Приложение 4.3.1 к ОПОП по специальности
38.02.08 Торговое дело

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»

Многопрофильный колледж

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ОУП.03 МАТЕМАТИКА

для обучающихся специальности
38.02.08 Торговое дело

Магнитогорск, 2025

ОГЛАВЛЕНИЕ

1 ВВЕДЕНИЕ

Важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки обучающихся составляют практические занятия.

Состав и содержание практических занятий направлены на реализацию Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования с учетом получаемой специальности.

Ведущей дидактической целью практических занятий является формирование профессиональных практических умений (умений выполнять определенные действия, операции, необходимые в последующем в профессиональной деятельности) или учебных практических умений (умений решать задачи по математике, физике, химии, информатике и др.), необходимых в последующей учебной деятельности.

В соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «Математика» предусмотрено проведение практических занятий.

Выполнение практических работ обеспечивает достижение обучающимися следующих **результатов:**

ПРб1. владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

ПРб2. умение оперировать понятиями: степень числа, логарифм числа; умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений;

ПРб3. умение оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы;

ПРб4. умение оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; умение находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную при решении задач на движение; решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение пути, скорости и ускорения;

ПРб5. умение оперировать понятиями: рациональная функция, показательная функция, степенная функция, логарифмическая функция, тригонометрические функции, обратные функции; умение строить графики изученных функций, использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами;

ПРб6. умение решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами); составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;

ПРб7. умение оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств;

ПРб8. умение оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач; оценивать вероятности реальных событий; знакомство со случайными величинами; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях;

ПРб9. умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, двугранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира;

ПРб10. умение оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, сечения фигуры вращения, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, площадь сферы, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение изображать многогранники и поверхности вращения, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств; умение распознавать симметрию в пространстве; умение распознавать правильные многогранники;

ПРб11. умение оперировать понятиями: движение в пространстве, подобные фигуры в пространстве; использовать отношение площадей поверхностей и объемов подобных фигур при решении задач;

ПРб12. умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы;

ПРб13. умение оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, скалярное произведение, угол между векторами, сумма векторов, произведение вектора на число; находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками;

ПРб14. умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве; умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;

ПРу1. умение оперировать понятиями: определение, аксиома, теорема, следствие, свойство, признак, доказательство, равносильные формулировки; умение формулировать обратное и противоположное утверждение, приводить примеры и контрпримеры, использовать метод математической индукции; проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений;

ПРу2. умение оперировать понятиями: множество, подмножество, операции над множествами; умение использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений и при решении задач, в том числе из других учебных предметов;

ПРу3. умение оперировать понятиями: граф, связный граф, дерево, цикл, граф на плоскости; умение задавать и описывать графы различными способами; использовать графы при решении задач;

ПРу4. умение свободно оперировать понятиями: сочетание, перестановка, число сочетаний, число перестановок; бином Ньютона; умение применять комбинаторные факты и рассуждения для решения задач;
ПРу5. умение оперировать понятиями: натуральное число, целое число, остаток по модулю, рациональное число, иррациональное число, множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел; умение использовать признаки делимости, наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное, алгоритм Евклида при решении задач; знакомство с различными позиционными системами счисления;
ПРу6. умение свободно оперировать понятиями: степень с целым показателем, корень натуральной степени, степень с рациональным показателем, степень с действительным (вещественным) показателем, логарифм числа, синус, косинус и тангенс произвольного числа;
ПРу7. умение оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем, рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения, неравенства и системы; умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни;
ПРу8. умение свободно оперировать понятиями: график функции, обратная функция, композиция функций, линейная функция, квадратичная функция, степенная функция с целым показателем, тригонометрические функции, обратные тригонометрические функции, показательная и логарифмическая функции; умение строить графики функций, выполнять преобразования графиков функций; умение использовать графики функций для изучения процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами; умение свободно оперировать понятиями: четность функции, периодичность функции, ограниченность функции, монотонность функции, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; умение проводить исследование функции; умение использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами; изображать на координатной плоскости множества решений уравнений, неравенств и их систем;
ПРу9. умение свободно оперировать понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия; умение задавать последовательности, в том числе с помощью рекуррентных формул;
ПРу10. умение оперировать понятиями: непрерывность функции, асимптоты графика функции, первая и вторая производная функции, геометрический и физический смысл производной, первообразная, определенный интеграл; умение находить асимптоты графика функции; умение вычислять производные суммы, произведения, частного и композиции функций, находить уравнение касательной к графику функции; умение использовать производную для исследования функций, для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических и физических задачах, для определения скорости и ускорения; находить площади и объемы фигур с помощью интеграла; приводить примеры математического моделирования с помощью дифференциальных уравнений;
ПРу11. умение оперировать понятиями: комплексное число, сопряженные комплексные числа, модуль и аргумент комплексного числа, форма записи комплексных чисел (геометрическая,

тригонометрическая и алгебраическая); уметь производить арифметические действия с комплексными числами; приводить примеры использования комплексных чисел;
ПРу12. умение свободно оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение для описания числовых данных; умение исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств; графически исследовать совместные наблюдения с помощью диаграмм рассеивания и линейной регрессии;
ПРу13. умение находить вероятности событий с использованием графических методов; применять для решения задач формулы сложения и умножения вероятностей, формулу полной вероятности, формулу Бернулли, комбинаторные факты и формулы; оценивать вероятности реальных событий; умение оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, математическое ожидание, дисперсия и стандартное отклонение случайной величины, функции распределения и плотности равномерного, показательного и нормального распределений; умение использовать свойства изученных распределений для решения задач; знакомство с понятиями: закон больших чисел, методы выборочных исследований; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях;
ПРу14. умение свободно оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, отрезок, луч, плоский угол, двугранный угол, трехгранный угол, пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов в окружающем мире; умение оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, правильный многогранник, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, развертка поверхности, сечения конуса и цилиндра, параллельные оси или основанию, сечение шара, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса; умение строить сечение многогранника, изображать многогранники, фигуры и поверхности вращения, их сечения, в том числе с помощью электронных средств; умение применять свойства геометрических фигур, самостоятельно формулировать определения изучаемых фигур, выдвигать гипотезы о свойствах и признаках геометрических фигур, обосновывать или опровергать их; умение проводить классификацию фигур по различным признакам, выполнять необходимые дополнительные построения;
ПРу15. умение свободно оперировать понятиями: площадь фигуры, объем фигуры, величина угла, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями, площадь сферы, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение находить отношение объемов подобных фигур;
ПРу16. умение свободно оперировать понятиями: движение, параллельный перенос, симметрия на плоскости и в пространстве, поворот, преобразование подобия, подобные фигуры; умение распознавать равные и подобные фигуры, в том числе в природе, искусстве, архитектуре; умение использовать геометрические отношения, находить геометрические величины (длина, угол, площадь, объем) при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни;
ПРу17. умение свободно оперировать понятиями: прямоугольная система координат, вектор, координаты точки, координаты вектора, сумма векторов, произведение вектора на число, разложение вектора по базису, скалярное произведение, векторное произведение, угол между векторами; умение использовать векторный и координатный метод для решения геометрических

задач и задач других учебных предметов; оперировать понятиями: матрица 2 x 2 и 3 x 3, определитель матрицы, геометрический смысл определителя;

ПРу18. умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат; строить математические модели с помощью геометрических понятий и величин, решать связанные с ними практические задачи; составлять вероятностную модель и интерпретировать полученный результат; решать прикладные задачи средствами математического анализа, в том числе социально-экономического и физического характера;

ПРу19. умение выбирать подходящий метод для решения задачи; понимание значимости математики в изучении природных и общественных процессов и явлений; умение распознавать проявление законов математики в искусстве, умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;

МР1. самостоятельно формулировать и актуализировать проблему, рассматривать ее всесторонне;

МР2. устанавливать существенный признак или основания для сравнения, классификации и обобщения;

МР3. определять цели деятельности, задавать параметры и критерии их достижения;

МР4. выявлять закономерности и противоречия в рассматриваемых явлениях;

МР7. владеть навыками учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем;

МР8. способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

МР9. овладение видами деятельности по получению нового знания, его интерпретации, преобразованию и применению в различных учебных ситуациях, в том числе при создании учебных и социальных проектов;

МР10. формирование научного типа мышления, владение научной терминологией, ключевыми понятиями и методами;

МР11. ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;

МР12. выявлять причинно-следственные связи и актуализировать задачу, выдвигать гипотезу ее решения, находить аргументы для доказательства своих утверждений, задавать параметры и критерии решения;

МР13. анализировать полученные в ходе решения задачи результаты, критически оценивать их достоверность, прогнозировать изменение в новых условиях;

МР14. давать оценку новым ситуациям, оценивать приобретенный опыт;

МР15. разрабатывать план решения проблемы с учетом анализа имеющихся материальных и нематериальных ресурсов;

МР16. осуществлять целенаправленный поиск переноса средств и способов действия в профессиональную среду;

МР17. уметь переносить знания в познавательную и практическую области жизнедеятельности;

МР18. уметь интегрировать знания из разных предметных областей;

МР20. ставить проблемы и задачи, допускающие альтернативные решения;

МР21. владеть навыками получения информации из источников разных типов, самостоятельно осуществлять поиск, анализ, систематизацию и интерпретацию информации различных видов и форм представления;

МР22. создавать тексты в различных форматах с учетом назначения информации и целевой аудитории, выбирая оптимальную форму представления и визуализации;
МР23. оценивать достоверность, легитимность информации, ее соответствие правовым и морально-этическим нормам;
МР26. осуществлять коммуникации во всех сферах жизни;
МР27. распознавать невербальные средства общения, понимать значение социальных знаков, распознавать предпосылки конфликтных ситуаций и смягчать конфликты;
МР28. владеть различными способами общения и взаимодействия;
МР29. аргументированно вести диалог, уметь смягчать конфликтные ситуации;
МР30. развернуто и логично излагать свою точку зрения с использованием языковых средств;
МР31. понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы;
МР33. принимать цели совместной деятельности, организовывать и координировать действия по ее достижению: составлять план действий, распределять роли с учетом мнений участников обсуждать результаты совместной работы;
МР34. оценивать качество своего вклада и каждого участника команды в общий результат по разработанным критериям;
МР38. самостоятельно осуществлять познавательную деятельность, выявлять проблемы, ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;
МР39. самостоятельно составлять план решения проблемы с учетом имеющихся ресурсов, собственных возможностей и предпочтений;
МР40. давать оценку новым ситуациям;
МР41. расширять рамки учебного предмета на основе личных предпочтений;
МР42. делать осознанный выбор, аргументировать его, брать ответственность за решение;
МР43. оценивать приобретенный опыт;
МР44. способствовать формированию и проявлению широкой эрудиции в разных областях знаний, постоянно повышать свой образовательный и культурный уровень;
б) самоконтроль:
МР46. владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований;
МР47. использовать приемы рефлексии для оценки ситуации, выбора верного решения;
в) эмоциональный интеллект, предполагающий сформированность:
МР49. самосознания, включающего способность понимать свое эмоциональное состояние, видеть направления развития собственной эмоциональной сферы, быть уверенным в себе;
МР50. саморегулирования, включающего самоконтроль, умение принимать ответственность за свое поведение, способность адаптироваться к эмоциональным изменениям и проявлять гибкость, быть открытым новому;
МР51. сформированность внутренней мотивации, включающей стремление к достижению цели и успеху, оптимизм, инициативность, умение действовать, исходя из своих возможностей;
МР52. эмпатии, включающей способность понимать эмоциональное состояние других, учитывать его при осуществлении коммуникации, способность к сочувствию и сопереживанию;
МР53. социальных навыков, включающих способность выстраивать отношения с другими людьми, заботиться, проявлять интерес и разрешать конфликты;
МР54. принимать себя, понимая свои недостатки и достоинства;
МР55. принимать мотивы и аргументы других людей при анализе результатов деятельности;
МР56. признавать свое право и право других людей на ошибки;

ЛР1. сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества;
ЛР6. умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;
ЛР8. сформированность российской гражданской идентичности, патриотизма, уважения к своему народу, чувства ответственности перед Родиной, гордости за свой край, свою Родину, свой язык и культуру, прошлое и настоящее многонационального народа России;
ЛР9. ценностное отношение к государственным символам, историческому и природному наследию, памятникам, традициям народов России, достижениям России в науке, искусстве, спорте, технологиях и труде;
ЛР11. осознание духовных ценностей российского народа;
ЛР12. сформированность нравственного сознания, этического поведения;
ЛР14. осознание личного вклада в построение устойчивого будущего;
трудового воспитания:
ЛР16. эстетическое отношение к миру, включая эстетику быта, научного и технического творчества, спорта, труда и общественных отношений;
ЛР17. способность воспринимать различные виды искусства, традиции и творчество своего и других народов, ощущать эмоциональное воздействие искусства;
культурных традиций и народного творчества;
ЛР23. готовность к труду, осознание ценности мастерства, трудолюбие;
ЛР25. интерес к различным сферам профессиональной деятельности, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы;
ЛР26. готовность и способность к образованию и самообразованию на протяжении всей жизни;
ЛР27. сформированность экологической культуры, понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознание глобального характера экологических проблем;
ЛР30. умение прогнозировать неблагоприятные экологические последствия предпринимаемых действий, предотвращать их;
ЛР32. сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, основанного на диалоге культур, способствующего осознанию своего места в поликультурном мире;
ЛР33. совершенствование языковой и читательской культуры как средства взаимодействия между людьми и познания мира;
ЛР34. осознание ценности научной деятельности, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе;

Содержание практических и лабораторных занятий ориентировано на подготовку обучающихся к освоению профессионального модуля программы подготовки специалистов среднего звена по специальности и овладению ***профессиональными компетенциями:***

ПК 2.3 Проводить сбор, мониторинг и систематизацию ценовых показателей товаров, в том числе с использованием информационных интеллектуальных технологий.

ПК 2.6 Рассчитывать показатели эффективности предпринимательской деятельности, в том числе с применением программных продуктов.

А также формированию ***общих компетенций***:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам.

ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности.

ОК 03 Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по правовой и финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях

ОК 04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

ОК 05 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста

ОК 06 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных российских духовно-нравственных ценностей, в том числе с учетом гармонизации межнациональных и межрелигиозных отношений, применять стандарты антикоррупционного поведения

ОК 07 Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, применять знания об изменении климата, принципы бережливого производства, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

ОК 08 Использовать средства физической культуры для сохранения и укрепления здоровья в процессе профессиональной деятельности и поддержания необходимого уровня физической подготовленности

ОК 09 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Выполнение практических работ по учебной дисциплине «Математика» направлено на:

- обобщение, систематизацию, углубление, закрепление, развитие и детализацию полученных теоретических знаний по конкретным темам учебной дисциплины;
- формирование умений применять полученные знания на практике, реализацию единства интеллектуальной и практической деятельности;
- формирование и развитие умений: наблюдать, сравнивать, сопоставлять, анализировать, делать выводы и обобщения, самостоятельно вести исследования, пользоваться различными приемами измерений, оформлять результаты в виде таблиц, схем, графиков;
- развитие интеллектуальных умений у будущих специалистов: аналитических, проектировочных, конструктивных и др.;
- выработку при решении поставленных задач профессионально значимых качеств, таких как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива.

Практические занятия проводятся в рамках соответствующей темы, после освоения дидактических единиц, которые обеспечивают наличие знаний, необходимых для ее выполнения.

2 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Тема 1.1. Развитие понятия о числе

Практическое занятие № 1

«Арифметические действия над рациональными и комплексными числами»

Цель работы: Повторить действия с действительными и комплексными числами.

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам.

ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности.

ПК 2.3 Проводить сбор, мониторинг и систематизацию ценовых показателей товаров, в том числе с использованием информационных интеллектуальных технологий.

ПК 2.6 Рассчитывать показатели эффективности предпринимательской деятельности, в том числе с применением программных продуктов.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. Выполните действия, которые необходимы для расчета экономических показателей:

а) $\frac{2}{5}+\frac{1}{5}$;

б) $\frac{2}{7}+\frac{1}{7}$;

в) $2\frac{2}{4}+3\frac{1}{4}$;

г)$6\frac{3}{7}-2\frac{1}{7}$;

д) $\frac{5}{8}:\frac{3}{4}$;

е) $2\frac{1}{5}:3\frac{2}{3}$;

ж) $3\frac{2}{5}+14\frac{1}{3}$

2. Дано:$z_1=(2 + i)$; $z_2=(3 – 2i)$
Найти: $z_1+ z_2$; $z_1- z_2$; $z_1* z_2$; z_1/ z_2

Порядок выполнения работы:
Внимательно ознакомьтесь с условием задания.
Пользуясь своими школьными знаниями (в случае затруднения воспользуйтесь справочными материалами), выполните задание.

1. Выполните действия, которые необходимы для расчета экономических показателей:

1) $\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=\frac{2+1}{5}=\frac{3}{5}$;
2) $\frac{3}{7}+\frac{4}{7}=\frac{3+4}{7}=\frac{7}{7}=1$;
3) $3\frac{1}{5}+4\frac{1}{5}=(3+4)+\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{5}\right)=7+\frac{2}{5}=7\frac{2}{5}$;
4) $3\frac{2}{7}-1\frac{1}{7}=(3-1)+\left(\frac{2}{7}-\frac{1}{7}\right)=2+\frac{1}{7}=2\frac{1}{7}$;
5) $\frac{7}{12}:\frac{3}{4}=\frac{7}{12}\cdot\frac{4}{3}=\frac{7\cdot4}{12\cdot3}=\frac{7\cdot1}{3\cdot3}=\frac{7}{9}$;
6) $2\frac{1}{5}:3\frac{2}{3}=\frac{11}{5}:\frac{3}{11}=\frac{11\cdot3}{5\cdot11}=\frac{1\cdot3}{5\cdot1}=\frac{3}{5}$;
7) $3\frac{2}{5}+14\frac{1}{3}=(3+14)+\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{3}\right)=17+\frac{6+5}{15}=17\frac{11}{15}$.

2. Выполните действия, которые необходимо для расчета экономических показателей $(8 + i) : (2 – 3i)$.

Решение. Перепишем это отношение в виде дроби: $\frac{8+i}{2-3i}$.
Умножив, её числитель и знаменатель на $2 + 3i$ и выполнив все преобразования, получим:
$\frac{(8+i)(2+3i)}{(2-3i)(2+3i)}=\frac{13+26i}{13}=1+2i.$

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:
Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.
Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.
Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.
Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.1. Развитие понятия о числе

Практическое занятие № 2

«Решение текстовых задач на проценты»

Цель работы: повторение ранее изученного материала, закрепление умений решать простейшие задачи на проценты

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности

ПК 2.3 Проводить сбор, мониторинг и систематизацию ценовых показателей товаров, в том числе с использованием информационных интеллектуальных технологий.

ПК 2.6 Рассчитывать показатели эффективности предпринимательской деятельности, в том числе с применением программных продуктов.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. Железнодорожный билет для взрослого стоит 530 рублей. Стоимость билета для школьника составляет 50% от стоимости билета для взрослого. Группа состоит из 14 школьников и 3 взрослых. Сколько рублей стоят билеты на всю группу?
2. Цена на электрический чайник была повышена на 16% и составила 3480 рублей. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?
3. Футболка стоила 800 рублей. После снижения цены она стала стоить 680 рублей. На сколько процентов была снижена цена на футболку?
4. В городе N живет 300000 жителей. Среди них 20% детей и подростков. Среди взрослых 35% не работает (пенсионеры, студенты, домохозяйки и т.п.). Сколько взрослых работает?
5. Клиент взял в банке кредит 3000 руб. на год под 12 %. Он должен погашать кредит, внося в банк ежемесячно одинаковую сумму денег, с тем чтобы через год выплатить всю сумму, взятую в кредит, вместе с процентами. Сколько он должен вносить в банк ежемесячно?

Порядок выполнения работы:

1. Изучить теоретическую часть практической работы
2. Решить задачи

Сотая часть метра - это сантиметр, сотая часть рубля – копейка, сотая часть центнера - килограмм. Люди давно заметили, что сотые доли величин удобны в практической деятельности. Потому, для них было придумано специальное название – процент. Значит одна копейка – один процент от одного рубля, а один сантиметр – один процент от одного метра.

Один процент – это одна сотая доля числа. Математическими знаками один процент записывается так: 1%.

Определение одного процента можно записать равенством:

1 % = 0,01 * a 5%=0,05, 23%=0,23, 130%=1,3 и т. д.

Как найти 1% от числа? Так 1% это одна сотая часть, то надо число разделить на 100. Деление на 100 можно заменить умножением на 0,01. Поэтому, чтобы найти 1% от данного числа, нужно умножить его на 0,01. А если нужно найти 5% от числа, то умножаем данное число на 0,05 и т.д.

1. Нахождение процента от числа**.**

Чтобы найти проценты от числа, можно проценты представить в виде дроби и число умножить на полученную дробь.

Например, 20% от 45 рублей равны 45·0,2=9 руб.

Задача. Банк обещает своим клиентам годовой рост вклада 30%. Какую сумму денег может получить через год человек, вложивший в этот банк 450 тыс. руб.?

Решение. 450000·0,3+450000=585000 (руб.)

Ответ:585000 руб.

2. Нахождение числа по его проценту.

Чтобы найти число по его процентам, можно проценты представить в виде дроби и данное число разделить на полученную дробь.

Например, 10% заработной платы составляют 3000 рублей. Вся заработная плата равна 3000:0,1=30000руб

Задача. В магазине проводится акция на товар, цена которого снижена на 15%. Если новая цена товара составляет 850 рублей, то сколько стоил товар до начала акции?

Решение. Пусть х - исходная цена товара, составляет 100%. Тогда новая цена товара 850 рублей составляет 85%(100%-15%=85%). Значит, $x = \frac{850 \cdot 100}{85} = 1000р$

2. Нахождение процента одного числа от другого

Чтобы найти, сколько процентов одно число составляет от другого можно одно число разделить на другое и полученный результат умножить на 100.

Задача.По плану рабочий должен был изготовить 800 деталей, а изготовил 996 деталей. Сколько процентов плана он выполнил?

Решение.

$$\frac{996*100\%}{800}=124{,}5\%$$

Ответ: рабочий выполнил 124,5% плана.

Задача. Железнодорожный билет для взрослого стоит 840 рублей. Стоимость билета для школьника составляет 50% от стоимости билета для взрослого. Группа состоит из 18 школьников и 3 взрослых. Сколько рублей стоят билеты на всю группу?

Решение. Билет для ребенка стоит $840 \cdot 0{,}5 = 420$ руб. Стоимость билетов на 18 школьников и 3 взрослых составляет $420 \cdot 18 + 840 \cdot 3 = 7560 + 2520 = 10\,080$ руб.

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.1. Развитие понятия о числе

Практическое занятие № 3

«Решение текстовых задач на проценты»

Цель работы: закрепление умений решать задачи на проценты

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности

ПК 2.3 Проводить сбор, мониторинг и систематизацию ценовых показателей товаров, в том числе с использованием информационных интеллектуальных технологий.

ПК 2.6 Рассчитывать показатели эффективности предпринимательской деятельности, в том числе с применением программных продуктов.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. По плану добыча нефти-161 млн.т, фактически же добыча составила 166 млн.т. На сколько процентов был выполнен план?

2. Клиент А. сделал вклад в банке в размере 7700 рублей. Проценты по вкладу начисляются раз в год и прибавляются к текущей сумме вклада. Ровно через год на тех же условиях такой же вклад в том же банке сделал клиент Б. Еще ровно через год клиенты А. и Б. закрыли вклады и забрали все накопившиеся деньги. При этом клиент А. получил на 847 рублей больше клиента Б. Какой процент годовых начислял банк по этим вкладам?

3. В понедельник акции компании подорожали на некоторое количество процентов, а во вторник подешевели на то же самое количество процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

Порядок выполнения работы:

1. Изучить теоретическую часть практической работы
2. Решить задачи

Решение задач с использованием понятия коэффициента увеличения

Чтобы увеличить положительное число а на р процентов, следует умножить число а на коэффициент увеличения $к=(1+0,01p)$.

Чтобы уменьшить положительное число а на р процентов, следует умножить число а на коэффициент уменьшения $к= (1\text{-}0,01p)$.

Формула сложных процентов: $N=a\cdot(1+0,01p)^n$, где

a - первоначальная величина вклада,

n - срок вклада,

N - величина вклада через n лет,

p - число процентов.

Задача**.** Вклад, вложенный в сбербанк два года назад, достиг суммы, равной 13125 руб. Каков был первоначальный вклад при 25% годовых?

Решение**.** Если а (рублей) — размер первоначального вклада, то в конце первого года вклад составит 1,25а, а в конце второго года размер вклада составит 1,25 *1,25а. Решая уравнение 1,25* 1,25а=13125, находим а=8400.

Ответ**:** 8400 руб.

Задача. В феврале цена на нефть увеличилась на 12% по сравнению с январской. В марте цена нефти упала на 25%. На сколько процентов мартовская цена изменилась по сравнению с январской?

Решение. Если х – январская цена нефти, то февральская цена нефти равна

$$(1 + 0{,}01*12)x = 1{,}12x.$$

Чтобы вычислить мартовскую цену у на нефть, следует умножить февральскую цену

$$1{,}12x \text{ на } (1-0{,}01*25)=0{,}75, \text{т.е. } y=0{,}75$$

$$1{,}12x=0{,}84x\ ,$$

мартовская цена отличается от январской на

$$(0{,}84x)/x100 - 100 = 84-100 = -16\%,$$

т.е. цена упала на 16 %.

Ответ: цена упала на 16%.

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.1. Развитие понятия о числе

Практическое занятие №4

«Решение рациональных уравнений и систем»

Цель работы: закрепление теоретических знаний, повторение ранее изученного материала, формирование умений решения задач.

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности.

ПК 2.3 Проводить сбор, мониторинг и систематизацию ценовых показателей товаров, в том числе с использованием информационных интеллектуальных технологий.

ПК 2.6 Рассчитывать показатели эффективности предпринимательской деятельности, в том числе с применением программных продуктов.

Материальное обеспечение: Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. Решить уравнения, характеризующие экономические модели, для прогнозирования будущих экономических показателей:

$а)\left(3x+1\right)^2+\left(4x-1\right)^2=\left(5x-2\right)^2$;

$б)\dfrac{x}{x-2}-\dfrac{7}{x+2}=\dfrac{8}{x^2-4}$.

2. Решить системы уравнений, характеризующие экономическую модель, для прогнозирования будущих экономических показателей:

а) $\begin{cases}3x-15y=16,\\ 2x+y=2\end{cases}$

б) $\begin{cases}y+2x=6,\\ 3x^2-y^2=8\end{cases}$;

в) $\begin{cases}\dfrac{1}{x}+\dfrac{9}{y}-1=0,\\ 2x+y-2=0\end{cases}$.

Порядок выполнения работы:

При решении уравнений используются следующие правила преобразования уравнений в равносильные:

а) какой- либо член уравнения можно перенести из одной его части в другую с противоположным знаком;

б) обе части уравнения можно умножить или разделить на одно то же число, отличное от 0.

Решение уравнений I–II степени с одной переменной

$ax+b=0,\left(x=\dfrac{-b}{a},a\neq 0\right)$ – линейное уравнение I степени с одной переменной

$ax^2+bx+c=0\left(a\neq 0\right)$ – уравнение II степени с одной переменной.

1. Определить вид уравнения и способ его решения.

2. Если уравнение дробно-рациональное, то найти общий знаменатель всех дробей, которые входят в уравнение.

3. Умножить обе части уравнения на общий знаменатель.

4. Решить полученное целое уравнение.

5. Произвести проверку корней, и исключить те из них, которые обращают в нуль общий знаменатель.

Так как мы решаем дробные рациональные уравнения, то в знаменателях дробей будут переменные. Значит, будут они и в общем знаменателе. Во втором пункте алгоритма мы умножаем уравнение на общий знаменатель. При этом могут появиться посторонние корни, при которых общ ий знаменатель будет равен нулю, а значит и умножение на него будет бессмысленным. Поэтому в конце обязательно нужно сделать проверку полученных корней.

Рациональные уравнения их системы помогают при создании эконометрических моделей, которые используются для прогнозирования будущих экономических показателей.

Решим уравнения:

$а)\left(3x+1\right)^2+\left(4x-1\right)^2=\left(5x-2\right)^2$

Раскроем скобки, применяя формулы сокращенного умножения $\left(a+b\right)^2$ и $\left(a-b\right)^2$

$9x^2+6x+1+16x^2-8x+1=25x^2-20x+4.\ 9x^2+6x+1+16x^2-8x+1-25x^2+20x-4=0.$

Приведем подобные члены, получим

$18x-2=0 \qquad x=\dfrac{2}{18}=\dfrac{1}{9}$

$18x=2$

Ответ: $x=\frac{1}{9}$ – корень уравнения.

$б)\ \frac{x}{x-2}-\frac{7}{x+2}=\frac{8}{x^2-4}$

Разложим x^2-4 на множители и перенесем все члены уравнения в левую часть. Приведем дроби к общему знаменателю:

$$\frac{x}{x-2}-\frac{7}{x+2}-\frac{8}{(x-2)(x+2)}=0$$
$$\frac{x(x+2)-7(x-2)-8}{(x+2)(x-2)}=0$$
$$\frac{x^2+2x-7x+14-8}{(x+2)(x-2)}=0$$
$$\frac{x^2-5x+6}{(x+2)(x-2)}=0$$

дробь равна нулю, когда её числитель равен нулю, а знаменатель не равен нулю, т. е. $(x+2)(x-2)\neq 0, \quad \Rightarrow \quad x\neq 2;\ x\neq -2$

$x^2-5x+6=0.$

$D=25-24=1$

$x_{1,2}=\frac{5\pm 1}{2};$

$x_1=3; x_2=2$

корни можно найти по теореме Виета, но так как $x\neq 2,$ то $x_2=2$ – посторонний корень, следовательно, решением уравнения будет $x=3$.

Ответ: $x=3$

$в)\ x^2-x+4=0$

$D=1-4\cdot 4=-15<0$

Ответ: действительных корней нет.

Решить системы уравнений используются способы сложения, подстановки, графический.

Решим систему двух линейных уравнений с двумя неизвестными.

$$\begin{cases}3x+8y=31\\-10x-7y=-5\end{cases}$$

Решим систему всеми способами, т.е. убедимся, что результат получается одинаковый и определимся, какой из методов более рационально применим для данной системы.

1) <u>Способ подстановки</u>.

$$\begin{cases}3x+8y=31\\-10x-7y=-5\end{cases}\quad \begin{cases}3x+8y=31\\10x+7y=5\end{cases}\quad \begin{cases}x+\frac{8}{3}y=\frac{31}{3}\\10x+7y=5\end{cases}\quad \begin{cases}x=\frac{31}{3}-\frac{8}{3}y\\10\left(\frac{31}{3}-\frac{8}{3}y\right)+7y=5\end{cases}$$

Решаем второе уравнение относительно «*y*»: $\frac{310}{3}-\frac{80}{3}y+7y=5$, приведем к общему знаменателю и так как $3\neq 0$, то

$$310-80y+21y=15$$
$$-59y=15-310$$
$$-59y=-295;\quad y=\frac{-295}{-59}=5$$
$y=5$, тогда $x=\frac{31}{3}-\frac{8}{3}\cdot 5=\frac{31}{3}-\frac{40}{3}=-\frac{9}{3}=-3$

Ответ: (–3;5).

2) Способ алгебраического сложения

$$\begin{cases}3x+8y=31\\-10x-7y=-5\end{cases}$$

уравняем по модулю коэффициенты при x, для этого умножим первое уравнение на 10, а второе – на 3.

$$\begin{cases}3x+8y=31\\-10x-7y=-5\end{cases}\left|\begin{matrix}10\\3\end{matrix}\right.\qquad\qquad\begin{cases}30x+80y=310\\-30x-21y=-15\end{cases}$$

почленно сложим и получим:

$$59y=295$$
$$y=5$$

подставим $y=5$ в любое из уравнений системы, например в первое, затем найдем *x:*

$$3x+8\cdot 5=31$$
$$3x+40=31$$
$$3x=-9$$
$$x=-3$$

получаем $x=-3$; $y=5$, как и в первом случае.

Ответ: (–3;5).

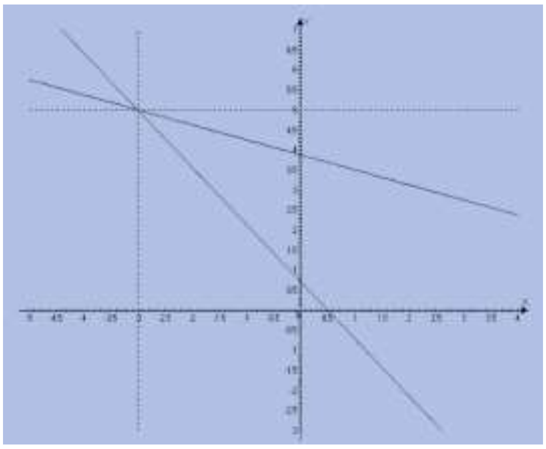
3) Графический способ (следует помнить, что результаты могут быть получены приближенно, что можно объяснить нашим зрением, умением проводить линии, выбором масштаба, неудобством записи числа и т.д.)

$$\begin{cases}3x+8y=31\\-10x-7y=-5\end{cases}$$

Графиком каждого уравнения является прямая, а прямая определяется двумя точками.

$$3x+8y=31$$
$$x=0;\quad y=\frac{31}{8}=3\frac{7}{8}$$
$$x=2;6+8y=31;$$
$$y=\frac{31-6}{8}=\frac{25}{8}=3\frac{1}{8}$$

$$-10x-7y=-5$$
$$10x+7y=5$$
$$x=0;\ y=\frac{5}{7}$$
$$x=2;20+7y=5;$$
$$7y=-15;\ y=-\frac{15}{7}=-2\frac{1}{7}$$



Ответ: (–3; 5).

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.1 Развитие понятия о числе

Практическое занятие №5

«Рациональные уравнения в задачах профессиональной направленности»

Цель работы: углубление знаний о рациональных уравнениях, их применении в решении задач профессиональной направленности

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности

ПК 2.3 Проводить сбор, мониторинг и систематизацию ценовых показателей товаров, в том числе с использованием информационных интеллектуальных технологий.

ПК 2.6 Рассчитывать показатели эффективности предпринимательской деятельности, в том числе с применением программных продуктов.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. Продавец–новичок обслуживает клиентов магазина игрушек, продавая детские конструкторы. Для продажи партии из 231 конструктора новичку требуется на 11 часов больше, чем опытному старшему продавцу, продающему партию вдвое большего размера — 462 конструктора. Новичок обслуживает покупателей медленнее, совершая на 4 сделки в час меньше, чем опытный продавец. Определите количество продаж, которое совершает новичок за один рабочий час

2. Первый кассир в магазине электроники обслуживает клиентов на 9 человек быстрее, чем второй кассир. Если первому кассиру нужно продать партию из 112 товаров, он сделает это на 4 часа раньше второго кассира, работающего над аналогичным объемом заказов. Какова производительность обслуживания клиентов вторым кассиром?

3.Консультант-продавец в мебельном салоне обслуживает покупателей значительно быстрее своего коллеги. За каждый час консультант обслуживает на 5 покупателей больше, чем другой сотрудник. Если первому сотруднику нужно обработать заказы от 200 покупателей, он справится с задачей на 2 часа быстрее, чем второй работник, обрабатывающий аналогичный объем заявок. Найдите количество покупателей, которых обслуживает первый консультант-продавец за час?

Порядок выполнения работы:

1. Изучить теоретическую часть практической работы
2. Решить задачи

Задачи на работу

Задачи на работу решаются с помощью формулы: $A=p*t$. Здесь A - работа, t - время, а величина p, которая по смыслу является скоростью работы, носит специальное название — производительность. Она показывает, сколько работы сделано в единицу времени. Например, продавец в супермаркете надувает воздушные шарики. Количество шариков, которые он надует за час — это и есть его производительность.

Правила решения задач на работу.

1. $A=p*t$. Из этой формулы легко найти t или p.
2. Если объем работы не важен в задаче и нет никаких данных, позволяющих его найти — работа принимается за единицу. Построен дом (один). Написана книга (одна). А вот если речь идет о количестве кирпичей, страниц или построенных домов — работа как раз и равна этому количеству.
3. Если трудятся двое рабочих (два экскаватора, два завода...) — их производительности складываются.
4. В качестве переменной x удобно взять именно производительность.

Задача. Три бригады изготовили вместе 266 деталей. Известно, что вторая бригада изготовила деталей в 4 раза больше, чем первая и на 5 деталей меньше, чем третья. На сколько деталей больше изготовила третья бригада, чем первая.

Решение.

Пусть положительное число x — количество деталей, изготовленных второй бригадой, тогда первая бригада изготовила $x/4$ деталей, а третья — $x+5$ деталей. Вместе три бригад изготовили 266 деталей, составим уравнение:

$$x+x/4+x+5=266$$
$$9x/4=261$$
$$x=116$$

Вторая бригада изготовила 116 деталей, следовательно, первая бригада изготовила деталей, а третья — 121 деталь. Таким образом, третья бригада изготовила на $121-29=92$ детали больше.

Задача. Первый рабочий за час делает на 10 деталей больше, чем второй, и выполняет заказ, состоящий из 60 деталей, на 3 часа быстрее, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

Решение.

Пусть x — число деталей, изготавливаемых первым рабочим за час $x>10$. тогда $x-10$ — число деталей, изготавливаемых вторым рабочим за час.

Составим таблицу по данным задачи:

	Производительность (дет/ч)	Время (ч)	Объем работ (дет)
Первый рабочий	x	$60/x$	60
Второй рабочий	$x-10$	$60/(x-10)$	60

Так как первый рабочий справляется с работой на 3 часа быстрее, составим уравнение:

$$\frac{60}{x-10}-\frac{60}{x}=3 \Leftrightarrow \frac{60x-60x+600}{x(x-10)}=3 \underset{x>10}{\Leftrightarrow} 3(x^2-10x)=600 \Leftrightarrow$$

$$x^2-10x-200=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-10, \\ x=20. \end{array}\right.$$

Корень −10 не подходит по условию задачи, следовательно, первый рабочий изготавливает 20 деталей в час. Значит, второй рабочий изготавливает 10 деталей в час.

Ответ: 10.

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.1 Развитие понятия о числе

Практическое занятие №6

«Рациональные системы уравнений в задачах профессиональной направленности»

Цель работы: углубление знаний о рациональных системах уравнений, их применении в решении задач профессиональной направленности

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности

ПК 2.3 Проводить сбор, мониторинг и систематизацию ценовых показателей товаров, в том числе с использованием информационных интеллектуальных технологий.

ПК 2.6 Рассчитывать показатели эффективности предпринимательской деятельности, в том числе с применением программных продуктов.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. Два отдела в крупной сети магазинов бытовой техники получили одинаковые задания по обработке клиентских заказов. Каждый отдел состоял из сотрудников равной квалификации. Первоначально в первом отделе работали 16 продавцов-консультантов, а во втором — 25. Спустя неделю (7 дней) после начала обработки

заказов, из второго отдела в первый перевели 8 сотрудников. Оба отдела завершили обработку заказов одновременно. Определите общее количество дней, затраченное на выполнение заданий.

2.Два менеджера по закупкам совместно выполняют оформление большого объема заказов поставщиков за 12 дней. Если первый менеджер за 4 дня оформляет столько же заказов, сколько второй менеджер оформляет за 3 дня, то за какое количество дней самостоятельно сможет оформить весь объем заказов первый менеджер?

Порядок выполнения работы:

1. Изучить теоретическую часть практической работы.
2. Решить задачи.

Задачи на работу

Задачи на работу решаются с помощью формулы: $A=p*t$. Здесь A - работа, t - время, а величина p, которая по смыслу является скоростью работы, носит специальное название — производительность. Она показывает, сколько работы сделано в единицу времени. Например, продавец в супермаркете надувает воздушные шарики. Количество шариков, которые он надует за час — это и есть его производительность.

Правила решения задач на работу.

1. $A=p*t$. Из этой формулы легко найти t или p.
2. Если объем работы не важен в задаче и нет никаких данных, позволяющих его найти — работа принимается за единицу. Построен дом (один). Написана книга (одна). А вот если речь идет о количестве кирпичей, страниц или построенных домов — работа как раз и равна этому количеству.
3. Если трудятся двое рабочих (два экскаватора, два завода...) — их производительности складываются.
4. В качестве переменной x удобно взять именно производительность.

Задача. Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали строить два одинаковых дома. В первой бригаде было 3 рабочих, а во второй — 9 рабочих. Через 4 дня после начала работы в первую бригаду перешли 7 рабочих из второй бригады, в результате чего оба дома были построены одновременно. Сколько дней потребовалось бригадам, чтобы закончить работу в новом составе?

Решение.

Пусть производительность каждого из рабочих равна $1/x$ дома в день, и пусть в новом составе бригады достраивали дома y дней. Тогда за первые 4 дня работы бригадами в 3 и 9 человек было построено $3*4/x$ и $9*4/x$ частей домов, а за следующие y дней бригадами в 10 человек и 2 человека были построены оставшиеся $10*y/x$ и $2*y/x$ части домов. Поскольку в результате были целиком построены два дома, имеем:

$$\begin{cases} \dfrac{3\cdot 4}{x}+\dfrac{10y}{x}=1, \\ \dfrac{9\cdot 4}{x}+\dfrac{2y}{x}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12+10y=x, \\ 36+2y=x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12+10y=36+2y, \\ x=36+2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3, \\ x=42. \end{cases}$$

Тем самым, в новом составе бригады работали 3 дня.

Ответ: 3.

Задача. Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за два дня выполняет такую же часть работы, какую второй — за три дня?

Решение. Обозначим v_1 и v_2 — объёмы работ, которые выполняют за день первый и второй рабочий, соответственно, полный объём работ примем за 1. Тогда по условию задачи $12(v_1+v_2)=1$ и $2v_1=3v_2$. Решим полученную систему:

$$\begin{cases} 12(v_1+v_2)=1, \\ 2v_1=3v_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12\left(v_1+\frac{2}{3}v_1\right)=1, \\ v_2=\frac{2}{3}v_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 20v_1=1, \\ v_2=\frac{2}{3}v_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_1=\frac{1}{20}, \\ v_2=\frac{1}{30}. \end{cases}$$

Тем самым первый рабочий за день выполняет одну двадцатую всей работы, значит, работая отдельно, он справится с ней за 20 дней (а второй рабочий — за 30 дней).

Ответ: 20.

Форма представления результата: выполненное задание**.**

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи, вычисления, рисунки и графики.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.1 Развитие понятия о числе

Практическое занятие №7

«Решение рациональных неравенств»

Цель работы: Цель работы: повторение ранее изученного материала, закрепление теоретических знаний, применение теоретических знаний к решению практических задач.

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности

ПК 2.3 Проводить сбор, мониторинг и систематизацию ценовых показателей товаров, в том числе с использованием информационных интеллектуальных технологий.

ПК 2.6 Рассчитывать показатели эффективности предпринимательской деятельности, в том числе с применением программных продуктов.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

Решите рациональные неравенства, характеризующие экономические модели, для анализа доходов и расходов организации:

1) $5x-\frac{7x-1}{2}+\frac{2x-5}{5}>\frac{7}{10}$

2) $|5-2x|<3$,

3) $5x-2-3x^2>0$

Порядок выполнения работы:

При решении неравенств используются следующие правила преобразования неравенств в равносильные:

а) какой- либо член неравенства можно перенести из одной его

части в другую с противоположным знаком, оставив при этом без изменения знак неравенства;

б)обе части неравенства можно умножить или разделить на одно то же положительное число, оставив при этом без изменения знак неравенства;

в) обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же отрицательное число, изменив при этом знак неравенства на противоположный

При решении систем неравенств нужно решить каждое из них и выбрать общее решение.

Решим неравенства, которые характеризуют экономические модели, для анализа доходов и расходов организации:

1. $5x-\frac{7x-1}{2}+\frac{2x-5}{5}>\frac{7}{10}$

Перенесем все члены в левую часть и приведем к общему знаменателю. общий знаменатель 10; так как знаменатель не содержит переменной, то в дальнейшем его можно не писать (опустить).

$$50x-5(7x-1)+2(2x-5)-7>0$$
$$50x-35x+5+4x-10-7>0$$
$$19x-12>0$$
$$19x>12$$
$$x>\frac{12}{19}$$

$\frac{12}{19}$

$$x\in\left(\frac{12}{19};+\infty\right)$$

2. $|5-2x|<3$ то есть

$$-3<5-2x<3$$

Используя свойства числовых неравенств, имеем

$-3-5<5-2x-5<3-5$

$-8<-2x<-2$; делим на (-2), знак неравенства меняется

$4>x>1 \quad \Leftrightarrow \quad 1<x<4$

Или можно записать в виде системы неравенств

$\begin{cases} 5-2x<3 \\ 5-2x>-3 \end{cases} \quad \begin{cases} -2x<3-5 \\ -2x>-3-5 \end{cases} \quad \begin{cases} -2x<-2 \\ -2x>-8 \end{cases} \quad \begin{cases} x>1 \\ x<4 \end{cases}$

3. $5x-2-3x^2>0$ - квадратное неравенство умножим на (–1)

$3x^2-5x+2<0$

Найдем корни уравнения:

$3x^2-5x+2=0$

$D=25-4\cdot 6=1$

$x_{1,2}=\dfrac{5\pm 1}{6}; \qquad x_1=1; x_2=\dfrac{4}{6}=\dfrac{2}{3}$

Графиком функции $y=3x^2-5x+2$ является парабола (рис.2), ветви которой направлены вверх, а точки пересечения параболы и оси ОХ $x_1=1; \quad x_2=\dfrac{2}{3}$

Изобразим геометрически:

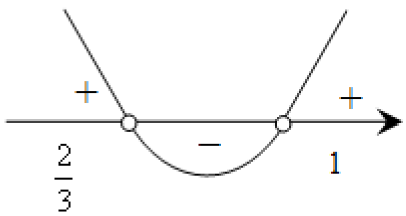


Рисунок 2. График функции

Так как мы решаем неравенство $3x^2-5x+2<0$, то решением неравенства будет промежуток (интервал) $x\in\left(\frac{2}{3};1\right)$

Ответ: $x\in\left(\frac{2}{3};1\right)$

Форма представления результата: выполненное задание**.**

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи, вычисления, рисунки и графики.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.3. Функции, их свойства, графики

Практическое занятие №8

«Исследование функций. Свойства линейной, квадратичной, кусочно-линейной и дробно-линейной функций»

Цель работы: научиться определять четность нечетность функции, проводить исследование функции на монотонность, экстремумы, нули функции и промежутки знакопостоянства.

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности

ОК 03Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по правовой и финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях

ОК 04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. Найти область определения функции $y = \dfrac{x}{\sqrt{x^2 + x}}$.

2. Исследовать функцию $y = \dfrac{x^3}{2(x+5)^2}$ на четность.

3. Исследовать функцию $y = 6\sqrt{x} \cdot (2x - 1)$ на монотонность и знакопостоянство.

Порядок выполнения работы:

1. Найдите область определения функции.

Для нахождения промежутков знакопостоянства найдите точки пересечения с осью абсцисс, решив уравнение y=0. Найденные корни расставьте на оси Ох в порядке возрастания и найдите знак функции на каждом из полученных интервалов. Запишите результат.

2. Найдите область определения функции. Убедитесь, что она симметрична.

Замените аргумент функции *x* на "-*x*". Подставьте этот аргумент в функциональное выражение. Затем упростите выражение.

Таким образом, вы получили одну и ту же функцию, записанную для аргументов "*x*" и "-*x*". Посмотрите на две эти записи.

Если *y(-x) = y(x),* то это четная функция.

Если *y(-x) =- y(x),* то это нечетная функция.

Если же про функцию нельзя сказать, что *y(-x)=y(x)* или *y(-x)=-y(x)*, то по свойству четности это функция общего вида. То есть, она не является ни четной, ни нечетной.

Запишите сделанные вами выводы.

3) Найдите область определения функции и нули функции, если они есть. Исследуйте функцию на монотонность на полученных интервалах.

Функция F(x) называется **возрастающей на отрезке [a,b]**, если для любых двух точек x_1 и x_2 из [a,b] справедливо неравенство $F(x_1) \prec F(x_2)$, когда $x_1 \prec x_2$.

Функция F(x) называется **убывающей на отрезке [a,b]**, если для любых двух точек x_1 и x_2 из [a,b] справедливо неравенство $F(x_1) \succ F(x_2)$, когда $x_1 \prec x_2$.

1) Найти область определения функции $y = \dfrac{x}{\sqrt{x^2 + x}}$ и промежутки знакопостоянства.

Решение.

1. Область определения функции: $x^2 + x \succ 0, x(x+1) \succ 0, x_1 = 0, x_2 \neq -1.$ Рассмотрим три интервала $(-\infty;-1), (-1;0) u (0;+\infty)$. На интервалах $(-\infty;-1) u (0;+\infty)$ $x^2 + x \succ 0$, а на интервале (-1;0) $x^2 + x \prec 0$. Получаем, что D(y)=$\underline{(-\infty;-1) \cup (0;+\infty)}$.

2. Нулей функции нет, т.к. $\dfrac{x}{\sqrt{x^2 + x}} \neq 0$, следовательно график не пересекает ось абсцисс.

3. Найдем знак функции на интервалах $(-\infty;-1) u (0;+\infty)$. На интервале $(-\infty;-1)$ $y \prec 0$, на интервале $(0;+\infty)$ $y \succ 0$.

2) Исследовать функцию $y = \dfrac{x^3}{2(x+5)^2}$ на четность.

Решение. Область определения. Функция определена для всех x кроме тех, которые обращают знаменатель в нуль: x=-5, то есть D(y)=$(-\infty;-5) \cup (-5;+\infty)$. Т.к. область определения не симметрична , то по свойству четности это функция общего вида. То есть, она не является ни четной, ни нечетной.

3) Исследовать функцию $y = 6\sqrt{x} \cdot (2x - 1)$ на монотонность и промежутки знакопостоянства.

Решение. Область определения функции: $x \geq 0$, т.е. D(y) = $[0;+\infty)$.

Нули функции: $x_1=0$, $x_2 = 0,5$.

Промежутки знакопостоянства: на интервале (0;0,5) $y \prec 0$, на интервале $(0,5;+\infty)$ $y \succ 0$.

Промежутки монотонности: логично рассматривать интервал $(0,5;+\infty)$. С возрастанием аргумента от 0,5 до $+\infty$ функция возрастает.

Форма представления результата: выполненное задание**.**

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи, вычисления, рисунки и графики.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.2. Функции, их свойства, графики

Практическое занятие №9

«Чтение графиков функций»

Цель работы: научиться применять теоретических знаний к решению прикладных задач.

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности

ОК 03Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по правовой и финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях

ОК 04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

ПК 2.3 Проводить сбор, мониторинг и систематизацию ценовых показателей товаров, в том числе с использованием информационных интеллектуальных технологий.

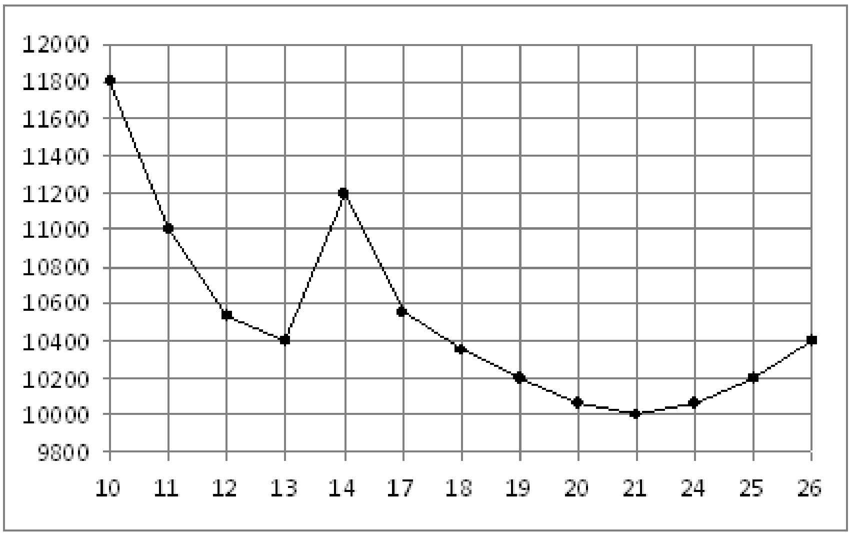
ПК 2.6 Рассчитывать показатели эффективности предпринимательской деятельности, в том числе с применением программных продуктов.

Материальное обеспечение:

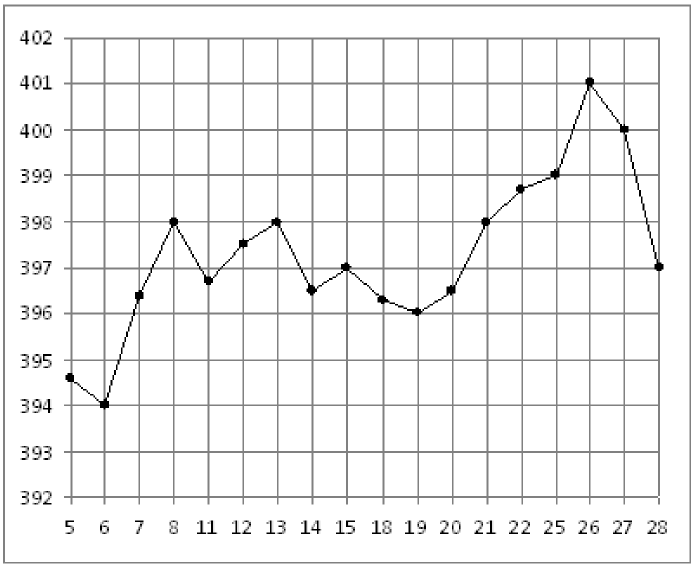
Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

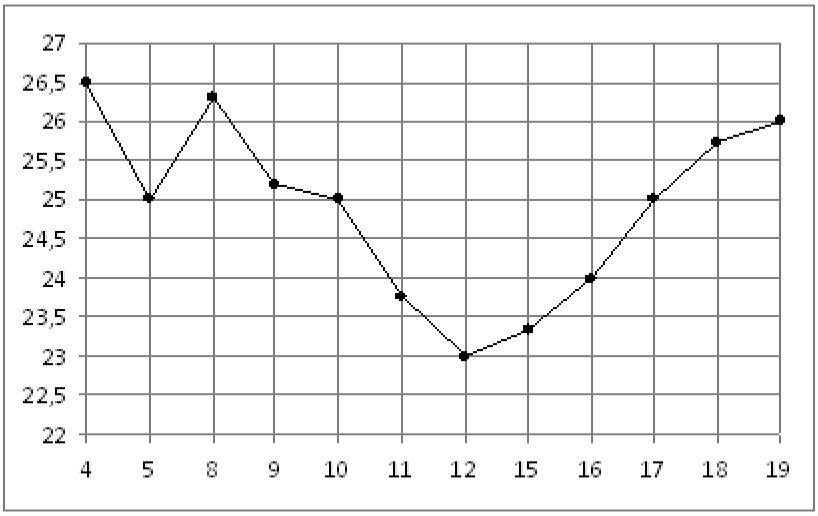
1. На рисунке жирными точками показана цена никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 10 по 26 ноября 2008 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена никеля на момент закрытия торгов впервые за данный период приняла значение 10200 долларов США за тонну.



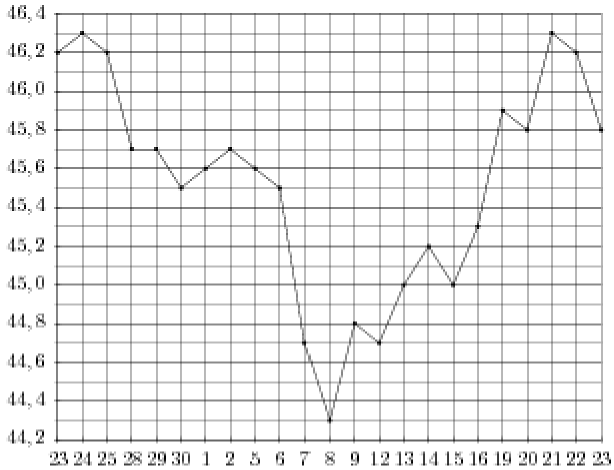
2. На рисунке жирными точками показана цена золота на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 5 по 28 марта 1996 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена унции золота в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена золота на момент закрытия торгов впервые за данный период превысила 400 долларов за унцию.



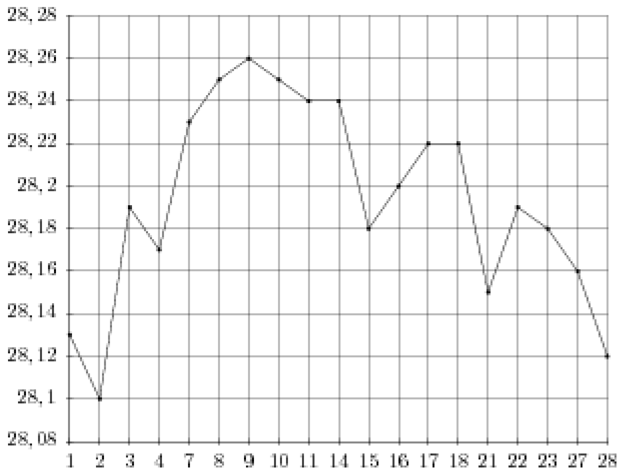
3. На рисунке жирными точками показана цена нефти на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 4 по 19 апреля 2002 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена барреля нефти в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена нефти на момент закрытия торгов впервые за данный период составила 25 долларов за баррель.



4. На рисунке жирными точками показан курс китайского юаня, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни с 23 сентября по 23 октября 2010 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена китайского юаня в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа курс китайского юаня впервые был равен 45,6 рубля.



5. На рисунке жирными точками показан курс доллара, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни в феврале 2006 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена доллара в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа курс доллара впервые был равен 28,18 рубля.



Порядок выполнения работы

1. Внимательно изучите текст задачи и данные на графике. Определите, что известно вам из условия задачи.

2. Проанализируйте график.

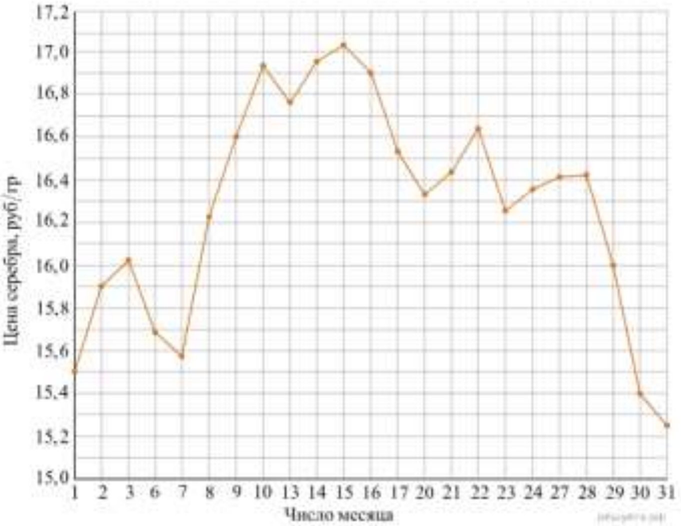
3. Произведите необходимые расчеты, используя данные из условия задачи.

4. Проверьте правильность выполнения расчетов и соответствие ответа поставленной задаче.

5.Представьте результаты решения задачи в виде ответа или вывода.

6. Проверьте ответ на корректность.

Задача. На рисунке жирными точками показана цена серебра, установленная Центробанком РФ во все рабочие дни в октябре 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена серебра в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена серебра впервые была равна ровно 16 рублям за грамм.

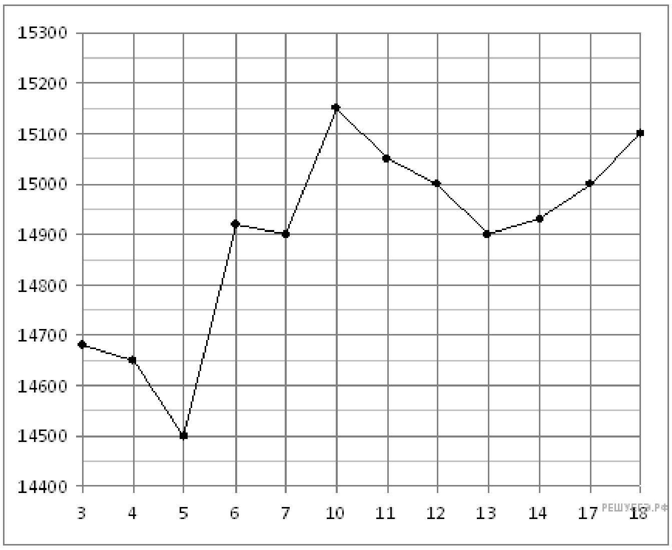


Решение.

Из графика видно, что цена серебра впервые была равна 16 рублей за грамм 29 октября (см. рис.).

Ответ: 29.

Задача 1. На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 3 по 18 сентября 2007 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны олова в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена олова на момент закрытия торгов впервые за данный период стала равна 14900 долларов США за тонну.



Решение.

Из графика видно, что на момент закрытия торгов цена тонны олова впервые за данный период составила 14 900 долларов за тонну 7 сентября (см. рис.).

Ответ: 7.

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи, вычисления, рисунки и графики.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.2. Функции, их свойства, графики

Практическое занятие №10

«Анализ графиков функций»

Цель работы: научиться интерпретировать и использовать графики для анализа данных, применять теоретические знания к решению прикладных задач.

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности

ОК 03Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по правовой и финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях

ОК 04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

ПК 2.3 Проводить сбор, мониторинг и систематизацию ценовых показателей товаров, в том числе с использованием информационных интеллектуальных технологий.

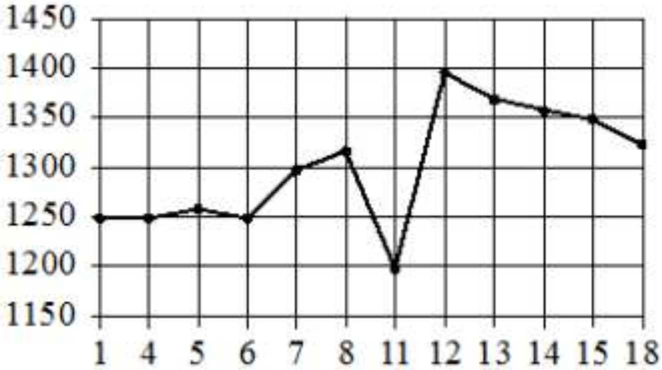
ПК 2.6 Рассчитывать показатели эффективности предпринимательской деятельности, в том числе с применением программных продуктов.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

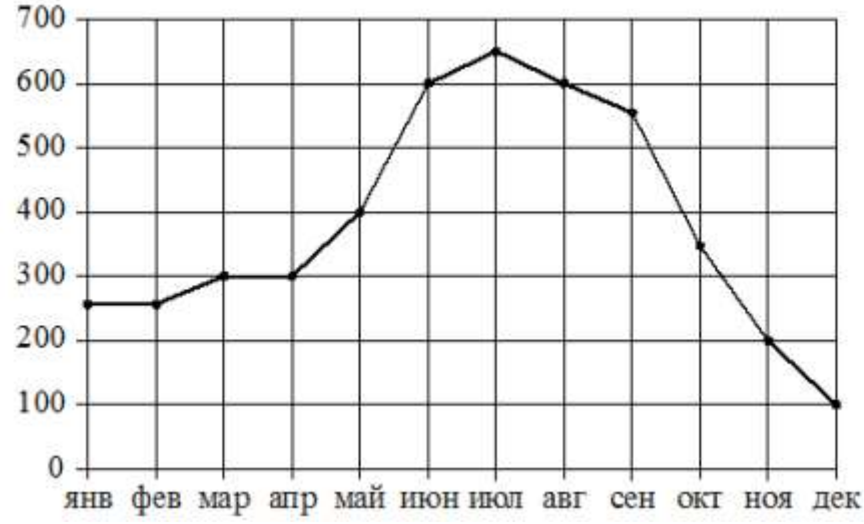
1. На рисунке показана цена акции компании на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни в период с 1 по 18 сентября 2012 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – цена акции в рублях за штуку. Для наглядности точки соединены линией.



Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику изменения цены акции в этот период.

ПЕРИОДЫ ВРЕМЕНИ	ХАРАКТЕРИСТИКИ
А) 1–5 сентября	1) цена акции не превосходила 1300 рублей за штуку
Б) 6–8 сентября	2) цена достигла максимума за весь период с 1 по 18 сентября
В) 11–13 сентября	3) цена акции ежедневно росла
Г) 14–18 сентября	4) цена акции не опускалась ниже 1300 рублей за штуку

2. На рисунке точками показаны ежемесячные объёмы продаж холодильников в магазине бытовой техники. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали – количество проданных холодильников. Для наглядности точки соединены линией. Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику продаж холодильников.



Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику продаж холодильников.

ПЕРИОДЫ ВРЕМЕНИ — ХАРАКТЕРИСТИКИ

А) январь – март — 1) продажи за первый и второй месяцы периода совпадают

Б) апрель – июнь — 2) ежемесячный объём продаж достигает максимума за весь период

В) июль–сентябрь — 3) за этот период ежемесячный объём продаж увеличился на 300 холодильников

Г) октябрь – декабрь — 4) за последний месяц периода было продано меньше 200 холодильников

Порядок выполнения работы

1. Внимательно изучите текст задачи и данные на графике. Определите, что известно вам из условия задачи.
2. Проанализируйте график.
3. Произведите необходимые расчеты, используя данные из условия задачи.
4. Проверьте правильность выполнения расчетов и соответствие ответа поставленной задаче.
5.Представьте результаты решения задачи в виде ответа.
6. Проверьте ответ на корректность.

На рисунке показано изменение цены акций компании на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни в период с 1 по 18 сентября 2012 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена акции в рублях за штуку. Для наглядности точки соединены линией.

Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных интервалов времени характеристику изменения цены акций.

ПЕРИОДЫ ВРЕМЕНИ
А) 1–5 сентября
Б) 6–8 сентября
В) 11–13 сентября
Г) 14–18 сентября

ХАРАКТЕРИСТИКИ
1) цена акции не превосходила 1300 рублей за штуку
2) цена достигла максимума за весь период
3) цена акций ежедневно росла
4) цена акции не опускалась ниже 1300 рублей за штуку

Решение.
А) 1-5 сентября: из графика видно, что цена акций не превосходила 1300 рублей за штуку, следовательно, вариант 1)
Б) 6-8 сентября: из графика видно, что цена акций ежедневно росла, следовательно, вариант 3)
В) 11-13 сентября: из графика видно, что цена достигла максимума 12 сентября, следовательно, вариант 2)
Г) 14-18 сентября: из графика видно, что цена акций не опускалась ниже 1300 рублей за штуку, следовательно, вариант 4)
Ответ: 1324

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:
Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи, вычисления, рисунки и графики.
Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.
Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.
Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.3. Корни, степени логарифмы

Практическое занятие № 11

«Решение иррациональных уравнений»

Цель работы: Обобщить, закрепить и систематизировать знания учащихся при решении различных видов иррациональных уравнений.

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности

ОК 04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

ПК 2.3 Проводить сбор, мониторинг и систематизацию ценовых показателей товаров, в том числе с использованием информационных интеллектуальных технологий.

ПК 2.6 Рассчитывать показатели эффективности предпринимательской деятельности, в том числе с применением программных продуктов.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

Решите иррациональные неравенства, характеризующие экономические модели, для прогнозирования будущих экономических показателей:

а) $\sqrt{5-4x}=2x+5$.

б) $9+\sqrt{x-3}=x$.

в) $\sqrt{x^2-2}=\sqrt{3-4x}$.

г) $\sqrt{4x+2}+\sqrt{4x-2}=4$.

Порядок выполнения работы

1) При возведении уравнения в четную степень получается уравнение, являющееся следствием исходного. Поэтому возможно появление посторонних решений уравнения, но невозможна потеря корней. Причина приобретения корней состоит в том, что при возведении в четную степень чисел, равных по абсолютной величине, но разных по знаку, получается один и тот же результат.

Так как могут появиться посторонние корни, то необходимо делать проверку, подставляя найденные значения неизвестной только в первоначальное уравнение, а не в какие-то промежуточные.

2) При решении иррациональных уравнений полезно перед возведением обеих частей уравнения в некоторую степень "уединить радикал", то есть представить уравнение в виде $C(x)=\sqrt[n]{D(x)}$.

Тогда после возведения обеих частей уравнения в *n*-ую степень радикал справа исчезнет.

3) Уравнение $\sqrt[2k]{A(x)}=\sqrt[2k]{B(x)}$ равносильно каждой из двух систем

$$\sqrt[2k]{A(x)}=\sqrt[2k]{B(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} A(x)=B(x), \\ A(x)\ge 0, \end{cases}$$

$$\sqrt[2k]{A(x)}=\sqrt[2k]{B(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} A(x)=B(x), \\ B(x)\ge 0. \end{cases}$$

Поскольку после возведения в четную степень получаем уравнение-следствие $A(x)=B(x)$. Мы должны, решив его, выяснить, принадлежат ли найденные корни области определения исходного уравнения, то есть выполняется ли неравенство $A(x)\ge 0$ (или $B(x)\ge 0$). Из этих систем выбирают для решения ту, в которой неравенство проще.

4) Возведете обе части уравнения в квадрат и произведете приведение подобных членов, перенесите слагаемые из одной части равенства в другую. Уедините радикал. Снова возведите обе части уравнения в квадрат. Решите полученное уравнение. Сделайте проверку.

Решите уравнения, характеризующие экономические модели, для прогнозирования будущих экономических показателей:

1) $\sqrt{-3x+3} = x-1$

Решение. Аккуратное возведение в четную степень уравнения вида $\sqrt[2k]{A(x)} = B(x)$ состоит в переходе к равносильной ему системе

$$\sqrt[2k]{A(x)} = B(x) \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) = B^{2k}(x), \\ B(x) \geq 0. \end{cases}$$

Неравенство $B(x) \geq 0$ в этой системе выражает условие, при котором уравнение можно возводить в четную степень, отсекает посторонние решения и позволяет обходиться без проверки.

Уравнение $\sqrt{-3x+3} = x-1$ равносильно системе

$$\begin{cases} 3-3x = (x-1)^2, \\ x-1 \geq 0. \end{cases}$$

Решая первое уравнение этой системы, равносильное уравнению $x^2 + x - 2 = 0$, получим корни $x_1 = 1$ и $x_2 = -2$.

Второй корень не удовлетворяет неравенству системы и, следовательно, является посторонним корнем исходного уравнения.

Ответ: $x = 1$.

2)Решить уравнение

$x + \sqrt{2x+3} = 6.$

Решение. Метод уединения радикала приводит к уравнению $\sqrt{2x+3} = 6 - x$.

Это уравнение равносильно системе

$$\begin{cases} 2x+3 = (6-x)^2, \\ 6-x \geq 0. \end{cases}$$

Решая первое уравнение этой системы, получим корни $x_1 = 11$ и $x_2 = 3$, но условие $6 - x \geq 0$ выполняется только для $x = 3$.

Ответ. $x = 3$.

3) Решить уравнение $\sqrt{-9x^2 + 3x - 6} = \sqrt{-6x - 24}$.

Решение. Это уравнение равносильно системе

$$\begin{cases} -9x^2 + 3x - 6 = -6x - 24, \\ -6x - 24 \geq 0. \end{cases}$$

Решая первое уравнение этой системы, равносильное уравнению $-x^2 + x + 2 = 0$, получим корни $x_1 = -1$ и $x_2 = 2$.

Однако при этих значениях *x* не выполняется неравенство $-6x-24\ge 0$, и потому данное уравнение не имеет корней.

Ответ. Корней нет.

4)Решить уравнение

$\sqrt{x+5}+\sqrt{20-x}=7$.

Решение. Возведем обе части уравнения в квадрат и произведем приведение подобных членов, перенос слагаемых из одной части равенства в другую и умножение обеих частей на 1/2.

В результате получим уравнение

$\sqrt{x+5}\cdot\sqrt{20-x}=12$, являющееся следствием исходного. Снова возведем обе части уравнения в квадрат. Получим уравнение

$(x+5)(20-x)=144$

которое приводится к виду $x^2-15x+44=0$.

Это уравнение (также являющееся следствием исходного) имеет корни

$x_1=4$, $x_2=11$.

Оба корня, как показывает проверка, удовлетворяют исходному уравнению.

Ответ:

$x_1=4$, $x_2=11$.

Форма представления результата: выполненные задания 1, 2.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.3. Корни, степени логарифмы

Практическое занятие №12

«Преобразования выражений, содержащих степени и радикалы»

Цель работы: Обобщить, закрепить и систематизировать знания учащихся решении заданий по преобразованию выражений, содержащих степени и радикалы.

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

ПК 2.3 Проводить сбор, мониторинг и систематизацию ценовых показателей товаров, в том числе с использованием информационных интеллектуальных технологий.

ПК 2.6 Рассчитывать показатели эффективности предпринимательской деятельности, в том числе с применением программных продуктов.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

Для создания экономической модели прогнозирования экономических показателей необходимо:

1) провести упрощение степеней с рациональным показателем:

а) $\frac{3c^2d^3}{16x^2y^{-3}}(\frac{-cd}{4xy})^2$.

б) $(\frac{a^{-8}+a^{-2}}{a^{-3}+a^3})^{-2}$.

2) выполнить действия: $(\frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}-\sqrt{ab}):(a-b)+\frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$;

Порядок выполнения работы

1. а) Вынесите знак минус из произведения. Воспользуйтесь свойством степени с отрицательным показателем. Употребите свойство воспроизведения во вторую степень. Для окончательного упрощения этого примера воспользуйтесь правилом умножения дробей. В последнем шаге воспользуйтесь делением степеней с одинаковым показателем.

б) В этом случае надо применит свойство степеней с отрицательным показателем. Чтобы разгрузить полученную дробь, надо преобразовать эту дробь в деление. Привести дробь к общему знаменателю и произвести сложение дробей с общим знаменателем. Последним шагом сделать сокращение.

2. Определите порядок действия. Выражение в первой скобке приведите к общему знаменателю, в числителе сделайте группировку и вынесите общий множитель за скобку. Выполните деление, сократите на общий множитель. Последнее действие – сложение дробей с одинаковыми знаменателями. Приведите подобные слагаемые.

1) Упростить выражение: $\frac{((x^6)^{-3}(x^2)^4)y^6}{x^2y^3}-\frac{x^7y^5z^7}{x^{10}y^{10}z^{17}}=$

Вначале надо провести раскрытие скобок, для этого воспользуемся свойством степеней.

$$=\frac{x^{((-3)6)}x^{(4\cdot2)}y^{6-3}}{x^2}-x^{7-10}y^{5-10}z^{7-17}=x^{-12}y^3-x^{-3}y^{-5}z^{-10}=$$

Воспользуемся свойством степеней с отрицательным показателем.

$$=\frac{y^3}{x^{12}}-\frac{1}{x^3y^5z^{10}}.$$

Ответ: $\frac{y^3}{x^{12}}-\frac{1}{x^3y^5z^{10}}$

2) Упростить выражение

$$\frac{\sqrt{x}+1}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}}:\frac{1}{x^2-\sqrt{x}}.$$

Решение. Введем обозначение $a=\sqrt{x}$, тогда $x=(\sqrt{x})^2=a^2$, $x\sqrt{x}=a^2a=a^3$.

Формула из условия задачи после замены будет выглядеть так: $\dfrac{a+1}{a^3+a^2+a}:\dfrac{1}{a^4-a}$.

Заметим, что $a^4-a=a(a^3-1^3)=a(a-1)(a^2+a+1)$.

Тогда $\dfrac{a+1}{a^3+a^2+a}:\dfrac{1}{a^4-a}=\dfrac{a+1}{a(a^2+a+1)}\cdot\dfrac{a(a-1)(a^2+a+1)}{1}=(a+1)(a-1)=a^2-1.$

Вернемся к замене: $a^2-1=x-1$.

Ответ: $x-1$.

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.3. Корни, степени логарифмы

Практическое занятие № 13

«Решение показательных уравнений»

Цель работы: Обобщить, закрепить и систематизировать знания учащихся по методам решения показательных уравнений

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности

ОК 04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

ПК 2.3 Проводить сбор, мониторинг и систематизацию ценовых показателей товаров, в том числе с использованием информационных интеллектуальных технологий.

ПК 2.6 Рассчитывать показатели эффективности предпринимательской деятельности, в том числе с применением программных продуктов.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

Решите показательные уравнения, характеризующие экономические модели, для прогнозирования будущих экономических показателей:

а) $3^{x^2-4,5}\cdot\sqrt{3}=\frac{1}{27}$;

в) $0,1^{x^2-0,5}\cdot\sqrt{0,1}=0,001$;

с) $4\cdot\left(\frac{1}{16}\right)^x-17\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^x+4=0\cdot$

Порядок выполнения работы:

а-в) Обе части уравнения приводим к одному основанию: $a^{f(x)}=a^{\Phi(x)}$, где $(a\succ 0, a\neq 1)$.Затем используем следующее свойство: ($a^{f(x)}=a^{\Phi(x)}$)$\Leftrightarrow(f(x)=\Phi(x))$.

с) Решаем квадратное уравнение относительно переменной $(1/4)^x$.

Решите уравнение, которое характеризует экономическую модель, для прогнозирования будущих экономических показателей: $0,1^{x^2-0,5}\cdot\sqrt{0,1}=0,001$.

Решение: Преобразуем уравнение к виду: $a^{f(x)}=a^{\Phi(x)}$.

$0,1^{x^2-0,5}\cdot 0,1^{0,5}=0,1^3\Leftrightarrow 0,1^{x^2-0,5+0,5}=0,1^3\Leftrightarrow 0,1^{x^2}=0,1^3$. Затем решаем уравнение: $x^2=3\Rightarrow x_1=-\sqrt{3}, x_2=\sqrt{3}.$

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.3. Корни, степени логарифмы

Практическое занятие № 14

«Решение показательных неравенств»

Цель работы: Обобщить, закрепить и систематизировать знания учащихся по методам решения показательных неравенств

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности

ОК 04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде.

ПК 2.3 Проводить сбор, мониторинг и систематизацию ценовых показателей товаров, в том числе с использованием информационных интеллектуальных технологий.

ПК 2.6 Рассчитывать показатели эффективности предпринимательской деятельности, в том числе с применением программных продуктов.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

Решите показательные неравенства, характеризующие экономические модели, для анализа доходов и расходов организации:

а) $10^{4x-5} > -0{,}1$;

в) $\left(\frac{25}{9}\right)^{x^2-5,5} \le \left(\frac{27}{125}\right)^3$;

с) $3^{\frac{x-4}{x}-3} < \frac{1}{27}$

Порядок выполнения работы:

Обе части неравенства приведите к одному основанию: $a^{f(x)} \succ a^{\Phi(x)}$. При решении данного неравенства имеет место преобразование: $a^{f(x)} \succ a^{\Phi(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \prec a \prec 1 \\ f(x) \prec \Phi(x) \end{cases} \text{или} \begin{cases} a \succ 1 \\ f(x) \succ \Phi(x) \end{cases}$.

Решите показательное неравенство, которое характеризует экономическую модель, для анализа доходов и расходов организации:

Решите неравенство: $5^x \cdot 2^x \succ 0{,}1^{-3}$.

Решение: Преобразуем неравенство к виду: $a^{f(x)} \succ a^{\Phi(x)}$. Для левой части неравенства используем свойство степеней: $a^x * b^x = (a*b)^x$, для правой части свойство степеней с отрицательным показателем, получаем:

$(5 \cdot 2)^x \succ (10^{-1})^{-3} \Leftrightarrow 10^x \succ 10^3 \Rightarrow x \succ 3.$

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.3. Корни, степени логарифмы

Практическая работа №15

«Применение показательной функции в решении экономических задач»

Цель работы: Обобщить, закрепить и систематизировать знания при решении задач с экономическим содержанием

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам.

ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности.

ОК 04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде.

ПК 2.3 Проводить сбор, мониторинг и систематизацию ценовых показателей товаров, в том числе с использованием информационных интеллектуальных технологий.

ПК 2.6 Рассчитывать показатели эффективности предпринимательской деятельности, в том числе с применением программных продуктов.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

Задача 1. Определить будущую стоимость капитала, если первоначальная его стоимость 200 000 руб., срок инвестирования 10 лет, процентная ставка 10% годовых.

Задача 2. Определить будущую стоимость машины в 2034г с учетом инфляции, если в 2024г ее стоимость 2000 000 руб., инфляция 8% годовых.

Порядок выполнения работы:

1. Заполним таблицу, посчитав значения суммы по формуле $S = P(1+i)^n$

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
S										

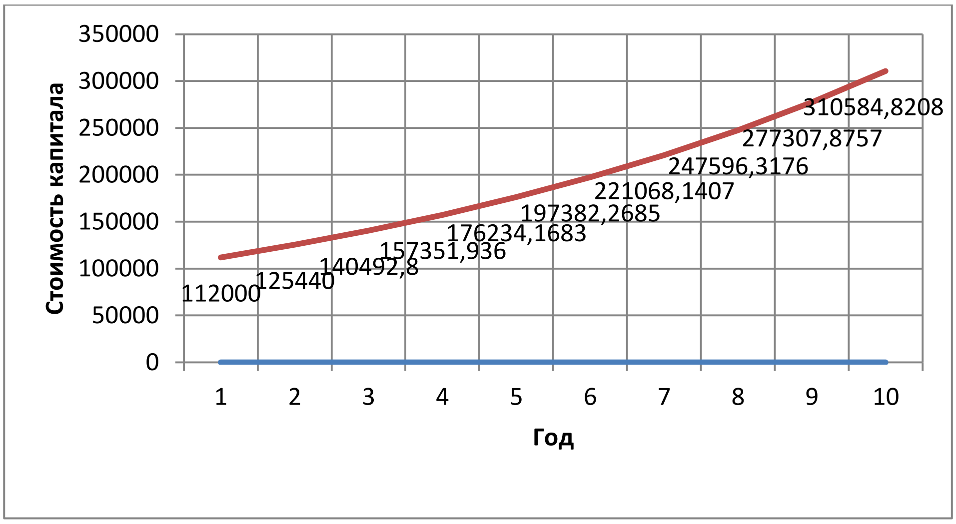
2. Построить график функции.
3. Сделать вывод.

Задача 1. Определить будущую стоимость капитала, если первоначальная его стоимость 100 000 руб., срок инвестирования 10 лет, процентная ставка 12% годовых.

1. Заполним таблицу, посчитав значения суммы по формуле $S = P(1+i)^n$

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
S	112000	125440	140492,8	157351,9	176234,2	197382,3	221068,1	247596,3	277307,9	310584,8

2. Построим график функции.



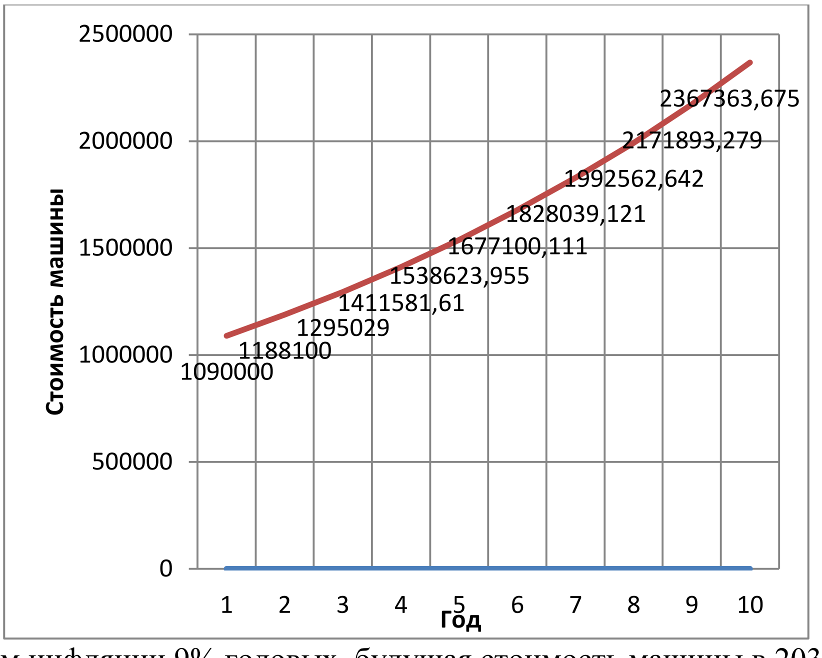
3. Вывод: будущая стоимость капитала составит 310584,8 рублей через 10 лет при процентной ставке 12% годовых.

Задача 2. Определить будущую стоимость машины в 2034г с учетом инфляции, если в 2024г ее стоимость 1000 000 руб., инфляция 9% годовых.

1. Заполнить таблицу, посчитав значения суммы по формуле $S = P(1+i)^n$

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
S	1090000	1188100	1295029	1411582	1538624	1677100	1828039	1992563	2171893	2367364

2. Построить график функции.



3. Вывод: с учетом инфляции 9% годовых, будущая стоимость машины в 2034 году будет составлять 2 367 000 рублей.

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.3. Корни, степени логарифмы

Практическое занятие № 16

«Нахождение значений логарифма по произвольному основанию. Переход от одного основания к другому. Вычисление и сравнение логарифмов. Логарифмирование и потенцирование выражений»

Цель работы: Научиться находить значения логарифмических выражений, применяя определение и свойства логарифмов. Логарифмировать и потенцировать выражения.

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1) Найдите значения выражений:

a) $\log_5 135 - \log_5 5{,}4$;

b) $\log_4 104 - \log_4 6{,}5$;

c) $\log_3 \log_9 \sqrt[27]{\sqrt[3]{9}}$.

2)Найдите значения выражений:

a) $5^{\log_5 2} + 36^{\log_6 \sqrt{19}}$;

b) $2^{\log_2 5} + 81^{\log_9 \sqrt{19}}$;

c) $27^{1-\log_3 6} - 4^{-\log_4 0{,}125}$.

Порядок выполнения работ

1. Используйте соответствующие свойства логарифмов и определение логарифма.
2. Используйте основное логарифмическое тождество и свойства логарифмов.

1) Вычислите: $\log_{0,25} 0{,}64 + \log_{0,5} 10$.

Решение: $\log_{0,25} 0{,}64 + \log_{0,5} 10 =$

Используем формулу перехода к новому основанию $\log_b a = \dfrac{\log_c a}{\log_c b}$, получим

$$= \frac{\log_{0,5} 0{,}64}{\log_{0,5} 0{,}25} + \log_{0,5} 10 = \frac{1}{2}\log_{0,5} 0{,}64 + \log_{0,5} 10 =$$

далее используем свойства логарифма степени и логарифма произведения

$$= \log_{0,5} \sqrt{0{,}64} + \log_{0,5} 10 = \log_{0,5}(0{,}8 \cdot 10) = \log_{0,5} 8 = -3.$$

Ответ: -3.

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.3. Корни, степени логарифмы

Практическое занятие № 17

«Решение логарифмических уравнений»

Цель работы: Обобщить, закрепить и систематизировать знания учащихся по методам решения логарифмических уравнений

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности

ОК 04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

ПК 2.3 Проводить сбор, мониторинг и систематизацию ценовых показателей товаров, в том числе с использованием информационных интеллектуальных технологий.

ПК 2.6 Рассчитывать показатели эффективности предпринимательской деятельности, в том числе с применением программных продуктов.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

Решите логарифмические уравнения, характеризующие экономические модели, для прогнозирования будущих экономических показателей:

1) $log_2(x+2)=3$
2) $log_3(2x+1)=log_3(x+5)$
3) $\ln(x+4)-\ln(x+3)=\ln 3$

Используя свойства логарифмов оби части уравнения приводим к одному основанию $\log_a f(x) = \log_a g(x)$, $a> 1$. Потенцируем обе части уравнения, получаем $f(x) = g(x)$. Решаем полученное уравнение. Т.к. потенцирование уравнения может привести к появлению посторонних корней, то делаем проверку. Записываем ответ.

Порядок выполнения работы:

Записать задание в тетрадь и решить.

Решите логарифмическое уравнение, которое характеризует экономическую модель, для прогнозирования будущих экономических показателей:

$$\log_7 5^{\sqrt{x+2}} = (x-4)\cdot\log_7 5.$$

Решение.

Согласно свойствам логарифмической функции:

$$\log_7 5^{\sqrt{x+2}} = \log_7 5^{x-4} \Leftrightarrow 5^{\sqrt{x+2}} = 5^{x-4} \Leftrightarrow \sqrt{x+2} = x-4 \Rightarrow x+2 = x^2-8x+16;$$

Приводим уравнение к стандартному виду $x^2-9x+14=0$. Решаем квадратное уравнение и получаем корни $x_1=2$, $x_2=7$. Проверка показывает, что $x_1=2$ является посторонним корнем.

Ответ: 7

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.3. Корни, степени логарифмы

Практическое занятие № 18

«Решение логарифмических уравнений и неравенств»

Цель работы: Обобщить, закрепить и систематизировать знания учащихся по методам решения логарифмических уравнений и неравенств

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности

ОК 04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

ПК 2.3 Проводить сбор, мониторинг и систематизацию ценовых показателей товаров, в том числе с использованием информационных интеллектуальных технологий.

ПК 2.6 Рассчитывать показатели эффективности предпринимательской деятельности, в том числе с применением программных продуктов.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задания:

Решите логарифмическое уравнение и неравенство, характеризующие экономические модели, для анализа доходов и расходов организации:

1. $\log_{\sqrt{2}} x + 4 + \log_4 x + \log_3 x = 2$
2. $\log_2 x + \log_4 x + \log_{\frac{1}{8}} x \le 3{,}5$

Порядок выполнения работы:

1)Работаем по алгоритму**:** используя определение логарифма обе части неравенства приводим к одному основанию, т. е. получаем неравенство вида log $_a$ f(x) $\prec$ log $_a$ g(x). Если основание логарифма a=x-3$\succ 1$, то неравенство log $_a$ f(x) $\prec$ log $_a$ g(x) равносильно любой из систем: $\begin{cases} f(x) \prec g(x) \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$ или $\begin{cases} f(x) \prec g(x) \\ g(x) > 0 \end{cases}$.

Если $0 \prec$ x-3$\prec 1$, то неравенство log $_a$ f(x) $\prec$ log $_a$ g(x) равносильно любой из систем: $\begin{cases} f(x) \succ g(x) \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$ или $\begin{cases} f(x) \succ g(x) \\ f(x) > 0 \end{cases}$. Решаем полученную систему, записываем ответ.

2)В левой части неравенства делаем преобразования, используя свойства логарифмов-логарифм степени и логарифм частного:

$$\log_c a^k = k \cdot \log_c a, \quad c > 0, \quad c \neq 1, \quad a > 0;$$

$$\log_c \left(\frac{a}{b}\right) = \log_c a - \log_c b, \quad c > 0, \quad c \neq 1, \quad a > 0, \quad b > 0.$$

Получаем неравенство вида log $_a$ f(x) < g(x), a> 1, которое заменяем на равносильную систему: $\begin{cases} f(x) \prec g(x) \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$. Решаем полученную систему, записываем ответ.

Записать задание в тетрадь и решить.

Решите логарифмическое неравенство, характеризующее экономическую модель, для анализа доходов и расходов организации:

1) Решить неравенство

$\log_{2x}\left(x^2+2x+2\right)\le 2.$

Решение. Неравенство равносильно совокупности систем

$$\begin{cases} x^2+2x+2\ge 4x^2, \\ x^2+2x+2>0, \\ 0<2x<1 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x^2+2x+2\le 4x^2, \\ x^2+2x+2>0, \\ 2x>1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x^2-2x-2\le 0, \\ 0<x<\dfrac{1}{2} \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} 3x^2-2x-2\ge 0, \\ x>\dfrac{1}{2}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3\left(x-\dfrac{1+\sqrt{7}}{3}\right)\left(x-\dfrac{1-\sqrt{7}}{3}\right)\le 0, \\ 0<x<\dfrac{1}{2} \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} 3\left(x-\dfrac{1+\sqrt{7}}{3}\right)\left(x-\dfrac{1-\sqrt{7}}{3}\right)\ge 0, \\ x>\dfrac{1}{2}. \end{cases}$$

Применим метод интервалов

Ответ: $x\in(-4;-3)\cup(8;+\infty).$

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.3. Корни, степени логарифмы

Практическое занятие № 19

«Применение логарифмов в экономике»

Цель работы: Обобщить, закрепить и систематизировать знания при решении задач с экономическим содержанием

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам.

ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности.

ОК 04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде.

ПК 2.3 Проводить сбор, мониторинг и систематизацию ценовых показателей товаров, в том числе с использованием информационных интеллектуальных технологий.

ПК 2.6 Рассчитывать показатели эффективности предпринимательской деятельности, в том числе с применением программных продуктов.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1.Пусть вкладчик положил в банк 10 000 руб. под ставку 18% годовых. Через сколько лет его вклад станет больше в 3,6 раза?

2. Трехпроцентный вклад в сбербанк, равный а рублям, через *n* лет становится равным а трехпроцентный вклад становится равным $a \times (1{,}03)^n$. Через сколько лет вклад утроится?

Порядок выполнения работы:

1. Изучить теоретическую часть практической работы
2. Решить задачи

Формула сложных процентов: $N=a\cdot(1+0{,}01p)^n$, где

a - первоначальная величина вклада,

n - срок вклада,

N - величина вклада через n лет,

p - число процентов.

Задача 1. Вкладчик положил в банк 30000 руб. под ставку в 8% годовых. Через сколько лет его вклад вырастет в 5 раз?

Решение.

В нашем случае деньги на вкладе будут накапливаться по следующей формуле

$$S=30000(1+\frac{8}{100})^n.$$

Нам необходимо найти значение n при котором S будет равно 150000

$$150000= 30000(1+\frac{8}{100})^n,$$

т.е решить уравнение

$$5=(1+\frac{8}{100})^n$$

Решить которое нам поможет определение логарифма. Воспользовавшись им мы получим

$$n=log_{1,8}5.$$

Далее перейдем к основанию 10

$$n= log_{1,8}5=\frac{\lg 5}{\lg(1{,}8)}.$$

Теперь воспользуемся таблицей логарифмов или калькулятором

$$\frac{0{,}699}{0{,}255}=2{,}7$$

Таким образом, вклада возрастет в 5 раз через 7,3 лет.

Ответ: 2,7

Задача 2. В банк положили 10 000 руб под ставку 12% годовых. Через сколько лет его вклад удвоится?

Решение.

В нашем случае деньги на вкладе будут накапливаться по следующей формуле

$$S=10000(1+\frac{12}{100})^n.$$

Нам необходимо найти значение n при котором S будет равно 36000

$$20000=10000(1+\frac{12}{100})^n,$$

т.е. решить уравнение

$$2=(1+\frac{12}{100})^n.$$

Решить которое нам поможет определение логарифма. Воспользовавшись им мы получим

$$n=log_{1,12}2.$$

Далее перейдем к основанию 10

$$n=log_{1,12}2=\frac{\lg 2}{\lg(1,12)}.$$

Теперь воспользуемся таблицей логарифмов или калькулятором

$$\frac{0,301}{0,041}=7,3$$

Таким образом, удвоение вклада произойдет через 7,3 лет.

Ответ: 7,3

Задача 3. Двухпроцентный вклад сбербанка, равный *a* рублям, через *n* лет становится равным $a(1,02)^n$, а трехпроцентный вклад становится равным $a(1,03)^n$. Через сколько лет каждый их вкладов удвоится?

Решение.

1) Для первого вклада

$$2a=a(1,02)^n,$$

откуда

$$2=(1,02)^n,$$

$$n=log_{1,02}2.$$

Вычислим на калькуляторе

$$log_{1,02}2\approx35,002788$$

2) Для второго вклада

$$n=log_{1,03}2.$$

Вычислим на калькуляторе

$$log_{1,03}2\approx23,449772.$$

Ответ: по первому вкладу примерно через 35 лет, а по второму – через 23,5 года.

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 2.1 Основные понятия тригонометрии.
Преобразование тригонометрических выражений

Практическое занятие № 20

«Радианный метод измерения углов вращения и связь с градусной мерой. Нахождение значений тригонометрических функций»

Цель работы: Научиться переходить от радианной меры углов к градусной и обратно. Научится находить значения тригонометрических функций по определению.

Выполнение работы способствует формированию:
ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам
ОК 04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

Материальное обеспечение:
Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:
1. Выразите в радианах величину угла, заданного в градусах
а) $150°$ б) $450°$ в) $40°$
2. Выразите в градусах величину угла, заданного в радианах
а) $\frac{\pi}{10}$ б) 4π в) $\frac{4\pi}{9}$
3. Используя определения тригонометрических функций, найдите знаки этих функций для углов:
а) $-210°$ б) $\frac{2\pi}{3}$

Порядок выполнения работы
1. Радианная и градусная меры связаны зависимостью $180° = \pi\, радиан$. Поэтому $1° = \frac{\pi}{180°}$, значит $\propto° = \frac{\pi}{180}\alpha\, радиан$.
2. Чтобы выразить угол в градусной мере воспользуйтесь соотношением $1 рад = \frac{180°}{\pi}$.
3. Начертите единичную окружность, отложите заданный угол, помня, что положительным считается угол, откладываемый против часовой стрелки, а отрицательным – по часовой стрелке.
–Синусом угла α называется ордината точки единичной окружности, полученной при повороте начального радиуса на угол α.
–Косинусом угла α называется абсцисса точки единичной окружности, полученной при повороте начального радиуса на угол α.
–Тангенсом угла α называется отношение ординаты точки единичной окружности к ее абсциссе.
–Котангенсом угла α называется отношение абсциссы точки единичной окружности к ее ординате.

1. Выразите в радианах величину угла, заданного в градусах
а) $120°$ б) $225°$ в) $10°$
а) $120° = \frac{\pi}{180°}\cdot 120° = \frac{2\pi}{3}$; б) $225° = \frac{\pi}{180°}\cdot 225° = \frac{3\pi}{4}$; в) $10° = \frac{\pi}{180°}\cdot 10° = \frac{\pi}{18}$.
2. Выразите в градусах величину угла, заданного в радианах
а) $\frac{3\pi}{5}$ б) $\frac{2\pi}{9}$ в) $\frac{5\pi}{6}$

а) $\frac{3\pi}{5} = \frac{180°}{\pi} \cdot \frac{3\pi}{5} = 108°$ б) $\frac{2\pi}{9} = \frac{180°}{\pi} \cdot \frac{2\pi}{9} = 40°$ в) $\frac{5\pi}{6} = \frac{180°}{\pi}\frac{5\pi}{6} = 150°$

3. Используя определения тригонометрических функций, найдите знаки этих функций для углов:

а) $-120°$ б) $\frac{3\pi}{5}$

Построим единичную окружность и отложим данные углы. Угол$-120°$ откладываем по часовой стрелке. Точка, соответствующая углу $-120°$ лежит в III четверти, значит,

$\cos(-120°) < 0,\ \sin(-120°) < 0,$

$\text{tg}\,(-120°) > 0,\ \ ctg(-120°) > 0.$

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 2.1 Основные понятия тригонометрии. Преобразование тригонометрических выражений

Практическое занятие № 21

«Преобразование тригонометрических выражений. Основные тригонометрические тождества»

Цель работы: Научиться находить значения тригонометрических функций, используя основные тригонометрические тождества.

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

Найдите значения тригонометрических функций, если известно:

1) $sin \propto = \frac{5}{13},\ \frac{\pi}{2} < \propto < \pi$

2) $cos \propto = -\frac{3}{5}, \pi < \propto < \frac{3\pi}{2}$

3) $tg \propto = -\frac{8}{15}, \frac{\pi}{2} < \propto < \pi$

Порядок выполнения работы

1. Запишите, что дано в задании.

2. Запишите формулы основных тригонометрических тождеств, содержащие данную функцию и ту, которую необходимо найти.

3. Выразите неизвестную функцию. Если необходимо извлечь квадратный корень, то определите знак искомой функции, используя заданную четверть.

4. Вычислите значения всех неизвестных функций.

Найдите значения тригонометрических функций, если известно:

1) $cos \propto = 0{,}8$, $\frac{3\pi}{2} < \propto < 2\pi$

2) $sin \propto = 0{,}6, \frac{\pi}{2} < \propto < \pi$

3) $tg \propto = -\frac{3}{4}, \frac{\pi}{2} < \propto < \pi$

а) Дано: $cos \propto = 0{,}8$, $\frac{3\pi}{2} < \propto < 2\pi$. Найти: $sin \propto$, $tg \propto, ctg \propto$

Решение:

1)Запишем основное тригонометрическое тождество

$$cos^2 \propto + sin^2 \propto = 1$$

Выразим из него искомую функцию $sin \propto = \pm\sqrt{1 - cos^2 \propto}$

Так как синус в IV четверти имеет отрицательное значение, то $sin \propto = -\sqrt{1 - 0{,}64} = -\sqrt{0{,}36} = -0{,}6$.

2) Запишем основное тригонометрическое тождество

$$tg \propto = \frac{sin \propto}{cos \propto}$$

Подставим известные значения и найдем неизвестную функцию

$$tg \propto = \frac{-0{,}6}{0{,}8} = -\frac{6}{8} = -\frac{3}{4} = -0{,}75$$

3) Запишем основное тригонометрическое тождество

$$tg \propto \cdot ctg\alpha = 1$$

Выразим из него искомую функцию $ctg \propto = \frac{1}{tg\propto}$

$$ctg \propto = -\frac{4}{3} = -1\frac{1}{3}$$

б) Дано: $sin \propto = 0{,}6, \frac{\pi}{2} < \propto < \pi$

Найти: $cos \propto$, $tg \propto, ctg \propto$

Решение:

1)Запишем основное тригонометрическое тождество

$$cos^2 \propto + sin^2 \propto = 1$$

Выразим из него искомую функцию $cos \propto = \pm\sqrt{1 - sin^2 \propto}$

Так как косинус во II четверти отрицателен, то $cos \propto = -\sqrt{1 - 0{,}36} = -0{,}8$.

2) Запишем основное тригонометрическое тождество

$$tg \propto = \frac{sin \propto}{cos \propto}$$

Подставим известные значения и найдем неизвестную функцию

$$tg \propto = \frac{0{,}6}{-0{,}8} = -\frac{6}{8} = -\frac{3}{4} = -0{,}75$$

3) Запишем основное тригонометрическое тождество

$$tg \propto \cdot ctg\alpha = 1$$

Выразим из него искомую функцию $ctg \propto = \frac{1}{tg\propto}$

$$ctg \propto = -\frac{4}{3} = -1\frac{1}{3}$$

в) Дано: $tg \propto = -\frac{3}{4}, \frac{\pi}{2} < \propto < \pi$

Найти: $cos \propto,\ sin \propto, ctg \propto$

Решение:

1) Запишем основное тригонометрическое тождество

$$tg \propto \cdot\, ctg\alpha = 1$$

Выразим из него искомую функцию $ctg \propto = \frac{1}{tg\propto}$ $\qquad ctg \propto = -1\frac{1}{3}$

2) Запишем основное тригонометрическое тождество

$$1 + tg^2 \propto = \frac{1}{cos^2 \propto}$$

Выразим из него искомую функцию $cos \propto = \pm\frac{1}{\sqrt{1+tg^2\propto}}$

Так как косинус во II четверти отрицателен, то $cos \propto = -\frac{1}{\sqrt{1+\frac{9}{16}}} = -\frac{1}{\sqrt{\frac{25}{16}}} = -\frac{4}{5} = -0{,}8.$

3) Запишем основное тригонометрическое тождество

$$cos^2 \propto + sin^2 \propto = 1$$

Выразим из него искомую функцию $sin \propto = \pm\sqrt{1 - cos^2 \propto}$

Так как синус во II четверти положительный, то $sin \propto = \sqrt{1 - 0{,}64} = \sqrt{0{,}36} = 0{,}6.$

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 2.1 Основные понятия тригонометрии. Преобразование тригонометрических выражений

Практическое занятие № 22 «Преобразования тригонометрических выражений. Формулы сложения, удвоения. Формулы приведения»

Цель работы: Научиться преобразовывать тригонометрические выражения, используя тригонометрические формулы.

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1.Вычислите $\frac{cos12°\cdot cos48° - sin12°\cdot sin48°}{cos54°\cdot sin36° + cos36°\cdot sin54°}$

2. Дано $cos \propto = -\frac{3}{5}$; $cos\beta = -\frac{24}{25}$; $\pi < \propto < \frac{3\pi}{2}$; $\pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$.

Найдите $\sin(\propto - \beta)$.

3.Докажите тождество: $\frac{\sin(\propto - \beta)cos\beta + \cos(\alpha - \beta)sin\beta}{\cos(\alpha - \beta)cos\beta - \sin(\alpha - \beta)sin\beta} = tg\alpha$

Порядок выполнения работы

1) Запишите задание и определите, какими формулами тригонометрии нужно воспользоваться.

2) Примените эти формулы.

3) Упростите получившееся выражение. Вычислите, если это необходимо, значение выражения.

Ход решения:

1.Вычислите $\frac{cos71°\cdot cos26° + sin71°\cdot sin26°}{sin20°\cdot cos25° + cos20°\cdot sin25°}$

Решение:

$$\frac{cos71° \cdot cos26° + sin71° \cdot sin26°}{sin20° \cdot cos25° + cos20° \cdot sin25°}$$

Для решения нам необходимо использовать формулы сложения:

$$\cos(\alpha \pm \beta) = cos\alpha \cdot cos\beta \mp sin\alpha \cdot sin\beta$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = sin\alpha \cdot cos\beta \pm cos\alpha \cdot sin\beta$$

$$\frac{cos71° \cdot cos26° + sin71° \cdot sin26°}{sin20° \cdot cos25° + cos20° \cdot sin25°} = \frac{\cos(71° - 26°)}{\sin(20° + 25°)} = \frac{cos45°}{sin45°} = tg45° = 1$$

2. Дано $sin \propto = \frac{8}{17}$; $cos\beta = \frac{4}{5}$; $\frac{\pi}{2} < \propto < \pi$; $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$. Найдите $\sin(\propto + \beta)$.

Решение.

Для решения нам нужно использовать формулу сложения

$$\sin(\alpha + \beta) = sin\alpha \cdot cos\beta + cos\alpha \cdot sin\beta$$

Но нам неизвестны *значения* $cos \propto$ *и* $sin\beta$.

Найдем сначала эти значения, используя основное тригонометрическое тождество:

$$cos^2 \propto + sin^2 \propto = 1$$

Выразим из него искомую функцию $cos \propto = \pm\sqrt{1 - sin^2 \propto}$

$$sin\beta = \pm\sqrt{1 - cos^2\beta}$$

Так как косинус во II четверти отрицателен, то $cos \propto = -\sqrt{1 - \frac{64}{289}} = -\sqrt{\frac{289}{289} - \frac{64}{289}} = -\frac{15}{17}$.

Так как синус в I четверти положительный, то $sin\beta = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \sqrt{\frac{25}{25} - \frac{16}{25}} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$.

Подставим найденные значения в формулу и вычислим значение $\sin(\propto + \beta)$.

$$\sin(\propto + \beta) = \frac{8}{17} \cdot \frac{4}{5} + \left(-\frac{15}{17}\right) \cdot \frac{3}{5} = \frac{32}{85} - \frac{45}{85} = -\frac{13}{85}$$

3.Докажите тождество: $\frac{\sin(\propto-\beta)cos\beta+\cos(\alpha-\beta)sin\beta}{\cos(\alpha-\beta)cos\beta-\sin(\alpha-\beta)sin\beta}=tg\alpha$

Доказательство.

Выпишем отдельно левую часть тождества и преобразуем ее, используя формулы сложения:

$$\frac{\sin(\propto-\beta)\,cos\beta+\cos(\alpha-\beta)\,sin\beta}{\cos(\alpha-\beta)\,cos\beta-\sin(\alpha-\beta)\,sin\beta}=\frac{\sin(\alpha-\beta+\beta)}{\cos(\alpha-\beta+\beta)}=\frac{sin\alpha}{cos\alpha}=tg\alpha$$

$$\text{tg}\propto=\text{tg}\propto$$

Тождество доказано.

Возможен и другой способ доказательства:

$$\frac{\text{Sin}(\propto-\beta)\,cos\beta+\cos(\alpha-\beta)\,sin\beta}{\cos(\alpha-\beta)\,cos\beta-\sin(\alpha-\beta)\,sin\beta}=$$

$$=\frac{(sin\alpha\cdot cos\beta-cos\alpha\cdot sin\beta)cos\beta+(cos\alpha\cdot cos\beta+sin\alpha\cdot sin\beta)sin\beta}{(cos\alpha\cdot cos\beta+sin\alpha\cdot sin\beta)cos\beta-(sin\alpha\cdot cos\beta-cos\alpha\cdot sin\beta)sin\beta}=$$

Раскроем скобки и приведем подобные слагаемые

$$=\frac{sin\alpha\cdot cos^2\beta-cos\alpha\cdot sin\beta\cdot cos\beta+cos\alpha\cdot cos\beta\cdot sin\beta+sin\alpha\cdot sin^2\beta}{cos\alpha\cdot cos^2\beta+sin\alpha\cdot sin\beta\cdot cos\beta-sin\alpha\cdot cos\beta\cdot sin\beta+cos\alpha\cdot sin^2\beta}=$$

$$=\frac{sin\alpha\cdot cos^2\beta+sin\alpha\cdot sin^2\beta}{cos\alpha\cdot cos^2\beta+cos\alpha\cdot sin^2\beta}=\frac{sin\alpha(cos^2\beta+sin^2\beta)}{cos\alpha(cos^2\beta+sin^2\beta)}=\frac{sin\alpha}{cos\alpha}=tg\alpha$$

$$\text{tg}\propto=\text{tg}\propto$$

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 2.1 Основные понятия тригонометрии. Преобразование тригонометрических выражений

Практическое занятие № 23

«Преобразования тригонометрических выражений. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение, преобразование произведения тригонометрических функций с сумму»

Цель работы: Научиться преобразовывать тригонометрические выражения, используя тригонометрические формулы.

Практическая работа формирует:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. Найдите значение выражения: $\frac{sin78°-sin42°}{cos78°-cos42°}$
2. Упростите выражение: $\frac{tg(180°-\alpha)\cos(180°-\alpha)tg(90°-\alpha)}{\sin(90°+\alpha)ctg(90°+\alpha)tg(90°+\alpha)}$.
3. Докажите тождество: $\frac{sin2\alpha+sin6\alpha}{cos2\alpha+cos6\alpha}=tg4\alpha$

Порядок выполнения работы

1) Запишите задание и определите, какими формулами тригонометрии нужно воспользоваться.

2) Примените эти формулы.

3) Упростите получившееся выражение. Вычислите, если это необходимо, значение выражения.

1. Найдите значение выражения: $\frac{sin68°-sin22°}{cos68°-cos22°}$

Для решения нам нужно воспользоваться формулами преобразования суммы и разности тригонометрических функций в произведение:

$$cos\alpha+cos\beta=2cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$cos\alpha-cos\beta=-2sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$sin\alpha+sin\beta=2sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$sin\alpha-sin\beta=2cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

Решение.

$$\frac{sin68°-sin22°}{cos68°-cos22°}=\frac{2cos\frac{68°+22°}{2}\cdot sin\frac{68°-22°}{2}}{-2sin\frac{68°+22°}{2}\cdot sin\frac{68°-22°}{2}}=\frac{2cos45°\cdot sin23°}{-2sin45°\cdot sin23°}=-\frac{cos45°}{sin45°}=$$

$$=-ctg45°=-1$$

2. Упростите выражение: $\frac{sin(180°+\alpha)\cdot \mathrm{tg}(\propto-180°)\cdot cos(360°-\alpha)}{\mathrm{ctg}(\frac{\pi}{2}-\alpha)\cdot ctg(\pi+\alpha)\cdot cos(\frac{3\pi}{2}-\alpha)}$.

При решении этого задания нужно применить формулы приведения. Для этого вспомним мнемоническое правило:

1) Название функции не меняется, если к аргументу α прибавляется –πn или πn. Название функции меняется, если к аргументу α прибавляется $-\frac{\pi}{2}n$ или $\frac{\pi}{2}n$, n- нечетное число.

2) Ставится знак исходной функции, считая , что α- острый угол.

Решение:

$$\frac{sin(180°+\alpha)\cdot \mathrm{tg}(\propto-180°)\cdot cos(360°-\alpha)}{\mathrm{ctg}(\frac{\pi}{2}-\alpha)\cdot ctg(\pi+\alpha)\cdot cos(\frac{3\pi}{2}-\alpha)}=\frac{-sin\alpha\cdot tg\alpha\cdot cos\alpha}{tg\alpha\cdot ctg\alpha\cdot(-sin\alpha)}=\frac{cos\alpha}{ctg\alpha}=\frac{cos\alpha}{\frac{cos\alpha}{sin\alpha}}=$$

$$= \frac{cos\alpha \cdot sin\alpha}{cos\alpha} = sin\alpha$$

3. Докажите тождество: $\frac{sin\alpha+sin3\alpha+sin5\alpha}{cos\alpha+cos3\alpha+cos5\alpha} = tg3\alpha$

Для решения нам нужно воспользоваться формулами преобразования суммы и разности тригонометрических функций в произведение.

Решение.

$$\frac{sin\alpha + sin3\alpha + sin5\alpha}{cos\alpha + cos3\alpha + cos5\alpha} = tg3\alpha$$

Выпишем отдельно левую часть тождества и преобразуем ее, используя формулы:

$$\frac{sin\alpha+sin3\alpha+sin5\alpha}{cos\alpha+cos3\alpha+cos5\alpha} = \frac{(sin\alpha+sin5\alpha)+sin3\alpha}{(cos\alpha+cos5\alpha)+cos3\alpha} = \frac{2sin\frac{\alpha+5\alpha}{2}\cdot cos\frac{\alpha-5\alpha}{2}+sin3\alpha}{2cos\frac{\alpha+5\alpha}{2}\cdot cos\frac{\alpha-5\alpha}{2}+cos3\alpha} = \frac{sin3\alpha\cdot\cos(-2\alpha)+sin3\alpha}{cos3\alpha\cdot\cos(-2\alpha)+cos3\alpha} =$$

Воспользуемся четностью косинуса $\cos(-\alpha) = cos\alpha$

$$= \frac{sin3\alpha \cdot \cos 2\alpha + sin3\alpha}{cos3\alpha \cdot \cos 2\alpha + cos3\alpha} = \frac{sin3\alpha \cdot (cos2\alpha + 1)}{cos3\alpha \cdot (cos2\alpha + 1)} = \frac{sin3\alpha}{cos3\alpha} = tg3\alpha$$

$$\mathrm{tg}3\alpha = \mathrm{tg}3\alpha$$

Тождество доказано.

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 2.1 Основные понятия тригонометрии. Преобразование тригонометрических выражений

Практическое занятие № 24

«Построение графиков тригонометрических функций с использованием геометрических преобразований»

Цель работы: Научиться строить графики тригонометрических функций с помощью преобразований и исследовать их свойства

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности

ОК 03Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по правовой и финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях

ОК 04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

Построить график функции $y = 3sin(x - \frac{\pi}{6})$. Записать свойства этой функции.

Порядок выполнения работы:

При построении графика нужно воспользоваться преобразованиями графиков.

1. ***y = f(x) + b*** – график функции получается из графика функции y = f(x) путем параллельного переноса этого графика на величину вдоль от ОУ. При этом, если b>0, то график функции f(x) + b располагается выше графика функции f(x), если b<0, то ниже этого графика.

2. ***y = f (x + b)*** – график функции получается из графика функции y = f(x) с помощью параллельного переноса этого графика на величину b вдоль оси ОХ, при этом, если b>0, то сдвиг влево, а если b<0, то сдвиг вправо.

3. ***y = - f(x)*** – график симметричен графику y = f(x) относительно оси ОХ

4. ***y = a f(x)*** – график функции получается из графика функции y = f(x) с помощью растяжения или сжатия графика по оси ОУ пропорционально коэффициенту *a*, причем,

если *a* > 1, то все ординаты графика af(x) увеличиваются в *a* раз, если a < 1, то уменьшаются в *a* раз.

5. ***y = f(a x)*** – график функции получается из графика функции y = f(x) с помощью растяжения или сжатия вдоль оси ОХ пропорционально коэффициенту *a*, причем, если, *a* > 1, то график сжимается в *a* раз, если 0 < a <1, то растягивается в 1/*a* раз.

6. ***y*** = $|f(x)|$ - для построения этого графика нужно построить график функции y = f(x) и отобразить относительно оси ОХ те части графика, которые расположены ниже этой оси.

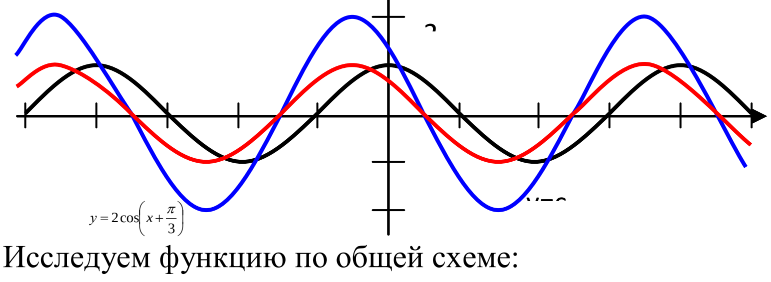
После построения графика проведите исследование функции по общей схеме.

Построить график функции $y = 2cos(x + \frac{\pi}{3})$. Записать свойства этой функции.

Сначала построим график функции $y = cosx$

Перенесем график функции $y = \cos x$ на $\frac{\pi}{3}$ влево. Получим график функции $y = cos(x + \frac{\pi}{3})$.

Растянем график получившейся функции в 2 раза вдоль оси Оу.



Исследуем функцию по общей схеме:

1. *D(y) = R;*
2. *E(y) = [-2; 2]*
3. *y = 0,* при *x= π/6 + πn, n Є Z;*

4. Функция общего вида.
5. Функция немонотонная, при $x \in (2\pi/3+2\pi n;\ 5\pi/3+2\pi n)$–функция возрастает; при $x \in (-\pi/3 + 2\pi n; 2\pi/3 + 2\pi n)$ – функция убывает;
6. $(-\pi/3 + 2\pi n;\ 2)$ – max; $(2\pi/3 + 2\pi n;\ -2)$ – min;
7. $T=2\pi$.

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 2.2 Тригонометрические уравнения и неравенства

Практическое занятие № 25

«Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства»

Цель работы: Научиться решать простейшие тригонометрические уравнения и неравенства

Практическая работа формирует:

ПРб3 умение оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы;

ПРу7 умение оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем, рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения, неравенства и системы; умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни;

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

Решите тригонометрические уравнения:

1) $cos3x = 0$

2) $\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=-1$

3) $3tg\left(4x+\frac{\pi}{3}\right)=-\sqrt{3}$

4) $ctg\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{3}$

5) $sin4x\cdot cos3x+cos4x\cdot sin3x=\frac{1}{2}$

Порядок выполнения работы:

1. Записать уравнение и определить, к какому виду оно относится и какой формулой необходимо воспользоваться.
2. Решить уравнение.
3. Записать ответ.

Решите тригонометрические уравнения:

1) $sin2x=0$

Это уравнение относится к частным случаям, поэтому корни находятся по формуле

$$x=\pi n,\quad n\in Z$$

$xxxxxxxxxxxx$

$$2x=\pi n, n\epsilon Z;$$

$$x=\frac{\pi}{2}n, n\epsilon Z$$

Ответ: $x=\frac{\pi}{2}n, n\epsilon Z$

2) $\cos\left(5x+\frac{\pi}{3}\right)=-1$

Это уравнение относится к частным случаям, поэтому корни находятся по формуле

$$x=\pi+2\pi n,\quad n\in Z$$

$xxxxxxxxxxxx$

$$5x+\frac{\pi}{3}=\pi+2\pi n,\ \ n\epsilon Z$$

$$5x=\pi-\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ \ n\epsilon Z$$

$$5x=\frac{2\pi}{3}+2\pi n,\qquad n\epsilon Z$$

$$x=\frac{2\pi}{15}+\frac{2\pi}{5}n,\ \ n\epsilon Z$$

Ответ: $x=\frac{2\pi}{15}+\frac{2\pi}{5}n,\ \ n\epsilon Z$

3) $2\cos 3x=-1$

Разделим обе части уравнения на 2. Получим уравнение: $\cos 3x=-\frac{1}{2}$.

Это уравнение не является частным случаем, $a=-\frac{1}{2}, |a|<1$. Поэтому оно имеет решение, которое находится по формуле: $x=\pm arccosa+2\pi n,\ n\epsilon Z$

$$3x=\pm\arccos(-\frac{1}{2})+2\pi n,\qquad n\epsilon Z$$

$$3x=\pm(\pi-\arccos\frac{1}{2})+2\pi n,\qquad n\epsilon Z$$

$$3x=\pm(\pi-\frac{\pi}{3})+2\pi n,\qquad n\epsilon Z$$

$$3x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, \qquad n\epsilon Z$$
$$x = \pm\frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi}{3}n, \qquad n\epsilon Z$$
Ответ: $x = \pm\frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi}{3}n,\ n\epsilon Z$

4) $tg\left(6x - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

Уравнение имеет решение, которое находится по формуле: $x = arctga + \pi n,\ n\epsilon Z$
$$6x - \frac{\pi}{4} = arctg\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) + \pi n, \qquad n\epsilon Z$$
Функция $y = arctgx$ нечетная, поэтому $arctg(-x) = -arctgx$.
$$6x - \frac{\pi}{4} = -arctg\frac{\sqrt{3}}{3} + \pi n, \qquad n\epsilon Z$$
$$6x - \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{6} + \pi n, \qquad n\epsilon Z$$
$$6x = -\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4} + \pi n, \qquad n\epsilon Z$$
$$6x = \frac{\pi}{12} + \pi n, \qquad n\epsilon Z$$
$$x = \frac{\pi}{72} + \frac{\pi}{6}n, \qquad n\epsilon Z$$
Ответ: $x = \frac{\pi}{72} + \frac{\pi}{6}n, n\epsilon Z$

5) $cos6x \cdot cos3x + sin6x \cdot sin3x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Видим, что левую часть можно свернуть по формулам сложения:
$$\cos(\alpha \pm \beta) = cos\alpha \cdot cos\beta \mp sin\alpha \cdot sin\beta$$
$$\cos(6x - 3x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$\cos 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$
Теперь уравнение является простейшим, и его корни находятся по формуле:
$$x = \pm arccosa + 2\pi n,\ n\epsilon Z.$$
$$3x = \pm arccos\frac{\sqrt{3}}{2} + 2\pi n,\ n\epsilon Z$$
$$3x = \pm\frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n\epsilon Z$$
$$x = \pm\frac{\pi}{18} + \frac{2\pi}{3}n,\ n\epsilon Z$$
Ответ: $x = \pm\frac{\pi}{18} + \frac{2\pi}{3}n, \qquad n\epsilon Z$

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 2.2 Тригонометрические уравнения и неравенства

Практическое занятие № 26

«Тригонометрические уравнения и методы их решения»

Цель работы: Научиться решать тригонометрические уравнения, сводящиеся к простейшим.

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

Решите тригонометрические уравнения:

1) $2sin^2x - 3sinx + 1 = 0$

2) $8sin^2x + 6cosx - 3 = 0$

3) $6tg^2x + tgx - 1 = 0$

4) $sin4x + sin3x = 0$

5) $cos^2(\pi - x) + 8\cos(\pi + x) + 7 = 0$

Порядок выполнения работы:

1. Запишите уравнение и определите, каким способом уравнение возможно свести к простейшим уравнениям.
2. Если необходимо, введите новую переменную и решите уравнение относительно этой переменной. После решения уравнения с новой переменной вернитесь к замене. Должно получиться простейшее тригонометрическое уравнение, решив которое, получим корни данного уравнения. Помните, что, если уравнение содержит функции $y = tgx, y = ctgx$, то необходимо учесть их область определения.
3. Если уравнение можно представить в виде произведения нескольких множителей, и правая часть равна нулю, то разложите левую часть на множители и используй правило, когда произведение равно нулю. Приравняв каждый множитель к нулю, получим несколько простейших уравнений, которые необходимо решить, учитывая область допустимых значений.
4. Запишите ответ.

Решите тригонометрические уравнения:

1) $2cos^2x + cosx = 1$

Решение.

Это уравнение с помощью введения новой переменной можно привести к решению простейших тригонометрических уравнений.

Пусть $cosx = t$, тогда наше уравнение примет вид $2t^2 + t = 1$

Перенесем 1 в левую часть и получим полное квадратное уравнение

$$2t^2 + t - 1 = 0$$

$$D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 9, \qquad \sqrt{D} = 3$$

$$t_1 = \frac{-1-3}{4} = -1;$$

$$t_2 = \frac{-1+3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Вернемся к старой переменной:

$cosx = -1$ или $cosx = \frac{1}{2}$.

Получили два простейших тригонометрических уравнения, первое относится к частным случаям, а второе решается по общей формуле. Решим их.

1)$cosx = -1$

$$x = \pi + 2\pi n, \quad n\epsilon Z$$

2)$cosx = \frac{1}{2}$

$$x = \pm arccos\frac{1}{2} + 2\pi n, \qquad n\epsilon Z$$

$$x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n, \qquad n\epsilon Z$$

Ответ: $x = \pi + 2\pi n, \quad x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n, \ n\epsilon Z$

2) $2cos^2x + sinx - 1 = 0$

Решение.

Это уравнение содержит разноименные функции, поэтому сразу ввести новую переменную не получится.

Воспользуемся основным тригонометрическим тождеством и выразим одну функцию через другую:

$$cos^2x + sin^2x = 1$$

$$cos^2x = 1 - sin^2x$$

$$2(1 - sin^2x) + sinx - 1 = 0$$

$$2 - 2sin^2x + sinx - 1 = 0$$

$$-2sin^2x + sinx + 1 = 0$$

$$2sin^2x - sinx - 1 = 0$$

Это уравнение с помощью введения новой переменной можно привести к решению простейших тригонометрических уравнений.

Пусть $sinx = t$, тогда наше уравнение примет вид: $2t^2 - t - 1 = 0$

$$D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 9, \quad \sqrt{D} = 3$$

$$t_1 = \frac{1-3}{4} = -\frac{1}{2};$$

$$t_2 = \frac{1+3}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

Вернемся к старой переменной:

$sinx = 1$ или $sinx = -\frac{1}{2}$.

Получили два простейших тригонометрических уравнения, первое относится к частным случаям, а второе решается по общей формуле. Решим их.

1) $sinx = 1 \qquad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n\epsilon Z$

2) $sinx = -\frac{1}{2}$.

$$x = (-1)^n arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) + \pi n, \qquad n\epsilon Z$$

$$x = (-1)^n \left(-\frac{\pi}{6}\right) + \pi n, \qquad n \epsilon Z$$

$$x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n, \qquad n \epsilon Z$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \qquad x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n, \qquad n \epsilon Z$

3) $5ctg^2 x - 8ctgx + 3 = 0$

Решение.

Это уравнение с помощью введения новой переменной можно привести к решению простейших тригонометрических уравнений.

Пусть $ctgx = t$, тогда наше уравнение примет вид: $5t^2 - 8t + 3 = 0$

Учитываем ОДЗ $x \neq \pi n, \ n \epsilon Z$

$$5t^2 - 8t + 3 = 0$$

$$D = 64 - 4 \cdot 5 \cdot 3 = 4, \qquad \sqrt{D} = 2$$

$$t_1 = \frac{8 - 2}{10} = 0{,}6;$$

$$t_2 = \frac{8 + 2}{10} = 1$$

Вернемся к старой переменной:

$ctgx = 1$ или $ctgx = 0{,}6.$

Решим их.

1)$ctgx = 1$

$$x = arcctg1 + \pi n, n \epsilon Z$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \epsilon Z$$

2)$ctgx = 0{,}6$

$$x = arcctg0{,}6 + \pi n, n \epsilon Z$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{4} + \pi n, x = arcctg0{,}6 + \pi n, n \epsilon Z$

4) $cos2x + cos4x - cos3x = 0$

Решение.

Используя формулы преобразования суммы и разности функций в произведение, разложим правую часть уравнения на множители:

$2cos\frac{2x+4x}{2} \cdot cos\frac{2x-4x}{2} - cos3x = 0$

$2cos3x \cdot \cos(-2x) - cos3x = 0 \qquad \cos(-2x) = cos2x$

$2cos3x \cdot cos2x - cos3x = 0$

$cos3x(2cos2x - 1) = 0$

$cos3x = 0$ или $2cos2x - 1 = 0$

Получили два простейших тригонометрических уравнения, первое относится к частным случаям, а второе решается по общей формуле. Решим их.

1)$cos3x = 0$

$$3x = \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \epsilon Z$$

$$x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} n, n \epsilon Z$$

2)$2cos2x - 1 = 0$

$$2cos2x = 1$$

$$cos2x = \frac{1}{2}$$

$$2x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n, \qquad n \epsilon Z$$

$$x = \pm\frac{\pi}{6} + \pi n, \qquad n \epsilon Z$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} n, \quad x = \pm\frac{\pi}{6} + \pi n, \ n \epsilon Z$

5) $2sin^2(\pi - x) + 5\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + 2 = 0$

Решение.

Сначала нужно применить формулы приведения:

$$sin^2(\pi - x) = sin^2x$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = -sinx$$

Получим уравнение: $2sin^2x - 5sinx + 2 = 0$

Это уравнение с помощью введения новой переменной можно привести к решению простейших тригонометрических уравнений.

Пусть $sinx = t$, тогда наше уравнение примет вид: $2t^2 - 5t + 2 = 0$

$$D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9, \quad \sqrt{D} = 3$$

$$t_1 = \frac{5 - 3}{4} = -\frac{1}{2};$$

$$t_2 = \frac{5 + 3}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

Вернемся к старой переменной:

$sinx = \frac{1}{2}$ или $sinx = 2.$

1)$sinx = \frac{1}{2}$ $x = (-1)^n arcsin\frac{1}{2} + \pi n,\ n\epsilon Z$ 2)$sinx = 2$ Уравнение не имеет решений, т.к. $2 > 1$

$$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n,$$

Ответ: $x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n,$

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 3.1. Производная функции и ее применение

Практическое занятие № 27

«Числовая последовательность, способы ее задания, вычисление членов последовательности. Предел последовательности. Нахождение пределов функции»

Цель работы:

Научиться решать задачи, связанные с числовой последовательностью. Научиться вычислять пределы функций, раскрывать неопределенности $\left(\frac{0}{0}\right)$ и $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$.

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

Материальное обеспечение: Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание.

1) Решить задачи на числовую последовательность.

2) Вычислить пределы функций

Задание 1	Задание 2
1. Найти восьмой член последовательности; $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{n}{n+1};$ 2. Найти номер числа 3 в последовательности: $a_n = \frac{2n+1}{n^2}$ 3. Вычислить: $\lim\limits_{x\to -2}(3x^2 - 8x + 5)$ 4. $\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{2x}+1}{1-\sqrt{2x}}$ 5. $\lim_{x\to 4}\frac{x^2-16}{x-4}$	6. $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-2x-3}{x^2+x-12}$ 7. $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^2+1}$ 8. $\lim_{x\to 2}\frac{6x^2+5x-4}{x^2-2x}$ 9. $\lim_{x\to \infty}\frac{\sqrt{2x}+1}{1-\sqrt{2x}}$ 10. $\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$

Порядок выполнения работы:

Внимательно ознакомьтесь с условием задания.

Пользуясь своими школьными знаниями (в случае затруднения воспользуйтесь справочными материалами), выполните задание

Задание №1

1. Девятый член последовательности $c_n = \left(\frac{2n-1}{\sqrt{n^3+3}}\right)$ равен?

$$c_9 = \left(\frac{2\cdot 9 - 1}{\sqrt{9^3+3}}\right) = \frac{17}{\sqrt{732}} = \frac{17}{2\sqrt{183}}; => \ c_9 = \frac{17}{2\sqrt{183}}$$

2. Номер числа 6, являющегося членом последовательности $a_n = n^2 - 5n$ равен?

$$6=n^2-5n$$
$$n^2-5n-6=0$$
$$n_1=6$$

$n_2=-1$ –посторонний корень т.к. номер не может быть отрицательным числом.

Ответ: n=6.

Задание №2

Найдите пределы предварительно избавившись от неопределенности $\left(\frac{0}{0}\right)$

1. $\lim_{x\to 9}\frac{x^2-81}{x^2-9x} = \left(\frac{0}{0}\right) = \lim\limits_{x\to 9}\frac{(x-9)(x+9)}{x(x-9)} = \lim\limits_{x\to 9}\frac{x+9}{x} = \lim\limits_{x\to 9}\frac{18}{9} = \lim\limits_{x\to 3}2 = 2;$

2. $\lim_{x\to 1}\frac{x^2+4x-5}{x-1} = \left(\frac{0}{0}\right) = \lim\limits_{x\to 1}\frac{(x+5)(x-1)}{(x-1)} = \lim\limits_{x\to 1}(x+5) = \lim\limits_{x\to 1}(1+5) = \lim\limits_{x\to 1}(6) = 6$

$x^2+4x-5=0 \qquad \begin{cases} x_1+x_2=-4 \\ x_1+x_2=-5 \end{cases} => \begin{cases} x_1=-5 \\ x_2=1 \end{cases}$

3. $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}}{x} = \left(\frac{0}{0}\right) = \lim\limits_{x\to 0}\frac{(\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x})(\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x})}{x(\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x})} = \lim\limits_{x\to 0}\frac{(\sqrt{a+x})^2-(\sqrt{a-x})^2}{x(\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x})} = \lim\limits_{x\to 0}\frac{a+x-a+x}{x(\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x})} =$
$\lim\limits_{x\to 0}\frac{2x}{x(\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x})} = \lim\limits_{x\to 0}\frac{2}{\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}} = \lim\limits_{x\to 0}\frac{2}{\sqrt{a+0}+\sqrt{a-0}} = \lim\limits_{x\to 0}\frac{2}{2\sqrt{a}} = \lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}};$

Вычислить пределы имеющие неопределенность $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$.

4. $\lim_{x\to\infty}\frac{x^3+2x^2+3x+4}{4x^3+3x^2+2x+1} = \left(\frac{\infty}{\infty}\right) = \lim\limits_{x\to\infty}\frac{\frac{x^3}{x^3}+\frac{2x^2}{x^3}+\frac{3x}{x^3}+\frac{4}{x^3}}{\frac{4x^3}{x^3}+\frac{3x^2}{x^3}+\frac{2x}{x^3}+\frac{1}{x^3}} = \lim\limits_{x\to\infty}\frac{1+\frac{3}{x}+\frac{1}{x^2}+\frac{4}{x^3}}{4+\frac{3}{x}+\frac{2}{x^2}+\frac{1}{x^3}} = \lim\limits_{x\to\infty}\frac{1+0+0+0}{4+0+0+0} = \lim\limits_{x\to\infty} = \frac{1}{4} = \frac{1}{4};$

5. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^3+3x^2+x}{x^2+4} = \left(\frac{\infty}{\infty}\right) = \lim\limits_{x\to\infty}\frac{\frac{2x^3}{x^3}+\frac{3x^2}{x^3}+\frac{x}{x^3}}{\frac{x^2}{x^3}+\frac{4}{x^3}} = \lim\limits_{x\to\infty}\frac{2+\frac{3}{x}+\frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x}+\frac{4}{x^3}} = \lim\limits_{x\to\infty}\frac{2+0+0}{0+0} = \left(\frac{2}{0}\right).=+\infty$

(0 в знаменателе принимаем за бесконечно малую величину.)

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 3.1. Производная функции и ее применение

Практическое занятие № 28

«Нахождение производных по определению»

Цель работы: Закрепить определение производной функции. Применять правила дифференцирования. Научиться находить производную в заданной точке

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 03Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по правовой и финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. Найдите $y' = (0)$, если $y = x^2 - x$
2. Найдите $y' = (3)$, если $y = -\frac{3}{x}$

3. Найдите $y' = (5)$, если $y = \sqrt{x-1}$

Порядок выполнения работы:

Вычисление производной функции $y = f(x)$ производится по общему правилу дифференцирования:

1) Придавая аргументу x приращение Δx и подставляя в выражение функции вместо аргумента x наращенное значение $x + \Delta x$, находим наращенное значение функции: $y + \Delta y = f(x + \Delta x)$

2) Вычитая из наращенного значение функции её первоначальное значение находим приращение функции:

$$\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$$

3) Делим приращение функции Δy на приращение аргумента Δx_1 т.е. составляем отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$

4) Находим предел этого отношения при $\Delta x \to 0$, т. е.

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Этот предел и есть производная от функции $y = f(x)$

1. Найти: $y'(x)$, если $y = 2x^2 - 3x$

Находим производную по общему правилу:

1) $y + \Delta y = 2(x + \Delta x)^2 - 3(x + \Delta x) = 2x^2 + 4x\Delta x + 2(\Delta x)^2 - 3x - 3\Delta x$
2) $y + \Delta y - y = \cancel{2x^2} + 4x\Delta x + 2(\Delta x)^2 - \cancel{3x} - 3\Delta x - \cancel{2x^2} + \cancel{3x} = 4x\Delta x + 2(\Delta x)^2 - 3\Delta x$
3) $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4x\Delta x+2(\Delta x)^2-3\Delta x}{\Delta x} = \frac{\cancel{\Delta x}(4x+2\Delta x-3)}{\cancel{\Delta x}} = 4x + 2\Delta x - 3$
4) $\lim_{\Delta x \to 0}(4x + 2\Delta x - 3) = 4x - 3$

Найдём значение производной при $x = 3$.

$$y'(3) = 4 \cdot 3 - 3 = 0$$

2. Найти $y'(4)$, если $y\sqrt{x}$

1) $y + \Delta y = y\sqrt{x + \Delta x}$
2) $\Delta y = \sqrt{x + \Delta x} - \sqrt{x}$
3) $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\sqrt{x+\Delta x}-\sqrt{x}}{\Delta x}$
4) $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\sqrt{x+\Delta x}-\sqrt{x}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(\sqrt{x+\Delta x}-\sqrt{x})(\sqrt{x+\Delta x}+\sqrt{x})}{\Delta x(\sqrt{x+\Delta x}+\sqrt{x})} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\cancel{x}+\Delta x-\cancel{x}}{\Delta x(\sqrt{x+\Delta x}+\sqrt{x})} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\cancel{\Delta x}}{\cancel{\Delta x}(\sqrt{x+\Delta x}+\sqrt{x})} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{1}{\sqrt{x+\Delta x}+\sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Найдем значение производной в точке $x = 4$, $y'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{4}$.

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 3.1. Производная функции и ее применение

Практическое занятие № 29

«Правила и формулы дифференцирования, таблица производных элементарных функций»

Цель работы: Научиться вычислять производные элементарных функций, применяя табличные значения производных элементарных функций и правила дифференцирования.

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 03Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по правовой и финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях

ПК 2.3 Проводить сбор, мониторинг и систематизацию ценовых показателей товаров, в том числе с использованием информационных интеллектуальных технологий.

ПК 2.6 Рассчитывать показатели эффективности предпринимательской деятельности, в том числе с применением программных продуктов.

Материальное обеспечение: Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание.

Для оценки чувствительности экономических показателей к изменениям различных параметров:

1) найти производные функций используя правила вычисления и таблицу производных элементарных функций.

2) вычислить производную функции в точке.

Задание 1		Задание 2	
1)	$y=7x^4-4x^3+5x^2-2;$	6)	$f(t)=0,5t+0,6t^2+0,8t+8;\quad f'(1)-?$
2)	$y=5\sqrt{x}-\frac{2\sqrt{x}}{x^3}+\frac{x^4}{\sqrt{x}};$	7)	$f(x)=ctgx-tgx;\quad f'\left(\frac{\pi}{4}\right)-?$
3)	$y=3ctgx+5\ln x-3^x;$	8)	$f(x)=2\cdot 5^x+3\cdot e^x;\quad f'(0)-?$
4)	$y=(9+x^2)(2x-1);$	9)	$f(x)=\cos x\cdot(1+\sin x);\quad f'\left(\frac{\pi}{6}\right)-?$
5)	$y=\frac{x^3}{3x+5};$	10)	$f(x)=\frac{e^x+1}{e^x-1};\quad f'(1)-?$

Порядок выполнения работы:

1. Внимательно ознакомьтесь с условием задания.
2. Пользуясь конспектом лекций и справочными материалами, выполните задание.

Для оценки чувствительности экономических показателей к изменениям различных параметров:

1) Найти производные функций используя правила вычисления и таблицу производных элементарных функций

Таблица производных основных элементарных функций.

$(x^n)' = nx^{n-1}$	$(e^x)' = e^x$	$(a^x)' = a^x \ln a$	$(\cos x)' = -\sin x$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\ln x)' \dfrac{1}{x}$	$(tgx)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$	$(tgx)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$
$c' = 0, c - const;$	$x' = 1;$	$(CU)' = C \cdot U'$	
$(u \pm v)' = u' \pm v'$	$(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ $(\log_a x)' = \dfrac{1}{x \ln a}$	$(u \cdot v)' = u'v + uv'$ $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v + uv'}{v^2}$	

1. $y = 6x^4 - 8x^3 + 2x^2 - 4$

$y' = (6x^4 - 8x^3 + 2x^2 - 4)' = 24x^3 - 24x^2 + 4x;$

2. $y = (5x-4)*(x+2)$

$$y' = ((5x-4)(x+2))' = \left| \begin{array}{l} u = 5x-4; \;\; u' = 5 \\ v = x+2; \;\; v' = 1 \\ (u*v)' = u'v + uv' \end{array} \right| =$$

$= 5(x+2) + 1(5x-4) = 5x + 10 + 5x - 4 = 10x + 6$

3. $y = \dfrac{x+1}{x}$

$$y' = \left(\frac{x+1}{2x}\right)' = \left| \begin{array}{l} u = x+1; \;\; u' = 5 \\ v = 2x; \;\; v' = 2 \\ \left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2} \end{array} \right| = \frac{1 \cdot 2x - 2(x+1)}{(2x)^2} = \frac{2x - 2x - 2}{4x^2} =$$

$= \dfrac{-2}{4x^2} = -\dfrac{1}{2x^2};$

2) Вычислить производную функции в точке.

$y = 3x^5 - 8x^4 + 9x^2 - 4$

y' (-1)=3$\cdot$ $(-1)^5 - 8 \cdot (-1)^4 + 9(-1)^2 - 4 = -3 - 8 + 9 - 4 = -6.$

$y = 5\sin x \cos x$

$y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 5((sinx)' \cdot cosx + sinx(cosx)') = 5(cos^2x - sin^2x) = 5(cos2x) = 5(cos2\frac{\pi}{2}) = 5cos\pi = 5 \cdot (-1) = -5$

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 3.1. Производная функции и ее применение

Практическое занятие № 30

«Производные сложных функций»

Цель работы: Научиться вычислять производные сложных функций

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 03Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по правовой и финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях

ОК 04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

ПК 2.3 Проводить сбор, мониторинг и систематизацию ценовых показателей товаров, в том числе с использованием информационных интеллектуальных технологий.

ПК 2.6 Рассчитывать показатели эффективности предпринимательской деятельности, в том числе с применением программных продуктов.

Материальное обеспечение: Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание.

Для оценки чувствительности экономических показателей к изменениям различных параметров:

1) Найти производные функций используя правила вычисления и таблицу производных сложных функций.
2) Вычислить производную функции в точке.

Задание№1	Задание№2
1) $y=(mx^k+4)^p$	2) $y=m*\cos(px^k-m)$; y′(1)=?
3) $y=(e^{px^m}+kx)$	4) $y=ktg(mx^p)$; y′(-1)=?
5) $y=12^{px^m-mx}$	6) $y=ctg(px^k-mx)$; y′(2)=?
7) $y=\ln(x^k+px^m)$	8) $y=\sqrt{mp^x+kx}$; y′(-2)=?
9) $y=\log_7(mx+k)$	10) $y=(e^{px+k})*\sqrt{x^p+mx}$; y′(3)=?
11) $y=p*\sin(kx+m)$	12) $y=\dfrac{\ln(px^n)}{k*\cos mx}$; y′(-3)=?

Где р – число букв в имени; м – число букв в фамилии; к – число букв отчества.

Порядок выполнения работы:

1. Внимательно ознакомьтесь с условием задания.
2. Пользуясь конспектом лекций и справочными материалами, выполните задание.

Для оценки чувствительности экономических показателей к изменениям различных параметров:

1) Найти производные функций используя правила вычисления и таблицу производных сложных функций

«Правила вычисления и таблицу производных сложных функций»

$(u^n)' = nu^{n-1}u'$	$(\sin u)' = \cos u u'$
$(e^u)' = e^u u'$	$(\cos u)' = -\sin u \cdot u'$
$(a^u)' = a^u \ln a u'$	$(tgu)' = \frac{1}{\cos^2 x}u' = \frac{u'}{\cos^2 u}$
$(\ln u)' = \frac{1}{u}u' = \frac{u'}{u}$	$(ctgu)' = -\frac{1}{\sin^2 u}u' = -\frac{u'}{\ln^2 u}$
$(\log_a u)' = \frac{1}{u \ln a}u' = \frac{u'}{u \ln a}$	$(\sqrt{u})' = \frac{1}{2\sqrt{u}}u' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$

1. $y = (3x^2 - 4x)^5$;

$y' = ((3x^2 - 4x)^5) = 5(3x^2 - 4x)^4 \cdot (3x^2 - 4x)' =$
$= 5(3x^2 - 4x)^4 \cdot (6x - 4) = (30x - 20)(3x^2 - 4x)^4.$

2. $y = \sin(3x - x^2)$

$y'(\sin(3x - x^2))' = \cos(3x - x^2) \cdot (3x - x^2)' = (3 - 2x) \cdot \cos(3x - x^2).$

3. $y = 6 \ln 5x$

$$y' = (10 \ln 2x)' = 10(\ln 2x)' = 10 \cdot \frac{1}{2x} \cdot (2x)' = \frac{10 \cdot 2}{2x} = \frac{10}{x}.$$

2)Вычислить производную функции в точке.

1. $y' = (\sqrt{x^2 + 6})'$; $y'(3) = ?$

$y' = (\sqrt{x^2 = 6})' = \frac{1}{2\sqrt{x^2 + 6}} \cdot (x^2 + 6)' = \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 6}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 6}}.$

$y'(3) = \frac{3}{\sqrt{3^2+6}} = \frac{3}{\sqrt{9+6}} = \frac{3}{\sqrt{15}}.$

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 3.1. Производная функции и ее применение

Практическое занятие № 31

Геометрические приложения производной.

Цель работы: Научиться составлять уравнение касательной к данной кривой в точке касания; находить угловой коэффициент касательной, проведенный к кривой.

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к параболе $y = -x^2 + x$ в точке $x_0 = -2$
2. Найдите угол наклонена к оси касательной, проведенной к кривой $y = x^3$ в точке $x_0 = -2$
3. Составьте уравнение касательной к кривой $y = \sin 3x$ в точке $\left(\frac{\pi}{6}; 0\right)$.

Порядок выполнения работы:

1. Значение производной функции $y = f(x)$ при $x = x_0$ равно угловому коэффициенту касательной, проведенной к кривой $y = f(x)$ в её точке с абсциссой x_0, т.е. $k' = y'(x_0) = f'(x_0) = \tan \propto$

где $\propto$-угол между касательной к кривой в точке $M_0(x_0; y_0)$ и положительным направлением оси 0_x .

2. Уравнение касательной к кривой $y = f(x)$ в точке имеет вид $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$.
3. Направление кривой в каждой точке определяется направление касательной к ней в этой точке, поэтому для нахождения угла наклонной кривой в данной точке надо вычислить угол между касательной, проведенной в этой точке, и осью.

1. Найти угол наклона к оси O_x касательной проведенной к кривой $y = \sin x$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{3}$

-найдем производную функцию $y = \sin x$ $y' = \cos x$

-найдем значение производной в точке $x_0 = \frac{\pi}{3}$ $y'\left(\frac{\pi}{3}\right) = \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$

-тангенс угла наклона касательной в данной точке равен $k = tg \propto$, откуда $\propto = arc\,\mathrm{tg}\frac{1}{2} \approx 26{,}6°$

2. Под какими углами парабола $y = x^2 + x$ пересекает ось O_x ?

-Найдем точки пересечения параболы с осью O_x, решив систему

$\begin{cases} y = x^2 + x \\ y = 0 \end{cases} <=> \begin{cases} (-1; 0) \\ (0; 0) \end{cases}$

-Парабола пересекает ось O_x в точках A$(1; 0)$; $O(0; 0)$. Найдём угловые коэффициенты касательных к параболе в этих точках

$y' = (x^2 + x) = 2x + 1; k(-1) = 2(-1) + 1 = -1, k(0) = 2 \cdot 0 + 1 = 1$

- вычислили углы $\propto_1$ и $\propto_2$, образуемые касательными в точках пересечения параболы с осью O_x: $tg\ \alpha_1 = -1, \alpha_1 = 135°; tg\ \alpha_2 = 1, \alpha_2 = 45°$

3. Составьте уравнение касательной к кривой $y = 3x^2 - x$ в точке $x_0 = -1$

-найдём производную кривой в точке x_0

$y' = (3x^2 - x)' = 6x - 1 ; y'(-1) = 6(-1) - 1 = -7$

-найдем координату точки касания:

$y(-1) = 3(-1) - (-1) = 4; M(-1;4)$

-поставим в формулу уравнения касательной:

$y - 4 = -7(x + 1)$

$y - 4 = -7x - 7$

$7x + y + 3 = 0 -$ *уравнение касательной*

4. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 6t^2 - 48t + 17$ (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени $t = 9$ с.

Найдем закон изменения скорости: $v(t) = x'(t) = 12t - 48$

При $t = 9$ с имеем: $v(9) == 12 \cdot 9 - 48 = 60 м/с$

Ответ: 60.

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 3.1. Производная функции и ее применение

Практическое занятие № 32

«Исследование функций с помощью производной и построение графиков»

Цель работы: Научиться исследовать функции с помощью производной и строить их графики.

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 03Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по правовой и финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях

ОК 04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

ПК 2.3 Проводить сбор, мониторинг и систематизацию ценовых показателей товаров, в том числе с использованием информационных интеллектуальных технологий.

ПК 2.6 Рассчитывать показатели эффективности предпринимательской деятельности, в том числе с применением программных продуктов.

Материальное обеспечение: Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

Исследовать функций, характеризующие рыночный процесс и построить их графики.

$а) y = x^3 - 4x^2;$

$б) f(x) = x^4 - 2x^2 + 2;$

Порядок выполнения работы:

1. Внимательно ознакомьтесь с условием задания.
2. Пользуясь конспектом лекций и справочными материалами, выполните задание.

Понятие производной позволяет провести подробное исследование функций с целью более точного построения их графиков.

Рассмотрим алгоритм исследования функций:

1) найти область определения функции;
2) исследовать функцию на четность и не четность;

– Если для функции выполняется равенство $f(-x) = f(x)$, то данная функция является четной. Следовательно, график функции симметричен относительно оси (ОУ).

–Если для функции выполняется равенство $f(-x) = -f(x)$, то дана функция является нечетной. Следовательно график функции симметричен относительно начала координат (0;0)

–Если $f(-x) \neq f(x)$ и $f(-x) \neq -f(x)$, то данная функция является функцией общего вида и свойством симметричности данная функция не обладает

3) найти интервалы монотонности функции;

– Найти производную функции.

– Приравнять производную к нулю и решить полученное уравнение.

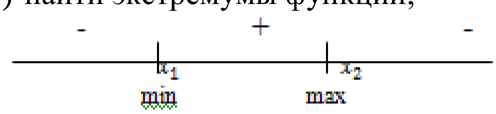
– Отметить найденные корни уравнения на координатной прямой, разбив её на промежутки.

– Найти знак производной на каждом из полученных промежутков.

$f(x)\downarrow$, при $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$

$f(x)\uparrow$, при $x \in (x_1; x_2)$

4) найти экстремумы функции;



$x_{min} = x_1$

$x_{max} = x_2$

5) найти значение функции в критических точках и в точках экстремума;
6) найти точки пересечения с осями координат и, возможно, некоторые дополнительные точки, уточняющие график функции;
7) построить график фикции.

Исследуйте функцию, характеризующую рыночный процесс и постройте её график

$y=1+2x^2-x^4;$

1) Найдем область определения: D(f)=R

2) Определим четность

$f(-x)=1+2(-x)^2-(-x)^4=1+2x^2-x^4 \Rightarrow имеем\ f(-x)=f(x) \Rightarrow$

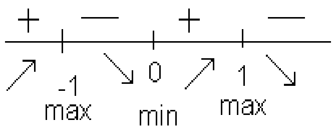
функция четная и ее график симметричен относительно оси (ОУ).

3) Найдем производную

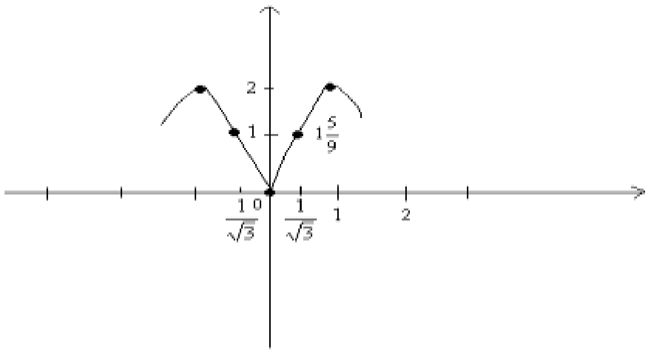
$f'(x)=(1+2x^2-x^4)'=4x-4x^3;$

$4x-4x^3=0$

$4x(1-x^2)=0 \Rightarrow x=0 : x=\pm 1;$



x	$(-\infty;-1)$	-1	(-1:0)	0	(0;1)	1	(1;+ ∞)
$f'(x)$	+	0	_	0	+	0	_
$f(x)$	↗	2	↘	1	↗	2	↘



Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 3.1. Производная функции и ее применение

Практическое занятие № 33

Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции.

Цель работы: Научиться находить наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 03Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по правовой и финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях

ОК 04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

ОК 06 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных российских духовно-нравственных ценностей, в том числе с учетом гармонизации межнациональных и межрелигиозных отношений, применять стандарты антикоррупционного поведения

ОК 07 Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, применять знания об изменении климата, принципы бережливого производства, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

ОК 08 Использовать средства физической культуры для сохранения и укрепления здоровья в процессе профессиональной деятельности и поддержания необходимого уровня физической подготовленности

ОК 09 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках.

Материальное обеспечение: Индивидуальные задания, таблица производных, конспекты лекций.

Задание:

1. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $f(x) = x^4 - 8x^2 - 9$ на отрезке:
а)$[-1; 1]$;
б) $[0; 3]$.

Порядок выполнения работы:

1. Находим критические точки функции.
2. Проверяем, какие из найденных критических точек лежат внутри заданного отрезка.
3. Находим значения функции на концах отрезка и в тех критических точках, которые попадают в этот отрезок.
4. Из всех полученных значений функции выбираем наименьшее и наибольшее.

1. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $f(x) = -2x^3 - 3x^2 + 4$ на промежутке: а)$[-2; -0{,}5]$;б) $[1; 3]$.

Решение.

Находим критические точки функции.

$f^{\prime}(x) = (-2x^3 - 3x^2 + 4)^{\prime} = -x^2 - 6x = -6x(x+1)$;

$f^{\prime}(x) = 0$; $-6x(x+1)=0$; $x = 0$ и $x = -1$. получили две критические точки: $x = 0$ и $x = -1$.

а) В промежутке $[-2; -0{,}5]$ лежит одна из критических точек: x= -1.

Так как $f(-2) = 8, f(-1) = 3, f(-0{,}5) = 3{,}5,$ то наименьшее значение функция $f(x) = -2x^3 - 3x^2 + 4$ достигает в точке $x = -1$ и равно 3, а наибольшее - в точке $x = -2$ и равно 8..

Кратко это можно записать так: $\min_{[-2;-0,5]} f(x) = f(-1) = 3. \max_{[-2;-0,5]} f(x) = f(-2) = 8$.

б) Отрезку $[1;3]$ не принадлежит ни одна из критических точек, поэтому найдём значения функции на концах отрезка: $f(1) = -2 \cdot 1^3 - 3 \cdot 1^2 + 4 = -1. [1;3]; f(3) = -2 \cdot 3^3 - 3 \cdot 3^2 + 4 = -77.$. Кратко это можно записать так: $\min_{[\ \ 1;3]} f(x) = f(3) = -7; . \max_{[1;3]} f(x) = f(1) = -1$.

Форма представления результата: выполненная работа.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 3.1. Производная функции и ее применение

Практическое занятие № 34

«Экономический смысл производной»

Цель работы: Научиться применять производную при решении задач на экономический смысл производной

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ПК 2.3 Проводить сбор, мониторинг и систематизацию ценовых показателей товаров, в том числе с использованием информационных интеллектуальных технологий.

ПК 2.6 Рассчитывать показатели эффективности предпринимательской деятельности, в том числе с применением программных продуктов.

Материальное обеспечение: Индивидуальные задания, таблица производных, конспекты лекций.

Задание:

1. Вычислить производительность труда во время первых 4 часов работы, если объем продукции **у** в течение рабочего дня представлен функцией $y = -t^3 + 10t^2 + 40t - 16$, t– время, ч.
2. Комбинат хлебопродуктов производит Х тонн муки в день. По договору он должен ежедневно поставлять хлебокомбинату не менее 10 тонн муки. Производственные мощности комбината хлебопродуктов таковы, что выпуск не может превышать 70 тонн в день. Определите при каком объёме производства удельные затраты производства будут наибольшими (наименьшими), если функция суммарных затрат имеет вид: $\hat{E}(\tilde{o}) = -\tilde{o}^3 + 80\tilde{o}^2 + 100\tilde{o}$.

Порядок выполнения работы:

1. Найти производную функции
2. Находим критические точки функции.
3. Проверяем, какие из найденных критических точек лежат внутри заданного отрезка.
4. Находим значения функции на концах отрезка и в тех критических точках, которые попадают в этот отрезок.
5. Из всех полученных значений функции выбираем наименьшее и наибольшее.

Экономический смысл производной состоит в следующем: производная выступает как скорость изменения некоторого экономического процесса с течением времени или относительно другого исследуемого фактора.

Задача1. Вычислить производительность труда во время каждого часа работы, при условии, что объем продукции у в течение рабочего дня представлен функцией

$y = -2t^3 + 10t^2 + 50t - 16$, t– время, ч.

Решение.

1) Найдем производную $y'(t) = -6t^2 + 20t + 50$

2) Найдем значение производной в течение каждого часа.

$t=1 \;\; y'(t) = -6*1^2 + 20*1 + 50 = 64$

$t=2 \;\; y'(t) = -6*2^2 + 20*2 + 50 = 66$

$t=3 \;\; y'(t) = -6*3^2 + 20*3 + 50 = 56$

$t=4 \;\; y'(t) = -6*4^2 + 20*4 + 50 = 34$

$t=5 \;\; y'(t) = -6*5^2 + 20*5 + 50 = 0$

Из результатов мы видим, что после второго часа работы производительность работы начинает падать. Такой результат является следствием усталости, ухудшением условий в помещении и много других факторов влияющих на производительность труда. Хочу обратить ваше внимание, на то, что недостаточно просто найти результат, главное правильно сделать выводы.

Задача 2. Цементный завод производит Х тонн цемента в день. По договору он должен ежедневно поставлять строительной фирме не менее 20 тонн цемента. Производственные мощности завода таковы, что выпуск не может превышать 90 тонн в день.

Определить:

1) при каком объёме производства удельные затраты производства будут наибольшими (наименьшими);

2) выгодно ли строительной фирме быть единственным партнёром завода.

Функция суммарных затрат имеет вид: $K(x) = -x^3 + 98x^2 + 200x$.

Решение.

Удельные затраты составят К/х=$-x^2+98x+200$

Наша задача сводится к отысканию наибольшего и наименьшего значения функции

$y = -x^2 + 98x + 200$. На промежутке [20;90].

1) Найдем производную: $y' = -2x^2 + 98x$.

2) Найдем критические точки:

$-2x+98=0$

$x=49$ - критическая точка функции.

3) Найденная критическая точка принадлежит отрезку [20;90].

4) Вычисляем значение функции на концах промежутках и в критической точке.

$f(20)=1760$;

$f(49)=2601=y_{наиб}$;

$f(90)=320=y_{наим}$.

Таким образом, при выпуске 49 тонн цемента в день удельные издержки максимальны, это экономически не выгодно, а при выпуске 90 тонн в день минимально, следовательно можно посоветовать работать заводу на предельной мощности и находить возможности усовершенствовать технологию, так как дальше будет действовать закон убывающей доходности. И без реконструкции нельзя будет увеличить выпуск продукции.

Форма представления результата: выполненная работа.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 3.1. Производная функции и ее применение

Практическое занятие № 35

«Применение производной при решении экономических задач»

Цель работы: Научиться применять производную при решении экономических задач

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ПК 2.3 Проводить сбор, мониторинг и систематизацию ценовых показателей товаров, в том числе с использованием информационных интеллектуальных технологий.

ПК 2.6 Рассчитывать показатели эффективности предпринимательской деятельности, в том числе с применением программных продуктов.

Материальное обеспечение: Индивидуальные задания, таблица производных, конспекты лекций.

Задание:

1. Пусть функция затрат при производстве апатитового концентрата имеет вид:

$$K(x) = 4x + \sqrt{x+4}.$$

Определить предельные издержки производства при увеличении объёма выпуска на $x_1 = 5$ ед. и на $x_2 = 12$ ед.

2. Предприятие производит *X* единиц некоторой однородной продукции в месяц. Установлено, что зависимость финансовых накопления предприятия от объема выпуска выражается формулой $f(x)=-3x^3+900x-500$. Исследовать потенциал предприятия.

Порядок выполнения работы:

1. Находим критические точки функции.
2. Проверяем, какие из найденных критических точек лежат внутри заданного отрезка.
3. Находим значения функции на концах отрезка и в тех критических точках, которые

попадают в этот отрезок.

4. Из всех полученных значений функции выбираем наименьшее и наибольшее.

Задача 1. Пусть функция затрат при производстве апатитового концентрата имеет вид:

$$K(x) = 2x + \sqrt{x-1}.$$

Определить предельные издержки производства при увеличении объёма выпуска на $x_1 = 2$ ед. и на $x_2 = 10$ ед.

Решение.

1) Предельные издержки это рост затрат при увеличении объёма производства на 2 ед. и на 10 ед.

2) Но предельные издержки это ещё и значение производной функции в точке.

3) $K'(x) = 2 + \dfrac{1}{2\sqrt{x-1}}$

4) $K'(2) = 2{,}5 \qquad K'(10) = 2\dfrac{1}{6} \approx 2{,}17$

5) предельные издержки производства составляют 2,5 ден.ед. при росте объёма производства на 2 ед. и 2,17 при росте объёмов производства на 10 ед.

Выгодно ли данному предприятию наращивать производство, если уровень затрат не изменится?

С ростом производства затраты на каждую следующую единицу продукции уменьшаются, следовательно, в данном случае увеличивать объём производства выгодно.

Задача 2. Предприятие производит *X* единиц некоторой однородной продукции в месяц. Установлено, что зависимость финансовых накопления предприятия от объема выпуска выражается формулой $f(x)=-2x^3+600x-1000$. Исследовать потенциал предприятия.

Решение. Функция исследуется с помощью производной.

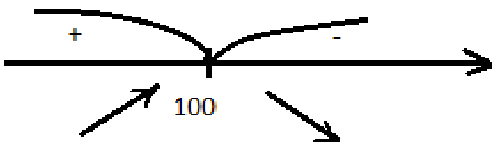
1) Найдем производную: $y' = -6x^2+600.$

2) Найдем критические точки:

$-6x^2+600=0$

$x=100$ - критическая точка функции.

3)



Получаем, что при $X=100$ функция достигает максимума.

4) $f(100)=39000$

Вывод: финансовые накопления предприятия растут с увеличением объема производства до 100 единиц, при x =100 они достигают максимума и объем накопления равен 39000 денежных единиц. Дальнейший рост производства приводит к сокращению финансовых накоплений.

Форма представления результата: выполненная работа.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 3.2 Интеграл и его применение

Практическое занятие № 36

«Интеграл и первообразная. Нахождение неопределенных интегралов при помощи свойств интегралов»

Цель: Научиться находить неопределённые интегралы методом непосредственного интегрирования при помощи свойств интегралов

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 03Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по правовой и финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях

ПК 2.3 Проводить сбор, мониторинг и систематизацию ценовых показателей товаров, в том числе с использованием информационных интеллектуальных технологий.

ПК 2.6 Рассчитывать показатели эффективности предпринимательской деятельности, в том числе с применением программных продуктов.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

Для оптимизации экономических показателей необходимо вычислить следующие интегралы:

1. $\int\left(\frac{3}{4}x^3-\frac{3}{4}x^2+5\right)dx$
2. $\int 3(2x^2-1)^2\,dx$
3. $\int x^3(1+5x^2)dx$
4. $\int(\frac{3}{x^4}+\frac{8}{x^5})dx$
5. $\int\left(5\sqrt{x^6}-7\sqrt[4]{x^3}\right)dx$

Краткие теоретические сведения:

Свойства неопределенного интеграла

1) $\int mf(x)dx = m\int f(x)dx$, m-const

2) $\int (f(x)\pm g(x))dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$

Таблица основных интегралов

1) $\int dx = x + C$;

2) $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$, $n \neq -1$;

3) $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$;

4) $\int e^x dx = e^x + C$;

5) $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$;

6) $\int \sin x dx = -\cos x + C$;

7) $\int \cos x dx = \sin x + C$;

8) $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = tgx + C$;

9) $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -ctgx + C$;

10) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C$;

11) $\int \frac{dx}{1+x^2} = arctgx + C$.

Порядок выполнения работы:

Совокупность всех первообразных для функции называется неопределенным интегралом.

Основные свойства неопределённого интеграла

1) $\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)\,dx + \int g(x)\,dx$

2) $\int kf(x)\,dx = k\int f(x)\,dx$

Непосредственное интегрирование основано на прямом использовании таблицы интегралов. Могут представиться следующие случаи:

1) Данный интеграл находиться непосредственно по соответствующему табличному интегралу.

2) Данный интеграл после применения свойств 1и2 приводится к одному или нескольким табличным интегралам;

3) Данный интеграл после элементарных тождественных преобразований, над подынтегральной функцией и применяя свойства 1и2 приводится к одному или нескольким табличным интегралам.

1. Для оптимизации экономических показателей необходимо вычислить е интегралы:

1) $\int 6x^2 dx$ –используем свойство 2 и формулу 2.

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$ Получим:

$\int 6x^2 dx = 6\int x^2 dx = 6\frac{x^{2+1}}{2+1} + c = 6\frac{x^3}{3} + c = 2x^3 + c$

2) $\int 4(x^2 - x + 3)dx$ Используя свойства 1 и 2 и, формулы 1 и 2 получим:

$4\int x^2 dx - 4\int x dx + 12\int dx = 4\frac{x^3}{3} - \frac{4x^2}{2} + 12x + c = \frac{4}{3}x^3 - 2x^2 + 12x + c$

- постоянная интегрирования С равна алгебраической сумме трех постоянных интегрирования .

3) $\int 2(3x-1)^2 dx = 2\int (3x-1)^2 dx = 2\int (9x^2 - 6x - 1)dx = 2\cdot 9\frac{x^3}{3} - 2\cdot 6\frac{x^2}{2} + 2x + c = 6x^3 - 6x^2 +$

4) $\int \frac{x^3 + 3x^2 + 4x}{x} dx$ –разделим почленно на x, получим:

$$\int (x^2 + 3x + 4)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + 4x + c$$

5) $\int \frac{dx}{\sqrt{x}}$ –используем формулу 2 $\int x^{-\frac{1}{2}}dx = \frac{x^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} + c = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + c = 2\sqrt{x} + c$

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 3.2 Интеграл и его применение

Практическое занятие № 37

«Интегрирование методом замены переменной»

Цель работы: Научиться вычислять интегралы методом замены переменной

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 03Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по правовой и финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях

ПК 2.3 Проводить сбор, мониторинг и систематизацию ценовых показателей товаров, в том числе с использованием информационных интеллектуальных технологий.

ПК 2.6 Рассчитывать показатели эффективности предпринимательской деятельности, в том числе с применением программных продуктов.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

Для оптимизации экономических показателей необходимо вычислить следующие интегралы:

1. $\int (12ч - 5)^7 dx$
2. $\int \frac{dx}{6x+5}$
3. $\int x\sqrt{x^2 - 7}\, dx$
4. $\int \frac{\cos x}{\sqrt[3]{\sin x}} dx$
5. $\int tgx dx$
6. $\int \frac{dx}{1+16x^2}$

Порядок выполнение работы:

В основе интегрирования методом замены переменной (или способом постановки) лежит свойство инвариантности формул интегрирования, которое заключается в следующем: если $\int f(x)dx = F(x) + c$, то $\int f(u)\,du = F(u) + c$, где $u(x)$ производная дифференцируемая функция от x.

Замена переменной в неопределенном интеграле производится с помощью подстановок двух видом:

1. $x = \varphi(t)$, где t-новая переменная, а $\varphi(t)$ непрерывно дифференцируемая функция $\int f(x)dx = \int f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt$

2. $t = \mu(x)$,где t-новая переменная, тогда: $\int f(\mu(t))\mu'(x)dx = \int f(t)dt$

Для оптимизации экономических показателей необходимо вычислить следующие интегралы:

1. $\int \frac{x^2dx}{8+x^3}$

-т.к. $d(8+x^3) = 3x^2dx$, то

$$\int \frac{x^2dx}{8+x^3} = \frac{1}{3}\int \frac{d(8+3x^3)}{8+x^3}$$

-полагая $8 + x^3 = t$, получим: $\frac{1}{3}\int\frac{dt}{t} = \frac{1}{3}\ln(t) + c = \frac{1}{3}\ln|8+x^3| + c$

2. $\int \frac{\cos x dx}{4+\sin^2 x} = \int \frac{d(\sin x)}{4+\sin^2 x}$-поэтому, используя подстановку $t = \sin x$, приходим к табличному интегралу: $\int \frac{dt}{4+t^2} = \frac{1}{2} arctg\frac{t}{2} + c = \frac{1}{2} arctg\left(\frac{\sin x}{2}\right) + c$

3. $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{9-t^2}} = \int \frac{d(e^x)}{\sqrt{9-t^2}}$

-воспользовавшись подстановкой $t = e^x$, приводим к табличному интегралу $\int \frac{dt}{\sqrt{9-t^2}} = arcsin\frac{1}{3} + c = arcsin\frac{e^x}{3} + c$

Примечание: $dx = \frac{1}{a}d(ax+b)$

$xdx = \frac{1}{2}d(x^2)$

$e^x dx = d(e^x)$

$\frac{dx}{x} = d(\ln(x))$

$cosxdx = d(sinx)$

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 3.2 Интеграл и его применение

Практическое занятие № 38
«Интегрирование различными методами»

Цель работы: Научиться находить интегралы различными методами: интегрирование подстановкой и по частям.

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 03Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по правовой и финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях

ПК 2.3 Проводить сбор, мониторинг и систематизацию ценовых показателей товаров, в том числе с использованием информационных интеллектуальных технологий.

ПК 2.6 Рассчитывать показатели эффективности предпринимательской деятельности, в том числе с применением программных продуктов.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

Для оптимизации экономических показателей необходимо вычислить следующие интегралы:

1. $\int \frac{dx}{(6+\sqrt[3]{x})^4 \cdot \sqrt[3]{x^2}}$
2. $\int \frac{\sqrt{5tgx}}{cos^2x} dx$
3. $\int xcosxdx$
4. $\int \frac{\ln x}{x^3} dx$
5. $\int \frac{xdx}{sin^2x}$

Порядок выполнение работы:

1. Первые два интеграла решаются методом замены переменной (этот случай рассматривался в практической работе № 35).
2. Следующие интегралы решаются методом интегрирования по частям.

Интегрированием по частям называется нахождение интеграла по формуле: $\int ud\vartheta = u\vartheta - \int \vartheta du$ где u и ϑ непрерывно дифференцируемые функции от х.

Интегрируя обе части равенства $d(u\vartheta) = ud\vartheta + \vartheta du$, получим

$$\int d(u\vartheta) = \int ud\vartheta + \int \vartheta du$$

$$u\vartheta = \int ud\vartheta + \int \vartheta du, \text{ откуда } \int ud\vartheta = u\vartheta - \int \vartheta du$$

С помощью этой формулы вычисление интеграла сводится к вычислению интеграла $\int \vartheta du$, если последний окажется проще исходного.

Вычислить интеграл методом интегрирования по частям:

1. $\int (x-5)cosxdx$

-полагая $u = x - 5; d\vartheta = cosxdx,$

-найдём $du = dx; \quad \vartheta = \int cosxdx = sinx$

-следовательно:

$$\int (x-5)cosxdx = (x-5)sinx = \int sinxdx = (x-5)sinx + cosx + c$$

2. $\int xarctgxdx$

–пусть $u = arctgx;\quad d\vartheta = xdx,$

-тогда $du = \frac{1}{1+x^2}dx;\quad \vartheta = \frac{x^2}{2}$

-на основании формулы находим

$$\int xarctgxdx = \frac{x^2}{2}arctgx - \int \frac{x^2}{2}\cdot\frac{dx}{x^2+1} = \frac{1}{2}x^2arctgx - \frac{1}{2}\int \frac{x^2+1-1}{x^2+1}dx = \frac{1}{2}x^2arctgx - \frac{1}{2}(\int dx - \int \frac{dx}{x^2+1}) = \frac{1}{2}(x^2arctgx - x + arctgx) + c$$

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 3.2 Интеграл и его применение

Практическое занятие № 39

«Теорема Ньютона-Лейбница. Вычисление определенных интегралов»

Цель работы: Научиться вычислять определенный интеграл по формуле Ньютона-Лейбница с применением свойств определенного интеграла.

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 03Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по правовой и финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

Для оценки накопленного дохода вычислите интегралы:

1. $\int_1^2 2x^2\,dx$

2. $\int\limits_{-2}^{4}(8+2x-x^2)dx$

3. $\int_0^{\pi/2} \cos x\,dx$

4. $\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}(\cos x-3\sin x)dx$

5. $\int\limits_{-2}^{2}\frac{1-x^2}{x^2}dx$

Порядок выполнения работы:

1) Используя таблицу интегралов найти интеграл

2) Используя формулу Ньютона – Лейбница

$$\int\limits_a^b f(x)dx = F(X)\Big|_a^b = F(b)-F(a)$$

найти определенный интеграл

Для оценки накопленного дохода вычислите интегралы:

1)

$$\int\limits_1^2 2x^2dx$$

Решение:

$$\int\limits_1^2 2x^2dx \overset{(1)}{=} 2\int\limits_1^2 x^2dx \overset{(2)}{=} \frac{2}{3}(x^3)\Big|_1^2 \overset{(3)}{=} \frac{2}{3}(2^3-1^3)=\frac{2}{3}(8-1)=\frac{2}{3}\cdot 7=\frac{14}{3}=4\frac{2}{3}$$

(1) Выносим константу за знак интеграла.

(2) Интегрируем по таблице с помощью самой популярной формулы $\int x^n dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}+C$. Появившуюся константу $\frac{1}{3}$ целесообразно отделить от x^3 и вынести за скобку. Делать это не обязательно, но желательно – зачем лишние вычисления?

(3) Используем формулу Ньютона-Лейбница $\int\limits_a^b f(x)dx = F(X)\Big|_a^b = F(b)-F(a)$. Сначала подставляем в x^3 верхний предел, затем – нижний предел. Проводим дальнейшие вычисления и получаем окончательный ответ.

2)

$$\int\limits_{-2}^{4}(8+2x-x^2)dx$$

Решение:

$$\int_{-2}^{4}(8+2x-x^2)dx\overset{(1)}{=}8\int_{-2}^{4}dx+2\int_{-2}^{4}xdx-\int_{-2}^{4}x^2dx\overset{(2)}{=}8(x)\Big|_{-2}^{4}+2\cdot\frac{1}{2}(x^2)\Big|_{-2}^{4}-\frac{1}{3}(x^3)\Big|_{-2}^{4}\overset{(3)}{=}$$

$$=8(4-(-2))+(4^2-(-2)^2)-\frac{1}{3}(4^3-(-2)^3)=8\cdot 6+(16-4)-\frac{1}{3}(64+8)=$$

$$=48+12-24=36$$

(1) Используем свойства линейности определенного интеграла.

(2) Интегрируем по таблице, при этом все константы выносим – они не будут участвовать в подстановке верхнего и нижнего предела.

(3) Для каждого из трёх слагаемых применяем формулу Ньютона-Лейбница: $F(X)\Big|_a^b=F(b)-F(a)$

Совет: перед тем, как использовать формулу Ньютона-Лейбница, полезно провести проверку: а сама-то первообразная найдена правильно?

Так, применительно к рассматриваемому примеру: перед тем, как в первообразную функцию $8x+x^2-\frac{x^3}{3}$ подставлять верхний и нижний пределы, желательно на черновике проверить, а правильно ли вообще найден неопределенный интеграл? Дифференцируем:

$$\left(8x+x^2-\frac{x^3}{3}\right)'=8(x)'+(x^2)'-\frac{1}{3}(x^3)'=8\cdot 1+2x-\frac{1}{3}\cdot 3x^2=8+2x-x^2$$

Получена исходная подынтегральная функция, значит, неопределенный интеграл найден верно. Теперь можно и формулу Ньютона-Лейбница применить.

Форма представления результата: выполненное задание/

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 3.2 Интеграл и его применение

Практическое занятие № 40

«Вычисление определенных интегралов методом замены переменной»

Цель работы: научиться вычислять определённые интегралы методом замены переменной.

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 03Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по правовой и финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

Для оценки накопленного дохода вычислите интегралы:

1. $\int\limits_{5}^{6} \frac{xdx}{x^2 - 6}$

2. $\int\limits_{3}^{4} (2x-5)^3 dx$

3. $\int\limits_{0}^{1} \sqrt[3]{x+2} dx$

4. $\int\limits_{-1}^{1} (x^3 + 1)^4 x^2 \, dx$

5. $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) dx$

Порядок выполнения работы:

1) Ввести новую переменную
2) Найти дифференциал
3)Вычислить новые границы интегрирования
4) Сделать подстановку
5) Вычислить, получившийся интеграл

Для оценки накопленного дохода вычислите интеграл:

1.$\int_5^6 \frac{xdx}{x^2-6}$

Введем новую переменную $t = x^2 - 6$

Дифференциал будет равен $dt = 2xdx$

Вычислим границы интегрирования t_1=25-6=19, t_2=36-6=30

Выполним подстановку $\frac{1}{2}\int_5^6 \frac{2xdx}{x^2-6} = \frac{1}{2}\int_{19}^{30} \frac{dt}{t}$

Вычислим, получившийся интеграл $\frac{1}{2} ln|30|$-$\frac{1}{2} ln|19|$=$\frac{1}{2} ln\frac{30}{19}$

Форма представления результата: выполненное задание/

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 3.2 Интеграл и его применение

Практическое занятие № 41

«Вычисление площадей фигур и объемов тел»

Цель работы: Научиться вычислять площади фигур и объемы тел, используя определенные интегралы

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 03Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по правовой и финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях

ОК 06 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных российских духовно-нравственных ценностей, в том числе с учетом гармонизации межнациональных и межрелигиозных отношений, применять стандарты антикоррупционного поведения

ОК 07 Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, применять знания об изменении климата, принципы бережливого производства, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

ОК 08 Использовать средства физической культуры для сохранения и укрепления здоровья в процессе профессиональной деятельности и поддержания необходимого уровня физической подготовленности

ОК 09 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$a)\quad y=-x^2+4,\ y=0$

$b)\quad y=x^2,\ y=x^3$

$c)\quad y=e^x,\ y=e^{-x},\ y=4$

2.Вычислить объем тела $y=x^2,\ y=1,\ вокруг\,оси\,OY$

Порядок выполнения работы:

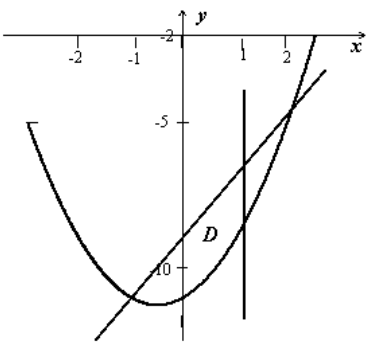
1) построить графики функций
2) найти область, ограниченную этими графиками
3) составит определенный интеграл, для нахождения площади найденной области

Пример 1: Найти площадь области **D**, ограниченной кривыми **y** = **x**^{2} + **x** + 11, **y** = 2 **x** - 9, при условии,

x<=1

$$D:\begin{cases} y = x^2 + x - 11, \\ y = 2x - 9, \\ x \le 1. \end{cases}$$

При решении таких задач следует обязательно изобразить исследуемый геометрический объект. Для определения нижнего предела интегрирования надо найти точку пересечения кривых; уравнение $\mathbf{x}^2 + \mathbf{x} + 11 = 2\,\mathbf{x} - 9$ имеет два корня: $\mathbf{x} = -1$ и $\mathbf{x} = 2$. Подходящий корень - $\mathbf{x} = -1$. Область ограничена сверху параболой, снизу - прямой, справа - прямой $\mathbf{x} = 1$, крайняя левая точка - $\mathbf{x} = -1$, поэтому



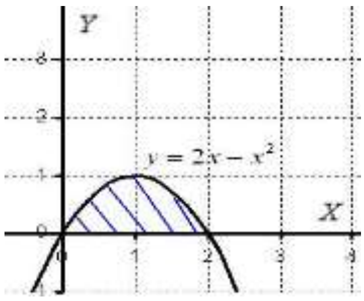
$$S(D) = \int_{-1}^{1}\left[(2x-9)-(x^2+x-11)\right]dx = \int_{-1}^{1}(2-x^2+x)dx = \left(2x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}\right)\Bigg|_{-1}^{1} = \left(2-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right)-\left(-2+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right) = \frac{10}{3}.$$

Если область имеет более сложную структуру, её следует разбить на простые части .

Пример 2

Вычислить объем тела, полученного вращением фигуры, ограниченной линиями $y = 2x - x^2$, $y = 0$ вокруг оси OX .

Решение: Как и в задаче на нахождение площади, **решение начинается с чертежа плоской фигуры**. То есть, на плоскости XOY необходимо построить фигуру, ограниченную линиями $y = 2x - x^2$



Искомая плоская фигура заштрихована синим цветом, именно она и вращается вокруг оси OX . В результате вращения получается такая немного яйцевидная летающая тарелка, которая симметрична относительно оси OX .

Объем тела вращения можно вычислить по формуле:

$$V=\pi\int_a^b f^2(x)dx$$

Вычислим объем тела вращения, используя данную формулу:

$$V=\pi\int_a^b f^2(x)dx=\pi\int_0^2 (2x-x^2)^2dx=\pi\int_0^2 (4x^2-4x^3+x^4)dx=$$

$$=\pi\cdot\left(\frac{4x^3}{3}-x^4+\frac{x^5}{5}\right)\Big|_0^2=\pi\cdot\left(\frac{32}{3}-16+\frac{32}{5}-0\right)=\frac{16\pi}{15}$$

Ответ: $V=\frac{16\pi}{15}\,ед^3.\approx 3{,}35\,ед^3.$

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 3.2 Интеграл и его применение

Практическое занятие № 42

«Приложение интеграла для решения задач с экономическим содержанием»

Цель работы: Научиться применять интеграл при решении экономических задач

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ПК 2.3 Проводить сбор, мониторинг и систематизацию ценовых показателей товаров, в том числе с использованием информационных интеллектуальных технологий.

ПК 2.6 Рассчитывать показатели эффективности предпринимательской деятельности, в том числе с применением программных продуктов.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. Вычислить запас продукции K на складе, какой образуется за рабочий день, если поступление продукции описывается функцией $f(t) = t^2 + 4t + 1$ (рабочий день составляет 8 часов).

2. Задана функция предельных издержек $f(x)=3x^2+x+50$. Найти функцию издержек

*F=F(x)*и вычислить издержки на изготовление 10 единиц товара.

3. Определить объем продукции, произведенной рабочим, если производительность труда характеризуется функцией $f(t) = -2t^2 + 10t$. Определить выработку рабочего:а) за весь рабочий день;б) за в час работы;в) за последний час работы, если продолжительность рабочего дня 8 часов; г) провести экономический анализ задачи.

Порядок выполнения работы:

1) Записать формулу, используя определенный интеграл $V = \int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$

2) Вычислить определенный интеграл

Под предельным (маржинальным) значением показателя в экономическом анализе принято понимать производную функции этого показателя (если эта функция непрерывна). Предельные величины характеризуют процессизменения экономического объекта по времени или относительно некоторого фактора. Они выражают прирост соответствующего показателя в расчете на единицу прироста определяющего его фактора.

В курсе микроэкономики часто приходится находить экономические функции по их известным предельным величинам, т. е. искать саму функцию *f(x)*, зная только *f ′(x)* . Поскольку функция *f(x)* является первообразной функции *f ′(x)*, то нахождение связано с интегрированием функции:$\int f'(x)dx = f(x) + C$. Таким образом, чтобы найти экономическую функцию по ее предельной, необходимо проинтегрировать предельную функцию.

1. Вычислить запас продукции K на складе, какой образуется за рабочий день, если поступление продукции описывается функцией $f(t) = 3t^2 + 2t + 3$ (рабочий день составляет 7 часов).

Решение.

$K = \int_0^7 (3t^2 + 2t + 3)\,dt = (t^3 + t^2 + 3t)\Big|_0^7 = 7^3 + 7^2 + 3 * 7 = 413$ единиц товара.

Рассмотрим задачу об издержках производства. Издержки производства — это расходы, денежные траты, которые необходимо осуществить для создания единицы товара, а предельные издержки характеризуют дополнительные затраты на производство единицы дополнительной продукции.

2. Задана функция предельных издержек $f(x) = 2x^2 - 2x + 90$. Найти функцию издержек *F=F(x)*и вычислить издержки на изготовление 15 единиц товара.

Решение:

При помощи интегрирования находим издержки на изготовление 15 единиц товара

$$\int_0^{15} (2x^2 - 2x + 90)dx = (\frac{2}{3}x^3 - x^2 + 90x)\Big|_0^{15} = 3375\text{у.е.}$$

Функция издержек:

$$F(x) = \frac{2}{3}x^3 - x^2 + 90x + C$$

3. Определить объем продукции, произведенной рабочим, если производительность труда характеризуется функцией $f(t) = -3t^2 + 18t$. Определить выработку рабочего:а) за весь рабочий день;б) за третий час работы;в) за последний час работы, если продолжительность рабочего дня 6 часов;г) провести экономический анализ задачи.

Решение: Если непрерывная функция *f(t)* характеризует производительность труда рабочего в зависимости от времени t, то объем продукции, произведенной рабочим за промежуток времени от t_1 до t_2 будет выражаться формулой: $V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$. В нашем случае $f(t)=-3t^2+18t$

Найдем общую выработку рабочего за весь день (6 часов)

$$Q=\int_0^T f(t)dt=\int_0^6(-3t^2+18t)dt=(-t^3+9t^2)\Big|_0^6=108\ (у.е.).$$

Определим выработку рабочего за третий час работы

$$Q=\int_2^3 f(t)dt=\int_2^3(-3t^2+18t)dt=(-t^3+9t^2)\Big|_2^3=26\ (у.е.)$$

Определим выработку рабочего за последний час работы

$$Q=\int_5^6 f(t)dt=\int_5^6(-3t^2+18t)dt=(-t^3+9t^2)\Big|_5^6=8\ (у.е.)$$

Вероятно, работа утомительна и требует большого напряжения, поэтому к концу дня падает производительность труда.

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 3.2 Интеграл и его применение

Практическое занятие № 43

«Приложение интеграла для решения задач с экономическим содержанием»

Цель работы: Научиться применять интеграл при решении экономических задач

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ПК 2.3 Проводить сбор, мониторинг и систематизацию ценовых показателей товаров, в том числе с использованием информационных интеллектуальных технологий.

ПК 2.6 Рассчитывать показатели эффективности предпринимательской деятельности, в том числе с применением программных продуктов.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. Найти среднее время, затраченное на освоение одного изделия в период освоения от x_1=40 до x_2=80 изделий, если функция изменения затрат времени $t(x)=110x^{-1/2}$ ч.
2. Определить дисконтированный доход за четыре года при процентной ставке 12 %, если первоначальное капиталовложение составило 10 млн. руб. и намечается ежегодно капитал увеличивать на 1 млн. руб.

Порядок выполнения работы:

1) Записать формулу, используя определенный интеграл $V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$
2) Вычислить определенный интеграл

Пусть известна функция $t=f(x)$, описывающая изменение затрат времени t на изготовления изделия, в зависимости от степени освоения производства, где x - порядковый номер изделия в партии. Тогда среднее время t_{cp}, затраченное на изготовление одного изделия в период от x_1 до x_2 изделий вычисляется по теореме о среднем:

$$t_{\text{ср}} = \frac{1}{x_1 - x_2}\int_{x_1}^{x_2} t(x)dx\ .$$

Функция изменения затрат времени на изготовление изделий $t=f(x)$ часто имеет вид: $t=ax^{-b}$, где a – затраты времени на первое изделие, b – показатель производственного процесса.

Задача 1. Найти среднее время, затраченное на освоение одного изделия в период освоения от x_1=50 до x_2=75 изделий, если функция изменения затрат времени $t(x)=100x^{-1/2}$ ч.

Решение.

$t_{\text{ср}} = \frac{1}{75-50}\int_{50}^{75} 10\text{x}^{-1/2}dx = \frac{100}{25}\int_{50}^{75} \text{x}^{-1/2}dx = 8\text{x}^{1/2}\Big|_{50}^{75} \approx 12{,}7$ ч.

Ценность денежных средств изменяется со временем. 100 рублей, полученные через пять лет, имеют иную (в большинстве случаев, меньшую) ценность, чем 100 рублей, которые имеются в наличии сегодня. Имеющиеся в наличии денежные средства можно инвестировать в банковский депозит или любой другой инвестиционный инструмент, что обеспечит процентный доход. То есть 100 руб. сегодня, дают 100 руб. плюс процентный доход через пять лет. Определение начальной суммы по ее конечной величине, полученной через время t лет при годовом удельном проценте p, называется дисконтированием.

Дисконтированная стоимость денежного потока через T лет при непрерывных процентах:

$$K = \int_0^T f(t)e^{-pt}dt,$$

где K- дисконтированная стоимость денежного потока;
$f(t)$ - функция, задающая денежный поток в любой момент времени;
p-процентная ставка;
t-дисконтированный момент времени;

Задача 2. Определить дисконтированный доход за четыре года при процентной ставке 10 %, если первоначальное капиталовложение составило 10 млн. руб. и намечается ежегодно капитал увеличивать на 5 млн. руб.

Решение. Составим функцию, задающую денежный поток $f(t)=10+5t$. Тогда дисконтированная сумма капиталовложения вычисляется:

$$K=\int_0^4 (10+5t)e^{-0.1t}dt=\begin{vmatrix} u=10+5t & dv=e^{-0.1t} \\ du=5dt & v=-10e^{-0.1t}\end{vmatrix}=$$

$$=-10(10+5t)e^{-0.1t}|_0^4+50\int_0^4 e^{-0.1t}dt=-300\,e^{-0.4}+100-500e^{-0.1t}|_0^4=$$

$$=-800e^{-0.4}+600\approx-536{,}9+600=63{,}1\text{ млн.руб}$$

Это означает, что для получения одинаково наращенной суммы через 4 года ежегодные капиталовложения от 10 до 30 млн. руб. равны одновременным первоначальным вложениям 63,1 млн. руб. при той же исчисляемой непрерывной процентной ставке.

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 4.1. Координаты и векторы

Практическое занятие № 44

«Векторы. Действия с векторами. Декартова система координат в пространстве. Расстояние между точками»

Цель работы: Научиться выполнять действия с векторами, находить расстояние между точками.

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

Решите задачи:

m- количество букв в имени

n- количество букв в фамилии

p- месяц рождения

1. Даны две точки: $A(m; -n; 0)$ и $B(p; -n; 2)$.Разложите вектор $\overrightarrow{AB}$ по векторам базиса и

найдите его длину.

2. Даны векторы $\vec{a} = p\,\vec{i} - \vec{j} + m\,\vec{k}$ и $\vec{b} = n\,\vec{i} + p\,\vec{k}$. Найдите координаты вектора $\vec{c} = m\,\vec{a} - n\,\vec{b}$.

3. Вычислите скалярное произведение векторов $(\vec{\grave{a}} - 2\vec{b}) \cdot \vec{a}$, если $\vec{a} = \{-m; n; p\}$ и $\vec{b} = \{0; -p; n\}$.

4. При каком значении «x» векторы $\vec{\grave{a}} = \{m; -n; x\}$ и $\vec{b} = \{-2m; 2n; p\}$ будут коллинеарными?

Порядок выполнения работы:

1. Внимательно ознакомьтесь с условием задания.

2. Пользуясь конспектами лекций, подберите нужную формулу или соответствующее условие для решения задачи.

Задача № 1. Даны точки A(−3; 1; −1) и B (2; −4; 1).

Разложите вектор $\overrightarrow{AB}$ по векторам базиса и найдите его длину.

Решение.

1) $\overrightarrow{AB} = \{2-(-3); -4-1; 1-(-1)\} = \{5; -5; 2\}$ - координаты вектора.

2) Разложим $\overrightarrow{AB}$ по векторам базиса:

$\overrightarrow{AB} = 5\,\vec{i} - 5\,\vec{j} + 2\,\vec{k}$.

3) Длину $|AB|$ найдем по формуле:

$$\left|\vec{a}\right| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\ ;$$

$$\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{5^2 + (-5)^2 + 2^2} = \sqrt{54} = \sqrt{9 \cdot 6} = 3\sqrt{6}\ .$$

Задача № 2.

Даны векторы $\vec{a} = \vec{i} - 3\,\vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{k}$.Найдите координаты вектора $\vec{c} = \vec{a} - 2\,\vec{b}$.Решение

$\vec{a} = \{1; -3; 1\}$.

$\vec{b} = \{-2; 0; 1\}$; $2\,\vec{b} = \{-4; 0; 2\}$.

$\vec{c} = \vec{a} - 2\,\vec{b} = \{1; -3; 1\} - \{-4; 0; 2\} = \{1-(-4); -3-0; 1-2\} = \{5; -3; -1\}$.

Задача № 3

Вычислите скалярное произведение $(2\,\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{a}$, если $\vec{a} = \{1; 0; 3\}$ и $\vec{b} = \{2; -1; 1\}$.

Решение

1) Найдём координаты $2\,\vec{a}$:

$2\,\vec{a} = \{2; 0; 6\}$

2). Найдём координаты $2\,\vec{a} + \vec{b}$:

$2\vec{a}+b=\{2;0;6\}+\{2;-1;1\}=\{4;-1;7\}$.

3). Найдём скалярное произведение:

$(2\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{a}=4\cdot 1+0\cdot(-1)+3\cdot 7=25$.

Ответ: 25

Задача № 4.

4. При каком значении «x» векторы $\vec{a}=\{4;-6;x\}$ и $\vec{b}=\left\{-\frac{1}{2};\frac{3}{4};3\right\}$ будут коллинеарными?

Условие коллинеарности векторов:

$\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны, если $\frac{x_1}{x_2}=\frac{y_1}{y_2}=\frac{z_1}{z_2}$.

Получим:

$$\frac{4}{-\frac{1}{2}}=\frac{-6}{\frac{3}{4}}=\frac{x}{3}.$$

$-8=\frac{x}{3}$; $x=-24$.

Ответ: $x=-24$.

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 4.1. Координаты и векторы

Практическое занятие № 45

«Декартова система координат на плоскости. Уравнения прямой, окружности. Решение задач на расположение прямых на плоскости»

Цель работы: Научиться решать задачи на нахождение уравнений прямых и окружностей, на расположение прямых на плоскости.

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:
m- количество букв в имени
n- количество букв в фамилии
p- месяц рождения

1. Найти точку пересечения прямых: $mx - py + n = 0$ и $x - y - p = 0$.
2. Найдите острый угол между прямыми: $mx + ny - p = 0$ и $nx - py - nm = 0$.
3. Составьте уравнение прямой, параллельной прямой $px + y - m = 0$ и проходящей через точку $A(-n; 1)$.
4. Из точки $A(m; -1)$ на прямую $nx + py + 1 = 0$ опущен перпендикуляр. Составьте его уравнение.

Порядок выполнения работы:
1. Внимательно ознакомьтесь с условием задания.
2. Пользуясь конспектами лекций, подберите нужную формулу или соответствующее условие для решения задачи

Задача № 1
Найти точку пересечения прямых:
$2x + 3y - 12 = 0$ и $x - y - 1 = 0$.
Решим систему:

$$\begin{cases} 2x + 3y - 12 = 0, \\ x - y - 1 = 0; \end{cases} \qquad \begin{cases} 2(1 + y) + 3y - 12 = 0, \\ x = 1 + y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 + 2y + 3y - 12 = 0, \\ x = 1 + y; \end{cases} \qquad \begin{cases} 5y = 10, \\ x = 1 + y; \end{cases} \qquad \begin{cases} y = 2, \\ x = 3. \end{cases}$$

Ответ: точка M (3; 2).

Задача № 2
Определить угол между прямыми, заданными уравнениями:
$2x - 3y + 6 = 0$ и $x + 5y - 2 = 0$.
Решение
Найдем угловые коэффициенты этих прямых:

$$2x - 3y + 6 = 0; \qquad x + 5y - 2 = 0$$

$$-3y = -2x - 6, \qquad 5y = -x + 2,$$

$$y = \frac{2}{3}x + 6, \qquad y = -\frac{1}{5}x + \frac{2}{5},$$

$$k_1 = \frac{2}{3}. \qquad k_2 = -\frac{1}{5}.$$

Подставим найденные значения k_1 и k_2 в формулу: $tg\varphi = \dfrac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2}$.

$$tg\varphi = \frac{-\frac{1}{5} - \frac{2}{3}}{1 + (-\frac{1}{5}) \cdot \frac{2}{3}} = \frac{-\frac{13}{15}}{\frac{13}{15}} = -1.$$

$tg\varphi = -1; \quad \varphi = 135^0.$

Полученный угол между прямыми - тупой. Смежный с ним, будет острый, то есть $\varphi_1 = 180^0 - 135^0 = 45^0.$

Задача № 3

1. Составьте уравнение прямой, параллельной прямой $5x + 3y - 7 = 0$ и проходящей через точку А(-2;6).

Решение

Составим уравнение пучка прямых, проходящих через точку А(-2;6).

$y - 6 = k(x + 2)$

Находим угловой коэффициент данной прямой:

$3y = -5x + 7,$

$y = -\frac{5}{3}x + \frac{7}{3}; \quad k_1 = -\frac{5}{3}.$

Так как прямые параллельны, то $k_2 = -\frac{5}{3}$ - угловой коэффициент искомой прямой.

Подставим найденное значение $k_2 = -\frac{5}{3}$ в уравнение пучка прямых:

$y - 6 = k(x + 2)$;

после преобразования получим:

$5x + 3y - 8 = 0.$

Задача № 4

Из точки А(-3;5) на прямую $x - 2y + 3 = 0$ опущен перпендикуляр. Написать его уравнение.

Решение

Составим уравнение пучка прямых, проходящих через точку $A(-3;5)$.

$y - 5 = k(x + 3).$

Найдем угловой коэффициент k_1 прямой $x - 2y + 3 = 0$;

$-2y = -x - 3;$

$y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2};$

$k_1 = \frac{1}{2}.$

Учитывая условие перпендикулярности прямых: $k_1 = -\frac{1}{k_2}$, найдем уравнение искомой прямой

$k_2 = -2.$

$y - 5 = -2(x + 3);$

$y + 2x + 1 = 0.$

Ответ: $y + 2x + 1 = 0.$

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 4.2. Прямые и плоскости в пространстве

Практическое занятие № 46

«Решение задач на параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости»

Цель работы: Научиться решать задачи на параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости, используя признаки параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 05 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста

Материальное обеспечение: Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

m- количество букв в имени

n- количество букв в фамилии

p- месяц рождения

Задача 1

Точка К не лежит в плоскости квадрата ABCD. Точки М и Р - середины отрезков КВ и КС.

1) Как расположены прямые AD и MP?

2) Вычислите длину отрезка MP, если сторона квадрата равна n см.

Задача 2

Основание AD трапеции ABCD находится на плоскости P, а основание BC отстоит от нее на p см. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей до плоскости P, если $\frac{DA}{CB} = \frac{m+n}{m}$.

Задача 3

Плоскость P пересекает стороны AB и AC треугольника в точках B_1 и C_1 соответственно. B_1C_1 параллельна BC и равна p см, а $AC_1 : C_1C = m : n$. Найти BC.

Задача 4

Дан ромб ABCD. Из точки пересечения его диагоналей проведен отрезок OF, так, что $AF = CF$, $BF = DF$. Докажите, что OF перпендикулярен плоскости ромба, отрезок AC перпендикулярен плоскости BDF.

Задача 5

Дан равнобедренный треугольник ABC. $AC = BC = n$ см, $AB = m + 5$ см. Из вершины угла С проведен к плоскости перпендикуляр CD, равный p см. Найдите расстояние от точки D до стороны

AB.

Задача 6

Точки A и B лежат в плоскости α, M – такая точка в пространстве, для которой $AM = m$, $BM = n$ и ортогональная проекция на плоскость α отрезка BM в три раза больше ортогональной проекции на эту плоскость отрезка AM. Найдите расстояние от точки M до плоскости α.

Порядок выполнения работы:

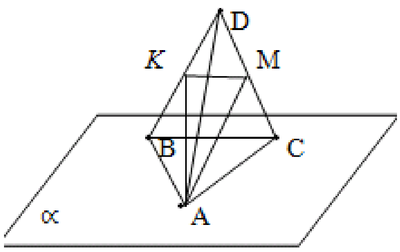
1. Внимательно прочитайте условие задачи.
2. Запишите, что в задаче дано, сделайте рисунок.
3. Проанализируйте условие задачи, рассуждая от того, что нужно найти. Вспомните, какие теоремы и формулы понадобятся при решении задачи.
4. Решите задачу. Запишите ответ.

При решении задач на эту тему используется определение параллельных прямой и плоскости, признак параллельности прямой и плоскости, а также ваши знания из планиметрии.

Задача 1.

Точки A, B, C и D не лежат в одной плоскости. К и М – середины отрезков BD и CD.

1) Имеют ли общие точки прямая КМ и плоскость, в которой лежат точки A, B и C?
2) Вычислите периметр треугольника АКМ, если расстояние между каждой парой данных точек равно 8 см.



Дано: $\propto$, $A \in \propto$, $B \in \propto, C \in \propto$,

BK=KD, CM=MD,

AB=AC=BC=AD=BD=CD=8 см

1) пересекаются ли КМ и $\propto$

2) Найти P_{AKM}

Решение:

1) Точка К является серединой отрезка BD, точка М- середина отрезка CD. Значит отрезок КМ - средняя линия треугольника BCD.

По свойству средней линии треугольника $KM \| BC$, $KM = \frac{1}{2}BC$. Следовательно, отрезок КМ параллелен прямой, лежащей в плоскости. По признаку параллельности прямой и плоскости, отрезок КМ и плоскость параллельны, т.е. не пересекаются.

2) $P_{AKM} = AK + AM + KM$

$KM = \frac{1}{2}BC \qquad KM = 4$ см.

Рассмотрим треугольники ACD и ABD: AC=AD=AB=CD=BD, т.е. ACD и ABD- равные равносторонние треугольники, а отрезки AM и AK- медианы и высоты этих треугольников. Найдем эти отрезки:

$AK = AM = \sqrt{AC^2 - MC^2}$

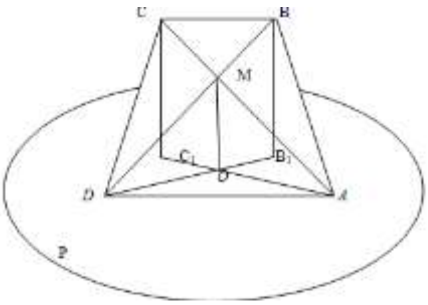
$MC = 4$ см.

$AK = AM = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ см

$P_{AKM} = 4 + 4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 4 + 8\sqrt{3}$ см

Задача 2

Основание AD трапеции ABCD находится на плоскости P, а основание BC отстоит от нее на 5 см. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей до плоскости P, если $\frac{DA}{CB}=\frac{7}{3}$.



Дано:
ABCD – трапеция,
$\frac{DA}{CB}=\frac{7}{3}$. BB_1=5см, $BB1\perp P$
Найти: расстояние от M до плоскости P

Решение

1) Из точки M проведем к плоскости P перпендикуляр OM. Следовательно, OM- расстояние от M до плоскости P.

2) Рассмотрим ΔADM и ΔCBM

$\angle BMC=\angle DMC$ как вертикальные

$\angle CBM=\angle ADM$ как накрестлежащие при параллельных прямых BC и AD и секущей BD.

Значит, ΔADM и ΔCBM подобны и $\frac{DA}{CD}=\frac{DM}{BM}=\frac{AM}{CM}$.

$\frac{DA}{CB}=\frac{7}{3}\Longrightarrow\frac{DA}{CD}=\frac{DM}{BM}=\frac{AM}{CM}=\frac{7}{3}$

$\frac{DM}{BM}=\frac{7}{3}\Rightarrow DM=\frac{7}{10}BD, BM=\frac{3}{10}BD$

3) Рассмотрим ΔBB_1D и ΔMOD

$\angle D$ – общий, $\angle BB_1D=\angle MOD=90^0\Rightarrow\Delta BB_1D\sim\Delta MOD$

$\frac{BB_1}{MO}=\frac{BD}{MD}$

$\frac{BB_1}{MO}=\frac{BD}{0,7BD}=\frac{10}{7}$

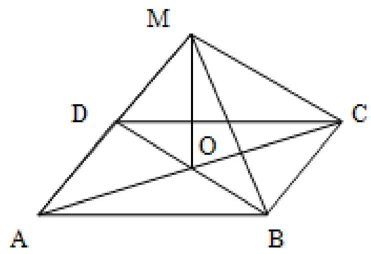
$MO=\frac{7}{10}BD$

$MO=\frac{7}{10}\cdot 5=3,5$ см.

Ответ: 3,5 см.

Задача 3

Из точки пересечения диагоналей параллелограмма ABCD проведен отрезок OM так, что $MA=MC, MB=MD$. Докажите, что отрезок OM перпендикулярен плоскости параллелограмма.



Дано:
$ABCD$ – параллелограмм
$AC\cap BD=O$
$MA=MC, MB=MD$
Доказать: $OM\perp(ABCD)$

Доказательство

1) Рассмотрим треугольники AOM и COM. OM - общая сторона, $MA=MC$ по условию, $AO=OC$ по свойству диагоналей параллелограмма. Значит, треугольники равны по трем сторонам, т.е. $\Delta AOM=\Delta COM$. Следовательно, $\angle AOM=\angle COM$.

Т. к. эти углы смежные и равные, то они равны по 90^0, т.е. $OM\perp AC$.

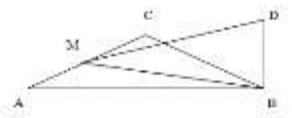
2) Рассмотрим треугольники BOM и DOM. OM - общая сторона, $MB=MD$ по условию, $BO=OD$ по свойству диагоналей параллелограмма. Значит, треугольники равны по трем сторонам, т.е. $\Delta BOM=\Delta DOM$. Следовательно, $\angle BOM=\angle DOM$.

Т. к. эти углы смежные и равные, то они равны по 90^0, т.е. $OM \perp BD$.

3) $\left.\begin{array}{l} OM \perp AC. \\ OM \perp BD \end{array}\right\} \Rightarrow OM \perp (ABCD)$ по признаку перпендикулярности прямой и плоскости.

Задача 4

Стороны треугольника 10 см, 17 см и 21 см. Из вершины большего угла этого треугольника проведен перпендикуляр к его плоскости, равный 15 см. Найдите расстояние от его концов до большей стороны.



Дано:

$\Delta ABC, AB = 10$ см$, BC = 17$см$, AC = 21$см

$BD \perp (ABC), BD = 15$см

Найти расстояние от B и D до AC

Решение

1) Дополнительное построение: проведем $BM \perp AC$.

Значит, BM- расстояние от B до AC.

$\left.\begin{array}{c} DM - \text{наклонная} \\ BM - \text{проекция наклонной} \\ BM \perp AC. \end{array}\right\} \Rightarrow DM \perp AC \Rightarrow DM$ – расстояние от D до AC.

2) Для того, чтобы найти высоту BM треугольника ABC, вычислим сначала его площадь, используя формулу Герона $S_\Delta = \sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)}, \quad p = \frac{a+b+c}{2}$

$p = \frac{10+17+21}{2} = 24$ см

$S_{ABC} = \sqrt{24 \cdot (24-10) \cdot (24-17) \cdot (24-21)} = \sqrt{24 \cdot 14 \cdot 7 \cdot 3} = 84см^2$

3) Запишем формулу для вычисления площади $S_\Delta = \frac{1}{2} ah$

Применим эту формулу к нашему треугольнику: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BM$.

Выразим из этой формулы BM: $BM = \frac{2S_{ABC}}{AC}$

$BM = \frac{2 \cdot 84}{21} = 8$ см

4) Рассмотрим треугольник BDM- прямоугольный, т.к. $BD \perp (ABC)$.

По теореме Пифагора найдем DM:

$DM^2 = BD^2 + BM^2$

$DM^2 = 15^2 + 8^2 = 289$

$DM = \sqrt{289} = 17$ см

Ответ: расстояния от концов перпендикуляра до стороны AC равны 8 см и 17 см

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 4.2. Прямые и плоскости в пространстве

Практическое занятие № 47

«Решение задач на применение теорем о трёх перпендикулярах»

Цель работы: Научиться использовать признак перпендикулярности прямой и плоскости, теорему о трех перпендикулярах при решении задач.

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 05 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

m- количество букв в имени

n- количество букв в фамилии

p- месяц рождения

Задача№1

Дан ромб ABCD. Из точки пересечения его диагоналей проведен отрезок OF, так, что $AF = CF$, $BF = DF$. Докажите, что OF перпендикулярен плоскости ромба, отрезок AC перпендикулярен плоскости BDF.

Задача №2

Дан равнобедренный треугольник ABC. $AC = BC = n$ см, $AB = m + 5$ см. Из вершины угла C проведен к плоскости перпендикуляр CD, равный p см. Найдите расстояние от точки D до стороны AB.

Задача №3

Точки *A* и *B* лежат в плоскости α, *M* – такая точка в пространстве, для которой $AM = m$, $BM = n$ и ортогональная проекция на плоскость α отрезка *BM* в три раза больше ортогональной проекции на эту плоскость отрезка *AM* . Найдите расстояние от точки *M* до плоскости α .

Задача № 4

Высота прямоугольного треугольника *ABC*, опущенная на гипотенузу, равна p см. Из вершины *C* прямого угла восставлен к плоскости треугольника *ABC* перпендикуляр *CM*, причем $CM = m + n$ см. Найдите расстояние от точки *M* до гипотенузы *AB*.

Порядок выполнения работы:

1. Внимательно прочитайте условие задачи.
2. Запишите, что в задаче дано, сделайте рисунок.
3. Проанализируйте условие задачи, рассуждая от того, что нужно найти. Вспомните, какие теоремы и формулы понадобятся при решении задачи.
4. Решите задачу. Запишите ответ.

При решении задач на эту тему используется определение перпендикулярных прямой и плоскости, признак перпендикулярности прямой и плоскости, теоремы о трех перпендикулярах, а также ваши знания из планиметрии

Задача

Высота прямоугольного треугольника *ABC*, опущенная на гипотенузу, равна 9.6. Из вершины *C* прямого угла восставлен к плоскости треугольника *ABC* перпендикуляр *CM*, причем *CM* = 28. Найдите расстояние от точки *M* до гипотенузы *AB*.

Решение

Примените теорему о трех перпендикулярах.

Пусть *CK* - высота данного прямоугольного треугольника. Тогда *MK* - наклонная к плоскости треугольника *ABC*, а *CK* - ортогональная проекция этой наклонной на плоскость треугольника *ABC*. Так как $CK \perp AB$, то по теореме о трех перпендикулярах $MK \perp AB$. Значит, длина отрезка *MK* равна расстоянию от точки *M* до прямой *AB*. Из прямоугольного треугольника *MCK* по теореме Пифагора находим, что

$MK = \sqrt{CK^2 + CM^2} = \sqrt{9.6^2 + 28^2} = 29.6.$

Ответ: расстояние от точки М до гипотенузы АВ равно 29.6.

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 4.2. Прямые и плоскости в пространстве

Практическое занятие № 48

«Решение задач на параллельность плоскостей»

Цель работы: Научиться использовать признак параллельности плоскостей и свойства параллельных плоскостей при решении задач.

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 05 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

m- количество букв в имени

n- количество букв в фамилии

p- месяц рождения

Задача № 1

Между двумя параллельными плоскостями заключен отрезок, длиной $m+n$ см. Найдите проекции этого отрезка на каждую плоскость, если расстояние между плоскостями равно p см.

Задача № 2

Плоскости М и Р параллельны. Из точек А и В плоскости М проведены к плоскости Р наклонные $AC = m+n$ см и $BD = m+n-3$ см. Проекция наклонной АС на одну из плоскостей равна m см. Чему равна проекция наклонной BD?

Задача №3

Между двумя параллельными плоскостями P и Q проведены отрезки АС и BD (точки А и В лежат в плоскости Р), $AC = m+n+p$ дм, $BD = m+n$ дм , разность проекций АС и BD на одну из плоскостей равна m дм . Найдите длины этих проекций и расстояние между плоскостями.

Порядок выполнения работы:

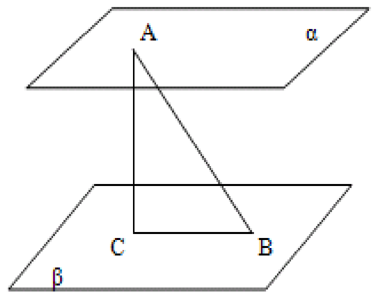
1. Внимательно прочитайте условие задачи.
2. Запишите, что в задаче дано, сделайте рисунок.
3. Проанализируйте условие задачи, рассуждая от того, что нужно найти. Вспомните, какие теоремы и формулы понадобятся при решении задачи.
4. Решите задачу. Запишите ответ.

При решении задач на эту тему используется определение параллельных плоскостей, признак параллельности плоскостей, теоремы о параллельных плоскостях, а также ваши знания из планиметрии

Задача № 1

Между двумя параллельными плоскостями заключен отрезок, длиной 10 м. Найдите проекции этого отрезка на каждую плоскость, если расстояние между плоскостями равно 8 м.

Дано:



Найти проекции АС

Решение

1) Так как плоскости параллельны, то расстояние между ними - это перпендикуляр АС. Построим проекцию отрезка АВ на плоскость β. Это отрезок ВС.

2) Рассмотрим треугольник АВС- прямоугольный.

По теореме Пифагора $AB^2 = AC^2 + BC^2$

$AC^2 = AB^2 - BC^2$

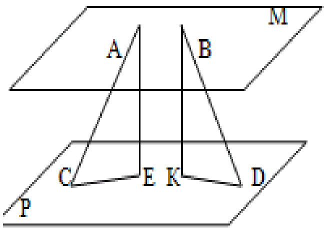
$AC^2 = 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36$

АС=6 см.

Так как плоскости параллельны, то проекции отрезка на эти плоскости будут равны.

Задача № 2

Плоскости М и Р параллельны. Из точек А и В плоскости М проведены к плоскости Р наклонные АС= 37см и BD=125 см. Проекция наклонной АС на одну из плоскостей равна 12 см. Чему равна проекция наклонной BD?



Дано: $M \parallel P, A \in M, B \in M$

$AC = 37$ см$, BD = 125$ см

$AE \perp P, BK \perp P, CE = 12$ см

Найти: KD

Решение

1) Рассмотрим треугольник АСЕ- прямоугольный.

По теореме Пифагора $\mathrm{AC}^2 = \mathrm{AE}^2 + \mathrm{CE}^2$

$\mathrm{AE}^2 = \mathrm{AC}^2 - \mathrm{CE}^2 \quad \mathrm{AE}^2 = 37^2 - 12^2 = 1369 - 144 = 1225$

АЕ=35 см.

2) Рассмотрим треугольник BKD- прямоугольный.

По теореме Пифагора $\mathrm{BD}^2 = KD^2 + \mathrm{B}K^2$

$KD^2 = \mathrm{BD}^2 - \mathrm{B}K^2$ AE=BK, как расстояния между параллельными плоскостями.

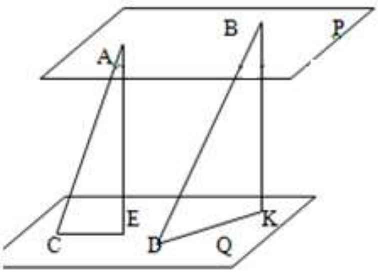
$KD^2 = 125^2 - 35^2 = 15625 - 1225 = 14400$

KD= 120 см.

Ответ: проекция BD равна 120 см.

Задача №3

Между двумя параллельными плоскостями P и Q проведены отрезки AC и BD (точки A и B лежат в плоскости P), AC=13 см, BD=15 см, сумма проекций AC и BD на одну из плоскостей равна 14 см . Найдите длины этих проекций и расстояние между плоскостями.



Дано: $Q \parallel P, A \in P, B \in P$

$AC = 13$ см$, BD = 15$ см

$AE \perp Q, BK \perp Q, CE + DK = 14$ см

Найти: CE, AE, DK

Решение

1) Рассмотрим треугольник АСЕ- прямоугольный.

По теореме Пифагора $\mathrm{AC}^2 = \mathrm{AE}^2 + \mathrm{CE}^2$

$\mathrm{AE}^2 = \mathrm{AC}^2 - \mathrm{CE}^2$

Пусть $\mathrm{CE} = \mathbf{x}$, тогда DK=14-*x*.

$\mathrm{AE}^2 = 169 - x^2$

2) Рассмотрим треугольник BDK- прямоугольный.

По теореме Пифагора $\mathrm{BD}^2 = BK^2 + DK^2$

$\mathrm{B}K^2 = BD^2 - DK^2$

$\mathrm{B}K^2 = 225 - (14 - x)^2 = 225 - 196 + 28x - x^2 = 29 + 28x - x^2$

AE=BK, как расстояния между параллельными плоскостями

Значит,

$169 - x^2 = 29 + 28x - x^2$

$28x = 140$

x=5

CE=5 см, DK=14-5=9 см

$AE = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$ см

Ответ: расстояние между плоскостями 12 см, проекции наклонных 5 см и 9 см.

Форма представления результата: выполненное задание**.**

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи, вычисления, рисунки и графики.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 4.2. Прямые и плоскости в пространстве

Практическое занятие № 49

«Решение задач на двугранные углы»

Цель работы: Научиться решать задачи на применение понятий угла между прямой и плоскостью, двугранного угла, угла между плоскостями.

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 05 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

m- количество букв в имени

n- количество букв в фамилии

p- месяц рождения

1) Из точки А вне плоскости проведены к плоскости перпендикуляр $AB = n$ см и наклонные АС и АМ, образующие с плоскостью углы 30^0. Найдите угол между наклонными прямой. Найдите СМ.

2) Катеты прямоугольного треугольника равны n см и $n + m$ см. Определите расстояние от вершины прямого угла до плоскости, которая проходит через гипотенузу и составляет угол 30^0 с плоскостью треугольника.

3) Точки А и В лежат на ребре прямого двугранного угла. AA_1 и BB_1- перпендикуляры к ребру, проведенные в разных гранях, причем $AB = m$ см, $AA_1 = n + m$ см, $BB_1 = n - 1$ см. Найдите A_1B_1.

Порядок выполнения работы

1. Внимательно прочитайте условие задачи.

2. Запишите, что в задаче дано, сделайте рисунок.

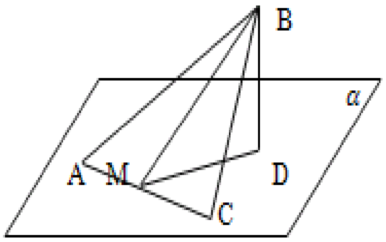
3. Проанализируйте условие задачи, рассуждая от того, что нужно найти. Вспомните, какие теоремы и формулы понадобятся при решении задачи.

4. Решите задачу. Запишите ответ.

При решении задач на эту тему используются определения угла между прямой и плоскостью, двугранного угла, линейного угла двугранного угла, а также ваши знания из планиметрии.

Задача 1

Дан треугольник ABC со сторонами AB=9 см, BC= 6 см и AC= 5 см. Через меньшую сторону проходит плоскость, составляющая с плоскостью треугольника угол 45^0. Найдите расстояние между плоскостью и вершиной B.



Дано: $\Delta ABC, AB = 9$ см

$BC = 6$ см, $AC = 5$ см

$AC \in \alpha, \alpha = 45°$

Найти: Расстояние от B до α

Решение

1) Дополнительное построение: проведем $BD \perp \alpha \Rightarrow BD$ – расстояние от B до плоскости α.

$BM \perp AC \Rightarrow DM \perp AC$ по теореме о трех перпендикулярах.

Значит, $\angle BMD$ – линейный угол двугранного угла, $\angle BMD = 45^0$.

2) В треугольнике ABC найдем высоту BM.

Сначала вычислим площадь треугольника по формуле Герона:

$S_\Delta = \sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)}$

$p = \frac{9+6+5}{2} = 10$ см

$S_{ABC} = \sqrt{10 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 5} = 10\sqrt{2}$см^2

$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BM \Rightarrow BM = \frac{2S_{ABC}}{AC}$

$BM = \frac{2 \cdot 10\sqrt{2}}{5} = 4\sqrt{2}$см

3) Рассмотрим треугольник BMD- прямоугольный по построению.

$\frac{BD}{BM} = sin\angle BMD$

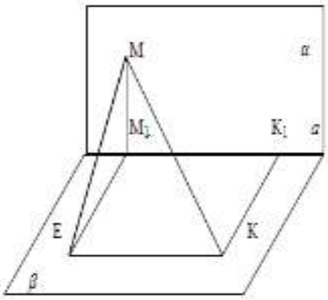
$BD = BM sin\angle BMD$

$BD = 4\sqrt{2} \cdot sin45^0 = 4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 4$ см.

Ответ: расстояние от B до плоскости 4 см.

Задача 2

Концы отрезка MK лежат на гранях прямого двугранного угла. MM_1 и KK_1- перпендикуляры к ребру, причем MK=13 см, MM_1=12 см, M_1K_1=3 см. Найдите KK_1.



Дано: $< \alpha a \beta = 90°$

$MK = 13$ см, $MM_1 = 12$ см, $M_1K_1 = 3$ см

$MM_1 \perp a, KK_1 \perp a$

Найти: KK_1

Решение

1) Построим линейный угол двугранного угла. Для этого через точку M_1 проведем отрезок M_1E, параллельный и равный KK_1.

$KK_1 \perp a$, следовательно, $M_1E \perp a$.

$\angle MM_1E$ – линейный угол двугранного угла, значит $\angle MM_1E = 90^0$.

2) Рассмотрим ΔMEK

ME- наклонная к плоскости β, EM_1 – ее проекция на эту плоскость, $EM_1 \perp EK$ (т.к. EM_1K_1K – прямоугольник по построению). Следовательно, $ME \perp EK$ (по теореме о трех перпендикулярах) и ΔMEK – прямоугольный.

По теореме Пифагора $MK^2 = ME^2 + EK^2$

$ME^2 = MK^2 - EK^2$ $EK=M_1K_1=3$ см

$ME^2 = 13^2 - 3^2 = 169 - 9 = 160$

$ME = \sqrt{160} = 4\sqrt{10}$ см

3) Рассмотрим ΔMM_1K – прямоугольный, т.к. $\angle MM_1E = 90^0$.

По теореме Пифагора $ME^2 = MM_1{}^2 + M_1E^2$

$M_1E^2 = ME^2 - MM_1{}^2$

$M_1E^2 = 160 - 144 = 16$

M_1E= 4 см.

Значит, KK_1=4 см.

Ответ: KK_1=4 см.

Форма представления результата: выполненное задание**.**

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи, вычисления, рисунки и графики.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 4.3 Многогранники и круглые тела

Практическое занятие № 50

«Решение задач на параллелепипед и куб»

Цель работы: Научиться решать задачи с параллелепипедом и кубом

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности

ОК 06 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных российских духовно-нравственных ценностей, в том числе с учетом гармонизации межнациональных и межрелигиозных отношений, применять стандарты антикоррупционного поведения

ОК 07 Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, применять знания об изменении климата, принципы бережливого производства, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

ОК 08 Использовать средства физической культуры для сохранения и укрепления здоровья в процессе профессиональной деятельности и поддержания необходимого уровня физической подготовленности

ОК 09 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. Ребро куба равно 6 см. Найти его объем и площадь полной поверхности.
2. В прямоугольном параллелепипеде диагональ основания 12 см, а боковое ребро 15 см. Найти площадь диагонального сечения.

Порядок выполнения работы:

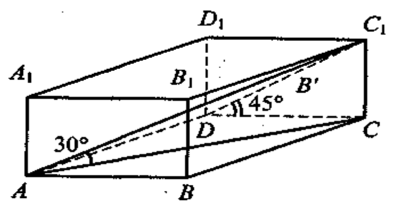
1)Выполнить чертеж

2)Записать кратко условие задачи

3) Оформить решение задачи

Задача 1: Угол между диагональю AC, прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, и плоскостью основания ABCD равен 30°, а диагональ боковой грани DC, наклонена к плоскости основания под углом 45°. Высота параллелепипеда равна 3 см. Найдите его объем.

Решение:



$$\angle C_1DC = \angle DC_1C = 45^\circ \Rightarrow DC = CC_1 = 3$$

$$AC_1 = 2CC_1 = 6$$

$$AC = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$$

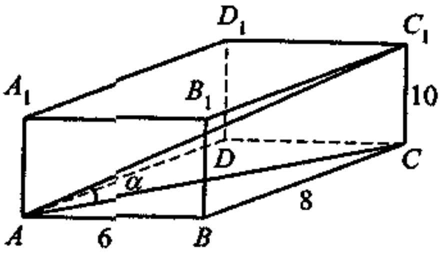
$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{27 - 9} = 3\sqrt{2}$$

$$V_{ABCDA_1B_1C_1D_1} = AB \cdot BC \cdot CC_1 = 3 \cdot 3\sqrt{2} \cdot 3 = 27\sqrt{2}$$

Ответ: $27\sqrt{2}$ см^3.

Задача 2: Стороны основания прямоугольного параллелепипеда равны 6 ми 8 м, боковое ребро равно 10 м. Найдите угол между диагональю параллелепипеда и плоскостью его основания.

Решение:



$$AC = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

$AC = CC_1 \Rightarrow \Delta ACC_1$ равнобедренный, а значит $\alpha = 45°$.

Ответ: 45°.

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 4.3 Многогранники и круглые тела

Практическое занятие № 51

«Решение задач на призму и пирамиду»

Цель работы: Научиться решать задачи с призмой и пирамидой.

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности

ОК 06 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных российских духовно-нравственных ценностей, в том числе с учетом гармонизации межнациональных и межрелигиозных отношений, применять стандарты антикоррупционного поведения

ОК 07 Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, применять знания об изменении климата, принципы бережливого производства, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

ОК 08 Использовать средства физической культуры для сохранения и укрепления здоровья в процессе профессиональной деятельности и поддержания необходимого уровня физической подготовленности

ОК 09 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках.

ПК 2.3 Проводить сбор, мониторинг и систематизацию ценовых показателей товаров, в том числе с использованием информационных интеллектуальных технологий.

ПК 2.6 Рассчитывать показатели эффективности предпринимательской деятельности, в том числе с применением программных продуктов.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. Для оценки затрат на материалы найдите площадь полной поверхности призмы. Если известно, что основание прямой призмы - треугольник, стороны которого равны 4 м, боковое ребро призмы равно 8 м.

2. Для оценки затрат на материалы найдите площадь полной поверхности призмы и объем. Если известно, что основание прямой призмы – параллелограмм со сторонами 4 см и 6 см и углом между ними 60^0. Высота призмы равна 12 см.

3. Для оценки затрат на материалы найдите объем правильной четырёхугольной пирамиды, высота которой 4 см, а диагональ основания 8 см.

4. Для оценки затрат на материалы найти полную поверхность прямой пирамиды, в основании, которой лежит равнобедренный треугольник с основанием 5 см и боковыми сторонами 6 см. Боковые ребра пирамиды 12 см.

Порядок выполнения работы:

1) Выполнить чертеж
2) Записать кратко условие задачи
3) Оформить решение задачи

Многогранником называется тело, ограниченное плоскими многоугольниками. Общие стороны смежных многоугольников называют **ребрами** многогранника. Многоугольники, которые ограничивают многогранник, называются его **гранями**. Грани многогранника, сходящиеся в одной точке, образуют многогранный угол; вершины таких многогранных углов называются **вершинами** многогранника. Прямые, соединяющие две какие-нибудь вершины, не лежащие на одной грани, называются **диагоналями** многогранника.

Призма – многогранник, две грани которого являются равными многоугольниками, лежащими в параллельных плоскостях, а остальные грани – параллелограммами, имеющими общие стороны с этими многоугольниками.

Прямая призма называется **правильной**, если ее основания – правильные многоугольники.

Площадью полной поверхности призмы называется сумма площадей всех ее граней, а **площадью боковой поверхности** призмы – сумма площадей ее боковых граней.

$S_{пол} = 2S_{осн} + S_{бок}$

Площадь боковой поверхности прямой призмы равна произведению периметра основания на высоту призмы.

$S_{бок} = P \cdot h$

Объём прямой призмы равен произведению площади основания на высоту.

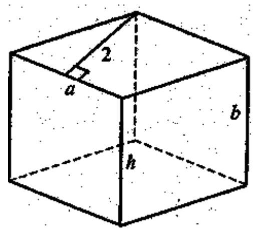
$V = S_{осн} \cdot h$

Задача 1. Для оценки затрат на материалы найдите высоту прямой призмы. Основание прямой призмы - ромб с высотой 2 дм. Площадь боковой поверхности призмы равна 96 дм^2, а площадь полной поверхности равна 128 дм^2.

Решение.

Обозначим сторону основания *a,* а боковое ребро bРазницу между площадью полной поверхности призмы и площадью боковой поверхности призмы — это удвоенная

площадь основания призмы.



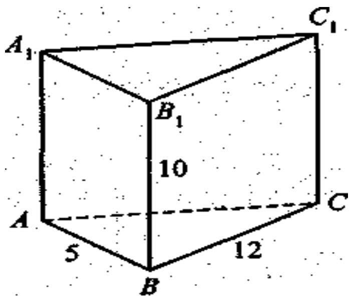
$$S_{осн} = 2a \Rightarrow 2a = 128 - 96 = 32 \Rightarrow a = 16$$

$$S_{бок} = 4ah = 96 \Rightarrow h = \frac{24}{a} = 1,5 \text{ (дм)}$$

Ответ: 1,5 дм.

Задача 2. Для оценки затрат на материалы найдите высоту прямой призмы. Основание прямой призмы - прямоугольный треугольник, катеты которого равны 5 м и 12 м, боковое ребро призмы равно 10 м. Найдите площадь полной поверхности призмы.

Решение.



$$AC = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$$

$$S_{полн} = 2S_{\Delta ABC} + S_{AA_1B_1B} + S_{BB_1C_1C} + S_{AA_1C_1C}$$

S =2*0,5*5*12+5*10+12*10+13*10=60+300=360 м^2

Ответ: 360 м^2.

Пирамида – это многогранник, составленный из n–угольника и n треугольников.

Многоугольник - **основание** пирамиды, треугольники - **боковые грани** с общей вершиной, называемой **вершиной пирамиды**. Перпендикуляр, опущенный из вершины пирамиды на ее основание, называется **высотой пирамиды**.

Площадь полной поверхности пирамиды: $S_{полн} = S_{бок} + S_{осн}$

Объем пирамиды: $V = \frac{1}{3} S_{осн} \cdot H$

Правильная пирамида

Пирамида называется **правильной,** если ее основание – правильный многоугольник, а отрезок, соединяющий вершину пирамиды с центром основания, является ее высотой.

Все боковые ребра правильной пирамиды равны, а боковые грани являются равными равнобедренными треугольниками.

Высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины, называется

апофемой.

Площадь боковой поверхности правильной пирамиды равна половине произведения периметра основания на апофему.

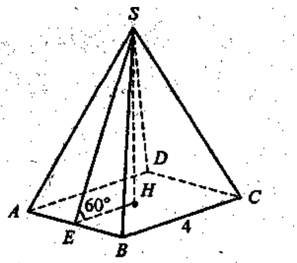
$$S_{бок} = \frac{1}{2} P_{осн} \cdot \ell$$

Площадь полной поверхности правильной пирамиды:

$$S_{полн} = S_{осн} + \frac{1}{2} P \cdot l$$

Задача 3. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна 4 см, а апофема образует с плоскостью основания угол в 60^0. Найдите площадь полной поверхности пирамиды для оценки затрат на материалы.

Решение.



$$EH = \frac{1}{2} BC = 2$$

$$\angle ESH = 90° - 60° = 30° \Rightarrow SE = 2EH = 4$$

$$S_{полн} = 4 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} AB + AB^2 = 2 \cdot 4 \cdot 4 + 4^2 = 48 \text{ (см}^2\text{)}$$

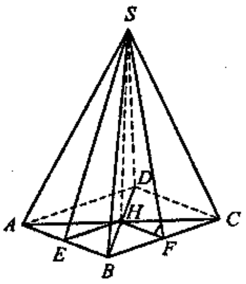
Ответ: 48 $см^2$.

Задача 4 Основание пирамиды —ромб, диагонали которого равны 30 см и 40 см. Высоты боковых граней, проведенные из вершины пирамиды, образуют с высотой пирамиды углы, равные 30^0. Найдите объем пирамиды для оценки затрат на материалы.

Решение.

$$AC = 40 \Rightarrow AH = HC = 20$$

$$BD = 30 \Rightarrow BH = HD = 15$$



$$AB = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25$$

$$HE = \frac{1}{2} BC = 12{,}5$$

$$SE = 2HE = 25$$

$$SH = \sqrt{SE^2 - HE^2} = \sqrt{25^2 - \frac{25^2}{4}} = 25 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$V_{пир} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 30 \cdot 25 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5000 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2500\sqrt{3} \text{ (см}^3\text{)}$$

Ответ: $2500\sqrt{3}$ $см^3$.

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 4.3 Многогранники и круглые тела

Практическое занятие № 52

«Решение задач на цилиндр и конус»

Цель работы: Научиться решать задачи с цилиндром и конусом

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности

ОК 06 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных российских духовно-нравственных ценностей, в том числе с учетом гармонизации межнациональных и межрелигиозных отношений, применять стандарты антикоррупционного поведения

ОК 07 Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, применять знания об изменении климата, принципы бережливого производства, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

ОК 08 Использовать средства физической культуры для сохранения и укрепления здоровья в процессе профессиональной деятельности и поддержания необходимого уровня физической подготовленности

ОК 09 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках.

ПК 2.3 Проводить сбор, мониторинг и систематизацию ценовых показателей товаров, в том числе с использованием информационных интеллектуальных технологий.

ПК 2.6 Рассчитывать показатели эффективности предпринимательской деятельности, в том числе с применением программных продуктов.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1**.** Для расчета материалов, необходимых для изготовления цилиндра найти радиус цилиндра, если известен объем цилиндра 120 $см^2$, его высота 3,6 см. .

2. Высота цилиндра 12см, радиус основания 10см. Цилиндр пересечен плоскостью так, что в сечении получился квадрат. Найдите расстояние от этого сечения до оси.

3. Для оценки затрат на материалы найти полную поверхность конуса, если образующая наклонена к плоскости основания под углом 30^0 и равна 12 см. А радиус основания 8 см.

4. Для оценки затрат на материалы найти площадь осевого сечения конуса, если образующая

равна 15 см, а радиус основания 4 см.

Цилиндр – тело, полученное при вращении прямоугольника вокруг оси, содержащей его сторону.

Круги называются **основаниями цилиндра**, а отрезки, соединяющие соответствующие точки окружностей этих кругов – **образующими цилиндра**. У цилиндра основания равны и параллельны и образующие также равны и параллельны между собой.

Осью цилиндра называется прямая, проходящая через центры оснований, параллельная образующим.

Боковая поверхность цилиндра – это поверхность, полученная от вращения стороны прямоугольника, параллельной оси цилиндра.

Высотой цилиндра называется расстояние между основаниями цилиндра. **Радиусом** цилиндра называется радиус его основания.

Цилиндр называется **прямым,** если его образующие перпендикулярны плоскостям оснований.

Площадь боковой поверхности: $S_{бок} = 2\pi Rh;$

Площадь полной поверхности:

$S_{полн} = S_{бок} + 2S_{осн} = 2\pi Rh + 2\pi R;$

$S_{полн} = 2\pi R(h + R)$

Объем цилиндра: $V = \pi R^2 h.$

Сечение цилиндра – фигура полученная в пересечении цилиндра плоскостью.

Сечение, проходящее через ось цилиндра, называется *осевым сечением* и представляет собой прямоугольник.

Если секущая плоскость перпендикулярна к оси цилиндра, то сечение является кругом.

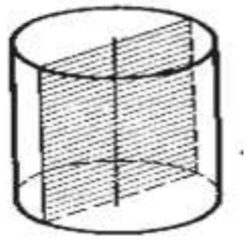
Порядок выполнения работы:

1)Выполнить чертеж

2)Записать кратко условие задачи

Задача 1. Для оценки затрат на материалы найдите площадь основания цилиндра. Если известно, что осевое сечение цилиндра − квадрат, площадь которого Q.

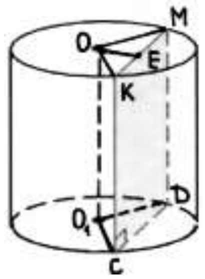
Решение.



Сторона квадрата равна $\sqrt{Q}$. Она равна диаметру основания. Поэтому площадь основания равна $\pi\left(\frac{\sqrt{Q}}{2}\right)^2 = \frac{\pi Q}{4}$.

Ответ: $S_{осн.цил.} = \frac{\pi Q}{4}$

Задача 2. Высота цилиндра 6см, радиус основания 5см. Найдите площадь сечения, проведенного параллельно оси цилиндра на расстоянии 4см от нее для оценки затрат на материалы.



Решение.

$S_{сеч.}$= KM×KC,

OE = 4 см, KC = 6 см.

Треугольник OKM − равнобедренный (OK = OM = R = 5 см),

треугольник OEK − прямоугольный.

Из треугольника OEK, по теореме Пифагора:

EK = $\sqrt{OK^2 - OE^2} = \sqrt{25-16} = \sqrt{9} = 3$,

KM = 2EK = 2×3 = 6,

$S_{сеч.}$= 6×6 = 36 см^2.

Ответ: $S_{сеч.}$= 36 см^2.

Рассмотрим окружность с центром в точке O и прямую OP, перпендикулярную к плоскости этой окружности. Каждую точку окружности соединим с точкой P отрезком. Поверхность, образованная этими отрезками, называется **конической**, а сами отрезки – **образующими конуса**.

Тело, ограниченное конической поверхностью и кругом, называется **конусом** (рис. 2.2).

Коническая поверхность – **боковая поверхность** конуса, круг – **основание** конуса, точка P – **вершина** конуса, образующие конической поверхности – **образующие** конуса. Все образующие конуса равны друг другу. Прямая OP, проходящая через центр основания и вершину конуса, называется **осью** конуса. Ось конуса перпендикулярна к плоскости основания. Отрезок OP называется **высотой** конуса.

Если секущая плоскость проходит через ось конуса, то полученное сечение называется **осевым сечением.**

Проведём секущую плоскость перпендикулярно к оси конуса. Эта плоскость пересекается с конусом по кругу и разбивает конус на две части. Одна из частей представляет собой конус, а другая называется **усечённым конусом.** (Изобразите усечённый конус самостоятельно. Постройте образующую, высоту.)

Площадь боковой поверхности конуса равна произведению половины длины окружности основания на образующую.

$$S_{бок} = \pi r l$$

Площадь полной поверхности конуса равна сумме площади боковой поверхности и площади основания.

$$S_{полн} = \pi r(l + r)$$

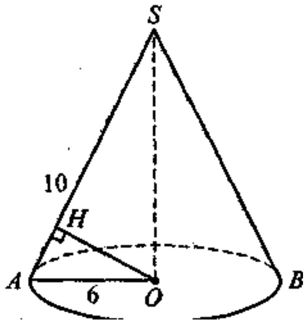
Площадь боковой поверхности усечённого конуса равна произведению полусуммы длин оснований на образующую.

Объём конуса равен одной трети произведения площади основания на высоту.

$$V = \frac{1}{3} S_{осн} \cdot h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

Задача 3. Для оценки затрат на материалы найдите расстояние от центра основания до образующей конуса. Если известно, что площадь боковой поверхности конуса равна 60 дм^2, а радиус основания равен 6 м.

Решение.



$$S_{бок} = \pi r l = 60\pi \Rightarrow rl = 60$$

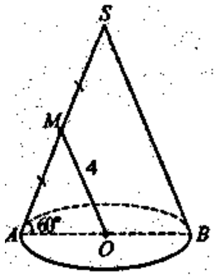
$$r = 6 \Rightarrow l = \frac{60}{r} = 10.$$

$$SO = \sqrt{AS^2 - AO^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$$

$$S_{\Delta ASO} = \frac{1}{2} \cdot AO \cdot OS = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24$$

С другой стороны, $S_{\Delta ASO} = \frac{1}{2} OH \cdot AS = 5OH = 24 \Rightarrow OH = \frac{24}{5}$

Задача 2. Расстояние от центра основания конуса до середины образующей равно 4 см, а угол наклона образующей конуса к плоскости основания равен 60^0. Найдите площадь осевого сечения конуса.



$$SA = SB \Rightarrow \angle SBA = 60°$$

$$\angle ASB = 180° - 2 \cdot 60° = 60°,$$

то есть ΔSAB равносторонний.

$$\Delta AMO \infty \Delta ASB \Rightarrow \frac{}{SB} = \frac{}{AS} = \frac{1}{2}$$

$$SB = 2MO = 8$$

$$S_{\Delta ASB} = \frac{1}{2} \cdot AS \cdot AB \cdot \sin 60° = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 16\sqrt{3}\ (см^2)$$

Ответ: $16\sqrt{3}$ см^2.

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 4.3 Многогранники и круглые тела

Практическое занятие № 53

«Решение задач на шар и сферу»

Цель работы: Научиться решать задачи на шар и сферу

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности

ОК 06 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных российских духовно-нравственных ценностей, в том числе с учетом гармонизации межнациональных и межрелигиозных отношений, применять стандарты антикоррупционного поведения

ОК 07 Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, применять знания об изменении климата, принципы бережливого производства, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

ОК 08 Использовать средства физической культуры для сохранения и укрепления здоровья в процессе профессиональной деятельности и поддержания необходимого уровня физической подготовленности

ОК 09 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1.Расстояние от центра шара до секущей плоскости равно 8 м, а радиус сечения плоскостью равен 6 м. Найдите радиус шара и объем.

2. Объем шара 125П м^3. Найти площадь сферы.

Сферой называется поверхность, состоящая из всех точек пространства, расположенных на данном расстоянии от данной точки. Данная точка называется **центром сферы**, а данное расстояние – **радиусом сферы**. Отрезок, соединяющий две точки сферы и проходящий через центр, называется **диаметром**. Тело, ограниченное сферой, называется **шаром**.

Шар можно получить при вращении полукруга вокруг диаметра. Границей шара служит сфера.

Плоскость, имеющая со сферой только одну общую точку, называется **касательной плоскостью** к сфере. Радиус сферы, проведённый в точку касания сферы и плоскости, перпендикулярен к касательной плоскости.

Сечение шара, проходящее через центр, называется **большим кругом**, не проходящее – **малым кругом** Центр большого круга совпадает с центром шара, а центр малого круга является основанием перпендикуляра, опущенного из центра шара на плоскость этого круга.

Сечения, равноотстоящие от центра, равны.

Радиус окружности, полученной при пересечении сферы радиуса R плоскостью, удаленной от центра сферы на d, равен $\sqrt{R^2-d^2}$.

Площадь поверхности сферы равна учетверенной площади большого круга: $S_{сферы}=4\pi R^2$.

Объем шара: $V_{шара}=\dfrac{4}{3}\pi R^3$.

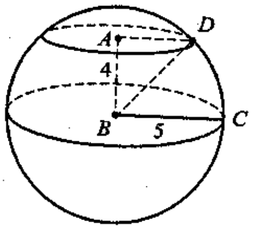
Порядок выполнения работы:

1)Выполнить чертеж

2)Записать кратко условие задачи

Задача 1. Площадь сферы равна 100 м^2. Расстояние от центра сферы до секущей плоскости равно 4 м. Найдите радиус сечения.

Решение.

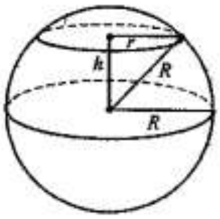


$$S_{сф} = 4\pi R^2 = 100\pi \Rightarrow R^2 = 25 \Rightarrow R = 5$$

$$AD = \sqrt{BD^2 - AB^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \text{ (м)}$$

Ответ: 3 м.

Задача 2. Площади сечения шара плоскостью равна 16П м^2 , а площадь параллельного ему сечения, проходящего через центр шара, равна 25П м^2 . Найти расстояние между плоскостями сечений.



$$\pi r^2 = 16\pi \Rightarrow r^2 = 16,\ r = 4 \text{ м.}$$

$$\pi R^2 = 25\pi \Rightarrow R^2 = 25,\ R = 5 \text{ м.}$$

$$h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{25 - 16} = 3 \text{ (м)}$$

Ответ: 3 м

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 4.3 Многогранники и круглые тела

Практическое занятие № 54

«Решение прикладных задач стереометрии»

Цель работы: Обобщить, закрепить и систематизировать знания при решении задач с прикладных задач стереометрии

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ПК 2.3 Проводить сбор, мониторинг и систематизацию ценовых показателей товаров, в том числе с использованием информационных интеллектуальных технологий.

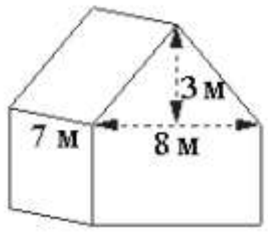
ПК 2.6 Рассчитывать показатели эффективности предпринимательской деятельности, в том числе с применением программных продуктов.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. Двускатную крышу дома, имеющего в основании прямоугольник (см. рис.), необходимо полностью покрыть рубероидом. Высота крыши равна 3 м, длины стен дома равны 7 м и 8 м. Найдите, сколько рубероида (в квадратных метрах) нужно для покрытия этой крыши, если скаты крыши равны.



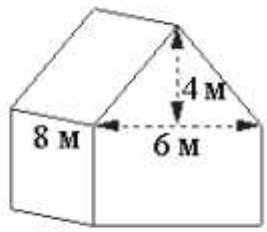
2. Ящик, имеющий форму куба с ребром 30 см без одной грани, нужно покрасить со всех сторон снаружи. Найдите площадь поверхности, которую необходимо покрасить. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.
3. Прямолинейный участок трубы длиной 3 м, имеющей в сечении окружность, необходимо покрасить снаружи (торцы трубы открыты, их красить не нужно). Найдите площадь поверхности, которую необходимо покрасить, если внешний обхват трубы равен 27 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.
4. Высота бака цилиндрической формы равна 50 см, а площадь его основания 160 квадратных сантиметров. Чему равен объём этого бака (в литрах)? В одном литре 1000 кубических сантиметров.
5. В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает 1/3 высоты. Объём сосуда равен 540 мл. Найдите объём налитой жидкости. Ответ дайте в миллилитрах

Порядок выполнения работы:

1) Выполнить чертеж
2) Записать кратко условие задачи
3) Решить задачу, используя необходимые формулы

Понятия объема и площади поверхности, изучаемые в стереометрии, важны при расчете количества материалов, необходимых для производства или строительства. Знания приводят к более точным расчетам, что предотвращает перерасход и снижает количество отходов.

Задача 1. Двускатную крышу дома, имеющего в основании прямоугольник, необходимо полностью покрыть рубероидом. Высота крыши равна 4 м, длины стен дома равны 6 м и 8 м. Найдите, сколько рубероида (в квадратных метрах) нужно для покрытия этой крыши, если скаты крыши равны.



Решение. По теореме Пифагора найдём сторону ската крыши:

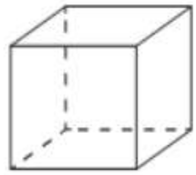
$$\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5.$$

Тогда площадь крыши равна:

$$8\cdot 5\cdot 2=80\ \text{м}^2.$$

Ответ: 80.

Задача 2. Ящик, имеющий форму куба с ребром 20 см без одной грани, нужно покрасить со всех сторон снаружи. Найдите площадь поверхности, которую необходимо покрасить. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

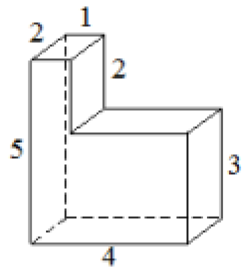


Решение.

Площадь одной грани равна $20\cdot 20=400$ см^2. В кубе шесть граней, но нас просят найти только площадь пяти граней, следовательно, $400\cdot 5=2000$ см^2.

Ответ: 2000.

Задача 3. Деталь имеет форму изображённого на рисунке многогранника (все двугранные углы прямые). Цифры на рисунке обозначают длины рёбер в сантиметрах. Найдите объём этой детали. Ответ дайте в кубических сантиметрах.



Решение. Разобьём эту деталь на две части. Первая часть со сторонами: 2;1;2. Вторая часть со сторонами 2;4;3.

Объём первой части: $V_1=2\cdot 1\cdot 2=4$ см^3.

Объём второй части: $V_2=2\cdot 4\cdot 3=24$ см^3.

Объём детали равен: $V_{д.}=4+24=28$ см^3.

Ответ: 28.

Задача 4. Прямолинейный участок трубы длиной 4 м, имеющей в сечении окружность, необходимо покрасить снаружи (торцы трубы открыты, их красить не нужно). Найдите площадь поверхности, которую необходимо покрасить, если внешний обхват трубы равен 19 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Решение. Переведём длину участка трубы в сантиметры: 4 м = 400 см. Площадь поверхности цилиндра равняется

$$S=h\cdot L=400\cdot 19=7600\ \text{см}^2.$$

Ответ: 7600.

Понимание стереометрии необходимо при расчете объемов грузов, перевозимых транспортом, определении максимально допустимой грузоподъемности транспортных средств или при проектировании упаковки для продукции. Это позволяет оптимально использовать место и вес, минимизируя расходы на логистику.

Задача 5. Высота бака цилиндрической формы равна 60 см, а площадь его основания равна 150 квадратным сантиметрам. Чему равен объём этого бака (в литрах)? В одном литре 1000 кубических сантиметров.

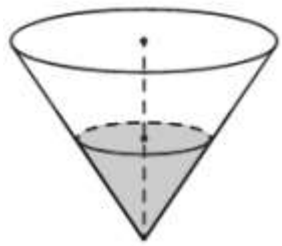
Решение. Объём цилиндра равен $V = \pi R^2 H$, где $\pi R^2 = 150 см^2$ — площадь основания. Следовательно, объём бака равен

$$V = 150 \cdot 60 = 9000 см^3$$

Переведём 9000 $см^3$ в литры и получим 9 литров.

Ответ: 9.

Задача 6. В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает 1/2высоты. Объём сосуда 960 мл. Чему равен объём налитой жидкости? Ответ дайте в миллилитрах.



Решение. Меньший конус подобен большему с коэффициентом ½. Объемы подобных тел относятся как куб коэффициента подобия. Поэтому объем меньшего конуса равен $(1/2)^3=0{,}125$ объема большого конуса. Таким образом, объём налитой жидкости равен $960 \cdot 0{,}125 = 120$.

Ответ: 120.

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Раздел 5 Теория вероятностей и математическая статистика

Тема 5.1. Элементы комбинаторики

Практическое занятие № 55

«Решение комбинаторных задач. Размещения, сочетания и перестановки»

Цель работы: Научиться отличать сочетания от размещений, применять формулы для вычисления всех выборок без повторений.

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 4 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. В соревнованиях участвует 10 человек, трое из них займут 1-е, 2-е и 3-е место. Сколько существует различных вариантов?
2. Из группы, в которой учится 12 человек, необходимо выбрать 3 человека в совет колледжа. Сколько существует различных способов такого выбора.
3. На книжной полке выставлены 8 книг различных авторов. Сколько способов имеется для расстановки этих книг в разном порядке?

Порядок выполнения работы

1. Определите вид выборки без повторения.
2. Выберете соответствующую формулу для вычисления возможных комбинаций.
3. Произведите вычисления, используя понятие факториала.

1.Кодовый замок открывается последовательным набором четырёх разных цифр. Требуется определить число возможных кодов, которые можно подобрать для этого замка.

Решение.

Возможных цифр всего десять(1,2,3,4,5,6,7,8,9,0).Каждая набранная комбинация кода отличается от другой комбинации хотя бы одной цифрой(1,4,5,7 ≠2,4,5,7),либо порядком набора одинаковых цифр(1,4,5,7≠4,5,7,1),поэтому для подсчёта числа возможных комбинаций кодов используем формулу числа размещений.

2.Формула размещений имеет вид:$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$. В нашем случае $n = 4$, $m = 10$.

Производим расчёт $A_{10}^4 = \frac{10!}{(10-4)!} = \frac{10!}{6!} = \frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}$=10$\cdot 9\cdot 8\cdot 7 = 5040$

3.Сколько существует способов выбора трёх человек из десяти?

Решение.

В данном случае при выборе для нас важен только состав по три человека, порядок выбора роли не играет, поэтому в отличие от первого примера число способов подсчитаем по формуле сочетаний.

Формула сочетаний имеет вид6$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$. В нашем случае n=10, m=3.

Производим расчёт: $C_{10}^3 = \frac{10!}{3!(10-3)!} = \frac{10!}{3!7!} = \frac{7!\cdot 8\cdot 9\cdot 10}{3\cdot 2\cdot 1\cdot 7!}$ =120.

4.Сколько различных четырёхзначных чисел можно составить из цифр1,2,3.4 9 цифры не повторяются)?

Решение.

По условию дано множество из четырёх элементов, которые требуется расположить в определённом порядке. Значит, требуется найти количество перестановок их четырёх элементов.

Формула перестановок из п –элементов имеет вид:$P_n = n!$ В нашем случае n =4.

Произведём расчёт: P_4 =4!=4$\cdot 3\cdot 2\cdot 1$=24.

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 5.2. Теория вероятностей и элементы математической статистики

Практическое занятие № 56

«Применение теории вероятности при решении экономических задач»

Цель работы: Научиться находить вероятности событий в задачах профессиональной направленности.

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ПК 2.3 Проводить сбор, мониторинг и систематизацию ценовых показателей товаров, в том числе с использованием информационных интеллектуальных технологий.

ПК 2.6 Рассчитывать показатели эффективности предпринимательской деятельности, в том числе с применением программных продуктов.

Материальное обеспечение: Индивидуальные задания, таблица производных, конспекты лекций.

Задание:

1. Пусть финансовый аналитик предполагает, что если ставка процента упадет за определенный период, то вероятность, что рынок акций будет расти в это же время, равна 0,6. Аналитик также считает, что ставка процента может упасть в этот же период с вероятностью 0,1. Используя данную информацию, определите вероятность того, что рынок акций будет развиваться, а ставка процента падать в течение данного периода?
2. Две организации производят одинаковую продукцию. Вероятность того, что АО «Гидравлик» выйдет на мировой рынок, равна 0,5, а вероятность выхода на мировой уровень ПАО «Энергопром» равен 0.7. Найти вероятность того, что только одна организация выйдет на мировой рынок.
3. Экономист полагает, что вероятность роста стоимости акций некоторой компании в следующем году будет равна 0,85, если экономика страны будет на подъеме; и эта же вероятность будет равна 0,4, если экономика страны не будет успешно развиваться. Вероятность экономического подъема в новом году равна 0,6. Оценить вероятность того, что акции компании поднимутся в цене в следующем году.

Порядок выполнения работы:

1. Изучить теоретическую часть практической работы
2. Решить задачи

Экономическая наука существует не одно столетие и имеет большую теоретическую базу, но все же, она не в силах предвидеть изменения в будущем и давать точные прогнозы. Это связано с тем, что многие экономические показатели носят характер случайных событий. Поэтому чтобы экономист рассчитал наиболее выгодный вариант с высокой точностью, необходимо применять знания теории вероятностей.

Теория вероятностей – наука, изучающая закономерности в массовых случайных событиях. Случайным событием называют какой-либо факт, который может произойти или не произойти при определенных условиях. Подтверждение или опровержение факта оценивается, наблюдается то или иное событие, определяется как опыт или эксперимент 2. Методы теории вероятностей при решении экономических задач необходимо применять там, где допускается возможность создать и проанализировать вероятностные модели действий любо уровня. Примером могут послужить характеристики в сфере кредитования и страхования.

Вероятность рассматривают как некоторый критерий возможности наступления определенного события. Возможные значения вероятности изменяются в диапазоне от 0 до 1. Событие, вероятность появления которого равна 0, называется невозможным, то есть это событие никогда не произойдет при данных условиях. Событие с вероятностью, равной 1, считают достоверным, речь идет о событиях, которые обязательно произойдут при данных условиях 3.

События, одно из которых обязательно произойдет в результате опыта, составляют полную группу. Сумма значений вероятностей наступления событий в полной группе равна единице. Например, если вероятность увеличения цены товара в ближайший месяц равна 0,3, а вероятность того, что цена останется неизменной - 0,65, вероятность уменьшения цены трудно найти. Так как эти события составляют полную группу (одно из них обязательно произойдет), то вероятность того, что цена товара уменьшится, равна 1-0,3-0,65 = 0,05 4.

На практике мы имеем дело с независимыми событиями, то есть одно событие не влечет за собой появление другого, и зависимыми, когда наступление событий взаимосвязано.

Для решения задач используют формулы сложения вероятностей, формулу умножения вероятностей, формулу полной вероятности другие. Рассмотрим на примере использование теории вероятности при решении экономических задач.

Задача 1. Пусть финансовый аналитик предполагает, что если ставка процента упадет за определенный период, то вероятность, что рынок акций будет расти в это же время, равна 0,7. Аналитик также считает, что ставка процента может упасть в этот же период с вероятностью 0,2. Используя данную информацию, определите вероятность того, что рынок акций будет развиваться, а ставка процента падать в течение данного периода?

Решение. Событие А - рост акций, тогда Р(А) = 0,7. Событие В - снижение ставки процента, Р(В) = 0,2. Следовательно, вероятность того, что рынок акций будет развиваться, а норма процента падать в течение данного периода найдём по формуле:

$p = P(A) \times P(B)\ 0.7 \times 0.2 = 0.14$

Таким образом, рынок акций будет расти, а ставка процента в течение определенного периода с вероятностью 14%.

Рассмотри задачу с независимыми событиями.

Задача 2. Две организации производят одинаковую продукцию. Вероятность того, что АО «Строй» выйдет на мировой рынок, равна0,4, а вероятность выхода на мировой уровень ПАО «Строитель» равен 0.6. Найти вероятность того, что только одна организация выйдет на мировой рынок 4.

Решение:

Пусть, А – событие, что АО «Строй» организация выйдет на мировой рынок,

В – событие, что ПАО «Строитель» организация выйдет на мировой рынок.

С – событие, что АО «Строй» организация выйдет на мировой рынок, при этом ПАО «Строитель» не выйдет на мировой рынок.

D – событие, что ИАО «Строитель» организация выйдет на мировой рынок, а АО «Строй» не выйдет на мировой рынок.

Вероятности событий равны:

$$P(C) = P(A) \times P(B) = 0{,}4 \times (1 – 0{,}6) = 0{,}16$$
$$P(D) = P(A) \times P(B) = (1 – 0{,}4) \times 0{,}6 = 0{,}36$$

Теперь найдем сумму этих вероятностей, так как нам не важно, какое именно событие из двух произойдет:

$$P(C + D) = 0{,}16 + 0{,}36 = 0{,}52.$$

Ответ: вероятность того, что только одна из организаций выйдет на мировой рынок, равна 0,52.

Задача 3. Экономист полагает, что вероятность роста стоимости акций некоторой компании в следующем году будет равна 0,75, если экономика страны будет на подъеме; и эта же вероятность будет равна 0,3, если экономика страны не будет успешно развиваться. Вероятность экономического подъема в новом году равна 0,8. Оценить вероятность того, что акции компании поднимутся в цене в следующем году.

Решение:

Выберем события, о котором идет речь в задаче:

А – событие, что акции компании в следующем году поднимутся в цене.

Далее мы определим гипотезы:

Н1 – гипотеза, что экономика страны будет на подъеме,

Н2 – гипотеза, что в стране не будет успешного развития экономики.

Вероятности гипотез равны:

$P(H_1) = 0{,}8$;

$P(H_2) = 1 – 0{,}8 = 0{,}2$; (События образуют полную группу)

Также из условия известны вероятности наступления события при выполнении гипотез:

$P(A|H_1) = 0{,}75$; $P(A|H_2) = 0{,}3$

По формуле полной вероятности, найдем вероятность повышения цены акций компании в следующем году: $P(A) = P(H_1) \times P(A|H_1) + P(H_2) \times P(A|H_2)$,

$P(A) = 0{,}8 \times 0{,}75 + 0{,}2 \times 0{,}3 = 0{,}66$

Ответ: вероятность того, что акции компании в следующем году увеличатся в цене, равна 0,66.

Форма представления результата: выполненная работа.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 5.2. Теория вероятностей и элементы математической статистики

Практическое занятие № 57

«Представление данных (таблицы, диаграммы, графики)»

Цель работы: научиться представлять статистические данные в виде таблицы, диаграммы и графиков

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ПК 2.3 Проводить сбор, мониторинг и систематизацию ценовых показателей товаров, в том числе с использованием информационных интеллектуальных технологий.

ПК 2.6 Рассчитывать показатели эффективности предпринимательской деятельности, в том числе с применением программных продуктов.

Задание:

1. Построить столбиковый график, по прибыли за 1 полугодие, тыс. руб.

Месяц	Июль	Август	Сентябрь	Октябрь	Ноябрь	Декабрь
Прибыль	89	71	80	93	101	80

2. Построить секторный график, проживающих в различных категориях домов, тыс. ед.

Категории домов	Панельный дом	Кирпичный дом	Блочный дом	Коттедж	Дуплекс
Количество проживающих	300	187	501	469	233

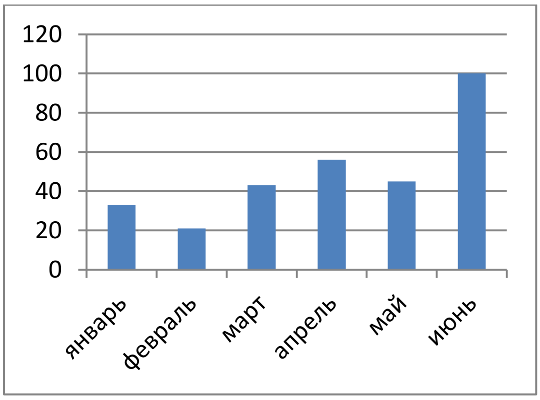
Порядок выполнения работы

1. Прочитать материал конспекта лекций.
2. На основании изложенного материала рассмотрите примеры решения задач.
3. Решить задачи.

1. Построить столбиковый график, объём продаж за 1 полугодие, тыс.руб

Месяц	январь	февраль	март	апрель	май	июнь
Объем продаж	33	21	43	56	45	100

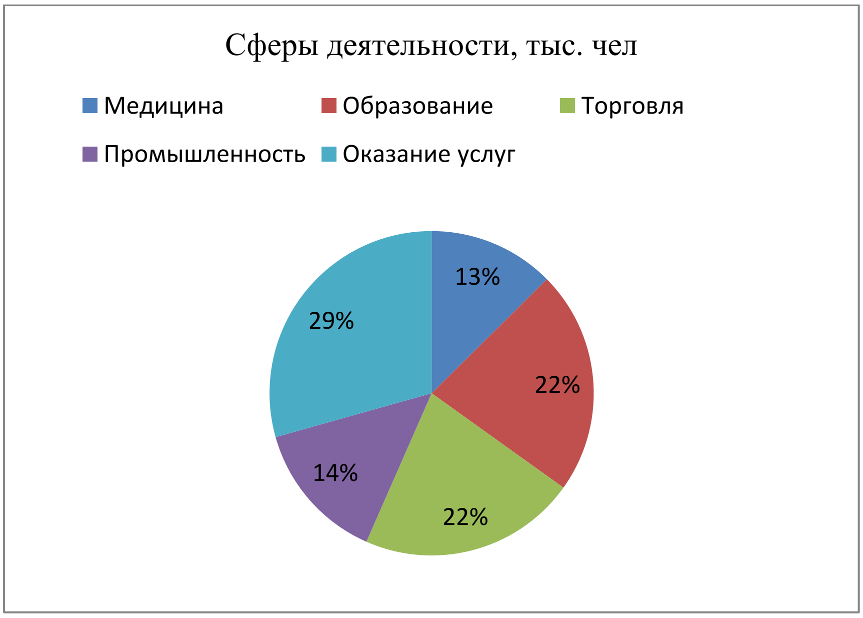
Решение.



2. Построить секторный график, по количеству работающих в различных сферах деятельности, тыс. чел

Сферы деятельности	Медицина	Образование	Торговля	Промышленность	Оказание услуг
Количество работающих	130	230	224	145	303

Решение.



Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 5.2. Теория вероятностей и элементы математической статистики

Практическое занятие № 58

«Построение для заданной выборки ее графической диаграммы; расчёт по заданной выборке её числовых характеристик»

Цель работы: научиться выполнять построение для заданной выборки ее графической диаграммы; научиться выполнять расчет числовых характеристик по заданной выборке.

Выполнение работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам.

ПК 2.3 Проводить сбор, мониторинг и систематизацию ценовых показателей товаров, в том числе с использованием информационных интеллектуальных технологий.

ПК 2.6 Рассчитывать показатели эффективности предпринимательской деятельности, в том числе с применением программных продуктов.

Задание:

1. Составить для выборки 2, 9, -2, 1,0, -1, 10, 7, -2, 10, 10, 7 вариационный ряд и найти ее размах.
2. Для выборки 2,4, 1,-3, 7, 8,3,-1,3, 5 определить объем и размах. Записать выборку в виде вариационного ряда и в виде статистического ряда. Найти выборочное распределение. Построить полигон частот.
3. На основании данных о средней заработной плате работников в области в тыс. руб., которые помещены в интервальный вариационный ряд в таблицу, построить гистограмму распределения частот зарплаты работников:

Заработная плата	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	45-50
Число работников	10	20	30	20	15	10

Порядок выполнения работы

1. Прочитать материал конспекта лекций.
2. На основании изложенного материала рассмотрите примеры решения задач.
3. Решить задачи.

1. Составить для выборки 1, 10, -2, 1,0, 1, 10, 7, -2, 10, 10, 7

вариационный ряд и найти ее размах.

Решение: записав заданную выборку в виде неубывающей последовательности, получим вариационный ряд

-2,-2,0, 1, 1, 1,7,7, 10, 10, 10, 10.

Размах данной выборки равен 10 - (-2) =12.

2. Для выборки 3,8,-1,3, 0, 5,3,-1,3, 5 определить объем и размах. Записать выборку в виде вариационного ряда и в виде статистического ряда. Найти выборочное распределение. Построить полигон частот.

Решение: Объем выборки n = 10, ее размах равен 8 - (-1) = 9. Записав значения выборки в виде неубывающей последовательности получим вариационный ряд

-1,-1,0, 3,3, 3,3, 5, 5, 8.

Статистический ряд можно записать в виде последовательности пар чисел - (-1;2), (0;1), (3;4), 5;2), (8;1) или в виде таблицы

-1	0	3	5	8
2	1	4	2	1

Для контроля находим сумму частот: 2+ 1 +4 + 2+ 1 = 10 и убеждаемся в том, что она равна объему выборки.

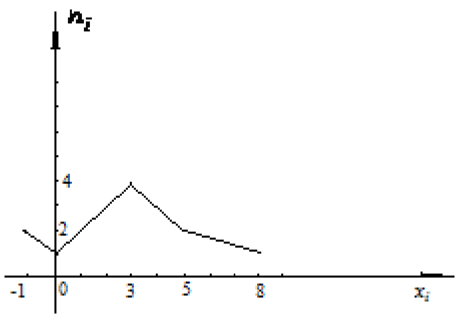
Вычислив относительные частоты, найдем выборочное распределение:

-1	0	3	5	8
$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$

Для контроля убеждаемся в том, что сумма относительных частот равна единице:

$$2/10 + 1/10 + 4/10 + 2/10 + 1/10 = 1.$$

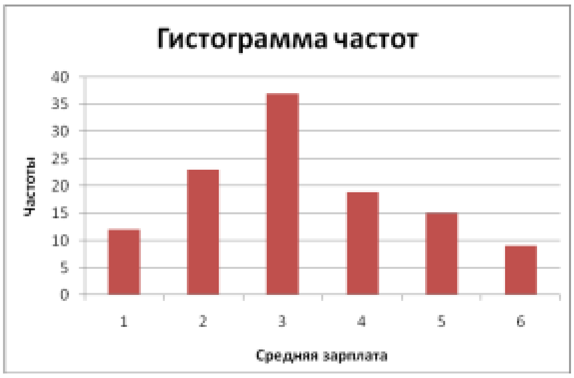
Полигон частот для заданной выборки имеет вид:



3. На основании данных о средней заработной плате работников в области в тыс. руб., которые помещены в интервальный вариационный ряд в таблицу, построить гистограмму распределения частот зарплаты работников:

Заработная плата	1-3	3-5	5-7	7-9	9-11	11-13
Число работников	12	23	37	19	15	9

Решение: при построении гистограммы по оси абсцисс откладываются значения изучаемого признака (границы интервалов), а по оси у – соответствующие частоты, в том случае, если интервалы одинаковой величины. Построим гистограмму распределения частот зарплаты работников:



Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 6.1. Основы теории множеств

Практическое занятие № 59

«Способы задания множеств. Операции над множествами»

Цель работы: научиться выполнять операции над множествами.

Практическая работа формирует:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

Выполнение работы способствует формированию:

Задание:

1.Даны множества

$A = \{m, n, k\}$,

$B = \{m, n, k, l, p\}$,

$C = \{m, n, k, l\}$.

Выполнить следующие действия $A \cap B \cup C$.

2.Даны множества:

$A = \{b, c, d, e\}$,

$B = \{d, e, l\}$,

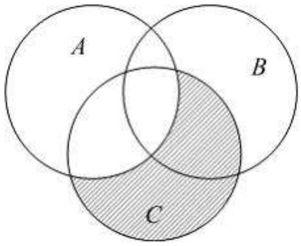
$C = \{b, d, e, l\}$,

$D = \{c, l\}$,

$E = \{b, c\}$.

Выполнить следующие действия $C/A \cup B$

3. Пусть на рисунке изображены множества A, B и C.



Какому множеству соответствует заштрихованная область?

4. Найти прямое произведение множеств $A = \{a; b\}, \ B = \{1; 3; 5\}$

Порядок выполнения работы

1. Получить у преподавателя задания для самостоятельной работы.
2. Решить задания в тетради

1.Даны множества:

$A = \{m, n, k, p\}$,

$B = \{k, p, l\}$,

$C = \{m, n, k, p, l\}$,

$D = \{k, p\}$,

$E = \{m, n\}$.

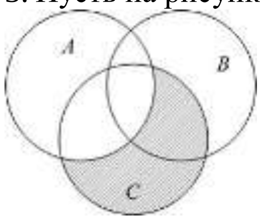
Выполнить следующие действия A∩B∪C.

2. Даны множества A={a, b, c, d, e} и B={c, d, e, g, k}.
Найти множество $B\backslash A$.

Разностью множеств B и A называется множество C, которое состоит из всех элементов множества B, не принадлежащих множеству A . Элементы a и b принадлежат множеству B, но не принадлежат множеству A.

Тогда $B\backslash A$ ={g, k}.

3. Пусть на рисунке изображены множества A, B и $C.$



Какому множеству соответствует заштрихованная область?

Каждая точка заштрихованной области принадлежит множеству C , но не принадлежит множеству A , значит, по определению разности двух множеств заштрихованная область есть множество, равное $C \setminus A$.

3. Дано множество A = {3, 12, 18, 10}. Из множества упорядоченных пар декартова произведения $A \times A$, выбрано подмножество ρ .

Пара $(x, y) \in \rho$, если числа x и y при делении на 5 дают равные остатки. Чему равно количество пар, принадлежащих отношению ρ ?

Найдем остатки от деления элементов множества A на 5.

$3 = 0 \cdot 5 + 3$, остаток равен 3.

$12 = 2 \cdot 5 + 2$, остаток равен 2.

$18 = 3 \cdot 5 + 3$, остаток равен 3.

$10 = 2 \cdot 5 + 0$, остаток равен 0.

Одинаковые остатки при делении на 5 дают числа 3 и 18.

Значит, заданному отношению принадлежат пары (3; 18) и (18; 3).

Но пары (3; 3) и (18; 18) также принадлежат отношению ρ, так как числа 3 и 3; 18 и 18 при делении на 5 дают одинаковые остатки. Количество всех пар, принадлежащих данному отношению, равно 4.

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 6.2. Основы теории графов

Практическое занятие № 60

«Способы задания графов. Построение графов по матрице смежности и инцидентности»

Цель работы: научиться выполнять операции над множествами.

Практическая работа формирует:
ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

Материальное обеспечение: Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1) Задана матрица смежности. Построить граф

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	0	1	1	1
2	1	0	1	0	0	0
3	0	1	0	0	0	0
4	1	0	0	0	1	0
5	1	0	0	1	0	1
6	1	0	0	0	1	0

2) Задана матрица инцидентности. Построить граф

	(12)	(13)	(23)	(35)	(45)	(56)
1	1	1	0	0	0	0
2	1	0	1	0	0	0
3	0	1	1	1	0	0
4	0	0	0	0	1	0
5	0	0	0	1	1	1
6	0	0	0	0	0	1

3) Построить минимальное остовное дерево в графах

Порядок выполнения работы:

1. Построить граф по матрице смежности
2. Построить граф по матрице инцидентности
3. Построить минимальное остовное дерево

1.Матрица смежности

Квадратная матрица, строки которой соответствуют вершинам графа и столбцы соответствуют вершинам графа.

Матрица смежности для данного графа:

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	1	0	0	0

3	0	1	0	0	0	0
4	0	0	0	0	1	1
5	0	0	0	1	0	1
6	0	0	0	1	1	0

Граф представлен на рисунке 6.

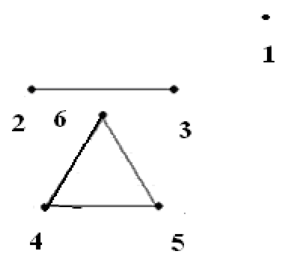


Рисунок 6 - Граф

2. Матрица инцидентности

Прямоугольная матрица, строки которой соответствуют вершинам графа, столбцы - ребрам.

Матрица инцидентности для данного графа:

	(23)	**(46)**	**(56)**	**(45)**
1	0	0	0	0
2	1	0	0	0
3	1	0	0	0
4	0	1	0	1
5	0	0	1	1
6	0	1	1	0

Построение остовного дерева.

Один из подходов - строить минимальный остов постепенно, добавляя в него рёбра по одному.

- Изначально остов - одна произвольная вершина.
- Пока минимальный остов не найден, выбирается ребро минимального веса (не образующее цикла с уже отобранными), исходящее из какой-нибудь вершины текущего остова в вершину, которую мы ещё не добавили. Добавляем это ребро в остов и начинаем заново, пока остов не будет найден.

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.