ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Приложение 2.28.1 к ОПОП-П по специальности
15.02.17 Монтаж, техническое обслуживание, эксплуатация
и ремонт промышленного оборудования (по отраслям)

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»

Многопрофильный колледж

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ОП.08 Математические методы в профессиональной деятельности

для обучающихся специальности

15.02.17 Монтаж, техническое обслуживание, эксплуатация и ремонт промышленного оборудования (по отраслям)

Магнитогорск, 2024

СОДЕРЖАНИЕ

1 ВВЕДЕНИЕ

Важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки обучающихся составляют практические занятия.

Состав и содержание практических занятий направлены на реализацию Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования.

Ведущей дидактической целью практических занятий является формирование профессиональных практических умений (умений выполнять определенные действия, операции, необходимые в последующем в профессиональной деятельности) или учебных практических умений (умений решать задачи по математике), необходимых в последующей учебной деятельности.

В соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «Математические методы в профессиональной деятельности» предусмотрено проведение практических занятий.

В результате их выполнения, обучающийся должен:

уметь:

Уд1 анализировать функции и строить их графики;

Уо 01.01 распознавать задачу и/или проблему в профессиональном и/или социальном контексте;

Уд2 выполнять действия над комплексными числами ;

Уд3 вычислять значения геометрических величин;

Уд4 производить операции над матрицами и определителями;

Уд5 решать задачи на вычисление вероятности с использованием элементов комбинаторики;

Уд6 решать прикладные задачи с использованием элементов дифференциального и интегрального исчислений;

Уд7 решать системы линейных уравнений различными методами;

Уд8 решать задачи на графах

Уд9 составлять ряд распределения случайных величин

Содержание практических и лабораторных занятий ориентировано на подготовку обучающихся к освоению профессионального модуля программы подготовки специалистов среднего звена по специальности и овладению ***профессиональными компетенциями:***

ПК 2.3. Организовать работу персонала по техническому обслуживанию промышленного (технологического) оборудования.

ПК 3.3. Организовать работу персонала по ремонту промышленного (технологического) оборудования.

ПК 4.3. Проводить анализ результатов использования заготовок, запасных частей, расходных материалов.

А также формированию *общих компетенций*:

ОК 01.1 Определяет профессиональную задачу с учетом профессионального и социального контекста, составляет план действий для её решения, реализует его, в том числе с учётом изменяющихся условий, и оценивает результаты решения профессиональной задачи

2 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Тема 1.1 Функция одной независимой переменной и ее характеристики

Практическое занятие №1
Построение графиков реальных функций

Цель: Научиться строить графики в соответствии с заданием технологической карты

Выполнив работу, вы будете уметь:
Уд1 анализировать функции и строить их графики;
Выполнение практической работы способствует формированию:
ОК 01.1 Определяет профессиональную задачу с учетом профессионального и социального контекста, составляет план действий для её решения, реализует его, в том числе с учётом изменяющихся условий, и оценивает результаты решения профессиональной задачи
ПК 2.3. Организовать работу персонала по техническому обслуживанию промышленного (технологического) оборудования.
ПК 3.3. Организовать работу персонала по ремонту промышленного (технологического) оборудования.
ПК 4.3. Проводить анализ результатов использования заготовок, запасных частей, расходных материалов.

Материальное обеспечение: индивидуальные задания, конспекты лекций.
Задание
1. Сила тока в проводнике в зависимости от времени меняется по закону:
   $I(t) = t^2 - 8t + 17$.
   Постройте график изменения силы тока. В какой момент времени сила тока была минимальной? В какой промежуток времени сила тока возрастала?
2. Применяя геометрические преобразования, постройте графики функций:
   а) $y = (x-5)^2 + 1$;
   б) $y = |(x+1)^3 + 1|$;
   в) $y = \frac{1}{x-2} + 3$;
   г) $y = \frac{1}{|x|+2} - 3$.

Порядок выполнения работы
Для построения графиков воспользуйтесь геометрическими преобразованиями: симметричное отображение графиков относительно осей координат, параллельный перенос графиков, сжатие и растяжение.

Ход работы:
1. Построить график функции $y = (x+3)^2 + 4$.
2. За основу возьмём график $y = x^2$ (рис. 1).
3. Затем строим график $y = (x+3)^2$ путём параллельного переноса графика влево(рис.2).
4. Строим график $y = (x+3)^2 + 4$ параллельным переносом графика вверх (рис.3).

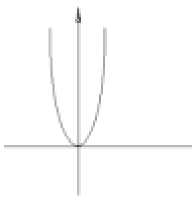


Рис. 1

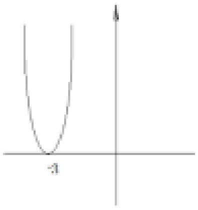


Рис. 2

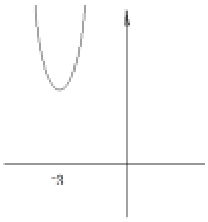


Рис. 3

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.1 Функция одной независимой переменной и ее характеристики

Практическое занятие №2
Решение прикладных задач на составление графиков параметров инструментального контроля (диагностирования) оборудования

Цель: Научиться составлять графики параметров инструментального контроля оборудования

Выполнив работу, вы будете уметь:

Выполнив работу, вы будете уметь:

Уд1 анализировать функции и строить их графики;

Выполнение практической работы способствует формированию:

ОК 01.1 Определяет профессиональную задачу с учетом профессионального и социального контекста, составляет план действий для её решения, реализует его, в том числе с учётом изменяющихся условий, и оценивает результаты решения профессиональной задачи

ПК 2.3. Организовать работу персонала по техническому обслуживанию промышленного (технологического) оборудования.

ПК 3.3. Организовать работу персонала по ремонту промышленного (технологического) оборудования.

ПК 4.3. Проводить анализ результатов использования заготовок, запасных частей, расходных материалов.

Задание. Нарастание мощности двигателя в зависимости от времени меняется по закону: $I(t) = 2t^2 - 4t + 1$. Построить график и определить момент времени, когда мощность была минимальной

1. Построить график мощности и момента двигателя

Порядок выполнения работы

Ход работы:

1. Построить график мощности двигателя
2. Построить график момента двигателя

График мощности и момента представляет собой совмещенную картину графиков $N = f(n)$ и $M = f(n)$.

Мощность **N** (кВт), крутящий момент М (Н×м) и частота вращения вала n (об/мин) связаны соотношением:

$$N = \frac{M \cdot n}{9550}$$

Учитывая, что в нижней четверти диапазона регулирования полная мощность привода не используется, применим комбинированное регулирование, когда до расчетной частоты вращения шпинделя n_p обеспечивается регулирование с постоянным моментом, а выше – регулирование с постоянной мощностью.

Расчетная частота вращения шпинделя подсчитывается по формуле:

$$n_p = n_{min} \cdot \sqrt[4]{\frac{n_{max}}{n_{min}}} = 51 \cdot \sqrt[4]{\frac{861}{51}} = 103 \text{ об / мин.}$$

Принимаем ближайшую по значению частоту вращения n_p =117 об/мин.,

где n_{min} – наименьшая частота вращения на выходе привода.

Расчетная мощность на шпинделе:

$$N_p = N_{ЭДВ} \cdot \eta,$$

где η – коэффициент полезного действия привода, определяемый непосредственно по кинематической схеме.

$$\eta = \eta_{крп} \cdot \eta_{зп}^4 \cdot \eta_{пп}^5 = 0.96 \cdot 0.98^4 \cdot 0.99^5 = 0.84,$$

где $\eta_{крп}$ = 0.96 – КПД клиноременной передачи;

$\eta_{зп}$ = 0.98 – КПД зубчатого цилиндрического зацепления;

$\eta_{пп}$ =0.99 – КПД пары подшипников.

Тогда расчетная мощность:

N_p = 15×0.84 =12.6 кВт

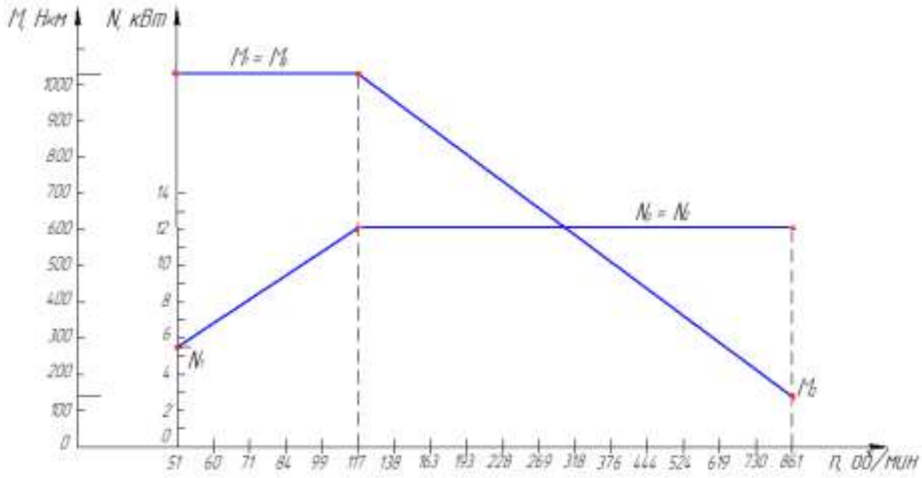
Расчетный момент:

$$M_p = 9550 \cdot \frac{N_p}{n_p} = 9550 \cdot \frac{12.6}{117} = 1028.5 \ H \cdot м.$$

Расчетные данные заносим в таблицу.

n_{min} (об/мин.)	n_{max} (об/мин.)
Крутящий момент (Н×м)	
M_1	M_2
$M_1 = M_p$ = 1028.5	$M_2 = \frac{N_p \cdot 9550}{n_{max}} = \frac{12.6 \cdot 9550}{861} = 139.75$
Мощность (кВт)	
N_1	N_2
$N_1 = \frac{M_1 \cdot n_{min}}{9550} = \frac{1028.5 \cdot 51}{9550} = 5.5$	$N_2 = N_p = 12$

На основании полученных данных строим график мощностей и моментов



Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.2 Предел функции. Непрерывность функции

Практическое занятие №3
Нахождение пределов функций

Цель: Научиться вычислять пределы функций

Выполнив работу, вы будете уметь:

Уд6 решать прикладные задачи с использованием элементов дифференциального и интегрального исчислений;

Выполнение практической работы способствует формированию:

ОК 01.1 Определяет профессиональную задачу с учетом профессионального и социального контекста, составляет план действий для её решения, реализует его, в том числе с учётом изменяющихся условий, и оценивает результаты решения профессиональной задачи

ПК 2.3. Организовать работу персонала по техническому обслуживанию промышленного (технологического) оборудования.

ПК 3.3. Организовать работу персонала по ремонту промышленного (технологического) оборудования.

ПК 4.3. Проводить анализ результатов использования заготовок, запасных частей, расходных материалов.

Материальное обеспечение: индивидуальные задания, конспекты лекций.

Задание:

По выполнению задания технологической карты требуется вычислить пределы функций:

1. $\lim_{x\to 2}(2x^3-10x^2-4x+5)$
2. $\lim_{x\to 3}\frac{3x^2-11x+6}{2x^2-5x-3}$
3. $\lim_{x\to\infty}\frac{11x^3-5x^2-6x+10}{6x^4-8x^2+2}$
4. $\lim_{x\to 0}\frac{\sin\frac{x}{2}}{x}$
5. $\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{3}{x}\right)^{5x}$

Порядок выполнения работы:

1. Найдите предел функции, используя теоремы о пределах.
2. Если получилась неопределенность, определите ее вид и способ раскрытия.
3. Преобразуйте функцию и раскройте неопределенность.
4. Вычислите предел.

Ход работы:

Найти предел функции:

1) $\lim_{x\to 2}(2x^3-10x^2-4x+5)$

Используем теоремы о пределах:

$$\lim_{x\to 2}(2x^3-10x^2-4x+5) = 2\left(\lim_{x\to 2}x\right)^3-10\left(\lim_{x\to 2}x\right)^2-4\lim_{x\to 2}x+5 = 2\cdot 8-10\cdot 4-4\cdot 2+5=-27$$

2) $\lim_{x\to 3}\frac{3x^2-11x+6}{2x^2-5x-3}$

Функция представляет собой отношение двух многочленов, обращающихся в нуль в точке $x=3$. Поэтому сначала преобразуем данную функцию. Любой квадратный трехчлен можно разложить на множители с помощью формулы $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$, где x_1 и x_2 корни квадратного трехчлена. Корнями квадратного трехчлена $3x^2-11x+6$ являются числа $\frac{2}{3}$ и 3; значит

$$3x^2-11x+6=3(x-3)(x-\frac{2}{3})$$

А корни квадратного трехчлена $2x^2-5x-3$ равны $\frac{1}{2}$ и 3, следовательно

$$2x^2-5x-3=2(x-3)(x+\frac{1}{2})$$

Возвращаясь к пределу, имеем:

$$\lim_{x\to 3}\frac{3x^2-11x+6}{2x^2-5x-3}=\lim_{x\to 3}\frac{3(x-3)(x-\frac{2}{3})}{2(x-3)(x+\frac{1}{2})}=\lim_{x\to 3}\frac{3(x-\frac{2}{3})}{2(x+\frac{1}{2})}$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{3x-2}{2x+1}=\frac{3\lim_{x\to 3}x-2}{2\lim_{x\to 3}x+1}=\frac{3\cdot 3-2}{2\cdot 3+1}=\frac{7}{7}=1$$

3) $\lim_{x\to\infty}\frac{11x^3-5x^2-6x+10}{6x^4-8x^2+2}$

Так как многочлены в числителе и знаменателе стремятся к ∞, то получаем неопределенность вида $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$. Для ее раскрытия разделим каждое слагаемое числителя и знаменателя на x^4. Тогда получим:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{11x^3-5x^2-6x+10}{6x^4-8x^2+2}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{11x^3}{x^4}-\frac{5x^2}{x^4}-\frac{6x}{x^4}+\frac{10}{x^4}}{\frac{6x^4}{x^4}-\frac{8x^2}{x^4}+\frac{2}{x^4}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{11}{x}-\frac{5}{x^2}-\frac{6}{x^3}+\frac{10}{x^4}}{6-\frac{8}{x^2}+\frac{2}{x^4}}=\frac{0}{6}=0$$

$$4)\ \lim_{x\to 0}\frac{\sin\frac{x}{2}}{x}$$

Чтобы вычислить предел функции, нужно воспользоваться формулой первого замечательного предела: $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1$.

Умножим числитель и знаменатель дроби на $\frac{1}{2}$.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin\frac{x}{2}}{x} = \lim_{x\to 0}\frac{\frac{1}{2}\sin\frac{x}{2}}{\frac{1}{2}x} = \frac{1}{2}\lim_{x\to 0}\frac{\sin\frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} = \frac{1}{2}\cdot 1 = \frac{1}{2}$$

5) $\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{3}{x}\right)^{5x}$

Преобразуем функцию так, чтобы можно было применить второй замечательный предел : $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x} = e$. Введем новую переменную: $x = -3y; x \to \infty; y \to \infty$.

$$\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{3}{x}\right)^{5x} = \lim_{y\to\infty}\left(1-\frac{3}{-3y}\right)^{5\cdot(-3y)} = \lim_{y\to\infty}\left(1+\frac{1}{y}\right)^{-15y} = e^{-15} = \frac{1}{e^{15}}$$

Форма представления результата: выполненная работа.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.2 Предел функции. Непрерывность функции

Практическое занятие №4
Решение прикладных задач на производительность труда технического обслуживание оборудования

Цель: Научиться вычислять пределы функций

Выполнив работу, вы будете уметь:

Уд6 решать прикладные задачи с использованием элементов дифференциального и интегрального исчислений;

Выполнение практической работы способствует формированию:

ОК 01.1 Определяет профессиональную задачу с учетом профессионального и социального контекста, составляет план действий для её решения, реализует его, в том числе с учётом изменяющихся условий, и оценивает результаты решения профессиональной задачи

ПК 2.3. Организовать работу персонала по техническому обслуживанию промышленного (технологического) оборудования.

ПК 3.3. Организовать работу персонала по ремонту промышленного (технологического) оборудования.

ПК 4.3. Проводить анализ результатов использования заготовок, запасных частей, расходных материалов.

Материальное обеспечение: индивидуальные задания, конспекты лекций.

Задание:

Задание:

Найти производительность труда по заданной функции количества выполненных работ в момент времени t:

1. $u(t) = x^3 - 5x^2 - 8x + 2$ за $t = 5$ ч
2. $u(t) = \frac{4x^2-2x+7}{x}$ за $t = 2$ ч
3. $u(t) = \left(1 - \frac{2}{x}\right)^x$ за $t = 3$ ч

Порядок выполнения работы:

1. Найдите предел функции, используя теоремы о пределах.
2. Если получилась неопределенность, определите ее вид и способ раскрытия.
3. Преобразуйте функцию и раскройте неопределенность.
4. Вычислите предел функции производительности труда.

Ход работы:

1. Пусть функция u = u(t) выражает количество выполненных работ u за время t и необходимо найти производительность труда в момент t_0.

За период времени от t_0 до $t_0 + \Delta t$ количество выполненных работ изменится от значения $u_0 + \Delta u = u(t_0 + \Delta t)$.

Тогда средняя производительность труда за этот период времени $z_{cp} = \frac{\Delta u}{\Delta t}$.

Очевидно, что производительность труда в момент t_0 можно определить как предельное значение средней производительности за период времени от t_0 до $t_0 + \Delta t$ при $\Delta t \to 0$, т.е.

$$z = \lim_{\Delta t \to 0} z_{cp} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta t}.$$

Форма представления результата: выполненная работа.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.3. Дифференциальное и интегральное исчисления

Практическое занятие №5
Вычисление производных функций

Цель: Научиться вычислять производные функций

Выполнив работу, вы будете уметь:

Уд6 решать прикладные задачи с использованием элементов дифференциального и интегрального исчислений;

Выполнение практической работы способствует формированию:

ОК 01.1 Определяет профессиональную задачу с учетом профессионального и социального контекста, составляет план действий для её решения, реализует его, в том числе с учётом изменяющихся условий, и оценивает результаты решения профессиональной задачи

ПК 2.3. Организовать работу персонала по техническому обслуживанию промышленного (технологического) оборудования.

ПК 3.3. Организовать работу персонала по ремонту промышленного (технологического) оборудования.

ПК 4.3. Проводить анализ результатов использования заготовок, запасных частей, расходных материалов.

Материальное обеспечение: Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание.

Задание 1: Найти производные функций используя правила вычисления и таблицу производных сложных функций.

Задание 2: Вычислить производную функции в точке.

Задание№1	Задание№2
$1) y=(mx^k+4)^p$	$2) y=m*\cos(px^k-m)$; y′(1)=?
$3) y=(e^{px^m}+kx)$	$4) y=ktg(mx^p)$; y′(-1)=?
$5) y=12^{px^m-mx}$	$6) y=ctg(px^k-mx)$; y′(2)=?
$7) y=\ln(x^k+px^m)$	$8) y=\sqrt{mp^x+kx}$; y′(-2)=?
$9) y=\log_7(mx+k)$	$10) y=(e^{px+k})*\sqrt{x^p+mx}$; y′(3)=?
$11) y=p*\sin(kx+m)$	$12) y=\dfrac{\ln(px^n)}{k*\cos mx}$; y′(-3)=?

Где р – число букв в имени; м – число букв в фамилии; к – число букв отчества.

Порядок выполнения работы:

1. Внимательно ознакомьтесь с условием задания.
2. Пользуясь конспектом лекций и справочными материалами, выполните задание.

Ход работы:

Задание № 1

Найти производные функций используя правила вычисления и таблицу производных сложных функций

«Правила вычисления и таблицу производных сложных функций»

$(u^n)'=nu^{n-1}u'$	$(\sin u)'=\cos u u'$
$(e^u)'=e^u u'$	$(\cos u)'=-\sin u\cdot u'$
$(a^u)'=a^u\ln a u'$	$(tgu)'=\dfrac{1}{\cos^2 x}u'=\dfrac{u'}{\cos^2 u}$
$(\ln u)'=\dfrac{1}{u}u'=\dfrac{u'}{u}$	$(ctgu)'=-\dfrac{1}{\sin^2 u}u'=-\dfrac{u'}{\ln^2 u}$

$(\log_a u)' = \frac{1}{u\ln a}u' = \frac{u'}{u\ln a}$	$(\sqrt{u})' = \frac{1}{2\sqrt{u}}u' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$

1. $y = (3x^2 - 4x)^5;$

$y' = ((3x^2-4x)^5) = 5(3x^2-4x)^4 \cdot (3x^2-4x)' =$
$= 5(3x^2-4x)^4 \cdot (6x-4) = (30x-20)(3x^2-4x)^4.$

2. $y = \sin(3x - x^2)$

$y'(\sin(3x-x^2))' = \cos(3x-x^2)\cdot(3x-x^2)' = (3-2x)\cdot\cos(3x-x^2).$

3. $y = 6\ln 5x$

$$y' = (10\ln 2x)' = 10(\ln 2x)' = 10\cdot\frac{1}{2x}\cdot(2x)' = \frac{10\cdot 2}{2x} = \frac{10}{x}.$$

Задание № 2

Вычислить производную функции в точке.

1. $y' = (\sqrt{x^2+6})'$; $y'(3) = ?$

$y' = (\sqrt{x^2=6})' = \frac{1}{2\sqrt{x^2+6}}\cdot(x^2+6)' = \frac{2x}{2\sqrt{x^2+6}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+6}}.$

$y'(3) = \frac{3}{\sqrt{3^2+6}} = \frac{3}{\sqrt{9+6}} = \frac{3}{\sqrt{15}}.$

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.3. Дифференциальное и интегральное исчисления

Практическое занятие №6
Применение производной к решению практических задач

Цель: Научиться применять производные к решению физических задач

Выполнив работу, вы будете уметь:

Уд6 решать прикладные задачи с использованием элементов дифференциального и интегрального исчислений;

Выполнение практической работы способствует формированию:

ОК 01.1 Определяет профессиональную задачу с учетом профессионального и социального контекста, составляет план действий для её решения, реализует его, в том числе с учётом изменяющихся условий, и оценивает результаты решения профессиональной задачи

ПК 2.3. Организовать работу персонала по техническому обслуживанию промышленного (технологического) оборудования.

ПК 3.3. Организовать работу персонала по ремонту промышленного (технологического) оборудования.

ПК 4.3. Проводить анализ результатов использования заготовок, запасных частей, расходных материалов.

Материальное обеспечение: Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. Чтобы уменьшить трение жидкости о стены и дно канала, нужно смачиваемую ею площадь сделать как можно малой. Требуется найти размеры открытого прямоугольного канала с площадью сечения 4,5 м ^{2}, при которых смачиваемая площадь будет наименьшей.
2. Имеется проволока длиной *a* метров. Требуется оградить этой проволокой прямоугольный участок цеха, одна сторона которого примыкает к стене, так, чтобы площадь огороженного участка была наибольшей.

Для отыскания наименьшего и наибольшего значения функции, дифференцируемой внутри отрезка и непрерывной на его концах, следует найти все критические точки функции, лежащие внутри отрезка, вычислить значения функции в этих точках и на концах отрезка, а затем из всех полученных таким образом чисел выбрать наименьшее и наибольшее.

Порядок выполнения работы:

1. Находим критические точки функции.
2. Проверяем, какие из найденных критических точек лежат внутри заданного отрезка.
3. Находим значения функции на концах отрезка и в тех критических точках, которые попадают в этот отрезок.
4. Из всех полученных значений функции выбираем наименьшее и наибольшее.

Ход работы:

1. Требуется изготовить деталь в виде прямоугольного параллелепипеда, в нижнем основании которого лежит квадрат (верхняя часть открыта), а объем равен 108 см^3. При каких размерах детали на ее изготовление пойдет наименьшее количество материала?

Решение: 1. Пусть сторона основания равна x см, а высота – h см.

2. Объем параллелепипеда $V=x*x*h=x^2 h$ или по условию $x^2 h=108$.

Выразим из этой формулы высоту параллелепипеда: $h=108/x^2$. (1)

3. С другой стороны, чтобы узнать какое количество материала пойдет на изготовление детали необходимо найти площадь S полной поверхности параллелепипеда без учета верхнего основания. Площадь поверхности параллелепипеда находится по формуле

$S_{полн}=2(x*x+x*h+x*h)=2(x^2 +2xh)$. Площадь основания равна $S_{осн} =x^2$, ее надо вычесть из полученной формулы $S=S_{полн}*S_{осн}=2(x^2 +2xh) - x^2 = x^2 +4xh$.

4. Подставим вместо h выражение (1). Получим формулу площади как функцию от x:

$S(x) =x^2 +4*x*108/x^2 =x^2 +432/x$.

5. Найдем производную $S'(x)=(x^2 +432/x)'=2x-432/x^2$.

6. Чтобы найти экстремум, необходимо приравнять производную к нулю:

$S'(x)=0= 2x-432/x^2 =0$;

далее находим $2x^3 =432$;

$x^3 =216$;

$x=6$.

7. Получили x=6 – точку минимума, следовательно, S(6)=108 см^2 наименьшее значение.

9. Следовательно, сторона основания x равна 6 см, а высота $h=108/x^2 =108/36=3$ см.

Ответ: стороны бака 3 и 6 см.

Форма представления результата: выполненная работа.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.3. Дифференциальное и интегральное исчисления

Практическое занятие №7
Решение прикладных задач на расчет требуемой мощности двигателя привода

Цель: Научиться применять производные к решению задач на расчет мощности двигателя

Выполнив работу, вы будете уметь:

Уд6 решать прикладные задачи с использованием элементов дифференциального и интегрального исчислений;

Выполнение практической работы способствует формированию:

ОК 01.1 Определяет профессиональную задачу с учетом профессионального и социального контекста, составляет план действий для её решения, реализует его, в том числе с учётом изменяющихся условий, и оценивает результаты решения профессиональной задачи

ПК 2.3. Организовать работу персонала по техническому обслуживанию промышленного (технологического) оборудования.

ПК 3.3. Организовать работу персонала по ремонту промышленного (технологического) оборудования.

ПК 4.3. Проводить анализ результатов использования заготовок, запасных частей, расходных материалов.

Материальное обеспечение: Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

Задание 1. Найти угловую скорость вращения коленвала двигателя за время t=3 с., если он поворачивается на угол $\varphi = 3 - 1t + 2t^2$

Задание 2. Найти угловое ускорение вращения коленвала двигателя за время t=4 с., если он поворачивается на угол $\varphi = 1 - 5t + 3t^2$

Порядок выполнения работы:

Ход работы:

Рассмотрим понятия *угловой скорости и углового ускорения* при вращении твердого тела в теории и на примерах решения задач.

Угловая скорость

Угловой скоростью называют скорость вращения тела, определяющуюся приращением угла поворота тела за некоторый промежуток (единицу) времени.

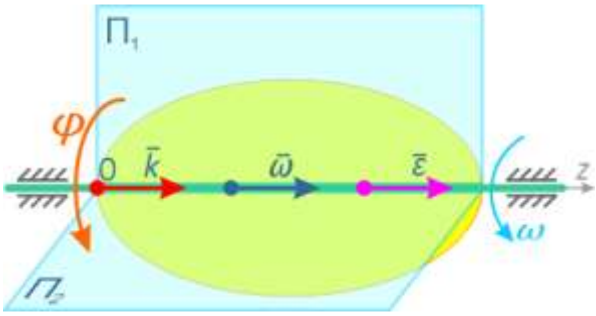
Данный параметр показывает, на какой угол (например, в радианах) поворачивается тело за единицу времени (например, за 1 секунду).

Обозначение угловой скорости: ω (омега).

Единицы измерения: [рад/с], [$с^{-1}$].

Рассмотрим некоторое твердое тело, вращающееся относительно неподвижной оси.

С этим телом свяжем воображаемую плоскость П, которая совершает вращение вместе с заданным телом.



Вращательное движение определяется двугранным углом φ между двумя плоскостями, проходящими через ось вращения. Изменение этого угла с течением времени есть закон вращательного движения:

$$\varphi = \varphi(t),\ рад.$$

Положительным считается угол, откладываемый против хода часовой стрелки, если смотреть навстречу выбранному направлению оси вращения *Oz*. Угол измеряется в радианах.

Быстрота изменения угла φ (перемещения плоскости П из положения $П_1$ в положение $П_2$) – это и есть угловая скорость:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi},\ рад/с;\ с^{-1}.$$

Приняв вектор *k* как единичный орт положительного направления оси, получим:

$$\bar{\omega} = \bar{k}\,\dot{\varphi} = \bar{k}\,\frac{d\varphi}{dt}.$$

Вектор угловой скорости – скользящий вектор: он может быть приложен к любой точке оси вращения и всегда направлен вдоль оси, при положительном значении угловой скорости направления ω и *k* совпадают, при отрицательном – противоположны.

Угловое ускорение

Угловое ускорение характеризует величину изменения угловой скорости при вращении твердого тела.

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \ddot{\varphi},\ рад/с^2;\ с^{-2};$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{d\bar{\omega}}{dt}.$$

Параметр показывает, на какую величину изменяется угловая скорость тела в единицу времени.

Обозначение: ε (эпсилон)

Единицы измерения углового ускорения: [рад/$с^2$], [$с^{-2}$]

Вектор углового ускорения так же направлен по оси вращения. При ускоренном вращении их направления совпадают, при замедленном — противоположны.

Другими словами, при положительном ускорении угловая скорость нарастает (вращение ускоряется), а при отрицательном — уменьшается (вращение замедляется).

Задача

Вращающейся механизм, задерживаемый тормозом, за время t поворачивается на угол $\varphi = p + qt + rt^2$, где p, q, r – положительные постоянные величины. Определите угловую скорость и ускорение вращения. Через сколько времени механизм остановится?

Решение.

Угловая скорость $\varpi = \varphi'(t) = q - 2rt$

Угловое ускорение $a = \varpi' = (q - 2rt)' = -2r$

Колесо остановится, когда $\varpi = \varphi'(t) = 0$.

Получаем уравнение: q – 2rt = 0, t = $\frac{q}{2r}$ (c).

Ответ: колесо остановится при t = $\frac{q}{2r}$ (c).

Форма представления результата: выполненная работа.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.3. Дифференциальное и интегральное исчисления

Практическое занятие №8
Вычисление не определенных интегралов

Цель: Научиться вычислять неопределенные интегралы

Выполнив работу, вы будете уметь:

Уд6 решать прикладные задачи с использованием элементов дифференциального и интегрального исчислений;

Выполнение практической работы способствует формированию:

ОК 01.1 Определяет профессиональную задачу с учетом профессионального и социального контекста, составляет план действий для её решения, реализует его, в том числе с учётом изменяющихся условий, и оценивает результаты решения профессиональной задачи

ПК 2.3. Организовать работу персонала по техническому обслуживанию промышленного (технологического) оборудования.

ПК 3.3. Организовать работу персонала по ремонту промышленного (технологического) оборудования.

ПК 4.3. Проводить анализ результатов использования заготовок, запасных частей, расходных материалов.

Материальное обеспечение: Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

Найдите неопределенные интегралы:

1) $\int (8x^4 - 6x^2 + 2x - 3)\,dx$

2) $\int \frac{3x^4+2x^2-3x+7}{x^2}\,dx$

3) $\int \cos(10x - 5)\,dx$

4) $\int 3^{4x^2} x\,dx$

5) $\int \frac{5dx}{25+16x^2}$

6) $\int \frac{x^2dx}{(1-2x^3)^2}$

7) $\int \frac{2x^4-4x^2-3x-1}{\sqrt[3]{x}}\,dx$

Порядок выполнения работы:

1. Записать задание и определить, каким из методов интегрирования необходимо воспользоваться.
2. Если интеграл можно найти методом непосредственного интегрирования, то, используя свойства интегралов, приведите интеграл к табличным формулам. Проинтегрируйте.
3. Если интеграл можно найти методом подстановки, то введите новую переменную, найдите ее дифференциал. После введения новой переменной заданный интеграл приводится к новому интегралу, который является табличным. Найдите полученный интеграл. В случае неопределенного интеграла вернитесь к старой переменной.
4. Если интеграл нельзя найти вышеуказанными способами, то примените формулу интегрирования по частям $\int UdV = UV - \int VdU$. Этот метод заключается в том, что подынтегральное выражение представляется каким-либо образом в виде произведения двух сомножителей *U*и *dV*. Затем, после нахождения *dU*и *V*, используйте формулу интегрирования по частям.

-Интегралы вида $\int P(x)e^{kx}dx$, $\int P(x)sinkxdx$, $\int P(x)coskxdx$, где *P*(*x*)- многочлен, *k*-число.

Удобно положить $U = P(x)$,а все остальные множители принять за *dV*.

-Интегралы вида $\int P(x)arcsinxdx$, $\int P(x)arccosxdx$, $\int P(x)lnxdx$, $\int P(x)arctgxdx$ $\int P(x)arcctgxdx$.

Удобно положить $P(x)dx = dV$, а остальные множители принять за *U*.

- Интегралы вида $\int e^{ax}sinbxdx$, $\int e^{ax}cosbxdx$, где *a*и *b*числа. За *U*можно принять функцию $U = e^{ax}$.

Ход работы: Найти интегралы:

1) $\int \frac{6x^4-5x^2+3x+4}{x^2}\,dx$

Чтобы найти этот интеграл, нужно сначала привести подынтегральное выражение к табличному виду. Для этого применяем почленное деление:

$$\int \frac{6x^4 - 5x^2 + 3x + 4}{x^2}\,dx$$
$$= \int \left(\frac{6x^4}{x^2} - \frac{5x^2}{x^2} + \frac{3x}{x^2} + \frac{4}{x^2}\right)dx$$
$$= \int \left(6x^2 - 5 + \frac{3}{x} + 4x^{-2}\right)dx$$
$$= 6\int x^2dx - 5\int dx$$
$$+ 3\int \frac{dx}{x} + 4\int x^{-2}dx = \frac{6x^3}{3} - 5x + 3\ln|x| + \frac{4x^{-1}}{-1} + C = 2x^3 - 5x + 3\ln|x| - \frac{4}{x} + C$$

2) $\int \frac{15x^2dx}{(1-x^3)^4}$

Этот интеграл можно найти с помощью метода подстановки. Введем новую переменную.

$$\int \frac{15x^2dx}{(1-x^3)^4} = \begin{bmatrix} 1-x^3=t \\ d(1-x^3)=dt \\ -3x^2dx=dt \\ x^2dx=-\frac{dt}{3} \end{bmatrix} = \int \frac{15dt}{-3t^4} = -5\int t^{-4}dt = -5\frac{t^{-3}}{-3} + C = \frac{5}{3t^3} + C = \frac{5}{3(1-x^3)^3} + C$$

3) $\int (x^3-4x)lnx \cdot dx$

Этот интеграл можно найти с помощью метода интегрирования по частям, он относится ко второму виду, поэтому $U = lnx,\ dV = (x^3-4x)dx$.

$$dU = \frac{1}{x}dx, \qquad V = \int (x^3-4x)dx = \frac{x^4}{4} - 2x^2$$

Используя формулу интегрирования по частям, получаем

$$\int (x^3-4x)lnx \cdot dx = lnx\left(\frac{x^4}{4} - 2x^2\right) - \int \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2\right)\frac{1}{x}dx =$$

$$lnx\left(\frac{x^4}{4} - 2x^2\right) - \int \left(\frac{x^3}{4} - 2x\right)dx = lnx\left(\frac{x^4}{4} - 2x^2\right) - \frac{x^4}{16} + x^2 + C$$

4) $\int (x^2-2x)cos4xdx$

Этот интеграл можно найти с помощью метода интегрирования по частям, он относится к первому виду, поэтому $U = x^2-2x,\ dV = cos4xdx$.

$$dU = (2x-2)dx, \qquad V = \int cos4xdx = \frac{1}{4}sin4x$$

$$\int (x^2-2x)\cos 4x\,dx = (x^2-2x)\frac{1}{4}sin4x - \int \frac{1}{4}sin4x(2x-2)dx =$$

$$(x^2-2x)\frac{1}{4}sin4x - \frac{1}{4}\int sin4x(2x-2)dx = \frac{1}{4}(x^2-2x)sin4x - \frac{1}{2}\int sin4x(x-1)dx =$$

Чтобы найти оставшийся интеграл, снова применяем формулу интегрирования по частям.

$U = x-1,\ dV = sin4xdx$.

$$dU = dx, \qquad V = \int sin4xdx = -\frac{1}{4}cos4x$$

$$= \frac{1}{4}(x^2-2x)sin4x - \frac{1}{2}((x-1)\left(-\frac{1}{4}cos4x\right) - \int -\frac{1}{4}cos4xdx =$$

$$\frac{1}{4}(x^2-2x)sin4x - \frac{1}{2}((x-1)\left(-\frac{1}{4}cos4x\right) + \frac{1}{4}\int cos4xdx =$$

$$= \frac{1}{4}(x^2-2x)sin4x + \frac{1}{8}((x-1)(cos4x) - \frac{1}{8}\int cos4xdx =$$

$$\frac{1}{4}(x^2-2x)sin4x + \frac{1}{8}((x-1)(cos4x) - \frac{1}{32}sin4x + C$$

Форма представления результата: выполненная работа.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.3. Дифференциальное и интегральное исчисления

Практическое занятие №9
Вычисление определенных интегралов

Цель: Научиться вычислять определенные интегралы

Выполнив работу, вы будете уметь:

Уд6 решать прикладные задачи с использованием элементов дифференциального и интегрального исчислений;

Выполнение практической работы способствует формированию:

ОК 01.1 Определяет профессиональную задачу с учетом профессионального и социального контекста, составляет план действий для её решения, реализует его, в том числе с учётом изменяющихся условий, и оценивает результаты решения профессиональной задачи

ПК 2.3. Организовать работу персонала по техническому обслуживанию промышленного (технологического) оборудования.

ПК 3.3. Организовать работу персонала по ремонту промышленного (технологического) оборудования.

ПК 4.3. Проводить анализ результатов использования заготовок, запасных частей, расходных материалов.

Материальное обеспечение: Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

Вычислите определенные интегралы:

1. $\int_{-2}^{3}(4x^3+3x^2+2x+1)dx$
2. $\int_{1}^{4}\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)dx$
3. $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}}\frac{dx}{3\sqrt{1-x^2}}$
4. $\int_{-2}^{5}\frac{dx}{\sqrt[3]{(x+3)^2}}$
5. $\int_{0}^{\frac{\pi}{6}}e^{sinx}\,cosxdx$
6. $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi}\frac{dx}{sin^2\frac{x}{3}}$

Порядок выполнения работы:

1. Записать задание и определить, каким из методов интегрирования необходимо воспользоваться.
2. Если интеграл можно найти методом непосредственного интегрирования, то, используя свойства интегралов, привести интеграл к табличным формулам. Проинтегрировать. Вычислить значение определенного интеграла по формуле Ньютона-Лейбница.
3. Если интеграл можно найти методом подстановки, то ввести новую переменную, найти ее дифференциал. После введения новой переменной заданный интеграл приводится к новому интегралу, который является табличным. Если интеграл определенный, то необходимо вычислить новые пределы интегрирования. Найти полученный интеграл.

Ход работы:

1) $\int_{-1}^{3}(4x^3-3x^2+2x+5)dx$

$$\int_{-1}^{3}(4x^3-3x^2+2x+5)dx = 4\int_{-1}^{3}x^3dx - 3\int_{-1}^{3}x^2dx + 2\int_{-1}^{3}xdx + 5\int_{-1}^{3}dx = x^4 - x^3 + x^2 + 5x|_{-1}^{3} = 3^4 - 3^3 + 3^2 + 5\cdot 3 - (1+1+1-5) = 81-27+9+15+2 = 80$$

2) $\int_0^{0,4}\frac{5dx}{4+25x^2}$

Этот интеграл можно найти с помощью метода подстановки. Введем новую переменную.

$$\int_0^{0,4}\frac{5dx}{4+25x^2} = \frac{5}{4}\int_0^{0,4}\frac{dx}{1+\frac{25}{4}x^2} == \frac{5}{4}\int_0^{0,4}\frac{dx}{1+\left(\frac{5}{2}x\right)^2} = \begin{bmatrix} \frac{5}{2}x = t \\ \frac{5}{2}dx = dt \\ dx = \frac{2}{5}dt \\ x_H = 0 \quad t_H = 0 \\ x_B = 0{,}4 \ t_B = 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \frac{5}{4}\cdot\frac{2}{5}\int_0^1\frac{dt}{1+t^2} = \frac{1}{2}arctgt|_0^1 = \frac{1}{2}(arctg1 - arctg0) = \frac{1}{2}\cdot\frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{8}.$$

3) $\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{sinxdx}{cos^4x}$

Этот интеграл можно найти с помощью метода подстановки. Введем новую переменную.

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{sinxdx}{cos^3x} = \begin{bmatrix} cosx = t \\ dcosx = dt \\ -sinxdx = dt \\ sinxdx = -dt \\ x_H = 0 \ t_H = cos0 = 1 \\ x_B = \frac{\pi}{3} \quad t_B = cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \int_1^{0,5}\frac{-dt}{t^3} = -\frac{t^{-2}}{-2}|_1^{0,5} = \frac{1}{2t^2}|_1^{0,5} = \frac{1}{2\cdot 0{,}25} - \frac{1}{2} = 2 - 0{,}5 = 1{,}5$$

Форма представления результата: выполненная работа.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.3. Дифференциальное и интегральное исчисления

Практическое занятие №10
Применение определенного интеграла в практических задачах

Цель: Научиться вычислять определенные интегралы

Выполнив работу, вы будете уметь:

Уд6 решать прикладные задачи с использованием элементов дифференциального и интегрального исчислений;

Выполнение практической работы способствует формированию:

ОК 01.1 Определяет профессиональную задачу с учетом профессионального и социального контекста, составляет план действий для её решения, реализует его, в том числе с учётом изменяющихся условий, и оценивает результаты решения профессиональной задачи

ПК 2.3. Организовать работу персонала по техническому обслуживанию промышленного (технологического) оборудования.

ПК 3.3. Организовать работу персонала по ремонту промышленного (технологического) оборудования.

ПК 4.3. Проводить анализ результатов использования заготовок, запасных частей, расходных материалов.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1**.** Форма заготовки имеет вид фигуры, ограниченной линиями. Найти площадь данной заготовки

$a)\quad y=-x^2+4,\ y=0$

$b)\quad y=x^2,\ y=x^3$

$c)\quad y=e^x,\ y=e^{-x},\ y=4$

2.Вычислить объем детали

$y=x^2,\ y=1,\ вокруг оси\, OY$

Порядок выполнения работы:

1) построить графики функций
2) найти область, ограниченную этими графиками
3) составит определенный интеграл, для нахождения площади найденной области

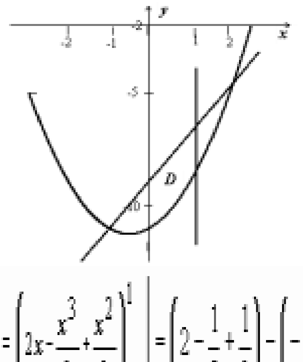
Ход работы:

Пример 1: Найти площадь области **D (заготовка детали)**, ограниченной кривыми **y** = **x**^{2} + **x** + 11, **y** = 2 **x** - 9, при условии,

x<=1

$$D:\begin{cases} y=x^2+x-11,\\ y=2x-9,\\ x\le 1.\end{cases}$$

При решении таких задач следует обязательно изобразить исследуемый геометрический объект. Для определения нижнего предела интегрирования надо найти точку пересечения кривых; уравнение **x**^{2} + **x** + 11 = 2 **x** - 9 имеет два корня: **x** = -1 и **x** = 2. Подходящий корень - **x** = -1. Область ограничена сверху параболой, снизу - прямой, справа - прямой **x** = 1, крайняя левая точка - **x** = -1, поэтому



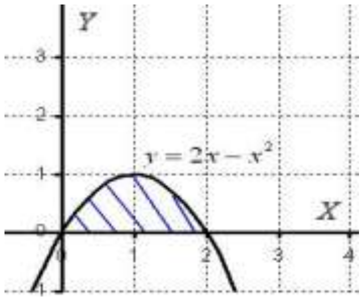
$$S(D)=\int_{-1}^{1}\left[(2x-9)-(x^2+x-11)\right]dx=\int_{-1}^{1}(2-x^2+x)dx=\left(2x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}\right)\Bigg|_{-1}^{1}=\left(2-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right)-\left(-2+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right)=\frac{10}{3}.$$

Если область имеет более сложную структуру, её следует разбить на простые части .

Пример 2

Вычислить объем детали, которая идентична телу, полученному вращением фигуры, ограниченной линиями $y = 2x - x^2$, $y = 0$ вокруг оси OX.

Решение: Как и в задаче на нахождение площади, **решение начинается с чертежа плоской фигуры**. То есть, на плоскости XOY необходимо построить фигуру, ограниченную линиями $y = 2x - x^2$



Искомая плоская фигура заштрихована синим цветом, именно она и вращается вокруг оси OX. В результате вращения получается такая немного яйцевидная летающая тарелка, которая симметрична относительно оси OX.

Объем тела вращения можно вычислить по формуле:

$$V = \pi\int_a^b f^2(x)dx$$

Вычислим объем тела вращения, используя данную формулу:

$$V = \pi\int_a^b f^2(x)dx = \pi\int_0^2 (2x - x^2)^2 dx = \pi\int_0^2 (4x^2 - 4x^3 + x^4)dx =$$

$$= \pi \cdot \left(\frac{4x^3}{3} - x^4 + \frac{x^5}{5}\right)\Bigg|_0^2 = \pi \cdot \left(\frac{32}{3} - 16 + \frac{32}{5} - 0\right) = \frac{16\pi}{15}$$

Ответ: $V = \frac{16\pi}{15}\, ед^3. \approx 3{,}35\, ед^3.$

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 2.1. Множества и отношения. Основные понятия теории графов

Практическое занятие №11
Составление графов

Цель: Научиться составлять графы

Выполнив работу, вы будете уметь:

Уд8 решать задачи на графах

Выполнение практической работы способствует формированию:

ОК 01.1 Определяет профессиональную задачу с учетом профессионального и социального контекста, составляет план действий для её решения, реализует его, в том числе с учётом изменяющихся условий, и оценивает результаты решения профессиональной задачи

ПК 2.3. Организовать работу персонала по техническому обслуживанию промышленного (технологического) оборудования.

ПК 3.3. Организовать работу персонала по ремонту промышленного (технологического) оборудования.

ПК 4.3. Проводить анализ результатов использования заготовок, запасных частей, расходных материалов.

Материальное обеспечение: Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. Задана матрица смежности. Построить граф

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	0	1	1	1
2	1	0	1	0	0	0
3	0	1	0	0	0	0
4	1	0	0	0	1	0
5	1	0	0	1	0	1
6	1	0	0	0	1	0

2. Задана матрица инцидентности. Построить граф

	(12)	(13)	(23)	(35)	(45)	(56)
1	1	1	0	0	0	0
2	1	0	1	0	0	0
3	0	1	1	1	0	0
4	0	0	0	0	1	0
5	0	0	0	1	1	1
6	0	0	0	0	0	1

3. Построить минимальное остовное дерево в графах

Порядок выполнения работы:

1. Построить граф по матрице смежности
2. Построить граф по матрице инцидентности
3. Построить минимальное остовное дерево

Ход работы:

1.Матрица смежности

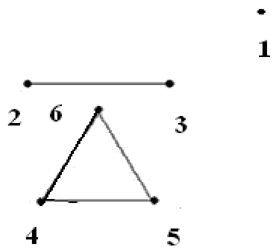
Квадратная матрица, строки которой соответствуют вершинам графа и столбцы соответствуют вершинам графа.

Матрица смежности для данного графа:

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	0	0	0	0	0	0

2	0	0	1	0	0	0
3	0	1	0	0	0	0
4	0	0	0	0	1	1
5	0	0	0	1	0	1
6	0	0	0	1	1	0

Граф



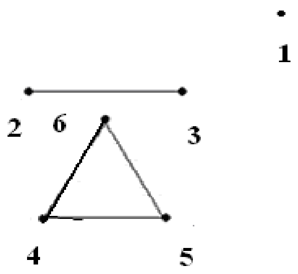
2. Матрица инцидентности

Прямоугольная матрица, строки которой соответствуют вершинам графа, столбцы - ребрам.

Матрица инцидентности для данного графа:

	(23)	**(46)**	**(56)**	**(45)**
1	0	0	0	0
2	1	0	0	0
3	1	0	0	0
4	0	1	0	1
5	0	0	1	1
6	0	1	1	0

Граф



Построение остовного дерева.

Один из подходов — строить минимальный остов постепенно, добавляя в него рёбра по одному.

- Изначально остов — одна произвольная вершина.
- Пока минимальный остов не найден, выбирается ребро минимального веса (не образующее цикла с уже отобранными), исходящее из какой-нибудь вершины текущего остова в вершину, которую мы ещё не добавили. Добавляем это ребро в остов и начинаем заново, пока остов не будет найден.

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 2.1. Множества и отношения. Основные понятия теории графов

Практическое занятие №12
Решение прикладных задач на расчет трудоемкости ремонтных работ и численности исполнителей ремонтов

Цель: научится составлять граф работ и рассчитывать временные показатели
Выполнив работу, вы будете уметь:
Уд8 решать задачи на графах

Выполнение практической работы способствует формированию:

ОК 01.1 Определяет профессиональную задачу с учетом профессионального и социального контекста, составляет план действий для её решения, реализует его, в том числе с учётом изменяющихся условий, и оценивает результаты решения профессиональной задачи

ПК 2.3. Организовать работу персонала по техническому обслуживанию промышленного (технологического) оборудования.

ПК 3.3. Организовать работу персонала по ремонту промышленного (технологического) оборудования.

ПК 4.3. Проводить анализ результатов использования заготовок, запасных частей, расходных материалов.

Материальное обеспечение: Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание: построить сетевой график и рассчитать параметры

№ операции	Обозначение работы	Наименование операции	Время операции, ч
1	1-2	Подготовка моталки к ремонтам, отключение кабелей электропитания	3
2	2-3	Демонтаж моталки	7
3	3-4	Ремонт станины, заварка трещин, устранение повреждений	12
4	3-5	Демонтаж барабана	6
5	4-11	---	0
6	5-6	Проверка гидроцилиндра механизма разжатия барабана, замена прокладок	3
7	5-7	Вскрытие редуктора механизма вращения барабана, замена изношенных подшипников, смена смазки	9
8	5-8	Восстановление рамы привода	11
9	6-9	Ремонт барабана	7

10	7-10	Выверка зазоров в муфтах, обтяжка болтов	7
11	8-10	---	0
12	9-10	---	0
13	10-11	Монтаж барабана	12
14	11-12	Монтаж моталки	10
15	12-13	Подключение электрооборудования, пуск машины и обкатка на холостом ходу	6

Порядок выполнения работы:

1. Построить сетевой график
2. Вычислить продолжительность путей
3. Рассчитать параметры сетевого графика

Ход работы:

Сетевой график дает возможность, сохранив существующую на практике взаимосвязь составных частей исследуемого процесса, отобразить его во времени с необходимой степенью детализации.

В сетевом планировании рассматриваются два вида объектов, которые являются основными элементами сетевых графиков – события и работы.

Расчет сетевой модели сводится к определению следующих параметров сетевого графика:

- определение продолжительности критического пути и работ, лежащих на нем;

- установление наиболее ранних из возможных и наиболее поздних из допустимых сроков начала и окончания работ;

- определение всех видов резервов времени работ, не лежащих на критическом пути.

$\tau_{ij}^{PH} = max\{\tau_{h-i}\}$ –ранний срок начала работы,

где: τ_{h-i} – продолжительность предшествующих работ;

$\tau_{i-j}^{po} = \tau_{i-j}^{ph} + \tau_{i-j}$ –ранний срок окончания работы,

где: τ_{i-i} – продолжительность данной работы;

$\tau_{i-j}^{пн} = \tau_{kp} - (\tau_{i-j} + max\{\tau_{i-k}\})$ –поздний срок начала работы,

где: τ_{kp} – продолжительность критического пути,

τ_{i-k} –продолжительность последующих работ;

$\tau_{i-j}^{no} = \tau_{i-j}^{пн} + \tau_{i-j}$ –поздний срок окончания работы;

$R(L) = \tau_{kp} - \tau(L)$ –резерв времени пути,

где: $\tau(L)$ – продолжительность пути;

$r_{i-j} = \tau_{i-k}^{pн} - \tau_{i-j}^{pн} - \tau_{i-j}$ –свободный резерв времени,

где: $\tau_{i-k}^{pн} = max\{\tau_{i-j}^{po}\}$ – раннее начало последующих работ.

Сетевой график капитального ремонта моталки

Таблица1. Перечень ремонтных операций

№ операции	Обозначение работы	Наименование операции	Время операции, ч
1	1-2	Подготовка моталки к ремонтам, отключение кабелей электропитания	4
2	2-3	Демонтаж моталки	10

3	3-4	Ремонт станины, заварка трещин, устранение повреждений	16
4	3-5	Демонтаж барабана	8
5	4-11	---	0
6	5-6	Проверка гидроцилиндра механизма разжатия барабана, замена прокладок	4
7	5-7	Вскрытие редуктора механизма вращения барабана, замена изношенных подшипников, смена смазки	8
8	5-8	Восстановление рамы привода	10
9	6-9	Ремонт барабана	8
10	7-10	Выверка зазоров в муфтах, обтяжка болтов	6
11	8-10	---	0
12	9-10	---	0
13	10-11	Монтаж барабана	10
14	11-12	Монтаж моталки	12
15	12-13	Подключение электрооборудования, пуск машины и обкатка на холостом ходу	8

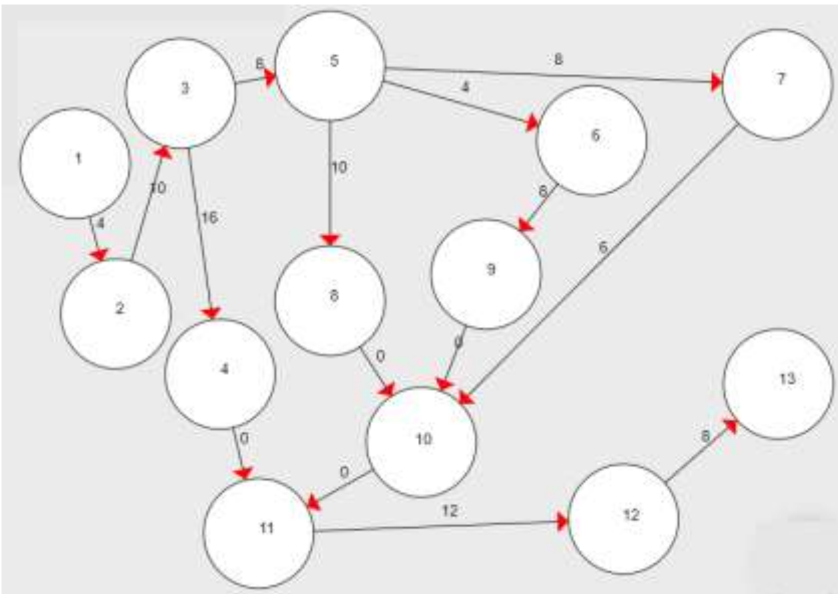


Таблица 2. Расчет продолжительности путей сетевого графика

№ п/п	Номера событий, через которые проходит путь	Продолжительность пути, ч
1	1-2-3-4-11-12-13	$\tau(L_1)$

2	1-2-3-5-6-9-10-11-12-13	$\tau(L_2)$
3	1-2-3-5-7-10-11-12-13	$\tau(L_3)$
4	1-2-3-5-8-10-11-12-13	$\tau(L_4)$

Из таблицы 2 видно, что $\tau_{кр}=\tau(L_3)=66\text{ ч}$.

Рассчитываем параметры сетевого графика по формулам, приведенным выше, и результаты заносим в таблицу 3.

Таблица 3. Результаты расчета сетевого графика

Ход работы	τ_{i-j}	$\tau_{i-j}^{рн}$	$\tau_{i-j}^{ро}$	$\tau_{i-j}^{пн}$	$\tau_{i-j}^{по}$	R_{i-j}	R_{i-j}
1-2	4	0	4	0	4	0	0
2-3	10	4	14	4	14	0	0
3-4	16	14	30	30	46	16	0
3-5	8	14	22	14	22	0	0
4-11	0	30	30	46	46	16	16
5-6	4	22	26	24	28	2	0
5-7	8	22	30	22	30	0	0
5-8	10	22	32	26	36	4	0
6-9	8	26	34	28	36	2	0
7-10	6	30	36	30	36	0	0
8-10	0	32	32	36	36	4	4
9-10	0	34	34	36	36	2	2
10-11	10	36	46	36	46	0	0
11-12	12	46	58	46	58	0	0
12-13	8	58	66	58	66	0	0

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 3.1 Вероятность. Теорема сложения вероятностей

Практическое занятие №13
Решение практических задач на определение оценки вероятности безотказной работы оборудования

Цель: научится составлять граф работ и рассчитывать временные показатели

Выполнив работу, вы будете уметь:

Уд5 решать задачи на вычисление вероятности с использованием элементов комбинаторики;

Выполнение практической работы способствует формированию:

ОК 01.1 Определяет профессиональную задачу с учетом профессионального и социального контекста, составляет план действий для её решения, реализует его, в том числе с учётом изменяющихся условий, и оценивает результаты решения профессиональной задачи

ПК 2.3. Организовать работу персонала по техническому обслуживанию промышленного (технологического) оборудования.

ПК 3.3. Организовать работу персонала по ремонту промышленного (технологического) оборудования.

ПК 4.3. Проводить анализ результатов использования заготовок, запасных частей, расходных материалов.

Материальное обеспечение: Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

Задание 1. На испытание поставлено 2000 подшипников качения. За первые 3000 часов отказало 80 изделий. За интервал времени 3000 – 4000 часов отказало еще 50 подшипников. Требуется определить статистическую оценку вероятности безотказной работы за время 4000 часов.

Задание 2.

Определить коэффициент технического использования, если известно, что система эксплуатируется в течение 1 года, годовой фонд времени системы составляет 5260 часов. Время проведения ежегодного техосмотра составляет 15 суток, суммарное время, затраченное на ремонтные работы, составляет 50 часов.

Порядок выполнения работы:

1. Определить отказы на момент времени
2. Определить оценку вероятности

Ход работы:

Задача 1. На испытания поставили 200 изделий. За 100 часов работы отказало 25 изделий. За последующие 10 часов отказало еще 7 изделий. Определить статистическую оценку вероятности безотказной работы и вероятности отказа на моменты времени t1 = 100 ч и t2 = 110 ч, оценку плотности распределения отказов и интенсивности отказов в промежутке времени между t1 = 100 ч и t2 = 110 ч.

Решение. Статистическую оценку вероятности безотказной работы на момент времени $t_1 = 100$ *ч* определяем по формуле:

$$\tilde{R}(100) = 1 - \frac{n(100)}{N} = 1 - \frac{25}{200} = 0{,}875;$$

Определяем количество отказавших изделий на момент времени $t_2 = 110$ *ч*

$$n(110) = n(100) + \Delta n = 25 + 7 = 32\,изд.$$

и вероятность безотказной работы на момент времени $t_2 = 110$ *ч*

$$\tilde{R}(110) = 1 - \frac{n(110)}{N} = 1 - \frac{32}{200} = 0{,}84.$$

Статистическая оценка вероятности отказа на соответствующие моменты времени определяется по формуле (1.2)

$$\tilde{Q}(100) = \frac{n(100)}{N} = \frac{25}{200} = 0{,}125,$$

$$\tilde{Q}(110) = \frac{n(110)}{N} = \frac{32}{200} = 0{,}16.$$

Плотность распределения отказов во времени определяем по формуле (1.3)

$$\tilde{f}(110) = \frac{\Delta n(110)}{N\Delta t} = \frac{7}{200 \cdot 10} = 0{,}0035\ 1/ч.$$

Оценку интенсивности отказов можно определить по формуле

$$\tilde{\lambda}(110) = \frac{\Delta n(110)}{(N - n(110))\Delta t} = \frac{7}{(200 - 32)10} = 0{,}00417\ 1/ч.$$

Ответ: $\tilde{R}(100) = 0{,}875$; $\tilde{R}(110) = 0{,}84$; $\tilde{Q}(100) = 0{,}125$; $\tilde{Q}(110) = 0{,}16$; $\tilde{f}(110) = 0{,}0035\ 1/ч$; $\tilde{\lambda}(110) = 0{,}00417\ 1/ч$. Данные показатели являются:

- показателями безотказности;
- единичными, так как характеризуют только одно свойств – безотказность;
- экспериментальными, так как определяются по результатам испытаний; - групповыми, так как характеризуют надежность партии изделий

Задача 2. Определить коэффициент технического использования, если известно, что система эксплуатируется в течение 1 года, годовой фонд времени системы составляет 8760 часов. Время проведения ежегодного техосмотра составляет 20 суток, суммарное время, затраченное на ремонтные работы, составляет 20 часов.

Решение. Коэффициент технического использования определяется по формуле:

$$K_{т.и} = \frac{T_0}{T_0 + \tau_{Т.И} + \tau_P + \tau_B} = \frac{8760}{8760 + 20 \cdot 24 + 20} = 0{,}943.$$

Ответ: Коэффициент технического использования равен Кт.и = 0,943 , показатель является: - показателем готовности; - комплексным, так как характеризует безотказность, ремонтопригодность и готовность; - эксплуатационным, так как определяется по результатам эксплуатации; - единичным, так как характеризует надежность одного изделия.

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 3.2 Случайная величина, ее функция распределения

Практическое занятие №14
Решение прикладных задач на применение закона распределения случайных величин

Цель: научится составлять распределение случайной величины и производить расчет ее характеристик

Выполнив работу, вы будете уметь:

Уд9 составлять ряд распределения случайных величин

Выполнение практической работы способствует формированию:

ОК 01.1 Определяет профессиональную задачу с учетом профессионального и социального контекста, составляет план действий для её решения, реализует его, в том числе с учётом изменяющихся условий, и оценивает результаты решения профессиональной задачи

ПК 2.3. Организовать работу персонала по техническому обслуживанию промышленного (технологического) оборудования.

ПК 3.3. Организовать работу персонала по ремонту промышленного (технологического) оборудования.

ПК 4.3. Проводить анализ результатов использования заготовок, запасных частей, расходных материалов.

Материальное обеспечение: Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

Задание 1. На складе имеется 400 подшипников, причём у 25 время безотказной работы 200 часов, у 20 - 500 часов, у 15 по 1000 часов, остальные вышли из строя. Составить закон распределения безотказной работы одного подшипника и найти среднее время безотказной работы на один подшипник.

Задание 2. Случайная величина X имеет следующий закон распределения. Найдите $M(x)\ и\ D(x)$

x_i	-2	-1	1	2
p_i	0,3	0,1	0,5	0,1

Порядок выполнения работы:

1. Составить закон распределения случайной величины
2. Рассчитать характеристики случайной величины

Ход работы:

Задача 1. Необходимо приобрести для ремонта оборудования 100 подшипников, причем каждый из 10 подшипников стоит 50 руб., 5 подшипников –100 руб. 2 подшипника –300руб. Найти среднюю стоимость одного подшипника.

Решение: введём случайную величину X - стоимость подшипника.

Тогда эта случайная величина принимает следующие значения

$x_1 = 0$, $x_2 = 50$, $x_3 = 100$, $x_4 = 300$,

а вероятность того, что

$$p(X = 50) = \frac{10}{100} = 0{,}1; \quad p(X = 100) = \frac{5}{100} = 0{,}05; \quad p(X = 300) = \frac{2}{100} = 0{,}02$$

и значит

$$p(X = 0) = 1 - 0{,}1 - 0{,}05 - 0{,}02 = 0{,}83.$$

Значит случайная величина X имеет закон распределения:

x_i	0	50	100	300
p_i	0,83	0,1	0,05	0,02

Тогда средняя стоимость одного подшипника есть M (X), поэтому
$M(X)=0\cdot 0{,}83+50\cdot 0{,}1+100\cdot 0{,}05+300\cdot 0{,}02=16(руб).$

Задача 2. Случайная дискретная величина распределена по закону

X	-1	0	1	2
p	0,2	0,1	0,3	0,4

Найти: $D(X)$.
Решение: сначала находим
$M(X)=-1\cdot 0{,}2+0\cdot 0{,}1+1\cdot 0{,}3+2\cdot 0{,}4=0{,}9$, а затем
$M(X^2)=1\cdot 0{,}2+0\cdot 0{,}1+1\cdot 0{,}3+4\cdot 0{,}4=2{,}1$.
Имеем
$D(X)=M(X^2)-M^2(X)=2{,}1-0{,}81=1{,}29$.

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:
Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.
Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.
Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.
Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 3.2 Случайная величина, ее функция распределения

Практическое занятие №15
Решение прикладных задач с реальными дискретными случайными величинами на износ технологического оборудования

Цель: научится решать задачи на износ технологического оборудования
Выполнив работу, вы будете уметь:
Уд9 составлять ряд распределения случайных величин
Выполнение практической работы способствует формированию:
ОК 01.1 Определяет профессиональную задачу с учетом профессионального и социального контекста, составляет план действий для её решения, реализует его, в том числе с учётом изменяющихся условий, и оценивает результаты решения профессиональной задачи
ПК 2.3. Организовать работу персонала по техническому обслуживанию промышленного (технологического) оборудования.
ПК 3.3. Организовать работу персонала по ремонту промышленного (технологического) оборудования.

ПК 4.3. Проводить анализ результатов использования заготовок, запасных частей, расходных материалов.

Материальное обеспечение: Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

Задание 1. В течение некоторого периода времени производилось наблюдение за работой одного объекта. За весь период зарегистрировано n = 15 отказов. До начала наблюдений объект проработал 258 ч, к концу наблюдения наработка составила 1233 ч. Определить среднюю наработку на отказ $t_{ср}$.

Задание 2.

За наблюдаемый период эксплуатации оборудования было зафиксировано 8 отказов. Время восстановления составило: t_1 = 12 мин, t_2 = 23 мин, t_3 = 15 мин, t_4 = 9 мин, t_5 = 17 мин, t_6 = 28 мин, t_7 = 25 мин, t_8 = 31 мин.

Требуется определить среднее время восстановления аппаратуры.

Порядок выполнения работы:

1. Определить распределение
2. Найти решение

Ход работы:

Задача . Пусть время работы элемента до отказа подчинено экспоненциальному закону $\lambda = 2{,}5 \cdot 10^{-5}$ ч$^{-1}$. Требуется определить вероятность безотказной работы $P(t)$, частоту отказов $f(t)$ и среднюю наработку на отказ t_{cp}, если t = 500, 1000, 2000 ч.

Дано: $\lambda = 2{,}5 \cdot 10^{-5}$ ч$^{-1}$ t_1 = 500 ч t_2 = 1000 ч t_3 = 2000 ч	Решение: $$P(t) = e^{-\lambda t}$$ $$P(t1) = e^{-2{,}5 \cdot 0{,}00001 \cdot 500} = 0{,}98$$ $$P(t2) = e^{-2{,}5 \cdot 0{,}00001 \cdot 1000} = 0{,}97$$ $$P(t3) = e^{-2{,}5 \cdot 0{,}00001 \cdot 2000} = 0{,}95$$ $$f(t) = \lambda P(t)$$ $$f(t1) = 2{,}5 \cdot 10^{-5} \cdot 0{,}98 = 2{,}45 \cdot 10^{-5} ч^{-1}$$ $$f(t2) = 2{,}5 \cdot 10^{-5} \cdot 0{,}97 = 2{,}425 \cdot 10^{-5} ч^{-1}$$ $$f(t3) = 2{,}5 \cdot 10^{-5} \cdot 0{,}95 = 2{,}375 \cdot 10^{-5} ч^{-1}$$ $$t_{ср} = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{2{,}5 \cdot 10^{-5}} = 4 \cdot 10^{-4} ч$$
Найти: $P(t)$ $f(t)$ t_{cp}	

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 4.1. Матрицы и определители

Практическое занятие №16, 17
Применение матриц и определителей в решении задач профессиональной деятельности

Цель: научится применять матрицы и определители в задачах профессиональной деятельности

Выполнив работу, вы будете уметь:

Уд4 производить операции над матрицами и определителями;

Выполнение практической работы способствует формированию:

ОК 01.1 Определяет профессиональную задачу с учетом профессионального и социального контекста, составляет план действий для её решения, реализует его, в том числе с учётом изменяющихся условий, и оценивает результаты решения профессиональной задачи

ПК 2.3. Организовать работу персонала по техническому обслуживанию промышленного (технологического) оборудования.

ПК 3.3. Организовать работу персонала по ремонту промышленного (технологического) оборудования.

ПК 4.3. Проводить анализ результатов использования заготовок, запасных частей, расходных материалов.

Материальное обеспечение: Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. Найти матрицу $C = A^2 + 3AB$, где $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

2. Выяснить, является матрица $A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{5}{3} & -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$ обратной к матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Даны матрицы: $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & -3 \\ 1 & 5 & -2 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix}$. Найдите: A+B; 2A; AB; BA.

Порядок выполнения работы:

1. Определить распределение
2. Найти решение

Ход работы:

Матрицей называется прямоугольная таблица чисел. Матрица записывается в виде:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \dots & a_{2n} \\ a_{m1} & a_{m2} \dots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Действия над матрицами:

1.Сложение.

Операция сложения вводится только для матриц одинаковых размеров. При сложении матриц их соответствующие элементы складываются.

$$A + B = C = \begin{pmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} \cdots & a_{1n} + b_{1n} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} \cdots & a_{2n} + b_{2n} \\ a_{m1} + b_{m1} & a_{m2} + b_{m2} & a_{mn} + b_{mn} \end{pmatrix}$$

2.Умножение на число.

При умножении матрицы на число каждый ее элемент умножается на это число.

$$kA = \begin{pmatrix} ka_{11} & ka_{12} \cdots & ka_{1n} \\ ka_{21} & ka_{22} \cdots & ka_{2n} \\ ka_{m1} & ka_{m2} & ka_{mn} \end{pmatrix}.$$

3.Умножение матриц.

Операция умножения матриц вводится только для случая, когда число столбцов первой матрицы равно числу строк второй.

Чтобы найти элемент матрицы, стоящий в i-той строке в k-том столбце, нужно вычислить сумму произведений элементов i-той строки первой матрицы на соответствующие элементы k-того столбца второй.

1.Найти матрицу $C = A^2 + 3AB$, если

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix};\ B = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

а) Найдем A^2, умножая матрицу саму на себя

$$A^2 = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -9 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$$

б) Найдем матрицу $3A$, умножив все элементы матрицы A на 3.

$$3A = 3\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 9 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$$

в) Найдем произведение 3АВ

$$3AB = \begin{pmatrix} -6 & 9 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -21 & 33 \\ 12 & -12 \end{pmatrix}$$

г) Найдем матрицу С, складывая соответствующие элементы

$$C = \begin{pmatrix} 7 & -9 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -21 & 33 \\ 12 & -12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -14 & 24 \\ 9 & -8 \end{pmatrix}$$

2.Найдем произведение $A \cdot A^{-1}$ и $A^{-1} \cdot A$:

$$A \cdot A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{5}{2} & -\frac{2}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = E.$$

$$A^{-1} \cdot A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{5}{3} & -\frac{2}{3} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = E.$$

В соответствии с определением данные матрицы являются взаимообратными.

3.Даны матрицы: $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & -3 \\ 1 & 5 & -2 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите: А+В; 2А; АВ; ВА.

$$A + B = \begin{pmatrix} -3 & 2 & -3 \\ 1 & 5 & -2 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -8 \\ 4 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix};$$

$$C = A \cdot B = \begin{pmatrix} -3 & 2 & -3 \\ 1 & 5 & -2 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 11 \\ 16 & -16 & -4 \\ 14 & -14 & -8 \end{pmatrix};$$

$c_{11} = -3 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + (-3) \cdot 0 = 3;$

$c_{12} = -3 \cdot 0 + 2 \cdot (-4) + (-3) \cdot (-2) = -2;$

$c_{13} = -3 \cdot (-5) + 2 \cdot 1 + (-3) \cdot 2 = 11;$

$c_{21} = 1 \cdot 1 + 5 \cdot 3 + (-2) \cdot 0 = 16;$

$c_{22} = 1 \cdot 0 + 5 \cdot (-4) + (-2) \cdot (-2) = -16;$

$c_{23} = 1 \cdot (-5) + 5 \cdot 1 + (-2) \cdot 2 = -4;$

$c_{31} = 2 \cdot 1 + 4 \cdot 3 + (-1) \cdot 0 = 14;$

$c_{32} = 2 \cdot 0 + 4 \cdot (-4) + (-1) \cdot (-2) = -14;$

$c_{33} = 2 \cdot (-5) + 4 \cdot 1 + (-1) \cdot 2 = -8.$

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 \\ 3 & -4 & 1 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 & 2 & -3 \\ 1 & 5 & -2 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -18 & 2 \\ -11 & -10 & -2 \\ 2 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 4.2. Системы линейных уравнений

Практическое занятие №18, 19
Применение систем линейных уравнений в решении задач профессиональной деятельности

Цель: научится применять системы в задачах профессиональной деятельности

Выполнив работу, вы будете уметь:

Уд7 решать системы линейных уравнений различными методами;

Выполнение практической работы способствует формированию:

ОК 01.1 Определяет профессиональную задачу с учетом профессионального и социального контекста, составляет план действий для её решения, реализует его, в том числе с учётом изменяющихся условий, и оценивает результаты решения профессиональной задачи

ПК 2.3. Организовать работу персонала по техническому обслуживанию промышленного (технологического) оборудования.

ПК 3.3. Организовать работу персонала по ремонту промышленного (технологического) оборудования.

ПК 4.3. Проводить анализ результатов использования заготовок, запасных частей, расходных материалов.

Материальное обеспечение: Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

Решить системы линейных уравнений по формулам Крамера и методом Гаусса:

1) $\begin{cases} 3x - 5y = 11 \\ 2x + 3y = 20 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x + 3y - 5z = -2 \\ x + y + 2z = 3 \\ 2x - y + 7z = 27 \end{cases}$

Порядок выполнения работы:

1. Запишите систему уравнений.
2. Запишите и вычислите определитель системы.
3. Вычислите определители каждой неизвестной.
4. Найдите значения неизвестных, используя формулы Крамера.

Ход работы:

Пусть дана система двух линейных уравнений с двумя неизвестными: $\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \end{cases}$

Составим определитель из коэффициентов при неизвестных. Этот определитель называется определителем системы: $\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$

Составим определители каждой неизвестной. Определитель Δ_1 получается из определителя Δ путем замены первого столбца коэффициентов столбцом из свободных членов.
$\Delta_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}$

Определитель Δ_2 получается из определителя Δ путем замены второго столбца коэффициентов столбцом из свободных членов.

$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}$

Пусть дана система трех линейных уравнений с тремя неизвестными:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}$$

Составим определитель из коэффициентов при неизвестных. Этот определитель называется определителем системы: $\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$

Составим определители каждой неизвестной. Определитель Δ_1 получается из определителяΔпутем замены первого столбца коэффициентов столбцом из свободных членов.

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}.$$

Определитель Δ_2 получается из определителя Δ путем замены второго столбца коэффициентов столбцом из свободных членов.

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix}$$

Определитель Δ_3 получается из определителя Δ путем замены третьего столбца коэффициентов столбцом из свободных членов.

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}$$

Чтобы вычислить значения неизвестных, воспользуемся формулами Крамера:

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta};\ x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta};\ x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}.$$

Рассмотрим пример:

Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0; \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 5; \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}; \Delta A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 10 \neq 0$$

Вычислим определители каждой переменной:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 5 & -1 & 4 \\ 5 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0 - 15 + 40 - 15 + 10 - 0 = 20$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 2 & 5 & 4 \\ 3 & 5 & -1 \end{vmatrix} = -5 - 30 + 0 + 45 - 0 - 20 = -10$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 5 \\ 3 & 1 & 5 \end{vmatrix} = -5 + 0 + 30 - 0 - 20 - 5 = 0$$

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{20}{10} = 2;\ x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-10}{10} = -1;\ x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{0}{10} = 0$$

Ответ: (2;-1;0).

Метод Гаусса является одним из наиболее универсальных методов решения систем линейных уравнений. Он состоит в последовательном исключении неизвестных.

Процесс решения по методу Гаусса состоит из двух этапов. На первом этапе (прямой ход) система приводится к ступенчатому виду. На втором этапе (обратный ход) идет последовательное определение неизвестных из этой ступенчатой системы.

На практике удобнее работать не с системой уравнений, а с расширенной матрицей, выполняя все элементарные преобразования над ее строками.

Элементарными преобразованиями матрицы являются:

- перестановка строк местами;

-умножение некоторой строки на любое, не равное нулю число;

-прибавление к элементам одной строки соответствующих элементов другой строки, умноженных на одно и то же число

Рассмотрим пример:

1) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0; \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 5; \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$$

Составим расширенную матрицу из коэффициентов при неизвестных и свободных членов:

$$(A|B) = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 0 \\ 2 & -1 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & -1 & 5 \end{array}\right)$$

Выполним элементарные преобразования над строками матрицы:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 0 \\ 2 & -1 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & -1 & 5 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & -5 & 10 & 5 \\ 0 & -5 & 8 & 5 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & -5 & 8 & 5 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{array}\right)$$

Полученной матрице соответствует система уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ \quad x_2 - 2x_3 = -1; \\ \quad -2x_3 = 0 \end{cases}$$

Начиная снизу вверх, находим значения неизвестных:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ x_2 - 2x_3 = -1 \\ x_3 = 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ x_2 = -1 \\ x_3 = 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} x_1 + 2 \cdot (-1) = 0 \\ x_2 = -1 \\ x_3 = 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -1. \\ x_3 = 0 \end{cases}$$

Ответ: (2;-1;0).

2) $$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 6, \\ x_2 + x_3 + 3x_4 = 16, \\ x_1 - 2x_2 - x_4 = -6, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 \qquad = 6 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 3 & 16 \\ 1 & -2 & 0 & -1 & -6 \\ 2 & -3 & 2 & 0 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 3 & 16 \\ 0 & 3 & -3 & 3 & 12 \\ 0 & -5 & 8 & -4 & -6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 3 & 16 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 4 \\ 0 & -5 & 8 & -4 & -6 \end{pmatrix} \sim$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 3 & 16 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 12 \\ 0 & 0 & 13 & 11 & 74 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 3 & 16 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 13 & 11 & 74 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 3 & 16 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 6, \\ x_2 + x_3 + 3x_4 = 16, \\ x_3 + x_4 = 6, \\ -2x_4 = -4 \end{cases}$$

Начиная снизу вверх, находим значения неизвестных:

$$\begin{cases} x_1 = 8 \\ x_2 = 6 \\ x_3 = 4 \\ x_4 = 2 \end{cases};$$

Ответ : (8;6;4;2).

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 5.1. Комплексные числа

Практическое занятие №20
Действия с комплексными числами в алгебраической форме

Цель: Научиться выполнять действия с действительными и комплексными числами

Выполнив работу, вы будете уметь:

Уд2 выполнять действия над комплексными числами ;

Выполнение практической работы способствует формированию:

ОК 01.1 Определяет профессиональную задачу с учетом профессионального и социального контекста, составляет план действий для её решения, реализует его, в том числе с учётом изменяющихся условий, и оценивает результаты решения профессиональной задачи

ПК 2.3. Организовать работу персонала по техническому обслуживанию промышленного (технологического) оборудования.

ПК 3.3. Организовать работу персонала по ремонту промышленного (технологического) оборудования.

ПК 4.3. Проводить анализ результатов использования заготовок, запасных частей, расходных материалов.

Материальное обеспечение: Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. Решите задачи:

а) Бригаде электриков была установлена норма – протягивание электропровода по 2,5 км в день. В первый день бригада протянула 2 км провода, а во второй день – 3км. Найдите процент выполнения нормы в первый и второй день.
б) В цехе работают 20 рабочих, из них 8 механиков. Какой процент от всего числа рабочих цеха составляют механики?
в) Рабочий день станочника уменьшился с 8 часов до 7 часов. На сколько процентов нужно повысить производительность труда, чтобы при тех же расценках заработная плата возросла на 5%?

2. Вычислите:

а) $\left(\frac{5}{8}+\frac{7}{12}\right)\cdot\left(3\frac{23}{58}-2\frac{9}{58}\right)$;

б) $\frac{12\frac{4}{5}\cdot 3\frac{3}{4}-4\frac{4}{11}\cdot 4\frac{1}{8}}{11\frac{2}{3}\cdot 2\frac{4}{7}}$;

в) $4\frac{2}{3}+1\frac{1}{3}\cdot 3-5\frac{1}{6}$;

г) $\frac{12,8:0,64+3,05:0,05}{8\frac{2}{3}:1\frac{4}{9}-1}$;

д) $15\frac{6}{7}-12\frac{6}{7}\cdot\left(0,1+\frac{1}{15}\right)$;

е) $\left(1,8^2-2,3\cdot 1\frac{4}{5}\right):2\frac{4}{7}$;

ж) $\frac{0,15-0,15\cdot 3\frac{1}{2}}{-\frac{3}{8}+0,25}$;

з) $\left(1\frac{1}{5}\cdot 0,7-1,2^2\right):1\frac{1}{2}$.

3. Даны комплексные числа:

$z_1 = 3+2i$,
$z_2 = 4-i$,
$z_3 = 5+2i$,
$z_4 = 6-3i$.

Выполните действия:

а) $z_1\cdot z_2+z_3\cdot z_4$;
б) $z_1\cdot z_4+z_2\cdot z_3$
в) $z_1\cdot z_3-z_2\cdot z_4$;
г) $\frac{z_1}{z_2}$;
д) $\frac{z_2}{z_3}$;
е) $\frac{z_3}{z_4}$;
ж) $\frac{z_4}{z_1}$;
з) $|z_1|, |z_2|, |z_3|, |z_4|$.

Порядок выполнения работы:

1. Внимательно ознакомьтесь с условием задания.
2. Пользуясь своими школьными знаниями (в случае затруднения воспользуйтесь справочными материалами), выполните задание

Ход работы:

Задание №1

1) $\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=\frac{2+1}{5}=\frac{3}{5}$;

2) $\frac{3}{7}+\frac{4}{7}=\frac{3+4}{7}=\frac{7}{7}=1$;

3) $3\frac{1}{5}+4\frac{1}{5}=(3+4)+\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{5}\right)=7+\frac{2}{5}=7\frac{2}{5}$;

4) $3\frac{2}{7}-1\frac{1}{7}=(3-1)+\left(\frac{2}{7}-\frac{1}{7}\right)=2+\frac{1}{7}=2\frac{1}{7}$;

5) $\frac{7}{12}:\frac{3}{4}=\frac{7}{12}\cdot\frac{4}{3}=\frac{7\cdot 4}{12\cdot 3}=\frac{7\cdot 1}{3\cdot 3}=\frac{7}{9}$;

6) $2\frac{1}{5}:3\frac{2}{3}=\frac{11}{5}:\frac{3}{11}=\frac{11\cdot 3}{5\cdot 11}=\frac{1\cdot 3}{5\cdot 1}=\frac{3}{5}$;

7) $3\frac{2}{5}+14\frac{1}{3}=(3+14)+\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{3}\right)=17+\frac{6+5}{15}=17\frac{11}{15}$;

Задание №2

Пример. Найти (8 + *i*) : (2 – 3*i*) .

Решение. Перепишем это отношение в виде дроби: $\frac{8+i}{2-3i}$

Умножив, её числитель и знаменатель на $2+3i$ и выполнив все преобразования, получим:
$\frac{(8+i)(2+3i)}{(2-3i)(2+3i)} = \frac{13+26i}{13} = 1+2i$

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 5.1. Комплексные числа

Практическое занятие №21
Перевод чисел из алгебраической формы в тригонометрическую

Цель: научиться переводить числа из алгебраической формы в тригонометрическую

Выполнив работу, вы будете уметь:

Уд2 выполнять действия над комплексными числами ;

Выполнение практической работы способствует формированию:

ОК 01.1 Определяет профессиональную задачу с учетом профессионального и социального контекста, составляет план действий для её решения, реализует его, в том числе с учётом изменяющихся условий, и оценивает результаты решения профессиональной задачи

ПК 2.3. Организовать работу персонала по техническому обслуживанию промышленного (технологического) оборудования.

ПК 3.3. Организовать работу персонала по ремонту промышленного (технологического) оборудования.

ПК 4.3. Проводить анализ результатов использования заготовок, запасных частей, расходных материалов.

Материальное обеспечение: Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. Даны комплексные числа: $z_1=(-3;-5)$, $z_2=(-7,2;7,2)$, $z_3=(2;6)$.

Записать эти числа в тригонометрической форме.

2.Вычислите:

1) $z_2 \cdot z_3$;
2) $\frac{z_1}{z_3}$;
3) z_1^5;
4) $\sqrt{z_2}$;

3. Выполните действия и запишите результат в алгебраической форме:

а) $(3 \cdot (cos\frac{5\pi}{4} + isin\frac{5\pi}{4}))^2$ б) $\frac{24(cos75^0 + isin\,75^0)}{3(\cos 30^0 + isin\,30^0)}$.

Краткие теоретические сведения:

Тригонометрической формой комплексных чисел называется запись их в виде:

$z = r \cdot (cos\varphi + isin\varphi)$.

При выполнении действий над комплексными числами в тригонометрической форме используются следующие формулы:

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2(\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + isin(\varphi_1 + \varphi_2))$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}(\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + isin(\varphi_1 - \varphi_2))$$

$$z^n = r^n(cosn\varphi + isin\, n\varphi)$$

Для извлечения корня n-й степени из комплексного числа в тригонометрической форме $z=r\cdot(\cos\varphi+isin\varphi)$ используется формула :

$\omega_k = \sqrt[n]{r} \cdot (cos\frac{\varphi+2\pi k}{n} + isin\frac{\varphi+2\pi k}{n})$, где $\sqrt[n]{r}$ - арифметический корень, k=0, 1, 2, …, n-1.

Алгоритм перехода от алгебраической формы к тригонометрической:

Пусть комплексное число задано в алгебраической форме $z = a + bi$.

1) Модуль $r = |z|$ однозначно определяется по формуле $r = \sqrt{a^2 + b^2}$.

2) Аргумент φ определяется из формул $\cos\varphi = \frac{a}{r}$, $\sin\varphi = \frac{b}{r}$.

Значения аргумента комплексного числа можно находить и так:

- Определить , в какой четверти находится точка (использовать геометрическую интерпретацию числа) $z = a + bi$
- Решив уравнение $tg\varphi = \frac{b}{a}$, получаем, что

$\arg z = \varphi = arctg\frac{b}{a}$ для внутренних точек 1 и 4 четвертей,

$\arg z = \varphi = arctg\frac{b}{a} + \pi$ для внутренних точек 2 четверти,

$\arg z = \varphi = arctg\frac{b}{a} - \pi$ для внутренних точек 3 четверти.

Если точка z лежит на действительной или мнимой оси, то arg z можно найти непосредственно.

3) Найдя модуль и аргумент комплексного числа, его можно записать в тригонометрической или показательной форме $z = r(cos\varphi + i\, sin\varphi)$ или $z = re^{i\varphi}$.

Порядок выполнения работы:

1. Запишите заданные числа в тригонометрической форме, используя алгоритм перехода к тригонометрической форме.

2. Выполните заданные действия.

Ход работы:

Даны комплексные числа: z_1=(7;1), z_2=(-1,5;1,5), z_3=(4;-3).

1. Записать числа z_1, z_2 и z_3 в тригонометрической форме.

Решение:

1) $z_1 = 7 + i$

$|z_1| = \sqrt{49 + 1} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$,

Число находится в первой четверти, значит

$\varphi = arctg\frac{1}{7} = arctg0{,}1429$.

$z_1 = 7 + i = 5\sqrt{2}(\cos 8°8' + isin8°8')$.

2) $z_2 = -1{,}5 + 1{,}5i$

$|z_2| = \sqrt{(-1{,}5)^2 + 1{,}5^2} = \sqrt{2{,}25 + 2{,}25} = \sqrt{4{,}5}$=2,1

Число находится во второй четверти, значит $\varphi = arctg\frac{b}{a} + \pi = arctg(-1) + \pi = -\frac{\pi}{4} + \pi = \frac{3\pi}{4}$;

$z_2 = -1{,}5 + 1{,}5i = 2{,}1(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\,\frac{3\pi}{4}).$

3) $z_3 = 4 - 3i$

$|z_3| = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5.$

Число находится в четвертой четверти, значит

$\varphi = arctg\frac{-3}{4} = arctg(-0{,}75) = -36^{\circ\circ}52'.$

$z_3 = 4 - 3i = 5(\cos(-36°52' + i\sin(-36°52')).$

2. Вычислите:

1) $z_2 \cdot z_3$;

2) $\frac{z_1}{z_3}$;

3) z_1^5;

4) $\sqrt{z_2}$;

Решение:

$z_2 \cdot z_3 = 2{,}1 \cdot 5\big(\cos(135° - 36°52') + i\sin\,(135° - 36°52')\big) = 10{,}5(\cos 98°8' + i\sin 98°8')$;

$\frac{z_1}{z_3} = \frac{5\sqrt{2}}{5}\Big(\cos\big(8°8' - (-36°52')\big) + i\sin(8°8' + 36°52')\Big) = \sqrt{2}(\cos 45° + i\sin 45°)$;

$z_1^5 = \big(5\sqrt{2}\big)^5(\cos 5\cdot 8°8' + i\sin 5\cdot 8°8') = 12500\sqrt{2}(cos 40°40' + i\sin 40°40')$;

Воспользуемся формулой:

$\omega_k = \sqrt[n]{r}(\cos\frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i\sin\frac{\varphi + 2\pi k}{n})$

В нашем примере n=2.

$\sqrt{z_2} = \omega_k = \sqrt{\frac{3\sqrt{2}}{2}}(cos\frac{135°+360°k}{2} + i\sin\frac{135°+360°k}{2});$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{3\sqrt{2}}{2}}\Big(cos\frac{135°+360°\cdot 0}{2} + i\sin\frac{135°+360°\cdot 0}{2}\Big) = \sqrt{2{,}1}(\cos 67°30' + i\sin 67°30');$

$\omega_1 = \sqrt{\frac{3\sqrt{2}}{2}}\Big(cos\frac{135°+360°\cdot 1}{2} + i\sin\frac{135°+360°\cdot 1}{2}\Big) = \sqrt{2{,}1}(\cos 247°30' + i\sin 247°30').$

3. Выполните действия и запишите результат в алгебраической форме:

$(2\cdot(cos\frac{5\pi}{24} + i\sin\frac{5\pi}{24}))^6 = 2^6\Big(cos\frac{5\pi}{24}\cdot 6 + i\sin\frac{5\pi}{24}\cdot 6\Big) = 64\Big(cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4}\Big) = 64\Big(-\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}\Big) = -32\sqrt{2} - 32\sqrt{2}i;$

$\frac{24(cos 75^0 + i\sin\,75^0)}{3(\cos 15^0 + i\sin\,15^0)} = \frac{24}{3}(\cos(75° - 15°) + i\sin(75° - 15°) = 8(cos 60° + i\sin 60°) = 8\Big(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\Big) = 4 + 4\sqrt{3}i;$

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.