

*Приложение 2.23 к ОПОП по специальности
09.02.13 Интеграция решений с применением
технологий искусственного интеллекта*

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»
Многопрофильный колледж

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
ОП.01 ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ
«общепрофессионального цикла»
программы подготовки специалистов среднего звена
специальности 09.02.13 Интеграция решений с применением технологий искусственного
интеллекта**

Квалификация: Специалист по работе с искусственным интеллектом

Форма обучения
очная на базе основного общего образования

Рабочая программа учебной дисциплины «Элементы высшей математики» разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта по специальности среднего профессионального образования 09.02.13 Интеграция решений с применением технологий искусственного интеллекта, утвержденного приказом Министерства просвещения Российской Федерации от «24» декабря 2024 г. № 1025.

Организация-разработчик: Многопрофильный колледж ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г. И. Носова»

Разработчик:

преподаватель отделения №2 «Информационных технологий и транспорта»

Многопрофильного колледжа ФГБОУ ВО «МГТУ им. Г.И. Носова»

Елена Александровна Васильева

преподаватель отделения №2 «Информационных технологий и транспорта»

Многопрофильного колледжа ФГБОУ ВО «МГТУ им. Г.И. Носова»

Светлана Владимировна Меркулова

ОДОБРЕНО

Предметно-цикловой комиссией
«Информатики и вычислительной
техники»

Председатель Т.Б. Ремез

Протокол № 5.1 от «11» февраля 2026 г.

Методической комиссией МпК

Протокол № 4 от «18» февраля 2026 г.

СОДЕРЖАНИЕ

1 ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	4
1.1 Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы.....	4
1.2 Перечень планируемых результатов освоения дисциплины.....	4
1.3 Обоснование часов учебной дисциплины в рамках вариативной части	5
2 СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	6
2.1 Трудоемкость освоения дисциплины	6
2.2 Тематический план и содержание учебной дисциплины	7
2.3 Перечень практических и лабораторных занятий	11
3 УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	13
3.1 Материально-техническое обеспечение.....	13
3.2 Учебно-методическое и информационное обеспечение реализации программы	13
3.3 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся	13
4 КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ.....	20
4.1 Текущий контроль	20
4.2 Промежуточная аттестация	21
Приложение 1	23
ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ	23

1 ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1 Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы

Рабочая программа учебной дисциплины «Элементы высшей математики» является частью программы подготовки специалистов среднего звена по специальности 09.02.13 Интеграция решений с применением технологий искусственного интеллекта. Рабочая программа составлена для очной формы обучения.

Цель дисциплины: формирование у обучающихся математической подготовки, развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры и критичности мышления, необходимых для будущей профессиональной деятельности.

Дисциплина «Элементы высшей математики» включена в обязательную часть общепрофессионального цикла образовательной программы.

1.2 Перечень планируемых результатов освоения дисциплины

Содержание дисциплины ориентировано на подготовку обучающихся к освоению видов деятельности программы подготовки специалистов среднего звена по специальности и овладению следующими профессиональными и общими компетенциями:

ПК 3.2. Формировать сценарии обучения готовых моделей искусственного интеллекта.

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам.

ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности.

Результаты освоения дисциплины соотносятся с планируемыми результатами освоения образовательной программы, представленной в разделе 4 ППССЗ.

Требования к результатам освоения дисциплины

Индекс и наименование ОК, ПК	Результаты освоения	
	Умеет	Знает
ПК 3.2. Формировать сценарии обучения готовых моделей искусственного интеллекта.	Уд 1. Применять методы дифференциального и интегрального исчисления. Уд 2. Строить математические модели, решать системы линейных алгебраических уравнений разными методами. Уд 3. Применять SVD для анализа многомерных данных и уменьшения размерности данных в задачах машинного обучения.	Зд 1. Основы дифференциального и интегрального исчисления. Зд 2. Основы линейной алгебры, математического моделирования. Зд 3. Применение SVD для анализа данных и уменьшения размерности.
ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам	Уо 01.01 распознавать и анализировать задачу и/или проблему в профессиональном и/или социальном контексте; выделять её составные части; определять этапы решения задачи; составлять план действий; определять необходимые ресурсы; реализовывать составленный план	
ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности	Уо 02.01 определять необходимые источники информации; эффективно искать информацию, необходимую для решения задачи и/или проблемы, оформлять результаты поиска	Зо 02.01 основные источники информации и ресурсы для решения задач и проблем в профессиональном и/или социальном контексте

1.3 Обоснование часов учебной дисциплины в рамках вариативной части

Дополнительные профессиональные компетенции	Дополнительные знания, умения, навыки	Номер и наименование темы	Объем часов	Обоснование включения в рабочую программу
	Уд 2 Строить математические модели, решать системы линейных алгебраических уравнений разными методами Зд 2 Основы линейной алгебры, математического моделирования	Тема 2.2. Матрицы и системы линейных уравнений	6	Владение матричным аппаратом позволяет писать более эффективный, лаконичный и надежный код, а также понимать принципы работы многих современных технологий.
	Уд 3 Применять SVD для анализа многомерных данных и уменьшения размерности данных в задачах машинного обучения Зд 3 Применение SVD для анализа данных и уменьшения размерности	Тема 2.3. Сингулярное разложение матриц (SVD)	6	SVD — это мост между теоретической линейной алгеброй и практическими задачами искусственного интеллекта. Для будущего специалиста по интеграции ИИ-решений это знание позволяет не просто использовать готовые инструменты, а создавать эффективные, оптимизированные и глубоко понимаемые интеллектуальные системы.
	Уд 1. Применять методы дифференциального и интегрального исчисления. Уд 2. Строить математические модели, решать системы линейных алгебраических уравнений разными методами. Зд 1. Основы дифференциального и интегрального исчисления. Зд 2. Основы линейной алгебры, математического моделирования.	Тема 1.2. Производная и её применение	4	Изучение основ математического анализа необходимо для формирования инженерного мышления и понимания принципов, лежащих в основе современных технологий.
		Тема 1.3. Интегралы и их применение	4	
	Уд 2. Строить математические модели, решать системы линейных алгебраических уравнений разными методами. Зд 2. Основы линейной алгебры, математического моделирования.	Тема 3.1. Линейные модели	6	Умение переводить реальную проблему любой предметной области (бизнес, медицина, производство) на язык математики.
	Уд 1. Применять методы дифференциального и интегрального исчисления. Уд 2. Строить математические модели, решать системы линейных алгебраических уравнений разными методами. Зд 1. Основы дифференциального и интегрального исчисления. Зд 2. Основы линейной алгебры, математического моделирования.	Тема 3.2. Нелинейные модели	8	
Всего академических часов учебной дисциплины в рамках вариативной части			34	

2 СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1 Трудоемкость освоения дисциплины

Наименование составных частей дисциплины	Объем в часах	в т.ч. в форме практической подготовки
теоретические занятия (лекции, уроки)	48	0
практические занятия	32	0
лабораторные занятия	не предусмотрено	
самостоятельная работа	8	
промежуточная аттестация	18	
Форма промежуточной аттестации – экзамен		

2.2 Тематический план и содержание учебной дисциплины

Наименование разделов и тем учебной дисциплины	Содержание учебного материала, практические занятия, самостоятельная работа обучающихся	Объем, акад. ч / в том числе в форме практической подготовки, акад.ч.	Код ПК, ОК	Коды осваиваемых элементов компетенций
1	2	3	4	5
Раздел 1. Математический анализ		30/0		
Тема 1.1. Пределы и непрерывность функций	Содержание	8/0		
	Определение предела функции в точке и на бесконечности. Свойства пределов. Определение непрерывности функции. Примеры непрерывных и разрывных функций.	6/0	ПК 3.2, ОК 1, ОК 2	Зд 1, Зо 02.01
	В том числе практических занятий	2/0		
	Практическое занятие № 1. Вычисление пределов функций, определение типов разрывов функций. Анализ непрерывности функций на интервале.	2/0	ПК 3.2, ОК 1, ОК 2	Уд 1, Уо 01.01, Уо 02.01
Тема 1.2. Производная и её применение	Содержание	10/0		
	Определение производной и её геометрический смысл. Правила дифференцирования. Применение производных: нахождение экстремумов, исследование функций. Частные производные.	6/0	ПК 3.2, ОК 1, ОК 2	Зд 1, Зо 02.01
	В том числе практических занятий	4/0		
	Практическое занятие № 2. Вычисление производных для элементарных и составных функций. Исследование функций с помощью производных.	2/0	ПК 3.2, ОК 1, ОК 2	Уд 1, Уо 01.01, Уо 02.01
	Практическое занятие № 3. Применение частных производных в многомерных функциях.	2/0	ПК 3.2, ОК 1, ОК 2	Уд 1, Уо 01.01, Уо 02.01
Тема 1.3. Интегралы и их применение	Содержание	12/0		
	Определение неопределённого и определённого интеграла. Основные методы интегрирования (подстановка, интегрирование	6/0	ПК 3.2, ОК 1, ОК 2	Зд 1, Зо 02.01

	по частям). Применение интегралов для расчёта площадей, объёмов и физических величин.			
	В том числе практических занятий	4/0		
	Практическое занятие № 4. Вычисление неопределённых интегралов методом подстановки и по частям.	2/0	ПК 3.2, ОК 1, ОК 2	Уд 1, Уо 01.01, Уо 02.01
	Практическое занятие № 5. Применение определённых интегралов.	2/0	ПК 3.2, ОК 1, ОК 2	Уд 1, Уо 01.01, Уо 02.01
	Самостоятельная работа	2/0		
	Индивидуальное практическое задание на тему: Решение задач математического анализа	2/0	ПК 3.2, ОК 1, ОК 2	Уд 1, Уо 01.01, Уо 02.01 Зд 1, Зо 02.01 Уд 1, Уо 01.01, Уо 02.01
Раздел 2. Линейная алгебра		36/0		
Тема 2.1. Векторы и операции над ними	Содержание	8/0		
	Определение вектора, скалярное произведение, длина вектора. Операции с векторами: сложение, вычитание, умножение на число.	6/0	ПК 3.2, ОК 1, ОК 2	Зд 2, Зо 02.01
	В том числе практических занятий	2/0		
	Практическое занятие № 6. Операции с векторами. Применение скалярного и векторного произведений в задачах аналитической геометрии.	2/0	ПК 3.2, ОК 1, ОК 2	Уд 2, Уо 01.01, Уо 02.01
Тема 2.2. Матрицы и системы линейных уравнений	Содержание	14/0		
	Определение матрицы, транспонирование, обратная матрица. Умножение матриц. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.	6/0	ПК 3.2, ОК 1, ОК 2	Зд 2, Зо 02.01
	В том числе практических занятий	8/0		
	Практическое занятие № 7. Операции с матрицами.	4/0	ПК 3.2, ОК 1, ОК 2	Уд 2, Уо 01.01, Уо 02.01
	Практическое занятие № 8. Решение СЛАУ методами Гаусса,	4/0	ПК 3.2,	Уд 2,

	Крамера и при помощи обратной матрицы.		ОК 1, ОК 2	Уо 01.01, Уо 02.01
Тема 2.3. Сингулярное разложение матриц (SVD)	Содержание	14/0		
	Основы разложения матрицы. Применение SVD для анализа данных и уменьшения размерности.	6/0	ПК 3.2, ОК 1, ОК 2	Зд 2, Зд 3, Зо 02.01
	В том числе практических занятий	4/0		
	Практическое занятие № 9. Реализация сингулярного разложения матрицы с помощью вычислительных методов.	2/0	ПК 3.2, ОК 1, ОК 2	Уд 2, Уд 3, Уо 01.01, Уо 02.01
	Практическое занятие № 10. Применение SVD для анализа многомерных данных. Уменьшение размерности данных с использованием SVD в задачах машинного обучения.	2/0	ПК 3.2, ОК 1, ОК 2	Уд 2, Уд 3, Уо 01.01, Уо 02.01
	Самостоятельная работа	4/0		
	Индивидуальное практическое задание на тему: Применение матричного анализа в задачах машинного обучения.	4/0	ПК 3.2, ОК 1, ОК 2	Зд 2, Зд 3, Зо 02.01 Уд 2, Уд 3, Уо 01.01, Уо 02.01
Раздел 3. Математические модели и их применение		22/0		
Тема 3.1. Линейные модели	Содержание	10/0		
	Построение и анализ линейных моделей. Пример использования линейных моделей в задачах предсказания.	6/0	ПК 3.2, ОК 1, ОК 2	Зд 2, Зо 02.01
	В том числе практических занятий	4/0		
	Практическое занятие № 11. Построение линейной модели на основе экспериментальных данных. Оценка параметров линейной регрессии с помощью метода наименьших квадратов	2/0	ПК 3.2, ОК 1, ОК 2	Уд 2, Уо 01.01, Уо 02.01
	Практическое занятие № 12. Применение линейных моделей для предсказания значений.	2/0	ПК 3.2, ОК 1, ОК 2	Уд 2, Уо 01.01, Уо 02.01
Тема 3.2. Нелинейные модели	Содержание	12/0		
	Построение и анализ нелинейных моделей. Применение нелинейных моделей в задачах предсказания.	6/0	ПК 3.2, ОК 1, ОК 2	Зд 2, Зо 02.01
	В том числе практических занятий	4/0		
	Практическое занятие №13. Построение полиномиальной модели	2/0	ПК 3.2,	Уд 2,

	для аппроксимации данных.		ОК 1, ОК 2	Уо 01.01, Уо 02.01
	Практическое занятие №14. Решение задач прогнозирования с помощью экспоненциальной и логарифмической нелинейных моделей.	2/0	ПК 3.2, ОК 1, ОК 2	Уд 2, Уо 01.01, Уо 02.01
	Самостоятельная работа	2/0		
	Индивидуальное практическое задание на тему: Применение нелинейных моделей для анализа зависимостей и предсказания сложных процессов.	2/0	ПК 3.2, ОК 1, ОК 2	Зд 2, Зо 02.01 Уд 2, Уо 01.01, Уо 02.01
Промежуточная аттестация		18/0		
Всего		106/0		

2.3 Перечень практических и лабораторных занятий

Номенклатура практических и лабораторных занятий должна обеспечивать освоение названных в разделе 1.2 рабочей программы умений.

Темы практических занятий	Содержание (краткое описание)	Специализированное оборудование, технические средства, программное обеспечение
Раздел 1. Математический анализ		
Практическое занятие № 1. Вычисление пределов функций, определение типов разрывов функций. Анализ непрерывности функций на интервале.	формирование умений вычислять односторонние пределы функций, классифицировать точки разрыва	Не требуется
Практическое занятие № 2. Вычисление производных для элементарных и составных функций. Исследование функций с помощью производных.	формирование умений вычислять производные элементарных функций, умений исследования функции	Не требуется
Практическое занятие № 3. Применение частных производных в многомерных функциях.	формирование умений нахождения частных производных первого порядка	Не требуется
Практическое занятие № 4. Вычисление неопределённых интегралов методом подстановки и по частям.	формирование умений вычислять неопределённые интегралы заменой переменной и по частям	Не требуется
Практическое занятие № 5. Применение определённых интегралов.	формирование умений решать задачи на применение определённых интегралов	Не требуется
Раздел 2. Линейная алгебра		
Практическое занятие № 6. Операции с векторами. Применение скалярного и векторного произведений в задачах аналитической геометрии.	формирование умений выполнять операции над векторами, формирование умений решать задачи по теории алгебры векторов	Не требуется
Практическое занятие № 7. Операции с матрицами.	формирование умений выполнять операции над матрицами	Не требуется
Практическое занятие № 8. Решение СЛАУ методами Гаусса, Крамера и при помощи обратной матрицы.	формирование умений решать системы линейных уравнений различными методами	Не требуется
Практическое занятие № 9. Реализация	формирование умений сингулярного	Не требуется

сингулярного разложения матрицы с помощью вычислительных методов.	разложения матриц	
Практическое занятие № 10. Применение SVD для анализа многомерных данных. Уменьшение размерности данных с использованием SVD в задачах машинного обучения.	формирование умений сингулярного разложения (SVD) для анализа и преобразования многомерных данных	Не требуется
Раздел 3. Математические модели и их применение		
Практическое занятие № 11. Построение линейной модели на основе экспериментальных данных. Оценка параметров линейной регрессии с помощью метода наименьших квадратов	формирование умений построения линейной модели	Не требуется
Практическое занятие № 12. Применение линейных моделей для предсказания значений.	формирование умений применять линейные модели для предсказания значений	Не требуется
Практическое занятие №13. Построение полиномиальной модели для аппроксимации данных.	формирование умений построения полиномиальной модели для аппроксимации данных	Не требуется
Практическое занятие №14. Решение задач прогнозирования с помощью экспоненциальной и логарифмической нелинейных моделей.	формирование умений решать задачи прогнозирования	Не требуется

3 УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1 Материально-техническое обеспечение

Для реализации программы учебной дисциплины предусмотрены следующие специальные помещения:

Кабинет «Математических дисциплин», оснащенный в соответствии с приложением 3 образовательной программы.

Помещение для воспитательной работы, оснащенное в соответствии с приложением 3 образовательной программы.

Компьютерный класс, оснащенный в соответствии с приложением 3 образовательной программы.

3.2 Учебно-методическое и информационное обеспечение реализации программы

Основные источники:

1. Бардушкин, В.В. Математика. Элементы высшей математики: учебник: в 2 томах. Том 1 / В.В. Бардушкин, А.А. Прокофьев. – Москва: КУРС: ИНФРА-М, 2026. – 304 с. – (Среднее профессиональное образование). – ISBN 978-5-906923-05-9. – Текст: электронный. – Режим доступа: <https://znanium.ru/catalog/product/2213436>.

2. Бардушкин, В.В. Математика. Элементы высшей математики: учебник: в 2 томах. Том 2 / В.В. Бардушкин, А.А. Прокофьев. – Москва: КУРС: ИНФРА-М, 2026. – 368 с. – (Среднее профессиональное образование). – ISBN 978-5-906923-34-9. – Текст: электронный. – Режим доступа: <https://znanium.ru/catalog/product/2236736>

Дополнительные источники:

1. Гулиян, Б.Ш. Элементы высшей математики: учебное пособие / Б.Ш. Гулиян, Г.Б. Гулиян. – Москва: КноРус, 2025. – 436 с. – ISBN 978-5-406-13682-9. – Текст: электронный. – Режим доступа: <https://book.ru/book/955434>.

Интернет-ресурсы:

1. Интуит – национальный открытый университет <http://www.intuit.ru/studies/courses>
2. Портал цифрового образования. <http://www.digital-edu.ru/>
3. Российская государственная библиотека <http://www.rsl.ru>
4. СПО в российских школах: команда ALT Linux рассказывает о внедрении свободного программного обеспечения в школах России [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://freeschool.altlinux.ru> /, свободный. – Загл. с экрана. Яз. рус.

3.3 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа является обязательной для каждого обучающегося. Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений обучающихся.

Самостоятельную работу лучше провести в конце изучения дисциплины.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия и внеаудиторную самостоятельную работу обучающихся по учебной дисциплине, проходит как в письменной, так и устной или смешанной форме, с представлением изделия или продукта самостоятельной деятельности.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы используются: Индивидуальное практическое задание.

№	Наименование раздела/темы	Оценочные средства (задания) для самостоятельной внеаудиторной работы
1	Раздел 1. Математический анализ	Индивидуальное практическое задание на тему: Решение задач математического анализа Цель задания: Закрепить навыки вычисления производных сложных функций. Понять и практически применить уравнение касательной к графику

	функции. Исследовать функцию с помощью производной для поиска точек экстремума. Сформировать понимание, как эти задачи напрямую связаны с оптимизацией и обучением моделей ИИ. Задача: Вы — разработчик в стартапе, который создает «умный» терморегулятор. Эффективность работы устройства описывается математической функцией, где x — это уровень мощности (от 0 до 10), а y — скорость нагрева помещения (в градусах в минуту). Функция эффективности имеет вид: $f(x) = -0.1x^3 + 0.9x^2 + 10$ Часть 1. Анализ скорости изменения (Производная) Задание 1.1. Вычисление производной. Найдите производную функции $f'(x)$, которая описывает мгновенную скорость изменения эффективности при изменении уровня мощности. Задание 1.2. Анализ в конкретной точке. Вычислите значение производной $f'(x)$ в точке $x=5$ (средняя мощность). Вопрос для интерпретации: Что означает полученный результат? Эффективность растет или падает при увеличении мощности от уровня 5? Часть 2. Поиск оптимальной точки (Экстремумы) Чтобы найти самый эффективный режим работы, нужно найти точку максимума функции. Задание 2.1. Поиск критических точек. Приравняйте производную $f'(x)$ к нулю и решите полученное квадратное уравнение. Найдите значения x, при которых скорость изменения эффективности равна нулю (критические точки). Задание 2.2. Определение максимума. Используя метод интервалов (или вторую производную), определите, какая из найденных точек является точкой максимума. Вычислите значение функции $f(x)$ в этой точке. Это и будет максимальная эффективность вашего терморегулятора. Вывод: Какой уровень мощности (x) нужно выставить, чтобы достичь максимальной скорости нагрева? Часть 3. Линейная аппроксимация (Градиентный шаг) Это ключевая часть, связывающая анализ с ИИ. Представьте, что сейчас регулятор работает на мощности $x_0=8$. Мы хотим немного изменить мощность (Δx), чтобы приблизиться к максимуму. Задание 3.1. Уравнение касательной. Запишите уравнение касательной к графику функции $f(x)$ в точке $x_0=8$. Это уравнение имеет вид: $L(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ Эта формула — не что иное, как линейная аппроксимация или первый шаг метода градиентного спуска. Задание 3.2. Прогноз эффективности. Используя полученное уравнение касательной $L(x)$, спрогнозируйте, какой была бы эффективность, если бы мы изменили мощность на небольшую величину, например, до $x=8.5$. <i>Сравните:</i> Какое значение дает реальное уравнение $f(8.5)$ и какое — линейная аппроксимация $L(8.5)$? Почему они близки? Часть 4. Рефлексия и связь с ИИ Задание 4. Ответьте на вопросы В Задании 2 вы нашли максимум функции. В машинном обучении этот процесс называется оптимизацией. Как называется метод, который мы использовали (приравнивание производной к нулю)?
--	--

		В Задании 3 вы использовали линейную аппроксимацию. Как называется самый популярный алгоритм обучения нейросетей, который по сути является многократным повторением таких «шагов» вдоль касательной (в направлении, противоположном градиенту)? Почему для обучения сложных моделей (например, ChatGPT) нельзя использовать метод из Задания 2 (приравнивание производной к нулю), а приходится использовать метод из Задания 3? Требования к оформлению и сдаче Работа должна содержать: Все промежуточные вычисления: нахождение производной, решение квадратного уравнения. Подробное решение для нахождения точки максимума. Вычисление значений функции и производной в заданных точках. Запись уравнения касательной. Ответы на вопросы из Части 4 с развернутыми выводами. Критерии оценивания «5» (отлично): Задание выполнено в полном объеме и без ошибок. Студент демонстрирует глубокое понимание связи между математическими операциями (нахождение производной, экстремума) и их смыслом в задачах оптимизации ИИ. Ответы на вопросы рефлексии полные, технически грамотные и показывают инженерный склад ума. «4» (хорошо): Задание выполнено в полном объеме. Допущены незначительные вычислительные ошибки (арифметические погрешности), которые не повлияли на правильность хода решения и итоговых выводов. Студент понимает теоретическую связь с ИИ, но может допускать неточности в формулировках. «3» (удовлетворительно): Задание выполнено частично или с грубыми концептуальными ошибками (например, перепутан максимум с минимумом). Студент не смог правильно интерпретировать физический/инженерный смысл производной или допустил ошибки в составлении уравнения касательной. Связь с темой ИИ не прослеживается или указана неверно. «2» (неудовлетворительно): Работа не выполнена, сдана не в полном объеме или содержит только переписанные условия без попытки решения математических задач.
2	Раздел 2. Линейная алгебра	Индивидуальное практическое задание на тему: Применение матричного анализа в задачах машинного обучения. Цель задания: Закрепить навыки выполнения операций с матрицами (умножение, транспонирование). Научиться представлять данные в виде матриц и векторов. Понять и практически реализовать базовый алгоритм машинного обучения — линейную регрессию — в матричной форме. Сделать вывод о важности матричного исчисления для эффективности вычислений в ИИ. Задача: Вы — стажер в отделе Data Science. Вашей первой задачей является создание простой модели для прогнозирования цены квартиры на основе её параметров. У вас есть небольшой набор данных, и вам нужно вручную (с помощью матричных вычислений) найти коэффициенты для формулы оценки. Часть 1. Подготовка данных (Матричный этап) У нас есть данные о 4 квартирах. Для каждой квартиры известны:

x1: Площадь (в м²).
 x2: Этаж (1-й, 2-й и т.д.).
 y: Цена (в условных единицах).

Квартира	Площадь (x1)	Этаж (x2)	Цена (y)
1	45	5	5200
2	30	2	3500
3	60	10	7100
4	25	1	3000

Задание 1.1. Формализация данных. Представьте эти данные в виде матриц и векторов, как это принято в машинном обучении:

Сформируйте матрицу признаков X размером 4×3 . Не забудьте добавить первый столбец из единиц (bias/смещение).

Сформируйте вектор целевой переменной y размером 4×1 .

Задание 1.2. Базовые операции. Выполните следующие матричные операции:

Найдите транспонированную матрицу X^T .

Вычислите произведение матриц $A = X^T * X$. Это квадратная матрица размером 3×3 .

Часть 2. Построение модели (Линейная регрессия)

В основе простой линейной регрессии лежит так называемое Нормальное уравнение:

$$\vec{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T y$$

Где $\vec{\beta}$ — это вектор искомых коэффициентов нашей модели.

Задание 2.1. Вычисление обратной матрицы. На основе матрицы A , полученной в Задании 1.2, вычислите обратную ей матрицу A^{-1} .

Примечание: Для вычисления обратной матрицы 3×3 рекомендуется использовать метод Гаусса-Жордана или воспользоваться онлайн-калькулятором/ПО, так как вычисления вручную очень громоздки.

Задание 2.2. Нахождение вектора коэффициентов

Вычислите произведение матриц $B = A^{-1} * X^T$.

Вычислите итоговый вектор коэффициентов $\vec{\beta} = B * y$. В результате вы должны получить вектор-столбец $\vec{\beta} = (\beta_0 \ \beta_1 \ \beta_2)$.

Вы нашли коэффициенты для уравнения вида:

$$\text{Цена} = \beta_0 + \beta_1(\text{Площадь}) + \beta_2(\text{Этаж})$$

Задание 3.1. Интерпретация модели. Запишите полученное уравнение с найденными числовыми коэффициентами.

Что означает коэффициент β_0 ?

Что означают коэффициенты β_1 и β_2 ?

Задание 3.2. Прогноз. Используя полученную модель, спрогнозируйте цену квартиры площадью 50 м² на 7 этаже.

Часть 4. Рефлексия (для выводов)

Задание 4. Ответьте на вопросы

Почему для решения этой задачи нам не понадобилось "обучать" модель в цикле (как это делают нейросети)? В чем преимущество Нормального уравнения для таких маленьких наборов данных?

С какими трудностями вы столкнулись при ручных вычислениях? Как вы

		думаете, как инженеры решают эти проблемы, когда данных миллионы строк? Требования к оформлению и сдаче Работа должна содержать: Все исходные матрицы (X, y, X^T, A) и результаты промежуточных вычислений (A^{-1}, B, β^*). Итоговое уравнение регрессии. Результат прогноза. Ответы на вопросы из Части 4. Критерии оценивания «5» (отлично): Задание выполнено в полном объеме. Все матрицы составлены верно. Промежуточные вычисления корректны. Студент правильно применил формулу Нормального уравнения, получил верные коэффициенты модели и сделал точный прогноз. Ответы на вопросы рефлексии полные и демонстрируют глубокое понимание темы. «4» (хорошо): Задание выполнено в полном объеме. Допущены незначительные вычислительные ошибки (например, описка в одном из элементов матрицы), которые, однако, не привели к фатальному искажению итогового результата. Прогноз выполнен на основе неверных, но близких к верным коэффициентам. Оформление аккуратное. «3» (удовлетворительно): Задание выполнено частично или с грубыми ошибками. Студент неправильно составил исходные матрицы или допустил ошибки в базовых операциях (транспонирование, умножение), что привело к неверному итоговому результату. Прогноз не может быть сделан или абсурден. Оформление небрежное. «2» (неудовлетворительно): Работа не выполнена, сдана не в полном объеме или содержит только переписанные условия без попытки решения.																										
3	Раздел 3. Математическ е модели и их применение	Индивидуальное практическое задание на тему: Применение нелинейных моделей для анализа зависимостей и предсказания сложных процессов. Цель задания: Закрепить на практике методы аппроксимации (приближения) данных с помощью нелинейных функций. Научиться выбирать вид модели на основе анализа данных. Применить метод наименьших квадратов для подбора параметров модели. Оценить качество полученной модели и сделать прогноз. Задача: Вы — младший аналитик в компании, которая разрабатывает систему «Умный дом». Ваша задача — проанализировать данные о потреблении электроэнергии в течение суток и построить математическую модель, которая позволит прогнозировать нагрузку на сеть и оптимизировать работу бытовых приборов. Часть 1. Анализ данных и выбор модели (Теоретическая) Вам предоставлены данные об усредненном потреблении электроэнергии (в кВт· ч) в течение суток. Время t измеряется в часах ($t=0$ — полночь, $t=12$ — полдень). <table><tr><td>**Время (t), часы</td><td>0</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td><td>10</td><td>12</td><td>14</td><td>16</td><td>18</td><td>20</td><td>22</td></tr><tr><td>Потребление (P), кВт· ч</td><td>0.5</td><td>0.7</td><td>0.9</td><td>1.5</td><td>2.8</td><td>4.5</td><td>6.0</td><td>5.2</td><td>4.0</td><td>3.2</td><td>2.5</td><td>1.</td></tr></table> Задание 1.1. Визуальный анализ. Постройте на миллиметровой бумаге или в электронной таблице (Excel, Google Sheets) точечный график зависимости $P(t)$. По оси X откладывайте время, по оси Y — потребление.	**Время (t), часы	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	Потребление (P), кВт· ч	0.5	0.7	0.9	1.5	2.8	4.5	6.0	5.2	4.0	3.2	2.5	1.
**Время (t), часы	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22																
Потребление (P), кВт· ч	0.5	0.7	0.9	1.5	2.8	4.5	6.0	5.2	4.0	3.2	2.5	1.																

	Задание 1.2. Выбор вида модели. Проанализировав график, ответьте на вопрос: можно ли описать эту зависимость с помощью линейной функции вида $P(t)=at+b$? Ответ: Нет, зависимость явно нелинейная (есть пик в середине дня). Предложите два вида нелинейных функций, которые, на ваш взгляд, могут хорошо описать этот процесс: Квадратичная функция (парабола): $P_1(t)=at^2+bt+c$. Обоснование: График имеет один ярко выраженный максимум, что характерно для параболы, ветви которой направлены вниз. Тригонометрическая функция (синусоида): $P_2(t)=A\sin(\omega t+\phi)+B$. Обоснование: Суточный цикл потребления — это периодический процесс, который идеально описывается синусоидой. Часть 2. Построение математической модели (Практическая) Вы будете работать с квадратичной моделью $P_1(t)=at^2+bt+c$. Задание 2.1. Составление системы уравнений. Для нахождения коэффициентов aa, bb и cc воспользуемся методом наименьших квадратов (МНК). Для этого нужно минимизировать сумму квадратов отклонений. Это сводится к решению системы нормальных уравнений. Используя данные из таблицы (всего 12 точек), составьте систему из трех линейных уравнений относительно неизвестных a, b и c. Для этого вычислите необходимые суммы: $\sum t_i, \sum t_i^2, \sum t_i^3, \sum t_i^4$ $\sum P_i, \sum (t_i P_i), \sum (t_i^2 P_i)$ Запишите итоговую систему уравнений в общем виде. Задание 2.2. Решение системы. Решите полученную систему уравнений любым известным вам способом (метод Гаусса, матричный метод с помощью обратной матрицы, использование ПО). Найдите числовые значения коэффициентов a, b и c. Подсказка: Коэффициент a должен получиться отрицательным, так как ветви параболы направлены вниз. Часть 3. Анализ и прогнозирование Задание 3.1. Построение итогового графика. Постройте на том же графике, что и в Задании 1.1, полученную квадратичную функцию $P_1(t)$ с найденными коэффициентами. Сравните, насколько хорошо модель описывает реальные данные. Задание 3.2. Прогнозирование. Используя полученную модель, вычислите прогнозное потребление электроэнергии в 13:00 ($t=13$). Сравните ваш результат с реальным значением из таблицы для 12:00 ($t=12$) и 14:00 ($t=14$). Оцените адекватность прогноза. Задание 3.3. Интерпретация результата. Ответьте на вопросы: В какое время суток, согласно вашей модели, потребление энергии будет максимальным? (Найдите вершину параболы $t_{\text{верш}}=-b/(2a)$). Каково минимальное прогнозируемое потребление и в какое время оно достигается? Какую роль играет коэффициент c в вашей модели с точки зрения физического смысла задачи? Требования к оформлению и сдаче Работа выполняется в электронном или рукописном виде и должна содержать: Все промежуточные вычисления (суммы для системы уравнений). Полностью решенную систему уравнений с найденными коэффициентами. Два графика (исходные данные и модель).
--	---

	Ответы на все вопросы из Части 3. Краткие выводы по работе. Критерии оценивания «5» (отлично): Выставляется студенту, если расчетная и графическая части выполнены в полном объеме, решение оформлено с соблюдением установленных правил; студент свободно владеет теоретическим материалом, безошибочно применяет его при решении задач, дает полные и правильные ответы на вопросы для интерпретации, а также может обосновать выбор квадратичной модели. «4» (хорошо): Выставляется студенту, если при выполнении задания допущены незначительные вычислительные ошибки, не влияющие на общий ход решения, или погрешности при построении графика; решение оформлено аккуратно; студент владеет теоретическим материалом, но допустил неточности при ответах на вопросы для интерпретации. «3» (удовлетворительно): Выставляется студенту, если задание выполнено с «грубыми» ошибками (неправильно составлена система уравнений, неверно найдены коэффициенты), что привело к неверному результату; решение оформлено небрежно или с нарушением правил; ответы на вопросы для интерпретации отсутствуют или неверны. «2» (неудовлетворительно): Выставляется студенту, если работа не выполнена, содержит только попытку решения без значимых результатов или сдана не в полном объеме.
--	--

4 КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Контроль и оценка результатов освоения дисциплины осуществляется преподавателем в процессе текущего контроля и промежуточной аттестации.

4.1 Текущий контроль

№	Контролируемые разделы (темы) учебной дисциплины	Контролируемые результаты	Наименование оценочного средства	Критерии оценки
1	Тема 1.1. Пределы и непрерывность функций	ПК 3.2, ОК 1, ОК 2	Тест	См. ниже
2	Тема 1.2. Производная и её применение	ПК 3.2, ОК 1, ОК 2	Тест	См. ниже
3	Тема 1.3. Интегралы и их применение	ПК 3.2, ОК 1, ОК 2	Тест	См. ниже
4	Раздел 1. Математический анализ	ПК 3.2, ОК 1, ОК 2	Контрольная работа	См. ниже
5	Тема 2.1. Векторы и операции над ними	ПК 3.2, ОК 1, ОК 2	Тест	См. ниже
6	Тема 2.2. Матрицы и системы линейных уравнений	ПК 3.2, ОК 1, ОК 2	Тест	См. ниже
7	Раздел 2. Линейная алгебра	ПК 3.2, ОК 1, ОК 2	Контрольная работа	См. ниже
8	Раздел 3. Математические модели и их применение	ПК 3.2, ОК 1, ОК 2	Контрольная работа	См. ниже

Критерии оценки тестирования:

За правильно выполненное действие, задание выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильно выполненное действие, задание выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

Для оценки образовательных достижений обучающихся применяется универсальная шкала.

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Критерии оценки контрольной работы:

«5» (отлично): заслуживает студент, обнаруживший всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой.

«4» (хорошо): выставляется студентам, показавшим систематический характер знаний по теме и способным к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности, допустившим незначительные ошибки при выполнении работы.

«3» (удовлетворительно): выставляется студентам, допустившим погрешности в ответе на теоретические вопросы и при выполнении практической части, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.

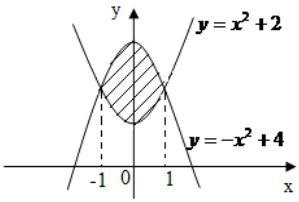
«2» (неудовлетворительно): выставляется студенту, обнаружившему пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий.

4.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация обучающихся осуществляется по завершении изучения дисциплины и позволяет определить качество и уровень ее освоения.

Форма промежуточной аттестации по дисциплине «Элементы высшей математики» - экзамен.

Результаты обучения	Оценочные средства для промежуточной аттестации
ПК 3.2, ОК 01, ОК 02	ТЕСТ 1. Переменная y системы уравнений $\begin{cases} -3x + 6y - 8z = 2, \\ x + y + z = -4, \\ -3x - y + 2z = 2 \end{cases}$ определяется по формуле ... а) $y = \frac{\begin{vmatrix} -3 & 6 & 2 \\ 1 & 1 & -4 \\ -3 & -1 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -3 & 6 & -8 \\ 1 & 1 & 1 \\ -3 & -1 & 2 \end{vmatrix}};$ б) $y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 6 & -8 \\ -4 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -3 & 6 & -8 \\ 1 & 1 & 1 \\ -3 & -1 & 2 \end{vmatrix}};$ в) $y = \frac{\begin{vmatrix} -3 & 6 & -8 \\ 1 & 1 & 1 \\ -3 & -1 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -3 & 2 & -8 \\ 1 & - & 1 \\ -3 & 2 & 2 \end{vmatrix}};$ г) $y = \frac{\begin{vmatrix} -3 & 2 & -8 \\ 1 & - & 1 \\ -3 & 2 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -3 & 6 & -8 \\ 1 & 1 & 1 \\ -3 & -1 & 2 \end{vmatrix}}.$ 2. Значение неизвестного элемента определителя $\begin{vmatrix} x & -2 \\ -1 & 8 \end{vmatrix} = 14$ равно ... 3. Длина вектора $\vec{a} = (2; -11)$ равна ... а) $\sqrt{13};$ б) 13; в) 9; г) $5\sqrt{5}.$ 4. Значение предела $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + 5x + 3x^2 - 9x^3}{4 - x + 3x^3}$ равно ... а) 0; б) -3; в) $\frac{1}{4};$ г) $\infty.$ 5. Проанализируйте условие задания, выберите соответствующий алгоритм для исследования функции и найдите максимум заданной функции: $y = -x^3 + 6x^2 + 15x + 10$ 6. Площадь фигуры, изображенной на рисунке, определяется интегралом ...

	
а) $\int_2^4 ((x^2 + 2) - (-x^2 + 4)) dx;$	б) $\int_{-1}^1 ((-x^2 + 4) - (x^2 + 2)) dx;$
в) $\int_{-1}^1 ((x^2 + 2) - (-x^2 + 4)) dx;$	г) $\int_2^4 ((-x^2 + 4) - (x^2 + 2)) dx.$

Критерии оценки зачета с оценкой

За правильно выполненное действие, задание выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильно выполненное действие, задание выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

Для оценки образовательных достижений обучающихся применяется универсальная шкала.

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При проведении теоретических и практических/лабораторных занятий используются следующие педагогические технологии:

№ п/п	Название образовательной технологии (с указанием автора) / активные и интерактивные методы обучения	Цель использования образовательной технологии	Планируемый результат использования образовательной технологии	Описание порядка использования (алгоритм применения) технологии в практической профессиональной деятельности
1	Информационно-коммуникационная технология (Гарольд Дж. Ливитт и Томас Л. Уислер)	Повышение качества обучения за счет внедрения современных технологий, использование программы для математических расчетов Mathway	Формирование умений самостоятельно: 1) студенты пользуются образовательным порталом (выполняют тест, скачивают задания); 2) пользуются сетевой папкой; 3) совместное использование студентами интерактивной доски Padlet; 4) выполнение практической работы за компьютером	Применение офлайн и онлайн обучения в профессиональной деятельности. Офлайн-обучение: создание обучающимися презентаций и их демонстрация на занятии; применение на уроке курсов образовательного портала для закрепления и контроля усвоения материала (тестирование, задания для самостоятельной работы). Онлайн-обучение: организация учебного процесса посредством электронных площадок (образовательный портал, интерактивная доска Padlet)
2	Здоровьесберегающие технологии	Сохранение и поддержание здоровья обучающихся	Благоприятный микроклимат и психологическая обстановка	Соблюдение требований к освещению, температурному режиму, влажности; проветривание перед началом занятия;

				физкультминутка на уроке; смена видов деятельности на уроке.
3	Технология групповой деятельности Она была описана у И. Первина, А.Г. Ривина, Н. Гузика, В.К. Дьяченко, и других.	Активизация познавательной деятельности, приобщение к коллективному взаимодействию	Использование групповых технологий обучения ведет к: взаимообогащению знаниями при работе в группе; активизации познавательных процессов; самостоятельному распределению действий и операций; коммуникации и обсуждениям для большего взаимопонимания; обмену способами действий и их решений; рефлексии.	Технологический процесс работы обучающихся в группе включает в себя элементы: подготовительная часть; непосредственная групповая работа; завершающая часть.
4	Технология смешанного обучения С. Твигг модель Emporium Model (условия электронного обучения на специальном сайте учебной организации в специально оборудованных компьютерных классах)	Активизация деятельности обучающегося на получение информации и указаний	- акцент внимания на обучающемся, его индивидуальном обучении и восприятии материала; – повышение познавательной активности и мотивации усвоения знаний и умений; - формирование знаний, умений закрепление знаний, - формирование умений анализировать и преобразовывать информацию.	- использование электронных курсов на образовательном портале для изучения материала, выполнения заданий (система MOODLE (образовательный портал МГТУ им.Г.И. Носова)): - демонстрация теоретического материала и визуализации содержания темы занятия и порядка работы; - формирование новых умений; - активизация самостоятельной деятельности.