Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»

Многопрофильный колледж

УТВЕРЖДАЮ
Директор
________ / С.А. Махновский
08.02.2023г

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ЕН.01 Математика

для обучающихся специальности

23.02.07 Техническое обслуживание и ремонт двигателей, систем и агрегатов автомобилей

Магнитогорск, 2023

ОДОБРЕНО

Предметной комиссией

«Математических и естественнонаучных дисциплин»

Председатель Е.С.Корытникова

Протокол № 6 от 25.01.2023 г.

Методической комиссией МпК

Протокол № 4 от 08.02.2023 г.

.

Разработчик:
преподаватель ФГБОУ ВО «МГТУ им. Г.И. Носова» Многопрофильный колледж
И. А. Панфилова

Методические указания по выполнению практических работ разработаны на основе рабочей программы учебной дисциплины «Математика».

Содержание практических работ ориентировано на подготовку обучающихся к освоению профессионального модуля программы подготовки специалистов среднего звена по специальности 23.02.07 Техническое обслуживание и ремонт двигателей, систем и агрегатов автомобилей и овладению профессиональными компетенциями.

СОДЕРЖАНИЕ

1 ВВЕДЕНИЕ ....**Ошибка! Закладка не определена.**4
2 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ....**Ошибка! Закладка не определена.**5
Практическое занятие № 1 7
Практическое занятие № 2 7
Практическое занятие № 3 12
Практическое занятие № 4 142
Практическое занятие № 5 ....**Ошибка! Закладка не определена.**14
Практическое занятие № 6 19
Практическое занятие № 7 19
Практическое занятие № 8 ....**Ошибка! Закладка не определена.**22
Практическое занятие № 9 24
Практическое занятие № 10 25
Практическое занятие № 11 28
Практическое занятие № 12 ....**Ошибка! Закладка не определена.**30
Практическое занятие № 13 33
Практическое занятие № 14 34
Практическое занятие № 15 37
Практическое занятие № 16 39
Практическое занятие № 17 42
Практическое занятие № 18 47

1 ВВЕДЕНИЕ

Важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки обучающихся составляют практические занятия.

Состав и содержание практических занятий направлены на реализацию Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования.

Ведущей дидактической целью практических занятий является формирование профессиональных практических умений (умений выполнять определенные действия, операции, необходимые в последующем в профессиональной деятельности) или учебных практических умений (умений решать задачи по математике, в том числе прикладного характера), необходимых в последующей учебной деятельности.

В соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «Математика» предусмотрено проведение практических занятий.

В результате их выполнения, обучающийся должен:

уметь:

- Анализировать сложные функции и строить их графики;
- Выполнять действия над комплексными числами;
- Вычислять значения геометрических величин;
- Производить операции над матрицами и определителями;
- Решать задачи на вычисление вероятности с использованием элементов комбинаторики;
- Решать прикладные задачи с использованием элементов дифференциального и интегрального исчислений;
- Решать системы линейных уравнений различными методами.

Содержание практических и лабораторных занятий ориентировано на подготовку обучающихся к освоению профессионального модуля программы подготовки специалистов среднего звена по специальности и овладению ***профессиональными компетенциями:***

ПК 5.1 Планировать деятельность подразделения по техническому обслуживанию и ремонту систем, узлов и двигателей автомобиля.

А также формированию ***общих компетенций***:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.

ОК 02 Использовать современные средства поиска, интерпретации информации, и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности.

Выполнение студентами практических работ по учебной дисциплине «Математика» направлено на:

– обобщение, систематизацию, углубление, закрепление, развитие и детализацию полученных теоретических знаний по конкретным темам учебной дисциплины;
– формирование умений применять полученные знания на практике, реализацию единства интеллектуальной и практической деятельности;
– выработку при решении поставленных задач профессионально значимых качеств, таких как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива.

Практические занятия проводятся в рамках соответствующей темы, после освоения дидактических единиц, которые обеспечивают наличие знаний, необходимых для ее выполнения.

2 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Тема 1.1 Предел функции. Непрерывность функции
Практическое занятие №1

Нахождение пределов функций с помощью замечательных пределов

Цель: научиться вычислять пределы функций с помощью замечательных пределов.

Выполнив работу, вы будете уметь:
- анализировать сложные функции и строить их графики;
-анализировать задачу и/или проблему и выделять её составные части;
- определять этапы решения задачи;
- составлять план действий.

Выполнение практической работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.

ПК 5.1 Планировать деятельность подразделения по техническому обслуживанию и ремонту систем, узлов и двигателей автомобиля.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, таблица производных, конспекты лекций.

Задание:

Найти предел функции:

1. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{6x}{7\sin 8x}$

2. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin \frac{x}{10}}{2x}$

3. $\lim\limits_{x \to \infty} \left(1 + \frac{8}{5x}\right)^{3x}$

4. $\lim\limits_{x \to \infty} \left(1 - \frac{5}{4x}\right)^{-7x}$

5. $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1}\right)^{x}$

.

Порядок выполнения работы:

1 Определить вид неопределенности в пределе.

2 Определить формулой какого замечательного предела нужно воспользоваться для нахождения предела.

3 Вычислить предел.

Ход работы:

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=0$ - первый замечательный предел;

$\lim\limits_{x\to 0}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x}=e$ - второй замечательный предел.

Найдите предел функции:

1) $$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{3\cdot\sin 3x}{3x}=3\cdot\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{3x}=3$$

2) $$\lim_{x\to 0}\frac{tg5x}{\sin 3x}=\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin 5x}{\cos 5x}\cdot\frac{1}{\sin 3x}\right)=\lim_{x\to 0}\left(\frac{5\sin 5x}{5x}\cdot\frac{1}{\cos 5x}\cdot\frac{1}{\dfrac{3\sin 3x}{3x}}\right)=$$

$$=\frac{5}{3}\cdot\frac{1}{\lim\limits_{x\to 0}\cos 5x}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{\sin 5x}{5x}\cdot\frac{1}{\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{3x}}=\frac{5}{3}\cdot\frac{1}{1}\cdot 1\cdot\frac{1}{1}=\frac{5}{3}$$

3) $$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{3}{2x}\right)^{5x}=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{\left(\dfrac{2x}{3}\right)}\right)^{\frac{2x}{3}\cdot\frac{3}{2}\cdot 5}=\left(\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{\left(\dfrac{2x}{3}\right)}\right)^{\frac{2x}{3}}\right)^{\frac{15}{2}}=e^{\frac{15}{2}}$$

4) $$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x}{2x-3}\right)^{2-5x}=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x-3+3}{2x-3}\right)^{2-5x}=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x-3}{2x-3}+\frac{3}{2x-3}\right)^{2-5x}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{\dfrac{2x-3}{3}}\right)^{2-5x}=\lim_{x\to\infty}\left(\left(1+\frac{1}{\dfrac{2x-3}{3}}\right)^{\frac{2x-3}{3}}\right)^{\frac{3}{2x-3}\cdot(2-5x)}=\lim_{x\to\infty}e^{\frac{3}{2x-3}\cdot(2-5x)}=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{(2-5x)\cdot 3}{2x-3}}=e^{-\frac{15}{2}}$$

Форма представления результата:

Работа должна быть представлена в письменном виде.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов

Тема 1.2 Дифференциальное исчисление

Практическое занятие № 2
Дифференцирование сложных функций.

Цель работы: научиться находить производные сложных функций.

Выполнив работу, Вы будете:
уметь:
– анализировать сложные функции и строить их графики;
– решать прикладные задачи с использованием элементов дифференциального и интегрального исчислений
– анализировать задачу или проблему и выделять ее составные части;
– определять этапы решения задачи;
– составлять план действий.

Выполнение практической работы способствует формированию:
ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.
ПК 5.1 Планировать деятельность подразделения по техническому обслуживанию и ремонту систем, узлов и двигателей автомобиля.

Материальное обеспечение: Индивидуальные задания, таблица производных, конспекты лекций.

Задание:
Найти производные функций

1. $y = (5x^3 - 2x)^6$
2. $f(x) = 3\sin(2x - \frac{\pi}{4})$
3. $f(x) = arcsin4x + arccos^2x$
4. $f(x) = log_5(7x^4 - 5x^3 + 1)$
5. $f(x) = ln\sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}}$

Порядок выполнения работы:
1. Определить вид функции. Ввести промежуточный аргумент.
2. Определить, какими правилами дифференцирования нужно воспользоваться. Применить соответствующее правило.
3. Используя таблицу производных, найти производные функций.
4. Раскрыть скобки и привести подобные, если это упростит запись функции.

Ход работы:
Найти производные функций:

1. $g(x) = (1 - 4x^2)^{10}$

Функция является сложной степенной. Введем промежуточный аргумент $u = 1 - 4x^2$. Для дифференцирования нужно воспользоваться формулой $(u^n)' = nu^{n-1} \cdot u'$

$y' = 10(1 - 4x^2)^9 \cdot (1 - 4x^2)' = 10\,(1 - 4x^2)^9(-8x) = -80x(1 - 4x^2)^9$

2. $f(x) = \sin\frac{1}{2}x \cdot \cos 2x$

Функция представляет собой произведение двух сложных тригонометрических функций. Поэтому сначала воспользуемся правилом дифференцирования $(U \cdot V)' = U'V + UV'$

$$f'(x) = (\sin\frac{1}{2}x \cdot \cos 2x)' = (sin\frac{1}{2}x)'cos2x + sin\frac{1}{2}x(cos2x)'$$

Введем промежуточный аргумент : для первой функции $u = \frac{1}{2}x$, для второй функции $u = 2x$.

При дифференцировании используем следующие формулы:
$(\sin u)' = cosu \cdot u', (cosu)' = -\sin u\, u'$.

$$f'(x) = (\sin\frac{1}{2}x \cdot \cos 2x)' = (sin\frac{1}{2}x)'cos2x + sin\frac{1}{2}x(cos2x)'$$
$$= cos\frac{1}{2}x \cdot \left(\frac{1}{2}x\right)' \cdot cos2x + sin\frac{1}{2}x \cdot (-sin2x) \cdot (2x)'$$
$$= \frac{1}{2}cos\frac{1}{2}x \cdot cos2x - 2sin\frac{1}{2}x \cdot sin2x.$$

3. $y = \frac{2^{3x+5x^2}}{log_2(3+10x)}$

Функция представляет собой частное двух сложных функций. Поэтому сначала воспользуемся правилом дифференцирования $\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V-UV'}{V^2}$

$$y' = \frac{(2^{3x+5x^2})' \cdot \log_2(3+10x) - 2^{3x+5x^2} \cdot (\log_2(3+10x))'}{(\log_2(3+10x))^2}$$

Введем промежуточный аргумент : для первой функции $u = 3x + 5x^2$, для второй функции $u = 3 + 10x$.

При дифференцировании используем следующие формулы:
$(a^u)' = a^u lna \cdot u', (\log_a u)' = \frac{1}{ulna} \cdot u'$.

$$y' = \frac{(2^{3x+5x^2})' \cdot \log_2(3+10x) - 2^{3x+5x^2} \cdot (\log_2(3+10x))'}{(\log_2(3+10x))^2}$$
$$= \frac{2^{3x+5x^2} ln2(3x+5x^2)' \log_2(3+10x) - 2^{3x+5x^2} \cdot \frac{1}{(3+10x)ln2}(3+10x)'}{(\log_2(3+10x))^2}$$
$$= \frac{2^{3x+5x^2} ln2(3+10x) \log_2(3+10x) - 2^{3x+5x^2} \cdot \frac{10}{(3+10x)ln2}}{(\log_2(3+10x))^2}$$

4. $f(x) = arcsin\frac{3}{5}x + arccos5x$

Функция представляет собой сумму двух сложных обратных тригонометрических функций. Поэтому сначала воспользуемся правилом дифференцирования $(U + V)' = U' + V'$.

$$f'(x) = \left(arcsin\frac{3}{5}x\right)' + (arccos5x)'$$

Введем промежуточный аргумент : для первой функции $u = \frac{3}{5}x$, для второй функции $u = 5x$.

При дифференцировании используем следующие формулы:

$$(arcsinu)' = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}\,; (arccosu)' = -\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$$

$$f'(x) = \left(arcsin\frac{3}{5}x\right)' + (arccos5x)' = \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{3}{5}x)^2}}\left(\frac{3}{5}x\right)' - \frac{1}{\sqrt{1-(5x)^2}}(5x)' = \frac{3}{5\sqrt{1-\frac{9}{25x^2}}} - \frac{5}{\sqrt{1-25x^2}}$$

$5. f(x) = arccos\sqrt{1-e^{2x}}$

Функция является сложной обратной тригонометрической. Введем промежуточный аргумент $u = \sqrt{1-e^{2x}}$. Для дифференцирования нужно воспользоваться формулой $(arccosu)' = -\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$.

$$f'(x) = \left(arccos\sqrt{1-e^{2x}}\right)' = -\frac{1}{\sqrt{1-(1-e^{2x})}} \cdot (\sqrt{1-e^{2x}})'$$

Промежуточный аргумент является также сложной функцией. Введем и для него новый промежуточный аргумент

$u = 1 - e^{2x}$

Для дифференцирования нужно воспользоваться формулой

$\left(\sqrt{u}\right)' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$.

$f'(x) = \left(arccos\sqrt{1-e^{2x}}\right)' = -\frac{1}{\sqrt{1-(1-e^{2x})}} \cdot \left(\sqrt{1-e^{2x}}\right)' = -\frac{1}{\sqrt{1-1+e^{2x}}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{1-e^{2x}}} \cdot (1-e^{2x})' =$
$-\frac{1}{e^x}\frac{1}{2\sqrt{1-e^{2x}}}(-2e^x) = \frac{1}{\sqrt{1-e^{2x}}}$

.

Форма представления результата:

Работа должна быть представлена в письменном виде.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов

Тема 1.2 Дифференциальное исчисление

Практическое занятие № 3
Применение производной к исследованию функций.

Цель работы: научиться исследовать функции с помощью производной и строить графики.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

– анализировать сложные функции и строить их графики;
– решать прикладные задачи с использованием элементов дифференциального иинтегрального исчислений
– анализировать задачу или проблему и выделять ее составные части;
– определять этапы решения задачи;
– составлять план действий.

Выполнение практической работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.

ПК 5.1 Планировать деятельность подразделения по техническому обслуживанию и ремонту систем, узлов и двигателей автомобиля.

Материальное обеспечение: Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

Исследовать функцию по общей схеме и построить ее график:

1. $f(x) = 5x^3 - 3x^5$.
2. $f(x) = \frac{x}{x^2-4}$.

Порядок выполнения работы:

1. Запишите функцию.
2. Используя общую схему, исследуйте функцию.
3. По результатам исследования постройте график функции

Ход работы:

Исследовать функцию и построить ее график.

$$y = \frac{x^2}{2(x-1)}.$$

1. Область определения функции $D(y): (-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

2. При подстановке значения $x=0$ получим $y(0) = \frac{0}{2(0-1)} = 0$.

Такую же точку получим если приравняем функцию к нулю. Точка $x=0$ - единственная точка пересечения с осями координат.

3. Проверяем функцию на четность

$$y(-x) = \frac{(-x)^2}{2(-x-1)} = -\frac{x^2}{2(x+1)};$$

$$y(-x) \neq y(x), \quad y(-x) \neq -y(x).$$

Итак функция ни четная, ни нечетная, непериодическая.

4. Для отыскания интервалов монотонности вычисляем первую производную функции $y' = \frac{2x\cdot(x-1)-x^2}{2(x-1)^2} = \frac{x(x-2)}{2(x-1)^2}$.

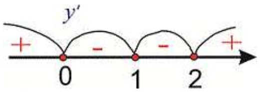
Приравнивая ее к нулю получим точки подозрительные на экстремум $x=0, x=2$. Они разбивают область определения на следующие интервалы монотонности $(-\infty;0)\cup(0;1)\cup(1;2)\cup(2;+\infty)$.

Исследуем поведение производной слева и справа от найденных точек разбиения

$$y'(-1) = \frac{-1(-1-2)}{2(-1-1)^2} = \frac{1}{4} > 0; \; y'(0.5) = \frac{0.5(0.5-2)}{2(0.5-1)^2} = -1.5 < 0;$$

$y'(1,5)=\frac{1,5(1,5-2)}{2(1,5-1)^2}=-1,5<0;\ y'(3)=\frac{3(3-2)}{2(3-1)^2}=\frac{3}{8}>0.$

Графически интервалы монотонности будут иметь вид



Исследуемая функция возрастает на интервалах $(-\infty;0),(2;+\infty)$ и убывает $(0;1),(1;2)$.

Точка $x=0$ – точка локального максимума, $x=2$ – локального минимума. Найдем значение функции $y_{\max}=0,\ y_{\min}=\frac{2^2}{2(2-1)}=2.$

5. Для отыскания интервалов выпуклости найдем вторую производную

$$y''=\frac{(2x-2)(x-1)^2-2x(x-2)(x-1)}{2(x-1)^4}=\frac{1}{(x-1)^3}.$$

Таких интервалов нет, поскольку вторая производная не принимает нулевых значений в области определения.

6. Точка $x=1$ – вертикальная асимптота функции. Уравнение наклонной асимптоты имеет вид $y=kx+b$.

Находим нужные границы

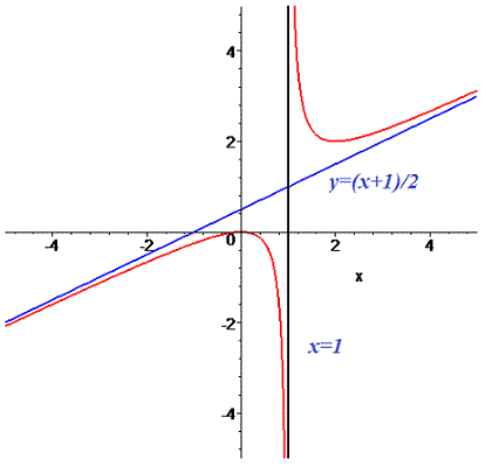
$$k=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^2}{2x(x-1)}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^2}{2x^2\left(1-\frac{1}{x}\right)}=\frac{1}{2};$$

$$b=\lim_{x\to\pm\infty}\left(\frac{x^2}{2(x-1)}-\frac{1}{2}x\right)=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^2-x(x-1)}{2(x-1)}==\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x}{2(x-1)}=\frac{1}{2}.$$

Конечный вид прямой следующий

$$y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}.$$

7. На основе проведенного анализа выполняем построение графика функции. Для этого сначала строим вертикальные и наклонные асимптоты, затем находим значение функции в нескольких точках и по них проводим построение.



Форма представления результата:

Работа должна быть представлена в письменном виде.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов

Тема 1.2 Дифференциальное исчисление

Практическое занятие № 4
Применение производной к решению практических задач

Цель работы: научиться применять производную функции при решении задач.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

– анализировать сложные функции и строить их графики;
– решать прикладные задачи с использованием элементов дифференциального и интегрального исчислений
– анализировать задачу или проблему и выделять ее составные части;
– определять этапы решения задачи;
– составлять план действий.

Выполнение практической работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.

ПК 5.1 Планировать деятельность подразделения по техническому обслуживанию и ремонту систем, узлов и двигателей автомобиля.

Материальное обеспечение: Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $f(x) = x^4 - 8x^2 - 9$ на отрезке :$a)[-1;1]$;б) $[0;3]$.
2. Имеется проволока длиной *a* метров. Требуется оградить этой проволокой прямоугольный участок земли, одна сторона которого примыкает к стене заводского здания, так, чтобы площадь огороженного участка была наибольшей.
3. Стоимость эксплуатации автотранспорта, идущего со скоростью v км/ч, составляет $C = (90 + 0{,}4v^2)$ руб/ч. С какой скоростью должен ехать трактор, чтобы стоимость 1км пути была наименьшей, если f(v) = C•t
4. Переезжая с поля в бригаду, при скорости v км /ч, трактор расходует $m=5 \cdot \sqrt{\frac{v}{50-v}}$. литров солярки в час. Найти минимальный запас солярки, позволяющий проехать 20 км.

Порядок выполнения работы:

1. Находим критические точки функции.
2. Проверяем, какие из найденных критических точек лежат внутри заданного отрезка.
3. Находим значения функции на концах отрезка и в тех критических точках, которые попадают в этот отрезок.
4. Из всех полученных значений функции выбираем наименьшее и наибольшее .

Ход работы:

1. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $f(x) = -2x^3 - 3x^2 + 4$ на промежутке :$a)[-2; -0{,}5]$;б) $[1; 3]$.

Решение. Находим критические точки функции.

$$f^{/}(x) = (-2x^3 - 3x^2 + 4)^{|} = -x^2 - 6x = -6x(x + 1);$$

$f^{/}(x) = 0$; $-6x(x + 1)=0$; $x = 0$ и $x = -1$. получили две критические точки: $x = 0$ и $x = -1$.

a) В промежутке $[-2; -0{,}5]$ лежит одна из критических точек:x= -1.

Так как $f(-2) = 8, f(-1) = 3. f(-0{,}5) = 3{,}5$, то наименьшее значение функция $f(x) = -2x^3 - 3x^2 + 4$ достигает в точке $x = -1$ и равно 3, а наибольшее - в точке $x = -2$ и равно 8.. Кратко это можно записать так: $\min_{[-2;-0{,}5]} f(x) = f(-1) = 3. \max_{[-2;-0{,}5]} f(x)=f(-2) = 8$.

б) Отрезку $[1; 3]$ не принадлежит ни одна из критических точек, поэтому найдём значения функции на концах отрезка: $f(1) = -2 \cdot 1^3 - 3 \cdot 1^2 + 4 = -1. [1; 3]; f(3) = -2 \cdot 3^3 - 3 \cdot 3^2 + 4 = -77.$. Кратко это можно записать так: $\min_{[\ \ |1;3]} f(x) = f(3) = -7; . \max_{[1;3]} f(x)=f(1) = -1$.

2. Число 86 представлено в виде суммы двух слагаемых так, что их произведение максимально. Найдите эти слагаемые.

Решение. Пусть заданное число представлено в виде суммы двух слагаемых x и y,т.е.86= $x + y$. Выразим второе слагаемое через x:

y=86-x.Запишем произведение этих чисел в виде функции от x:$f(x) = x \cdot (86 - x)$ Найдём значение x, при котором функция

$f(x) = x \cdot (86 - x)$ достигает максимума..Найдём производную$f^{/}(x)$ и приравняем её нулю. $f^{/}(x)$ =$(x \cdot (86 - x))^{/} = (86x - x^2)^{/}$=$86 - 2x = 2(43 - x)$,

$$2(43 - x) = 0, x = 43.$$

Определим второе слагаемое: $y = 86 - x = 86 - 43 = 43$.

Ответ: $x = 43$; $y = 43$.

3. Переезжая с поля в бригаду, при скорости v км /ч, трактор расходует $m=5 \cdot \sqrt{\frac{v}{50-v}}$ литров солярки в час. Найти минимальный запас солярки, позволяющий проехать 20 км.

Решение:

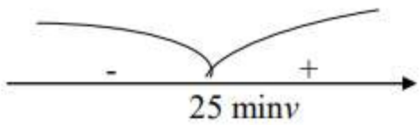
1) $t = \frac{s}{v}$ $\Rightarrow t = \frac{20}{v}$ где $v(t) \epsilon (0:50)$

За время t получим $f(v)=m \cdot t$

$$f(v) = \frac{20}{v} \cdot 5 \cdot \sqrt{\frac{v}{50-v}} = \frac{100}{v} \cdot \sqrt{\frac{v}{50-v}} = \frac{100}{\sqrt{50v-v^2}}$$

$$f'(v)=((100 \cdot (\sqrt{50v - v^2})^{-1})' = \frac{50(2v-50)}{\sqrt{50v-v^2}^{\,2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{50v-v^2}}$$

$f'(v)=0$ $\Rightarrow$ $50(2v-50)=0$ $v=25$



$v=$ 25km/ч ; $f(25)=\frac{100}{25} \cdot \frac{\sqrt{25}}{50-25} = 4$л.

Ответ: 4 л.

Форма представления результата:
Работа должна быть представлена в письменном виде.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов

Тема 1.3 Интегральное исчисление

Практическое занятие № 5

Методы вычисления неопределенных интегралов. Метод замены.

Цель работы:
Научиться находить неопределенные интегралы методом замены переменной.

Выполнив работу, Вы будете:
уметь:
- анализировать сложные функции истроить их графики;
- решать прикладные задачи с использованием элементов дифференциального и интегрального исчислений;
- анализировать задачу или проблему и выделять ее составные части;
- определять этапы решения задачи;
- составлять план действий.

Выполнение практической работы способствует формированию:
ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.
ПК 5.1 Планировать деятельность подразделения по техническому обслуживанию и ремонту систем, узлов и двигателей автомобиля.

Материальное обеспечение:
Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:
Найдите неопределенные интегралы:

1) $\int (8x^4 - 6x^2 + 2x - 3)dx$

2) $\int \frac{3x^4+2x^2-3x+7}{x^2}dx$

3) $\int \cos(10x - 5)\, dx$

4) $\int 3^{4x^2} x dx$

5) $\int \frac{5dx}{25+16x^2}$

6) $\int \frac{x^2dx}{(1-2x^3)^2}$

Порядок выполнения работы:

1. Записать задание и определить, каким из методов интегрирования необходимо воспользоваться.
2. Если интеграл можно найти методом непосредственного интегрирования, то, используя свойства интегралов, приведите интеграл к табличным формулам. Проинтегрируйте.
3. Если интеграл можно найти методом подстановки, то введите новую переменную, найдите ее дифференциал. После введения новой переменной заданный интеграл приводится к новому интегралу, который является табличным. Найдите полученный интеграл. В случае неопределенного интеграла вернитесь к старой переменной.

Ход работы.

Найти интегралы:

1) $\int \frac{6x^4-5x^2+3x+4}{x^2}dx$

Чтобы найти этот интеграл, нужно сначала привести подынтегральное выражение к табличному виду. Для этого применяем почленное деление:

$$\int \frac{6x^4 - 5x^2 + 3x + 4}{x^2}dx$$
$$= \int \left(\frac{6x^4}{x^2} - \frac{5x^2}{x^2} + \frac{3x}{x^2} + \frac{4}{x^2}\right)dx$$
$$= \int \left(6x^2 - 5 + \frac{3}{x} + 4x^{-2}\right)dx$$
$$= 6\int x^2dx - 5\int dx$$
$$+ 3\int \frac{dx}{x} + 4\int x^{-2}dx = \frac{6x^3}{3} - 5x + 3\ln|x| + \frac{4x^{-1}}{-1} + C = 2x^3 - 5x + 3\ln|x| - \frac{4}{x} + C$$

2) $\int \frac{15x^2dx}{(1-x^3)^4}$

Этот интеграл можно найти с помощью метода подстановки. Введем новую переменную.

$$\int \frac{15x^2dx}{(1-x^3)^4} = \begin{bmatrix} 1 - x^3 = t \\ d(1-x^3) = dt \\ -3x^2dx = dt \\ x^2dx = -\dfrac{dt}{3} \end{bmatrix} = \int \frac{15dt}{-3t^4} = -5\int t^{-4}dt = -5\frac{t^{-3}}{-3} + C = \frac{5}{3t^3} + C = \frac{5}{3(1-x^3)^3} + C$$

3) $\int (x^3 - 4x)lnx \cdot dx$

Этот интеграл можно найти с помощью метода интегрирования по частям, он относится ко второму виду, поэтому $U = lnx,\ dV = (x^3 - 4x)dx$.

$$dU = \frac{1}{x}dx, \qquad V = \int (x^3 - 4x)dx = \frac{x^4}{4} - 2x^2$$

Используя формулу интегрирования по частям, получаем

$$\int (x^3 - 4x)lnx \cdot dx = lnx\left(\frac{x^4}{4} - 2x^2\right) - \int \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2\right)\frac{1}{x}dx =$$

$$lnx\left(\frac{x^4}{4} - 2x^2\right) - \int \left(\frac{x^3}{4} - 2x\right)dx = lnx\left(\frac{x^4}{4} - 2x^2\right) - \frac{x^4}{16} + x^2 + C$$

Форма представления результата:
Работа должна быть представлена в письменном виде.

Критерии оценки:
Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все

записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов

Тема 1.3 Интегральное исчисление

Практическое занятие № 6

Вычисление определенных интегралов

Цель работы: Научиться находить определенные интегралы, используя различные методы интегрирования.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- анализировать сложные функции истроить их графики;
- решать прикладные задачи с использованием элементов дифференциального и интегрального исчислений;
- анализировать задачу или проблему и выделять ее составные части;
- определять этапы решения задачи;
- составлять план действий.

Выполнение практической работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.

ПК 5.1 Планировать деятельность подразделения по техническому обслуживанию и ремонту систем, узлов и двигателей автомобиля.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

Вычислите определенные интегралы:

1. $\int_{-2}^{3}(4x^3+3x^2+2x+1)\,dx$
2. $\int_{1}^{4}\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)dx$
3. $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}}\frac{dx}{3\sqrt{1-x^2}}$
4. $\int_{-2}^{5}\frac{dx}{\sqrt[3]{(x+3)^2}}$

Порядок выполнения работы:

1. Записать задание и определить, каким из методов интегрирования необходимо воспользоваться.
2. Если интеграл можно найти методом непосредственного интегрирования, то, используя свойства интегралов, привести интеграл к табличным формулам. Проинтегрировать. Вычислить значение определенного интеграла по формуле Ньютона-Лейбница.

3. Если интеграл можно найти методом подстановки, то ввести новую переменную, найти ее дифференциал. После введения новой переменной заданный интеграл приводится к новому интегралу, который является табличным. Если интеграл определенный, то необходимо вычислить новые пределы интегрирования. Найти полученный интеграл.

Ход работы:

1) $\int_{-1}^{3}(4x^3 - 3x^2 + 2x + 5)dx$

$$\int_{-1}^{3}(4x^3 - 3x^2 + 2x + 5)dx = 4\int_{-1}^{3}x^3dx - 3\int_{-1}^{3}x^2dx + 2\int_{-1}^{3}xdx + 5\int_{-1}^{3}dx = x^4 - x^3 + x^2 + 5x|_{-1}^{3} =$$
$$3^4 - 3^3 + 3^2 + 5\cdot 3 - (1 + 1 + 1 - 5) = 81 - 27 + 9 + 15 + 2 = 80$$

2) $\int_0^{0,4}\frac{5dx}{4+25x^2}$

Этот интеграл можно найти с помощью метода подстановки. Введем новую переменную.

$$\int_0^{0,4}\frac{5dx}{4+25x^2} = \frac{5}{4}\int_0^{0,4}\frac{dx}{1+\frac{25}{4}x^2} == \frac{5}{4}\int_0^{0,4}\frac{dx}{1+\left(\frac{5}{2}x\right)^2} = \begin{bmatrix} \frac{5}{2}x = t \\ \frac{5}{2}dx = dt \\ dx = \frac{2}{5}dt \\ x_H = 0 \;\; t_H = 0 \\ x_B = 0,4 \;\; t_B = 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \frac{5}{4}\cdot\frac{2}{5}\int_0^{1}\frac{dt}{1+t^2} = \frac{1}{2}arctgt|_0^1 = \frac{1}{2}(arctg1 - arctg0) = \frac{1}{2}\cdot\frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{8}.$$

3) $\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{sinxdx}{cos^4x}$

Этот интеграл можно найти с помощью метода подстановки. Введем новую переменную.

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{sinxdx}{cos^3x} = \begin{bmatrix} cosx = t \\ dcosx = dt \\ -sinxdx = dt \\ sinxdx = -dt \\ x_H = 0 \;\; t_H = cos0 = 1 \\ x_B = \frac{\pi}{3} \;\; t_B = cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \int_1^{0,5}\frac{-dt}{t^3} = -\frac{t^{-2}}{-2}|_1^{0,5} = \frac{1}{2t^2}|_1^{0,5} = \frac{1}{2\cdot 0,25} - \frac{1}{2} = 2 - 0,5 = 1,5$$

Форма представления результата:

Работа должна быть представлена в письменном виде.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов

Тема 1.2 Интегральное исчисление

Практическое занятие № 7

Вычисление площадей плоских фигур с помощью определенного интеграла.

Цель работы: научиться применять интегрирование для решения задач геометрии.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- анализировать сложные функции истроить их графики;
- вычислять значения геометрическихвеличин;
- решать прикладные задачи с использованием элементов дифференциального и интегрального исчислений;
- анализировать задачу или проблему и выделять ее составные части;
- определять этапы решения задачи;
- составлять план действий.

Выполнение практической работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.

ПК 5.1 Планировать деятельность подразделения по техническому обслуживанию и ремонту систем, узлов и двигателей автомобиля.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. Форма заготовки имеет вид фигуры, ограниченной линиями. Найти площадь данной заготовки

а) $y = x^2 + 1,\ y = 0,\ x = 1, x = 4;$

б) $y = \ln x, y = 0,\ x = 1, x = e;$

в) $y^2 = x^3; x = 4.$

2. Вычислить объем детали

$y = x^2,\ \ y = 1,\ \textit{вокруг оси } OY$

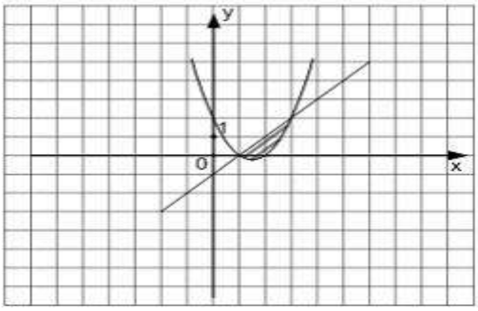
Порядок выполнения работы:

1. Изобразите фигуру на координатной плоскости;
2. Определите, является ли фигура криволинейной трапецией.
3. Вычислите площадь фигуры.

Ход работы:

1. Найти площадь заготовки детали, форма которой ограничена графиками функций $y = x^2 - 3x + 2$ и $y = x - 1$.

Найдем пределы интегрирования - точки пересечения графиков функций, для этого приравняем правые части исходных функций и решим получившееся уравнение $x^2 - 3x + 2 = x - 1$. Корнями этого уравнения являются числа $x = 1$ и $x = 3$, следовательно, они и являются пределами интегрирования.



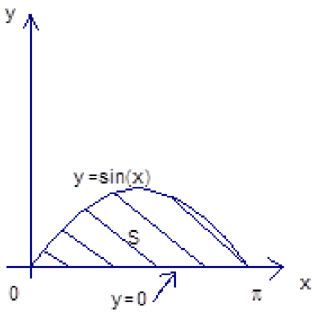
Значит, площадь фигуры равна: $S = \int_1^3 (x-1)dx - \int_1^3 (x^2 - 3x + 2)dx = \frac{x^2}{2} - x - (\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2x)$=4,5−3−0,5+1−273−3·4,5+6−13+1,5−2=113 (кв. ед.)

Получили, что площадь фигуры равна $1\frac{1}{3}$ (кв. ед.)

2. Форма заготовки имеет вид фигуры, ограниченной линиями $y = \sin x, y = 0, x = 0, \ x = \pi$. Найти площадь данной заготовки

Построим фигуру на координатной плоскости.

Фигура, ограниченная линиями $y = \sin x, y = 0, x = 0, \ x = \pi$



Формула: $S = \int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$

В нашем случае $a = 0, b = \pi, f(x) = \sin x$. Итак, надо найти определенный интеграл

$S = \int_0^{\pi} \sin x \, dx = (-\cos x)|_0^{\pi} = -\cos\pi - (-\cos 0)$=-(-1)+1=1+1=2.

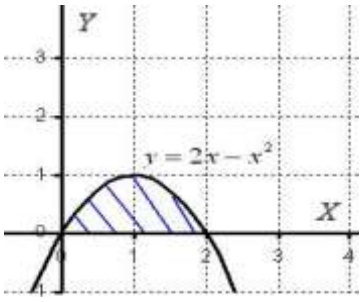
Искомая площадь найдена, и ответ получен.

Ответ: 2

3. Вычислить объем детали, которая идентична телу, полученному вращением фигуры, ограниченной линиями $y = 2x - x^2$, $y = 0$ вокруг оси OX.

Решение: Как и в задаче на нахождение площади, **решение начинается с чертежа плоской**

фигуры. То есть, на плоскости XOY необходимо построить фигуру, ограниченную линиями $y = 2x - x^2$



Искомая плоская фигура заштрихована синим цветом, именно она и вращается вокруг оси OX. В результате вращения получается такая немного яйцевидная летающая тарелка, которая симметрична относительно оси OX.

Объем тела вращения можно вычислить по формуле:

$$V = \pi \int_a^b f^2(x)dx$$

Вычислим объем тела вращения, используя данную формулу:

$$V = \pi \int_a^b f^2(x)dx = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx = \pi \int_0^2 (4x^2 - 4x^3 + x^4)dx =$$

$$= \pi \cdot \left(\frac{4x^3}{3} - x^4 + \frac{x^5}{5} \right)\Bigg|_0^2 = \pi \cdot \left(\frac{32}{3} - 16 + \frac{32}{5} - 0 \right) = \frac{16\pi}{15}$$

Ответ: $V = \frac{16\pi}{15}$ ед^3. $\approx 3{,}35$ ед^3.

Форма представления результата:

Работа должна быть представлена в письменном виде.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов

Тема 1.2 Интегральное исчисление

Практическое занятие № 8

Физические приложения определенного интеграла

Цель работы: научиться решать физические и технические задачи с применением интегрального исчисления.

Выполнив работу, Вы будете:
уметь:
- анализировать сложные функции истроить их графики;
- решать прикладные задачи с использованием элементов дифференциального и интегрального исчислений;
- анализировать задачу или проблему и выделять ее составные части;
- определять этапы решения задачи;
- составлять план действий.

Выполнение практической работы способствует формированию:
ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.
ПК 5.1 Планировать деятельность подразделения по техническому обслуживанию и ремонту систем, узлов и двигателей автомобиля.

Материальное обеспечение:
Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. Найдите путь, совершенный трактором от начала движения до ее остановки, зная скорость ее прямолинейного движения $v = 18t - 6t^2$.

2. Найдите путь, проделанный автомобилем за четвертую секунду, зная скорость ее прямолинейного движения $v = 3t^2 - 2t - 3$.

3. Сила упругости пружины, растянутой на 0,05 м, равна 3Н. Какую работу надо произвести, чтобы растянуть пружину на эти 0,05м?

4. Какую работу надо затратить, чтобы растянуть пружину на 0,05м, если сила 100Н растягивает пружину на 0,01м.

5. Определить силу давления воды на стенку шлюза, длина которого 20 м, а высота 5 м (считая шлюз доверху заполненным водой).

Порядок выполнения работы:
1. Прочитать задачу и определить способ ее решения.
2. Применить формулу интегрального исчисления для решения задачи.
3. Записать ответ.

Ход работы:

Пример 1**.** Найти путь, пройденный телом за 4 секунды от начала движения, если скорость тела v(t) = 10t + 2 (м/с).

Решение: Если v(t)=10t+2 (м/с), то путь, пройденный телом от начала движения (t=0) до конца 4-й секунды, равен

$$S = \int_0^4 (10t + 2)\, dt = 5t^2\Big|_0^4 + 2t\Big|_0^4 = 80 + 8 = 88 \quad (м).$$

Ответ. S = 88(м).

Пример 2. Какую работу нужно затратить, чтобы растянуть пружину на 0,05 м, если сила 100 Н растягивает пружину на 0,01 м?

Решение: По закону Гука упругая сила, растягивающая пружину, пропорциональна этому растяжению x, т. е. F = kx, где k — коэффициент пропорциональности. Согласно условию задачи, сила F = 100 Н растягивает пружину на x = 0,01 м; следовательно, 100 = k*0,01, откуда k = 10000; следовательно,F = 10000x.

Искомая работа на основании формулы равна

$$A = \int_0^{0,05} 10000x\, dx = 5000x^2\Big|_0^{0,05} = 12,5 \ (Дж).$$

Пример 3. В воду опущена прямоугольная пластинка, расположенная вертикально. Ее горизонтальная сторона равна 1 м, вертикальная 2 м. Верхняя сторона находится на глубине 0,5 м. Определить силу давления воды на пластинку.

Решение:

Здесь y = 1, a = 0,5, b = 2 + 0,5 = 2,5 (м), γ = 1000 кг/$м^3$. Следовательно,

$$P = 9810 \int_a^b xy\, dx = 9810 \int_a^b x\, dx = 9810 \frac{x^2}{2}\Big|_{0,5}^{2,5} = 9810 \frac{2,5^2 - 0,5^2}{2} = 29430 \ (H).$$

Форма представления результата:
Работа должна быть представлена в письменном виде.

Критерии оценки:
Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.
Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.
Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.
Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов

Тема 2.1 Алгебраическая форма комплексного числа

Практическое занятие № 9
Действия над комплексными числами в алгебраической форме

Цель: Научиться выполнять действия над комплексными числами, записанными в алгебраической форме.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- выполнять действия над комплексными числами;
- анализировать задачу или проблему и выделять ее составные части;
- определять этапы решения задачи;
- составлять план действий.

Выполнение практической работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.

ПК 5.1 Планировать деятельность подразделения по техническому обслуживанию и ремонту систем, узлов и двигателей автомобиля.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. Даны комплексные числа: z_1= (7;1), z_2=(-1,5;1,5), z_3=(4;-3).
   Записать эти числа в алгебраической форме.
2. Вычислить:
   1) $z_1 + z_2$;
   2) $z_2 - z_3$;
   3) $\frac{z_1}{z_3}$;
   4) $z_2 \cdot z_3$;
   5) z_1^5;
3. Вычислить: $\frac{1+3i}{i-3} + \frac{4-5i}{1+3i} - i^8$

Порядок выполнения работы:

1. Запишите комплексные числа в алгебраической форме $z = a + bi$

2. Выполните действия над комплексными числами в алгебраической форме, используя формулы:

$$z_1 + z_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i;$$

$$z_1 - z_2 = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)i;$$

$$z_1 \cdot z_2 = (a_1 a_2 - b_1 b_2) + (a_1 b_2 + a_2 b_1)i;$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} + \frac{a_2 b_1 - a_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} i.$$

Ход работы:

1. Даны комплексные числа: z_1= (7;1), z_2=(-1,5;1,5), z_3=(4;-3).
   Записать эти числа в алгебраической форме.

Решение: Т.к. алгебраическая форма комплексного числа имеет вид: $z = a + bi$, то числа в алгебраической форме будут записаны в виде:

$z_1 = 7 + i$; $z_2 = -1{,}5 + 1{,}5i$; $z_3 = 4 - 3i$.

2. Вычислить:

$z_1 + z_2 = (7 - 1{,}5) + (1 + 1{,}5)i = 5{,}5 + 2{,}5i$;

$z_2 - z_3 = (-1{,}5 - 4) + (1{,}5 + 3)i = -5{,}5 + 4{,}5i$;

$\frac{z_1}{z_3} = \frac{7+i}{4-3i} = \frac{(7+i)(4+3i)}{(4-3i)(4+3i)} = \frac{28+4i+21i+3i^2}{16-9i^2} = \frac{28+25i-3}{16+9} = \frac{25+25i}{25} = 1 + i$;

$z_2 \cdot z_3 = (-1{,}5 + 1{,}5i)(4 - 3i) = -6 + 4{,}5i + 6i - 4{,}5i^2 = -6 + 10{,}5i + 4{,}5 = -1{,}5 + 10{,}5i$;

$z_1^5 = (7 + i)^5 = ((7 + i)^2)^2(7 + i) = (49 + 14i + i^2)^2(7 + i) = (48 + 14i)^2(7 + i) = (2304 + 1344i + 196i^2)(7 + i) = (2304 + 1344i - 196)(7 + i) = (2108 + 1344i)(7 + i) = 13412 + 11516i$;

3. Вычислить: $\frac{1+3i}{i-3} + \frac{4-5i}{1+3i} - i^8$

Решение:

$\frac{1+3i}{i-3} + \frac{4-5i}{1+3i} - i^8 = -2{,}1 - 2{,}7i$;

1) $\frac{1+3i}{i-3} = \frac{(1+3i)(-i-3)}{(i-3)(-i-3)} = \frac{-i-3-3i^2-9i}{-i^2+9} = \frac{-10i}{10} = -i$

2) $\frac{4-5i}{1+3i} = \frac{(4-5i)(1-3i)}{(1+3i)(1-3i)} = \frac{4-12i-5i+15i^2}{1-9i^2} = \frac{-11-17i}{10} = -1{,}1 - 1{,}7i$

3) $i^8 = (i^2)^4 = (-1)^4 = 1$

4) $-i - 1{,}1 - 1{,}7i - 1 = -2{,}1 - 2{,}7i$

Форма представления результата:

Работа должна быть представлена в письменном виде.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов

Тема 2.2 Тригонометрическая форма комплексного числа

Практическое занятие № 10

Действия над комплексными числами в тригонометрической форме

Цель: Научиться выполнять действия над комплексными числами, записанными в тригонометрической форме.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

– выполнять действия над комплексными числами;
– анализировать задачу или проблему и выделять ее составные части;
– определять этапы решения задачи;
– составлять план действий.

Выполнение практической работы способствует формированию:
ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.
ПК 5.1 Планировать деятельность подразделения по техническому обслуживанию и ремонту систем, узлов и двигателей автомобиля.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. Даны комплексные числа: z_1=(-3;-5), z_2=(-7,2;7,2), z_3=(2;6).
Записать эти числа в тригонометрической форме.

2. Вычислите: $z_2 \cdot z_3$; $\frac{z_1}{z_3}$; z_1^5; $\sqrt{z_2}$.

3. Выполните действия и запишите результат в алгебраической форме:

a) $\left(3 \cdot \left(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4}\right)\right)^2$ b) $\frac{24(\cos 75^0 + i\sin 75^0)}{3(\cos 30^0 + i\sin 30^0)}$

Порядок выполнения работы:

1.Запишите заданные числа в тригонометрической форме, используя алгоритм перехода к тригонометрической форме.

2.Выполните необходимые действия.

Ход работы:

Даны комплексные числа: z_1=(7;1), z_2=(-1,5;1,5), z_3=(4;-3).
1. Записать числа z_1, z_2 и z_3 в тригонометрической форме.
Решение:
1) $z_1 = 7 + i$
$|z_1| = \sqrt{49+1} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$,
Число находится в первой четверти, значит
$\varphi = arctg\frac{1}{7} = arctg\,0{,}1429$.
$z_1 = 7 + i = 5\sqrt{2}(\cos 8°8' + i\sin 8°8')$.
2) $z_2 = -1{,}5 + 1{,}5i$
$|z_2| = \sqrt{(-1{,}5)^2 + 1{,}5^2} = \sqrt{2{,}25 + 2{,}25} = \sqrt{4{,}5} \approx 2{,}1$
Число находится во второй четверти, значит $\varphi = arctg\frac{b}{a} + \pi = arctg(-1) + \pi = -\frac{\pi}{4} + \pi = \frac{3\pi}{4}$;
$z_2 = -1{,}5 + 1{,}5i = 2{,}1\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$.
3) $z_3 = 4 - 3i$

$|z_3| = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5.$

Число находится в четвертой четверти, значит $\varphi = arctg\,\frac{-3}{4} = arctg\,(-0{,}75) = -36^{\circ\circ}52'$.

$$z_3 = 4 - 3i = 5(\cos(-36°52' + i\sin(-36°52').$$

2. Вычислите:

1) $z_2 \cdot z_3$;
2) $\frac{z_1}{z_3}$;
3) z_1^5;
4) $\sqrt{z_2}$;

Решение:

$$z_2 \cdot z_3 = 2{,}1 \cdot 5\left(\cos\left(135° - 36°52'\right) + i\sin\left(135° - 36°52'\right)\right) = 10{,}5(\cos 98°8' + i\sin 98°8');$$

$$\frac{z_1}{z_3} = \frac{5\sqrt{2}}{5}\left(\cos\left(8°8' - \left(-36°52'\right)\right) + i\sin\left(8°8' + 36°52'\right)\right) = \sqrt{2}(\cos 45° + i\sin 45°);$$

$$z_1^5 = \left(5\sqrt{2}\right)^5\left(\cos 5 \cdot 8°8' + i\sin 5 \cdot 8°8'\right) = 12500\sqrt{2}(\cos 40°40' + i\sin 40°40');$$

Воспользуемся формулой:

$$\omega_k = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i\sin\frac{\varphi + 2\pi k}{n}\right)$$

В нашем примере n=2.

$$\sqrt{z_2} = \omega_k = \sqrt{\frac{3\sqrt{2}}{2}}\left(\cos\frac{135° + 360°k}{2} + i\sin\frac{135° + 360°k}{2}\right);$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{3\sqrt{2}}{2}}\left(\cos\frac{135° + 360° \cdot 0}{2} + i\sin\frac{135° + 360° \cdot 0}{2}\right) = \sqrt{2{,}1}(\cos 67°30' + i\sin 67°30');$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{3\sqrt{2}}{2}}\left(\cos\frac{135° + 360° \cdot 1}{2} + i\sin\frac{135° + 360° \cdot 1}{2}\right) = \sqrt{2{,}1}(\cos 247°30' + i\sin 247°30')$$

1. Выполните действия и запишите результат в алгебраической форме:

$$\left(2 \cdot \left(\cos\frac{5\pi}{24} + i\sin\frac{5\pi}{24}\right)\right)^6 = 2^6\left(\cos\frac{5\pi}{24} \cdot 6 + i\sin\frac{5\pi}{24} \cdot 6\right) = 64\left(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4}\right) = 64\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -32\sqrt{2} - 32\sqrt{2}i$$

$$\frac{24(\cos 75^0 + i\sin 75^0)}{3(\cos 15^0 + i\sin 15^0)} = \frac{24}{3}(\cos(75° - 15°) + i\sin(75° - 15°) = 8(\cos 60° + i\sin 60°) = 8\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 4 + 4\sqrt{3}i$$

Форма представления результата:
Работа должна быть представлена в письменном виде.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов

Тема 3.1 Матрицы и определители

Практическое занятие № 11

Действия с матрицами.

Цель: научиться выполнять действия с матрицами.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- производить операции над матрицамии определителями;
- анализировать задачу или проблему и выделять ее составные части;
- определять этапы решения задачи;
- составлять план действий.

Выполнение практической работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.

ПК 5.1 Планировать деятельность подразделения по техническому обслуживанию и ремонту систем, узлов и двигателей автомобиля.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. Даны матрицы

$A=\begin{pmatrix} 0 & -7 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$,

найти $2A - B =$.

2.Даны матрицы

$A=\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$,

Найти матрицу $A \times B - B \times A$.

3. Вычислите матрицу $X = 2CB + 3A^T$, если

$$A=\begin{pmatrix}1&0&-2\\2&1&-1\\1&1&0\end{pmatrix}\ B=\begin{pmatrix}2&-1&2\\-1&2&0\end{pmatrix}\ C=\begin{pmatrix}2&1\\0&-3\\3&2\end{pmatrix}$$

Порядок выполнения работы:
1. Повторите правила и формулы.
2.Определите порядок действия в задании.
3.Для каждого действия примените соответствующую формулу.
4.Оформите решение.

Ход работы:

1. Дано уравнение $A+X=B$. Здесь $A=\begin{pmatrix}7&-3\\2&1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1&4\\0&-5\end{pmatrix}$. Найти X.
Если $A+X=B$, то $X=B-A$. Каждый элемент разности двух матриц B и A равен разности соответствующих элементов данных матриц B и A. Тогда

$$X=\begin{pmatrix}1&4\\0&-5\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}7&-3\\2&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-6&7\\-2&-6\end{pmatrix}.$$

2. Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}2&-3\\-1&1\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}1&2\\0&1\end{pmatrix}$. Найти матрицу $B\times A-A\times B$.
Пусть $C=A\times B$. Тогда элемент c_{ij} матрицы C равен сумме произведений элементов i-ой строки матрицы A на соответствующие элементы j-го столбца матрицы B
$(c_{ij}=\sum\limits_{k=1}^{n}a_{ik}\cdot b_{kj})$.

$$B\times A=\begin{pmatrix}1&2\\0&1\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}2&-3\\-1&1\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}1\cdot2+2\cdot(-1)&1\cdot(-3)+2\cdot1\\0\cdot2+1\cdot(-1)&0\cdot(-3)+1\cdot1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&-1\\-1&1\end{pmatrix}.$$

Аналогично имеем:

$$A\times B=\begin{pmatrix}2&-3\\-1&1\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}1&2\\0&1\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}2\cdot1+(-3)\cdot0&2\cdot2+(-3)\cdot1\\-1\cdot1+1\cdot0&-1\cdot2+1\cdot1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&1\\-1&-1\end{pmatrix}.$$

Тогда матрица

$$B\times A-A\times B=\begin{pmatrix}0&-1\\-1&1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2&1\\-1&-1\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}0-2&-1-1\\-1-(-1)&1-(-1)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2&-2\\0&2\end{pmatrix}.$$

3. Вычислите матрицу $X=2CB+3A^T$, если

$$A=\begin{pmatrix}1&0&-2\\2&1&-1\\1&1&0\end{pmatrix}\ B=\begin{pmatrix}2&-1&2\\-1&2&0\end{pmatrix}\ C=\begin{pmatrix}2&1\\0&-3\\3&2\end{pmatrix}$$

Решение:
Выполним задание по действиям:

1) $2xC = 2\cdot\begin{pmatrix}2 & 1\\ 0 & -3\\ 3 & 2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4 & 2\\ 0 & -6\\ 6 & 4\end{pmatrix}$

2) 2CB=

$$\begin{pmatrix}4 & 2\\ 0 & -6\\ 6 & 4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2 & -1 & 2\\ -1 & 2 & 0\end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix}4\cdot 2+2(-1) & 4\cdot(-1)+2\cdot 2 & 4\cdot 2+2\cdot 0\\ 0\cdot 2+(-6)\cdot(-1) & 0\cdot(-1)+(-6)\cdot 2 & 0\cdot 2+(-6)\cdot 0\\ 6\cdot 2+4\cdot(-1) & 6\cdot(-1)+4\cdot 2 & 6\cdot 2+4\cdot 0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}6 & 0 & 8\\ 6 & -12 & 0\\ 8 & 2 & 12\end{pmatrix}$$

Найдем матрицу, транспонированную к А:

$$A = \begin{pmatrix}1 & 0 & -2\\ 2 & 1 & -1\\ 1 & 1 & 0\end{pmatrix},\quad A^T = \begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ 0 & 1 & 1\\ -2 & -1 & 0\end{pmatrix}$$

1) $3A^T = 3\cdot\begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ 0 & 1 & 1\\ -2 & -1 & 0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3 & 6 & 3\\ 0 & 3 & 3\\ -6 & -3 & 0\end{pmatrix}$

2) $2CB + 3A^T = \begin{pmatrix}6 & 0 & 8\\ 6 & -12 & 0\\ 8 & 2 & 12\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}3 & 6 & 3\\ 0 & 3 & 3\\ -6 & -3 & 0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}9 & 6 & 11\\ 6 & -9 & 3\\ 2 & -1 & 12\end{pmatrix}$

Форма представления результата:
Выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов

Тема 3.1 Матрицы и определители

Практическое занятие № 12

Вычисление определителей

Цель работы: научиться вычислять определители второго и третьего порядков.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

– производить операции над матрицами определителями;
– анализировать задачу или проблему и выделять ее составные части;
– определять этапы решения задачи;
– составлять план действий.

Выполнение практической работы способствует формированию:
ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.
ПК 5.1 Планировать деятельность подразделения по техническому обслуживанию и ремонту систем, узлов и двигателей автомобиля.

Материальное обеспечение:
Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. Известно, что определитель второго порядка

$$\begin{vmatrix} 4 & -3x \\ -1 & 6 \end{vmatrix}$$ равен шести. Найти значение x.

2. Найти значение определителя третьего порядка

$$\begin{vmatrix} 3 & 6 & -3 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & -4 & -1 \end{vmatrix}.$$

3. Найти значение определителя четвертого порядка

$$\begin{vmatrix} 3 & 5 & 7 & 8 \\ -1 & 7 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & 7 & 4 \end{vmatrix}$$

Порядок выполнения работы:
1. Внимательно ознакомьтесь с условием задания.
2. Определите порядок определителя.
3. Для вычисления определителя примените соответствующую формулу.

Ход работы:

1.Вычислить определитель второго порядка

$$\begin{vmatrix} -2 & -4 \\ 5 & 7 \end{vmatrix}.$$

Определителем квадратной матрицы второго порядка (определителем второго порядка) называется число, равное разности произведений элементов главной диагонали и элементов побочной диагонали.

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1$$

Определитель равен

$$\begin{vmatrix} -2 & -4 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} = (-2) \cdot 7 - 5 \cdot (-4) = -14 + 20 = 6.$$

2. Вычислить определитель третьего порядка

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 & -5 \\ 8 & 7 & -2 \\ 2 & -1 & 8 \end{vmatrix}.$$

Определителем квадратной матрицы третьего порядка (определителем третьего порядка) называется число, равное

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{21}a_{32}a_{13} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{23}a_{32}a_{11}$$

Тогда

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 & -5 \\ 8 & 7 & -2 \\ 2 & -1 & 8 \end{vmatrix} = 3\cdot 7\cdot 8 + 8\cdot(-1)\cdot(-5) + 4\cdot(-2)\cdot 2 -$$

$$-2\cdot 7\cdot(-5) - (-1)\cdot(-2)\cdot 3 - 8\cdot 4\cdot 8 = 168 + 40 - 16 + 70 - 6 - 256 = 0.$$

3. Вычислить определитель четвертого порядка

Определителем квадратной матрицы n-го порядка называется число, равное сумме произведений элементов любой строки или столбца на их алгебраические дополнения.

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} = a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13} + a_{14}A_{14}$$

$A_{ij} = (-1)^{i+j}M_{ij}$.

Минором некоторого элемента a_{ij} определителя n-го порядка называется определитель (n-1)-го порядка, полученный из исходного определителя путем вычеркивания строки и столбца, на пересечении которых находится выбранный элемент.

$$\begin{vmatrix} 3 & 5 & 7 & 8 \\ -1 & 7 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & 7 & 4 \end{vmatrix} = 3\mathrm{A}_{11} + (-1)\mathrm{A}_{21} + 0\mathrm{A}_{31} + 1\mathrm{A}_{41}$$

$$= 3\cdot\begin{vmatrix} 7 & 0 & 1 \\ 5 & 3 & 2 \\ -1 & 7 & 4 \end{vmatrix} + 1\cdot\begin{vmatrix} 5 & 7 & 8 \\ 5 & 3 & 2 \\ -1 & 7 & 4 \end{vmatrix} + 0\cdot\begin{vmatrix} 5 & 7 & 8 \\ 7 & 0 & 1 \\ -1 & 7 & 4 \end{vmatrix} - 1\cdot\begin{vmatrix} 5 & 7 & 8 \\ 7 & 0 & 1 \\ 5 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 122$$

Форма представления результата:

Выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов

Тема 3.2 Системы линейных уравнений

Практическое занятие № 13

Решение систем линейных уравнений методом Крамера

Цель работы: научиться решать системы линейных уравнений, используя формулы Крамера.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- решать системы линейных уравнений различными методами;
- анализировать задачу или проблему и выделять ее составные части;
- определять этапы решения задачи;
- составлять план действий.

Выполнение практической работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.

ПК 5.1 Планировать деятельность подразделения по техническому обслуживанию и ремонту систем, узлов и двигателей автомобиля.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

Решить системы линейных уравнений:

1) $\begin{cases} 3x - 5y = 11 \\ 2x + 3y = 20 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x + 3y - 5z = -2 \\ x + y + 2z = 3 \\ 2x - y + 7z = 27 \end{cases}$

Порядок выполнения работы:

1. Запишите систему уравнений.

2.Запишите и вычислите определитель системы.

3.Вычислите определители каждой неизвестной.

4.Найдите значения неизвестных, используя формулы Крамера.

Ход работы:

Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0; \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 5; \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}; \quad \Delta A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 10 \neq 0$$

Вычислим определители каждой переменной:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 5 & -1 & 4 \\ 5 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0 - 15 + 40 - 15 + 10 - 0 = 20$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 2 & 5 & 4 \\ 3 & 5 & -1 \end{vmatrix} = -5 - 30 + 0 + 45 - 0 - 20 = -10$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 5 \\ 3 & 1 & 5 \end{vmatrix} = -5 + 0 + 30 - 0 - 20 - 5 = 0$$

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{20}{10} = 2; \; x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-10}{10} = -1; \; x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{0}{10} = 0$$

Ответ: (2;-1;0).

Форма представления результата: выполненная работа.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов

Тема 3.2 Системы линейных уравнений

Практическое занятие № 14
Решение систем линейных уравнений различными методами

Цель работы: Научиться решать системы линейных уравнений различными методами.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- решать системы линейных уравнений различными методами;
- анализировать задачу или проблему и выделять ее составные части;
- определять этапы решения задачи;
- составлять план действий.

Выполнение практической работы способствует формированию:
ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.
ПК 5.1 Планировать деятельность подразделения по техническому обслуживанию и ремонту систем, узлов и двигателей автомобиля.

Материальное обеспечение:
Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

Решить системы линейных уравнений:

1) $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ 5x_1 + x_2 - 7x_3 = -1 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 11 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 9 \\ -3x_1 - 4x_2 + x_3 = -25 \end{cases}$.

Порядок выполнения работы:

1. Запишите систему линейных уравнений.
2. Решите каждую систему всеми тремя способами.
3. Запишите ответ.

Ход работы:

Решить систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0; \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 5; \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$$

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix};$$

$$\Delta\mathrm{A} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 10 \neq 0$$

Вычислим определители каждой переменной:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 5 & -1 & 4 \\ 5 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0 - 15 + 40 - 15 + 10 - 0 = 20$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 2 & 5 & 4 \\ 3 & 5 & -1 \end{vmatrix} = -5 - 30 + 0 + 45 - 0 - 20 = -10$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 5 \\ 3 & 1 & 5 \end{vmatrix} = -5 + 0 + 30 - 0 - 20 - 5 = 0$$

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{20}{10} = 2;\ x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-10}{10} = -1;\ x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{0}{10} = 0$$

Ответ: (2;-1;0).

Решить систему уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} x_1+2x_2-3x_3=0; \\ 2x_1-x_2+4x_3=5; \\ 3x_1+x_2-x_3=5 \end{cases}$$

Составим расширенную матрицу из коэффициентов при неизвестных и свободных членов:

$$(A|B)=\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 0 \\ 2 & -1 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & -1 & 5 \end{array}\right)$$

Выполним элементарные преобразования над строками матрицы:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 0 \\ 2 & -1 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & -1 & 5 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & -5 & 10 & 5 \\ 0 & -5 & 8 & 5 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & -5 & 8 & 5 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{array}\right)$$

Полученной матрице соответствует система уравнений:

$$\begin{cases} x_1+2x_2-3x_3=0 \\ x_2-2x_3=-1 \\ -2x_3=0 \end{cases};$$

Начиная снизу вверх, находим значения неизвестных:

$$\begin{cases} x_1+2x_2-3x_3=0 \\ x_2-2x_3=-1 \\ x_3=0 \end{cases}; \begin{cases} x_1+2x_2-3x_3=0 \\ x_2=-1 \\ x_3=0 \end{cases}; \begin{cases} x_1+2\cdot(-1)=0 \\ x_2=-1 \\ x_3=0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x_1=2 \\ x_2=-1. \\ x_3=0 \end{cases}$$

Ответ: (2;-1;0).

Решить систему уравнений матричным методом:

$$\begin{cases} x_1+2x_2-3x_3=0; \\ 2x_1-x_2+4x_3=5; \\ 3x_1+x_2-x_3=5 \end{cases}$$

$$\mathrm{A}=\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix};\ \mathrm{X}=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix};\ \mathrm{B}=\begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

$$\Delta\mathrm{A}=\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & 1 & -1 \end{vmatrix}=10\neq 0$$

$$\mathrm{A}_{11}=(-1)^2\begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}=1-4=-3$$

$$\mathrm{A}_{12}=(-1)^3\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -1 \end{vmatrix}=-(-2-12)=14$$

$$\mathrm{A}_{13}=(-1)^4\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}=2+3=5$$

$\mathrm{A}_{21}=-1;\quad \mathrm{A}_{22}=8;\quad \mathrm{A}_{23}=5;\ \mathrm{A}_{31}=5;\ \mathrm{A}_{32}=-10;\ \mathrm{A}_{33}=-5.$

$$A^{-1} = \frac{1}{10}\begin{pmatrix} -3 & -1 & 5 \\ 14 & 8 & -10 \\ 5 & 5 & -5 \end{pmatrix}$$

$$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{10}\begin{pmatrix} -3 & -1 & 5 \\ 14 & 8 & -10 \\ 5 & 5 & -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix} = \frac{1}{10} \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ -10 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Ответ: (2;-1;0).

Форма представления результата:
Выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов

Тема 4.1 Элементы комбинаторики.

Практическое занятие № 15
Решение задач на основные понятия комбинаторики

Цель работы: осмыслить основные понятия комбинаторики, научиться отличать одну выборку от другой, применять формулы для их нахождения.

Выполнив работу, Вы будете:
уметь:

- решать задачи на вычисление вероятности с использованием элементов комбинаторики;
- анализировать задачу или проблему и выделять ее составные части;
- определять этапы решения задачи;
- составлять план действий.

Выполнение практической работы способствует формированию:
ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.
ПК 5.1 Планировать деятельность подразделения по техническому обслуживанию и ремонту систем, узлов и двигателей автомобиля.

Материальное обеспечение:
Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. В чемпионате по профессиональному мастерству участвует 10 студентов из различных колледжей, трое из них займут 1-е, 2-е и 3-е место. Сколько существует различных вариантов?
2. Из группы, в которой учится 12 человек, необходимо выбрать 3 человека в совет колледжа. Сколько существует различных способов такого выбора?
3. На книжной полке выставлены 8 книг различных авторов. Сколько способов имеется для расстановки этих книг в разном порядке?

Порядок выполнения работы:

1. Определите вид выборки без повторения.
2. Выберете соответствующую формулу для вычисления возможных комбинаций.
3. Произведите вычисления, используя понятие факториала.

Ход работы:

1) Кодовый замок открывается последовательным набором четырёх разных цифр. Требуется определить число возможных кодов, которые можно подобрать для этого замка.

Решение.

Возможных цифр всего десять(1,2,3,4,5,6,7,8,9,0).Каждая набранная комбинация кода отличается от другой комбинации хотя бы одной цифрой(1,4,5,7 ≠2,4,5,7),либо порядком набора одинаковых цифр(1,4,5,7≠4,5,7,1),поэтому для подсчёта числа возможных комбинаций кодов используем формулу числа размещений.

Формула размещений имеет вид:$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$. В нашем случае $n = 4\ , m = 10$.

Производим расчёт :$A_{10}^4 = \frac{10!}{(10-4)!}$=$\frac{10!}{6!}$=$\frac{10\cdot9\cdot8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}$=$10\cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5040$

2) Из группы, в которой учится 10 человек, необходимо выбрать 3 человека в совет колледжа. Сколько существует различных способов такого выбора?

Решение.

В данном случае при выборе для нас важен только состав по три человека, порядок выбора роли не играет, поэтому в отличие от первого примера число способов подсчитаем по формуле сочетаний.

Формула сочетаний имеет вид:$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$. В нашем случае n=10, m=3.

Производим расчёт:$C_{10}^3 = \frac{10!}{3!(10-3)!}$=$\frac{10!}{3!7!}$=$\frac{7!\cdot8\cdot9\cdot10}{3\cdot2\cdot1\cdot7!}$ =120.

3) Сколько различных четырёхзначных чисел можно составить из цифр1,2,3.4 9 цифры не повторяются)?

Решение.

.По условию дано множество из четырёх элементов, которые требуется расположить в определённом порядке. Значит, требуется найти количество перестановок их четырёх элементов.

Формула перестановок из п –элементов имеет вид:$P_n = n!$ В нашем случае n =4.

.Произведём расчёт: P_4 =4!=4$\cdot$ 3 $\cdot$ 2 $\cdot$ 1=24.

Форма представления результата: выполненная работа.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены

2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов

Тема 4.2 Элементы теории вероятностей и математической статистики

Практическое занятие №16

Решение практических задач на определение вероятности события

Цель работы: Научиться находить вероятность событий, используя формулы комбинаторики.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- решать задачи на вычисление вероятности с использованием элементов комбинаторики;
- анализировать задачу или проблему и выделять ее составные части;
- определять этапы решения задачи;
- составлять план действий.
- планировать процесс поиска; структурировать получаемую информацию;
- оформлять результаты поиска

Выполнение практической работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.

ОК 02 Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности.

ПК 5.1 Планировать деятельность подразделения по техническому обслуживанию и ремонту систем, узлов и двигателей автомобиля.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. Готовясь к докладу, студент выписал из книги цитату, но, забыв номер страницы, на которой она находилась, написал номер наудачу. Какова вероятность того, что студент записал нужный номер, если он помнит, что номер выражается двузначным числом?
2. В ящике 15 деталей, среди которых 10 окрашены. Сборщик наудачу выбрал 3 детали. Какова вероятность того, что выбранные детали оказались окрашенными?
3. Имеется 8 карточек. Одна сторона каждой из них чистая, а на другой написаны буквы :К,И,Р,Д, А,Н,З,П. Карточки кладут на стол чистой стороной вверх, перемешивают, а затем последовательно одну за другой переворачивают. Какова вероятность того, при последовательном появлении букв будет составлен слово ПРАЗДНИК?
4. Цепь состоит из независимых блоков, соединенных в систему с одним входом и одним выходом.

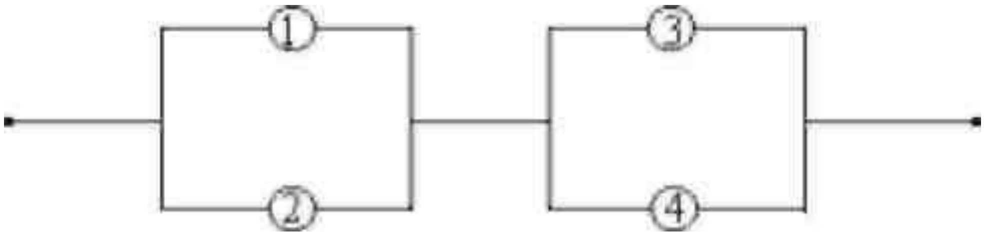


рис. 1

Выход из строя за время Т различных элементов цепи — независимые события, имеющие следующие вероятности: $q_1=0,1;\ q_2=0,2;\ q_3=0,3;\ q_4=0,4.$ Отказ любого из элементов приводит к прерыванию сигнала в той ветви цепи, где находится данный элемент. Найти надежность системы/

Порядок выполнения работы:

1. Определите событие А, вероятность которого нужно вычислить.
2. Просчитайте общее число (n) возможных исходов.
3. Просчитайте число исходов (m), благоприятствующих наступлению события A.
4. Используйте формулу для вычисления вероятности определённого события. $P(A)=\frac{m}{n}$.

Ход работы:

1.Набирая номер телефона, абонент забыл последние 3 цифры и набрал их наудачу, помня . что они различны. Найдите вероятность того, что набраны нужные цифры.

Решение:

Событие А- «номер набран верно».

Число n-общее число исходов испытания получим, воспользовавшись формулами комбинаторики. Всего имеется 10 цифр, т.е. число элементов равно 10; в каждое соединение входит по 3 цифры; порядок цифр (элементов) существенен при наборе номера, значит, нужно найти число размещений из 10 элементов по 3 по формуле:

$A_{10}^3=\frac{10!}{(10-3)!}=\frac{10!}{7!}=\frac{7!\cdot 8\cdot 9\cdot 10}{7!}=720$. Итак, n=720

Число m=1, т.к. только один набор из трёх цифр является нужным. Значит,

$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{1}{720}$

2.Из урны, в которой находятся 12 белых и 8 чёрных шаров, вынимают наудачу два шара. Какова вероятность того, что оба шара окажутся чёрными?

Решение:

Событие А- «оба шара окажутся чёрными».

Число n-общее число исходов испытания получим, воспользовавшись формулами комбинаторики. Общее число возможных случаев n равно числу сочетаний из 20 элементов (12+8) по два: n= $C_{20}^2=\frac{20!}{2!(20-2)!}=\frac{20!}{2!\cdot 18!}=\frac{20\cdot 19\cdot 18!}{1\cdot 2\cdot 18!}$=190.

Число случаев m, благоприятствующих событию А, равно числу сочетаний из 8 элементов (8 черных шаров) по два: n= $C_8^2=\frac{8!}{2!(8-2)!}=\frac{8!}{2!\cdot 6!}=\frac{8\cdot 7\cdot 6!}{1\cdot 2\cdot 16!}$=28

$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{28}{190}\approx 0,147$

3.На пяти карточках разрезной азбуки написаны буквы А,З,К,О,М. Карточки перемешиваются и наугад раскладываются в ряд. Какова вероятность того. Что получится слово ЗАМОК?

Решение: Событие А- «получится слово ЗАМОК».

Число n-общее число исходов испытания получим, воспользовавшись формулами комбинаторики. Общее число возможных случаев n равно числу перестановок из 5 элементов (букв): n=$P_5 = 5!$=5·4·$3 \cdot 2 \cdot 1$=120.

Число случаев m, благоприятствующих событию А, равно 1, т.к. требуется составить слово с буквами, расставленными в определённом порядке. А эти буквы различны.

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{120}$$

4. Цепь состоит из независимых блоков, соединенных в систему с одним входом и одним выходом.

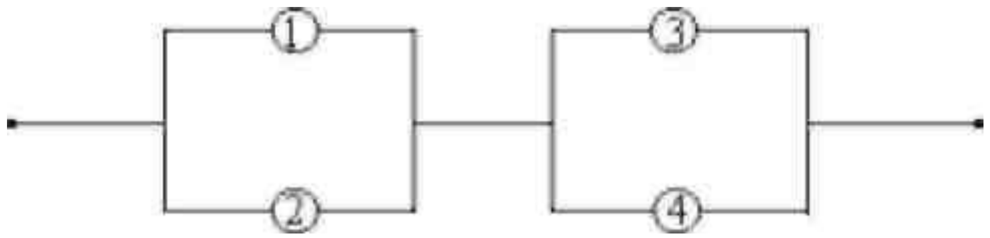


рис. 1

Выход из строя за время Т различных элементов цепи — независимые события, имеющие следующие вероятности: $q_1=0,1;\ q_2=0,2;\ q_3=0,3;\ q_4=0,4.$ Отказ любого из элементов приводит к прерыванию сигнала в той ветви цепи, где находится данный элемент. Найти надежность системы.

Решение:

Событие А – система надежна.

Событие A_i – i-й блок работает безотказно.

Элементы 1 и 2 соединены параллельно, и элементы 3 и 4 соединены параллельно, а между собой они соединены последовательно, тогда используя формулы, получим

$$P(A)=(1-q_1q_2)\cdot(1-q_3q_4)=(1-0,1\cdot0,2)\cdot(1-0,3\cdot0,4)=(1-0,02)\cdot(1-0,12)=0,98\cdot0,88=0,8624.$$

Форма представления результата: выполненная работа.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов

Тема 4.2 Элементы теории вероятностей и математической статистики

Практическое занятие № 17

Числовые характеристики выборки

Цель работы: научиться решать задачи математической статистики.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- решать задачи на вычисление вероятности с использованием элементов комбинаторики;
- анализировать задачу или проблему и выделять ее составные части;
- определять этапы решения задачи;
- составлять план действий.
- планировать процесс поиска; структурировать получаемую информацию;
- оформлять результаты поиска

Выполнение практической работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.

ОК 02 Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности.

ПК 5.1 Планировать деятельность подразделения по техническому обслуживанию и ремонту систем, узлов и двигателей автомобиля.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. Построить полигоны частот и относительных частот по распределению выборки:

x_i	2	4	7	8	9	12
n_i	p_1^2	$2p_2$	p_2	p_2^2	p_3	$3p_3$

.

2. Постройте гистограммы частот и относительных частот по распределению выборки:

№ интервала	Интервал, $x_i - x_{i+1}$	Сумма частот вариант интервала, n_i
1	3 – 5	p_1

2	5 – 7	$2p_2$
3	7 – 9	$3p_3$
4	9 – 11	p_1^2
5	11 – 13	$2p_2^2$
6	13 – 15	$3p_3^2$
7	15 – 17	p_1+p_2

3. Для генеральной совокупности, заданной распределением:

x_i	5	10	15	20	25	30	35
p_i	p_1	$3p$	p_2	$2p$	p	$2p$	$2p$

.

Найдите генеральную среднюю, генеральную дисперсию, генеральное стандартное отклонение, моду, медиану и размах.

4.Из генеральной совокупности сделана выборка, заданная распределением:

x_i	2	4	6	8	10	12	14
n_i	p_2	$2p$	p_1	p_1^2	p_3	$2p_3$	p_2+p

.

Найти выборочную среднюю выборочные дисперсию и стандартное отклонение. Обратите внимание: p_1 = числу букв в Вашем имени;p_2= числу букв в Вашей фамилии;p_3= числу букв в имени Вашего отца.

Порядок выполнения работы:

1 Прочитав условие предложенной задачи , по конспекту лекции найдите соответствующие формулы.

2.Примените лекционный теоретический материал для решения каждой задачи.

3 В случае необходимости представить геометрическую интерпретацию числовых характеристик выборки.

Ход работы:1. Задано распределение частот выборки:

x_i	2	6	12	15
n_i	3	10	7	5

.

Составить распределение относительных частот.

Определим сначала объем выборки:

$$n = 3 + 10 + 7 + 5 = 25.$$

Найдем относительные частоты по формуле $w_i = \dfrac{n_i}{n}$:

$$w_1 = \frac{3}{25} = 0{,}12;\ w_2 = \frac{10}{25} = 0{,}40;\ w_3 = \frac{7}{25} = 0{,}28;\ w_4 = \frac{5}{25} = 0{,}20.$$

Следовательно,

x_i	2	6	12	15

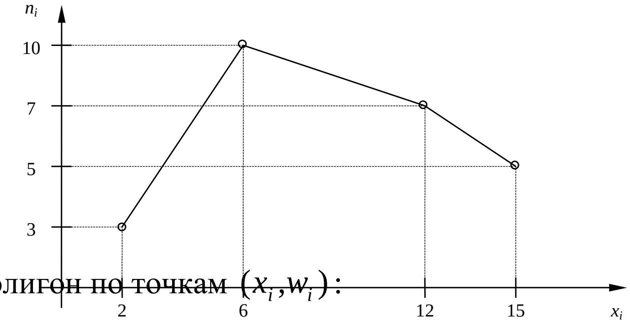
.

w_i	0,1	0,4	0,2	0,2

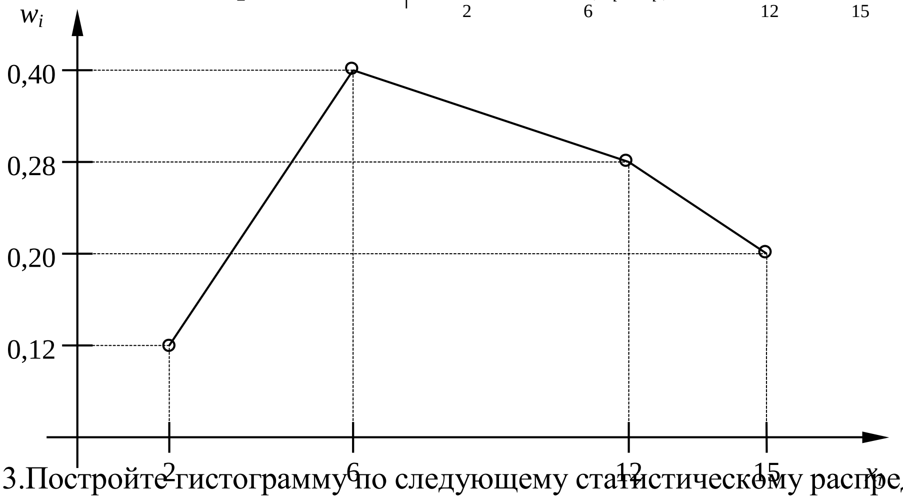
Контроль: $0{,}12+0{,}40+0{,}28+0{,}20=1$.

2.. По результатам примера 1 построить полигоны частот и относительных частот.

Решение. Отобразив на плоскости точки с координатами (x_i, n_i) и соединив их отрезками, получим полигон частот:



Аналогично построим полигон по точкам (x_i, w_i):



3.Постройте гистограмму по следующему статистическому распределению:

№ интервала	Интервал длиной h=5	Сумма частот вариант n_i
1	5 – 10	4
2	10 – 15	6
3	15 – 20	16
4	20 – 25	36
5	25 – 30	24
6	30 – 35	10
7	35 – 40	4

Решение. Прежде всего, определим объем выборки:

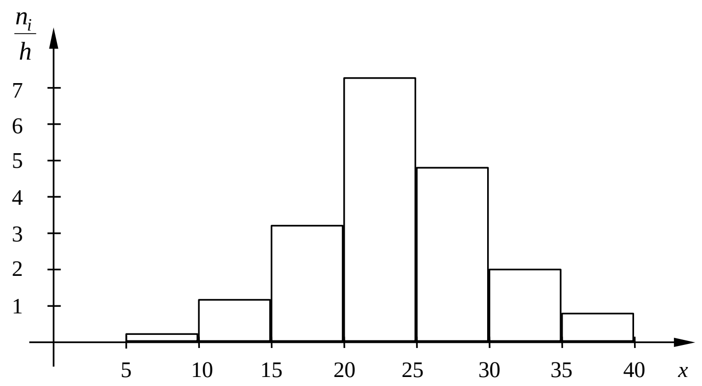
$$n=4+6+16+36+24+10+4=100.$$

По известным суммам частот вариант рассчитаем плотность частоты по интервалам:

№	Плотность		№	Пло

интервала	частоты $\frac{n_i}{h}$		интервала	тность частоты $\frac{n_i}{h}$
1	0,2		5	4,8
2	1,2		6	2,0
3	3,2		7	0,8
4	7,2			

Изобразим полученный результат:



4. Найдите статистические оценки генеральной совокупности, заданной следующим вариационным рядом:

варианта x_i	2	4	5	6
частота N_i	8	9	10	3

Решение. Определим объем совокупности:

$$N_{\Gamma} = 8 + 9 + 10 + 3 = 30 .$$

Найдем генеральную среднюю:

$$\overline{X}_{\Gamma} = \frac{8 \cdot 2 + 9 \cdot 4 + 10 \cdot 5 + 3 \cdot 6}{30} = 4 .$$

Для вычисления генеральной дисперсии используем формулу $D_{\Gamma} = \overline{X_{\text{г}}^{2}} - \left(\overline{X}_{\Gamma}\right)^2$. Определим среднюю квадратов:

$$\overline{X_{\Gamma}^{2}} = \frac{8 \cdot 2^2 + 9 \cdot 4^2 + 10 \cdot 5^2 + 3 \cdot 6^2}{30} = 17{,}8 .$$

Таким образом, $D_Г = 17{,}8 - 4^2 = 1{,}8$.

Генеральное стандартное отклонение: $\sigma_Г = \sqrt{D_Г} = \sqrt{1{,}8} \cong 1{,}34$.

Обычно полученных результатов достаточно для практических задач. Однако можно получить дополнительные характеристики для более тонкой оценки генеральной совокупности. Приведем их:

Мода Mo : наибольшая частота

$$Mo = 10.$$

Медиана Me: вариационный ряд делится пополам в точке

$$Me = 4{,}5.$$

Размах вариации R: в примере $x_{max} = 6; x_{min} = 2$, поэтому

$$R = 6 - 2 = 4.$$

5. Из генеральной совокупности извлечена выборка

x_i	1	2	3	4	5
n_i	92	94	103	10	106

Найдите статистические характеристики выборки.

Решение. Определим объем выборки:

$$n = 92 + 94 + 103 + 105 + 106 = 500.$$

Выборочная средняя:

$$\overline{X}_B = \frac{92 \cdot 1 + 94 \cdot 2 + 103 \cdot 3 + 105 \cdot 4 + 106 \cdot 5}{500} = 1{,}82.$$

Определим среднюю квадратов:

$$\overline{X_B^2} = \frac{92 \cdot 1^2 + 94 \cdot 2^2 + 103 \cdot 3^2 + 105 \cdot 4^2 + 106 \cdot 5^2}{500} = 11{,}45.$$

Выборочная дисперсия:

$$D_B = \overline{X_B^2} - \left(\overline{X}_B\right)^2 = 11{,}45 - 1{,}82^2 \cong 8{,}14.$$

Выборочное стандартное отклонение:

$$\sigma_B = \sqrt{8{,}14} \cong 2{,}85.$$

Форма представления результата: выполненная работа.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены

2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов

Тема 4.2 Элементы теории вероятностей и математической статистики

Практическое занятие № 18

Решение задач с реальными дискретными случайными величинами

Цель работы: научиться решать задачи математической статистики.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

– решать задачи на вычисление вероятности с использованием элементов комбинаторики;
– анализировать задачу или проблему и выделять ее составные части;
– определять этапы решения задачи;
– составлять план действий.
– планировать процесс поиска; структурировать получаемую информацию;
– оформлять результаты поиска

Выполнение практической работы способствует формированию:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.

ОК 02 Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности.

ПК 5.1 Планировать деятельность подразделения по техническому обслуживанию и ремонту систем, узлов и двигателей автомобиля.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. Дискретная случайная величина X имеет закон распределения.

x_i	0,2	0,4	0,6	0,8	1
p_i	0,1	0,2	0,4	P_4	0,1

Чему равна вероятность P_4? Найти математическое ожидание и дисперсию.

2. Дискретная случайная величина X имеет закон распределения.

x_i	3	4	5	6	7
p_i	P_1	0,15	P_3	0,25	0,35

Найти вероятность P_1 и P_3, если известно, что P_3 в 4 раза больше P_1. Найти математическое ожидание и дисперсию.

3. В партии из 10 деталей имеется 8 стандартных. Наудачу отобраны 2 детали. Составить закон распределния числа стандартных деталей среди отобранных. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратичное отклонение.

4. Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента в одном опыте равна 0,1. Составить закон распределения числа отказавших элементов в одном опыте. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратичное отклонение.

Порядок выполнения работы:

1. Составьте закон распределения случайных величин.
2. Посчитайте математическое ожидание.
3. Посчитайте дисперсию.
4. Посчитайте среднеквадратичное отклонение.

Ход работы:

1. Дискретная случайная величина X имеет закон распределения.

x_i	1	2	5
p_i	0,3	P_2	0,2

Чему равна вероятность P_2? Найти математическое ожидание и дисперсию.

Решение. $P_2 = 1 - P_1 - P_3 = 1 - 0{,}3 - 0{,}2 = 0{,}5$ -

M(X) = 1·0,3 + 2·0,5 + 5·0,2 = 2,3 – математическое ожидание.

D(X) = $(1\text{-}2{,}3)^2$·0,3 + $(2\text{-}2{,}3)^2$·0,5 + $(5\text{-}2{,}3)^2$·0,2 = 2,01 – дисперсия.

2. Найти математическое ожидание M(X), дисперсию D(X) и среднее квадратичное отклонение $\sigma(x)$ дискретной случайной величины X, заданной законом распределения в таблице 1:

Таблица 1

X	-5	2	3	4
p	0,4	0,3	0,1	0,2

Решение. Математическое ожидание вычисляется по формуле:

M(X) = -5·0,4 + 2·0,3 + 3·0,1 + 4·0,2 = -0,3

Дисперсия вычисляется по формуле: $D(x) = M\left(X^2\right) - [M(X)]^2$.

Закон распределения X^2 представлен в таблице 2:

Таблица 2

X	25	4	9	16
p	0,4	0,3	0,1	0,2

Математическое ожидание X^2:

$M(X^2) = 25 \cdot 0{,}4 + 4 \cdot 0{,}3 + 9 \cdot 0{,}1 + 16 \cdot 0{,}2 = 15{,}3$

Искомая дисперсия : $D(x) = M\left(X^2\right) - [M(X)]^2 = 15{,}3 - (-3)^2 = 15{,}21$

Тогда среднее квадратическое отклонение будет:

$\sigma(x) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{15{,}21} = 3{,}9$

Форма представления результата: выполненная работа.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов