, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью, но объем выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью или объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.