

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет
им. Г. И. Носова»
Многопрофильный колледж



ЦД.01 МАТЕМАТИКА

**Методические указания
для студентов заочной формы обучения
по специальности
08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений**

Магнитогорск, 2020

ОДОБРЕНО:

Предметной комиссией
Математических и естественнонаучных
дисциплин
Председатель Е.С.Корытникова
Протокол №7 от 17.02.2020 г

Методической комиссией МпК
Протокол №3 от 26.02.2020 г.

Составители:

преподаватель ФГБОУ ВО «МГТУ им. Г.И. Носова» МпК *И.А. Панфилова*
преподаватель ФГБОУ ВО «МГТУ им. Г.И. Носова» МпК *Ю.Н. Садчикова*

Методические указания по учебной дисциплине «Математика» составлены в соответствии с требованиями ФГОС среднего общего образования, утвержденного приказом МОиН РФ от 17 мая 2012 г. № 413 и ФГОС СПО по специальности 08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 2.

Методические указания призваны помочь обучающимся заочной формы обучения в самостоятельной работе по изучению материалов учебной дисциплины.

Методические указания содержат рекомендации по изучению теоретического блока, задания и общие рекомендации по выполнению домашней контрольной работы, а также включает задания к экзамену.

СОДЕРЖАНИЕ

1 ПАСПОРТ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	5
2 СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	7
3 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ	14
4 ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ	20
5 ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНУ	28
ПРИЛОЖЕНИЕ А Образовательный маршрут	30
ПРИЛОЖЕНИЕ Б Образец оформления титульного листа контрольной работы	31
ПРИЛОЖЕНИЕ В Образец оформления содержания контрольной работы	32

ВВЕДЕНИЕ

Методические указания для обучающихся заочной формы обучения по учебной дисциплине «Математика» предназначены для реализации требований ФГОС среднего общего образования и ФГОС СПО с учетом профиля получаемого профессионального образования.

Самостоятельная работа при заочной форме обучения является основным видом учебной деятельности и предполагает самостоятельное изучение теоретического материала; выполнение контрольной работы; подготовку к промежуточной аттестации.

Учебным планом для студентов заочной формы обучения предусматриваются теоретические и практические занятия, самостоятельная работа студентов.

Обзорные лекции проводятся по сложным для самостоятельного изучения темам программы и должны помочь студентам систематизировать результаты самостоятельных занятий.

Проведение практических занятий ориентировано на закрепление теоретических знаний, полученных при самостоятельном изучении и на обзорных лекциях, и приобретение необходимых компетенций по изучаемой дисциплине.

Обязательным условием освоения дисциплины является выполнение одной контрольной работы.

Методические указания устанавливают единые требования к выполнению и оформлению контрольной работы. Если в ходе самостоятельного изучения дисциплины, при выполнении контрольной работы у Вас возникают трудности, то Вы можете прийти на консультации к преподавателю, которые проводятся согласно графику.

По итогам изучения дисциплины проводится экзамен. Перечни вопросов и варианты заданий представлены в разделе 5.

Настоящие методические указания составлены в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины и включают варианты контрольной работы для студентов заочной формы.

Цель методических указаний – помочь студентам при самостоятельном освоении программного материала и выполнении домашней контрольной работы.

Методические указания включают:

1. Паспорт рабочей программы учебной дисциплины.
2. Тематический план учебной дисциплины.
3. Методические рекомендации по выполнению контрольной работы
4. Варианты контрольной работы
5. Задания для экзамена.
6. Информационное обеспечение
7. Образец оформления титульного листа контрольной работы
8. Образец оформления содержания контрольной работы.

Наряду с настоящими методическими указаниями студенты заочной формы обучения должны использовать учебно-методическую документацию по учебной дисциплины, включающую рабочую программу, методические указания для практических занятий.

1 ПАСПОРТ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1 Место дисциплины в структуре программы подготовки специалистов среднего звена

Учебная дисциплина «Математика» относится к общеобразовательному циклу программы подготовки специалистов среднего звена и относится к предметной области ФГОС среднего общего образования «Математика и информатика».

Уровень освоения учебной дисциплины в соответствии с ФГОС среднего общего образования углубленный (профильный).

1.2 Планируемые результаты освоения дисциплины:

Освоение содержания учебной дисциплины «Математика» обеспечивает достижение обучающимися следующих **результатов**:

Личностные результаты	
ЛР4	сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, основанного на диалоге культур, а также различных форм общественного сознания, осознание своего места в поликультурном мире;
ЛР9	готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;
ЛР13	осознанный выбор будущей профессии и возможностей реализации собственных жизненных планов; отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;
Метапредметные результаты	
МР1	умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
МР3	владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;
МР4	готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, владение навыками получения необходимой информации из словарей разных типов, умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;
МР5	умение использовать средства информационных и коммуникационных технологий (далее - ИКТ) в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности;
МР9	владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств их достижения.
Предметные результаты	
ПР1	сформированность представлений о математике как части мировой культуры и о месте математики в современной цивилизации, о способах описания на математическом языке явлений реального мира;

ПР2	сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;
ПР3	владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
ПР4	владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;
ПР5	сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа;
ПР6	владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;
ПР7	сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;
ПР8	владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач;
ПР9	сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;
ПР10	сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса математики; знаний основных теорем, формул и умения их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;
ПР11	сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат;
ПР12	сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;
ПР13	владение умениями составления вероятностных моделей по условию задачи и вычисления вероятности наступления событий, в том числе с применением формул комбинаторики и основных теорем теории вероятностей; исследования случайных величин по их распределению.

2 СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1 Тематический план

Раздел/ тема дисциплины	Учебная нагрузка обучающихся				Планируемые результаты освоения дисциплины
	Всего	В том числе			
		самостоятельная работа	лекции, уроки	практические занятия	
Раздел 1 Алгебра	72	68	2	2	<i>ЛР4, ЛР9, МР1 МР3, МР4, МР9, ПР1, ПР2, ПР3, ПР4, ПР5, Пр8, ПР10, ПР12</i>
Тема 1.1. Развитие понятия о числе	20	20	0	0	<i>ЛР4, ЛР9, МР1 МР3, МР9, ПР1, ПР2, ПР3, ПР4, Пр8</i>
Тема 1.2 Функции и графики	14	13	1	0	<i>ЛР4, МР1, МР3, МР4, МР9, ПР1, ПР2, ПР5, ПР10, ПР12</i>
Тема 1.3 Корни, степени и логарифмы	38	35	1	2	<i>ЛР9, МР1, МР3, МР9, ПР2, ПР3, ПР4, ПР8, ПР10</i>
Раздел 2 Основы тригонометрии	36	32	2	2	<i>ЛР9, МР1, МР3, МР9, ПР3, ПР4, ПР10</i>
Тема 2.1 Основные понятия тригонометрии. Преобразования тригонометрических выражений	22	20	1	1	<i>ЛР9, МР1, МР3, МР9, ПР3, ПР4, ПР10</i>
Тема 2.2 Тригонометрические уравнения и неравенства	14	12	1	1	<i>ЛР9, МР1, МР3, МР9, ПР3, ПР4, ПР10</i>
Раздел 3 Начала математического анализа	72	67	3	2	<i>ЛР9, ЛР13, МР1, МР3, МР5, МР9, ПР1, ПР2, ПР5, Пр8, ПР10, ПР11, ПР12</i>
Тема 3.1 Производная функции и ее применение	41	38	2	1	<i>ЛР9, ЛР13, МР1, МР3, МР5, МР9, ПР1, ПР2, ПР5, Пр8, ПР10, ПР11, ПР12</i>
Тема 3.2. Интеграл и его применение	31	29	1	1	<i>ЛР9, ЛР13, МР1, МР3, МР5, МР9, ПР5, ПР8, ПР10</i>

Раздел 4 Геометрия	54	50	2	2	<i>ЛР9, ЛР13, МР1, МР3, МР4, МР9, ПР2, ПР3, ПР6, ПР9, ПР10</i>
Тема 4.1 Координаты и векторы	8	8	0	0	<i>ЛР9, МР1, МР3, МР9, ПР6, ПР10</i>
Тема 4.2 Прямые и плоскости в пространстве	20	18	1	1	<i>ЛР9, МР1, МР3, МР4, МР9, ПР2, ПР3, ПР6, ПР9, ПР10</i>
Тема 4.3 Многогранники и круглые тела	26	24	1	1	<i>ЛР9, ЛР13, МР1, МР3, МР4, МР9, ПР1, ПР3, ПР6, ПР10</i>
Раздел 5 Комбинаторика, статистика и теория вероятностей	12	11	1	0	<i>ЛР4, ЛР9, МР1, МР3, МР9, ПР1, ПР7, ПР8, ПР13</i>
Тема 5.1 Элементы комбинаторики	6	5	1	0	<i>ЛР4, ЛР9, МР1, МР3, МР9, ПР1, ПР7, ПР8</i>
Тема 5.2 Элементы теории вероятностей и математической статистики	6	6	0	0	<i>ЛР4, ЛР9, МР1, МР3, МР9, ПР1, ПР7, ПР8, ПР13</i>
Промежуточная аттестация, в том числе консультации	6				<i>ЛР4, МР9, ПР1</i>
Всего	252	228	10	8	

2.2 Содержание учебной дисциплины

Раздел 1 АЛГЕБРА

Тема 1.1 Развитие понятия о числе

Целые и рациональные числа. Действительные числа. Приближенные вычисления. Комплексные числа. Рациональные уравнения и неравенства. Равносильность уравнений, неравенств, систем. Основные приемы их решения (разложение на множители, введение новых неизвестных, подстановка, графический метод). Метод интервалов.

Виды учебной деятельности

Выполнение арифметических действий над числами, сочетая устные и письменные приемы; нахождение приближенных значения величин и погрешностей вычислений (абсолютной и относительной); сравнение числовых выражений; нахождение ошибок в преобразованиях и вычислениях (относится ко всем пунктам программы).

Ознакомление с простейшими сведениями о корнях алгебраических уравнений, понятиями исследования уравнений и систем уравнений.

Изучение теории равносильности уравнений и ее применения. Повторение записи решения стандартных уравнений, приемов преобразования уравнений для сведения к стандартному уравнению. Решение систем уравнений с применением различных способов. Ознакомление с общими вопросами решения неравенств и использование свойств и графиков функций при решении неравенств.

Решение неравенств и систем неравенств с применением различных способов.

Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретирование результатов с учетом реальных ограничений.

Тема 1.2 Функции и графики

Функции. Область определения и множество значений; график функции, построение графиков функций, заданных различными способами.

Свойства функции. Монотонность, четность, нечетность, ограниченность, периодичность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума. Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях. Арифметические операции над функциями. Сложная функция (композиция). Понятие о непрерывности функции.

Обратные функции. Область определения и область значений обратной функции. График обратной функции.

Виды учебной деятельности

Ознакомление с понятием переменной, примерами зависимостей между переменными.

Ознакомление с понятием графика, определение принадлежности точки графику функции. Определение по формуле простейшей зависимости вида ее графика. Выражение по формуле одной переменной через другие. Ознакомление с определением функции, формулирование его. Нахождение области определения и области значений функции. Ознакомление с примерами функциональных зависимостей в реальных процессах из смежных дисциплин. Ознакомление с доказательными рассуждениями некоторых свойств линейной и квадратичной функций, проведение исследования линейной, кусочно-линейной, дробно-линейной и квадратичной функций, построение их графиков. Построение и чтение графиков функций. Исследование функции. Составление видов функций по данному условию, решение задач на экстремум.

Выполнение преобразований графика функции.

Изучение *понятия обратной функции*, определение вида и построение графика обратной функции, нахождение ее области определения и области значений. Применение свойств функций при исследовании уравнений и решении задач на экстремум.

Ознакомление с понятием сложной функции.

Тема 1.3 Корни, степени и логарифмы

Корни и степени. Корни натуральной степени из числа и их свойства. Степени с рациональными показателями, их свойства. Степени с действительными показателями. Свойства степени с действительным показателем.

Логарифм. Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Десятичные и натуральные логарифмы. Правила действий с логарифмами. Переход к новому основанию.

Преобразование алгебраических выражений. Преобразование рациональных, иррациональных, степенных, показательных и логарифмических выражений.

Показательная и логарифмическая функции. Определения функций, их свойства и графики. Преобразования графиков. Параллельный перенос, симметрия относительно осей координат, и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой, растяжение и сжатие вдоль осей координат.

Показательные и логарифмические уравнения. Основные приемы их решения (разложение на множители, введение новых неизвестных, подстановка, графический метод).

Показательные и логарифмические неравенства. Основные приемы их решения.

Виды учебной деятельности

Ознакомление с понятием корня n -й степени, свойствами радикалов и с правилами сравнением корней. Формулирование определения корня и свойств корней. Вычисление и сравнение корней, выполнение прикидки значения корня. Преобразование числовых и буквенных выражений, содержащих радикалы. Выполнение расчетов по формулам, содержащим радикалы, осуществляя необходимые подстановки и преобразования. Определение равносильности выражений с радикалами. Решение иррациональных уравнений. Ознакомление с понятием степени с действительным показателем. Нахождение значений степени, используя при необходимости инструментальные средства. Записывание корня n -й степени в виде степени с дробным показателем и наоборот. Формулирование свойств степеней. Вычисление степеней с

рациональным показателем, выполнение прикидки значения степени, сравнение степеней. Преобразование числовых и буквенных выражений, содержащих степени, применяя свойства. Решение показательных уравнений. Ознакомление с применением корней и степеней при вычислении средних, при делении отрезка в «золотом сечении». Решение прикладных задач на сложные проценты.

Выполнение преобразований выражений, применение формул, связанных со свойствами степеней и логарифмов. Определение области допустимых значений логарифмического выражения. Решение логарифмических уравнений.

Вычисление значений функции по значению аргумента. Определение положения точки на графике по ее координатам и наоборот. Использование свойств функций для сравнения значений степеней и логарифмов. Построение графиков степенных и логарифмических функций.

Решение показательных и логарифмических уравнений и неравенств по известным алгоритмам.

Раздел 2 ОСНОВЫ ТРИГОНОМЕТРИИ

Тема 2.1 Основные понятия тригонометрии. Преобразования тригонометрических выражений.

Основные понятия. Радианная мера угла. Вращательное движение. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа.

Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Формулы сложения. Формулы удвоения. Формулы половинного угла.

Преобразования простейших тригонометрических выражений. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента.

Тригонометрические функции. Свойства и графики синуса, косинуса, тангенса и котангенса. Преобразования графиков. Параллельный перенос, растяжение и сжатие вдоль осей координат.

Виды учебной деятельности

Изучение радианного метода измерения углов вращения и их связи с градусной мерой. Изображение углов вращения на окружности, соотнесение величины угла с его расположением.

Формулирование определений тригонометрических функций для углов поворота и острых углов прямоугольного треугольника и объяснение их взаимосвязи.

Применение основных тригонометрических тождеств для вычисления значений тригонометрических функций по одной из них.

Изучение основных формул тригонометрии: формулы сложения, удвоения, преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму и применение при вычислении значения тригонометрического выражения и упрощения его.

Ознакомление со свойствами симметрии точек на единичной окружности и применение их для вывода формул приведения.

Ознакомление с понятием непрерывной периодической функции, формулирование свойств синуса и косинуса, построение их графиков.

Ознакомление с понятием гармонических колебаний и примерами гармонических колебаний для описания процессов в физике и других областях знания.

Ознакомление с понятием разрывной периодической функции, формулирование свойств тангенса и котангенса, построение их графиков.

Тема 2.2 Тригонометрические уравнения и неравенства

Тригонометрические уравнения и неравенства. Простейшие тригонометрические уравнения. Тригонометрические уравнения. Основные приемы их решения (разложение на множители, введение новых неизвестных). Простейшие тригонометрические неравенства.

Обратные тригонометрические функции. Арксинус, арккосинус, арктангенс.

Виды учебной деятельности

Ознакомление с понятием обратных тригонометрических функций. Изучение определений арксинуса, арккосинуса, арктангенса числа, формулирование их, изображение на единичной окружности, применение при решении уравнений.

Решение по формулам и по тригонометрическому кругу простейших тригонометрических уравнений. Применение общих методов решения уравнений (приведение к линейному, квадратному, метод разложения на множители, замены переменной) при решении тригонометрических уравнений. Умение отмечать на круге решения простейших тригонометрических неравенств.

Применение свойств функций для сравнения значений тригонометрических функций, решения тригонометрических уравнений.

Построение графиков обратных тригонометрических функций и определение по графикам их свойств.

Раздел 3 НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Тема 3.1 Производная функции и ее применение

Последовательности. Способы задания и свойства числовых последовательностей. Понятие о пределе последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Суммирование последовательностей. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма.

Производная. Понятие о производной функции, ее геометрический и физический смысл. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения, частного. Производные основных элементарных функций. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. Производные обратной функции и композиции функций.

Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах. Вторая производная, ее геометрический и физический смысл. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой и графиком.

Виды учебной деятельности

Ознакомление с понятием числовой последовательности, способами ее задания, вычислениями ее членов. *Ознакомление с понятием предела последовательности.* Ознакомление с вычислением суммы бесконечного числового ряда на примере вычисления суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Решение задач на применение формулы суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Ознакомление с понятием производной. Изучение и формулирование ее механического и геометрического смысла, изучение алгоритма вычисления производной на примере вычисления мгновенной скорости и углового коэффициента касательной. Составление уравнения касательной в общем виде. Усвоение правил дифференцирования, таблицы производных элементарных функций, применение для дифференцирования функций, составления уравнения касательной. Изучение теорем о связи свойств функции и производной, формулировка их. Проведение с помощью производной исследования функции, заданной формулой. Установление связи свойств функции и производной по их графикам.

Применение производной для решения задач на нахождение наибольшего, наименьшего значения и на нахождение экстремума.

Тема 3.2 Интеграл и его применение.

Первообразная и интеграл. Применение определенного интеграла для нахождения площади криволинейной трапеции. Формула Ньютона-Лейбница. Примеры применения интеграла в физике и геометрии.

Виды учебной деятельности

Ознакомление с понятием интеграла и первообразной. Изучение правила вычисления первообразной и теоремы Ньютона-Лейбница. Решение задач на связь первообразной и ее производной, вычисление первообразной для данной функции.

Решение задач на применение интеграла для вычисления физических величин и площадей.

Раздел 4 ГЕОМЕТРИЯ

Тема 4.1 Координаты и векторы.

Прямоугольная (декартова) система координат в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Уравнения сферы, *плоскости и прямой*.

Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов. Умножение вектора на число. Разложение вектора по направлениям. Угол между двумя векторами. Проекция вектора на ось. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов. Использование координат и векторов при решении математических и прикладных задач.

Виды учебной деятельности

Ознакомление с понятием вектора. Изучение декартовой системы координат в пространстве, построение по заданным координатам точек и плоскостей, нахождение координат точек.

Нахождение уравнений окружности, сферы, плоскости. Вычисление расстояний между точками. Изучение свойств векторных величин, правил разложения векторов в трехмерном пространстве, правил нахождения координат вектора в пространстве, правил действий с векторами, заданными координатами.

Применение теории при решении задач на действия с векторами. Изучение скалярного произведения векторов, векторного уравнения прямой и плоскости

Применение теории при решении задач на действия с векторами, на координатный метод, применение векторов для вычисления величин углов и расстояний.

Ознакомление с доказательствами теорем стереометрии о взаимном расположении прямых и плоскостей с использованием векторов

Тема 4.2 Прямые и плоскости в пространстве

Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Параллельность прямой и плоскости. Параллельность плоскостей. Перпендикулярность прямой и плоскости.

Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью. Двугранный угол.

Угол между плоскостями. Перпендикулярность двух плоскостей. Геометрические преобразования пространства: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости. Параллельное проектирование. Площадь ортогональной проекции. Изображение пространственных фигур.

Виды учебной деятельности

Формулировка и приведение доказательств признаков взаимного расположения прямых и плоскостей. Распознавание на чертежах и моделях различных случаев взаимного расположения прямых и плоскостей, аргументирование своих суждений. Формулирование определений, признаков и свойств параллельных и перпендикулярных плоскостей, двугранных и линейных углов. Выполнение построения углов между прямыми, прямой и плоскостью, между плоскостями по описанию и распознавание их на моделях. Применение признаков и свойств расположения прямых и плоскостей при решении задач. Изображение на рисунках и конструирование на моделях перпендикуляров и наклонных к плоскости, прямых, параллельных плоскостей, углов между прямой и плоскостью и обоснование построения.

Решение задач на вычисление геометрических величин. Описывание расстояния от точки до плоскости, от прямой до плоскости, между плоскостями, между скрещивающимися прямыми, между произвольными фигурами в пространстве.

Формулирование и доказывание основных теорем о расстояниях (теоремы существования, свойства). Изображение на чертежах и моделях расстояния и обоснование своих суждений. Определение и вычисление расстояний в пространстве. Применение формул и теорем планиметрии для решения задач. Ознакомление с понятием параллельного проектирования и его свойствами. Формулирование теоремы о площади ортогональной проекции многоугольника.

Применение теории для обоснования построений и вычислений. Аргументирование своих суждений о взаимном расположении пространственных фигур.

Тема 4.3 Многогранники и круглые тела

Вершины, ребра, грани многогранника. Развертка. Многогранные углы. Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера. Призма. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Параллелепипед. Куб. Пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида. Тетраэдр. Симметрии в кубе, в параллелепипеде, в призме и пирамиде. Сечения куба, призмы и пирамиды.

Представление о правильных многогранниках (тетраэдре, кубе, октаэдре, додекаэдре и икосаэдре).

Цилиндр и конус. Усеченный конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Осевые сечения и сечения, параллельные основанию. Шар и сфера, их сечения. Касательная плоскость к сфере.

Объем и его измерения. Интегральная формула объема. Формулы объема куба, прямоугольного параллелепипеда, призмы, цилиндра. Формулы объема пирамиды и конуса. Формулы площади поверхностей цилиндра и конуса. Формулы объема шара и площади сферы.

Подобие тел. Отношения площадей поверхностей и объемов подобных тел.

Виды учебной деятельности

Описание и характеристика различных видов многогранников, перечисление их элементов и свойств. Изображение многогранников и выполнение построения на изображениях и моделях многогранников. Вычисление линейных элементов и углов в пространственных конфигурациях, аргументирование своих суждений. Характеристика и изображение сечения, *развертки многогранников*, вычисление площадей поверхностей. Построение простейших сечений куба, призмы, пирамиды. Применение фактов и сведений из планиметрии.

Ознакомление с видами симметрий в пространстве, формулирование определений и свойств. Характеристика симметрии тел вращения и многогранников. Применение свойств симметрии при решении задач. Использование приобретенных знаний для исследования и моделирования несложных задач. Изображение основных многогранников и выполнение рисунков по условиям задач.

Ознакомление с видами тел вращения, формулирование их определений и свойств. Формулирование теорем о сечении шара плоскостью и плоскости, касательной к сфере. Характеристика и изображение тел вращения, их развертки, сечения. Решение задач на построение сечений, вычисление длин, расстояний, углов, площадей. Проведение доказательных рассуждений при решении задач. Применение свойств симметрии при решении задач на тела вращения, комбинацию тел. Изображение основных круглых тел и выполнение рисунка по условию задачи.

Ознакомление с понятиями площади и объема, аксиомами и свойствами. Решение задач на вычисление площадей плоских фигур с применением соответствующих формул и фактов из планиметрии. Изучение теорем о вычислении объемов пространственных тел, решение задач на применение формул вычисления объемов. Изучение формул для вычисления площадей поверхностей многогранников и тел вращения. Ознакомление с методом вычисления площади поверхности сферы. Решение задач на вычисление площадей поверхности пространственных тел.

Раздел 5 КОМБИНАТОРИКА, СТАТИСТИКА И ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Тема 5.1 Элементы комбинаторики

Основные понятия комбинаторики. Задачи на подсчет числа размещений, перестановок, сочетаний. Решение задач на перебор вариантов. Формула бинома Ньютона.

Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.

Виды учебной деятельности

Изучение правила комбинаторики и применение при решении комбинаторных задач.

Решение комбинаторных задач методом перебора и по правилу умножения.

Ознакомление с понятиями комбинаторики: размещениями, сочетаниями, перестановками и формулами для их вычисления. Объяснение и применение формул для вычисления размещений, перестановок и сочетаний при решении задач. Ознакомление с биномом Ньютона и треугольником Паскаля. Решение практических задач с использованием понятий и правил комбинаторики.

Тема 5.2 Элементы теории вероятностей и математической статистики

Событие, вероятность события, сложение и умножение вероятностей. Понятие о независимости событий. Дискретная случайная величина, закон ее распределения.

Числовые характеристики дискретной случайной величины. Понятие о законе больших чисел.

Представление данных (таблицы, диаграммы, графики), генеральная совокупность, выборка, среднее арифметическое, медиана. Понятие о задачах математической статистики.

Виды учебной деятельности

Изучение классического определения вероятности, свойств вероятности, теоремы о сумме вероятностей. Рассмотрение примеров вычисления вероятностей. Решение задач на вычисление вероятностей событий. Ознакомление с представлением числовых данных и их характеристиками.

Решение практических задач на обработку числовых данных, вычисление их характеристик.

3 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Контрольная работа является наиболее значимым элементом самостоятельной работы для студентов заочной формы обучения. Выполнение контрольной работы помогает лучше изучить основные положения теории и сформировать навыки решения типовых заданий по учебной дисциплине «Математика».

Особое внимание в контрольной работе отводится изучению следующих разделов: «Алгебра», «Основы тригонометрии», «Начала математического анализа», «Геометрия».

При написании контрольной работы студенты изучают значительный теоретический материал; знакомятся с основными понятиями и категориями учебной дисциплины; приобретают навыки работы с учебной литературой; учатся анализировать теоретический материал; осваивают методы решения типовых задач.

Выполнение домашней контрольной работы определяет степень усвоения студентами изучаемого материала, умение анализировать, систематизировать теоретические положения и применять полученные знания при решении практических задач.

Предлагается 10 вариантов контрольных работ. Каждый вариант включает:

1) два теоретических вопроса по разным темам учебного курса, *(чтобы при выполнении контрольной работы студенты могли наиболее полно изучить учебный материал)*;

2) типовые практические задания.

При выполнении контрольной работы необходимо воспользоваться литературой, список которой приводится в методических указаниях.

Обращаем Ваше внимание, что выполнение контрольных работ – обязательно. Своевременная сдача контрольных работ является условием допуска к промежуточной аттестации по дисциплине.

Студенты заочной формы обучения обязаны выполнить контрольную работу в письменном виде и представить ее ведущему преподавателю соответствующей дисциплины не позднее чем за 14 дней до начала сессии. Допускается отправка контрольных работ по почте.

Если домашняя контрольная работа выполнена не в полном объеме или не в соответствии с требованиями, то работа возвращается студенту на доработку с указанием в рецензии выявленных замечаний. Вариант с замечаниями необходимо приложить к исправленному варианту.

Номер варианта контрольной работы определяется по двум последним цифрам Вашего шифра (номер зачетки).

Получив свой вариант контрольной работы, вы должны:

- 1) изучить настоящие методические указания для студентов заочной формы обучения;
- 2) внимательно ознакомиться с вопросами (теоретическими и практическими) своего варианта;
- 3) подобрать соответствующие учебно-методические пособия, изданные в колледже, учебную литературу, нормативные и нормативно-правовые документы;
- 4) ознакомиться с подобранной информацией;
- 5) выполнить задания по теоретическим вопросам, составив, в зависимости от задания, конспект, таблицу.
- 6) решить задачи, предварительно изучив типовые образцы по теме, используя учебно-методические пособия, изданные в колледже.
- 7) оформить работу в соответствии с требованиями к оформлению.

Требования к оформлению контрольной работы

Контрольная работа выполняется на одной стороне белой нелинованной бумаги формата А4 печатным способом на печатающих устройствах вывода ЭВМ (компьютерная распечатка). Ответ на теоретический вопрос следует начинать с нового листа.

Текст контрольной работы следует выполнять, соблюдая размеры полей: левое – 20 мм, правое – 10 мм, верхнее – 20 мм, нижнее – 20 мм, абзацный отступ – 10 мм.

Текст выполняется через 1,5 интервала, основной шрифт Times New Roman, предпочтительный размер шрифта 12-14, цвет – черный. Разрешается использование компьютерных возможностей акцентирования внимания на определенных терминах, формулах, применяя шрифты разной гарнитуры. Страницы должны быть пронумерованы.

Контрольная работа включает в себя следующие разделы:

- титульный лист,
- содержание,
- основная часть,
- список использованной литературы.

Титульный лист является первой страницей работы. Пример оформления титульного листа приводится в приложении Б.

Содержание должно отражать все материалы, помещенные в контрольную работу. Слово «Содержание» записывают в виде заголовка с прописной буквы симметрично тексту. В содержание включают наименование всех разделов (они соответствуют наименованию заданий) Пример оформления содержания приводится в приложении В.

Содержание основной части работы должно соответствовать заданию в соответствии с вариантом методических указаний. Расчеты должны быть проведены по действующим методикам.

В конце работы приводится список литературы. Список использованной литературы должен содержать сведения обо всех источниках, использованных при выполнении работы. Заголовок «Список использованной литературы» записывают симметрично тексту с прописной буквы. Источники нумеруют арабскими цифрами в порядке их упоминания в контрольной работе либо в алфавитном порядке.

Примеры выполнения типовых заданий

Задание 1. Решите уравнения:

а) $\sqrt{x+5} + \sqrt{20-x} = 7$

Решение: Возведем обе части уравнения в квадрат и произведем приведение подобных членов, перенос слагаемых из одной части равенства в другую и разделим обе части уравнения на 2.

В результате получим уравнение:

$\sqrt{x+5} \cdot \sqrt{20-x} = 7$, являющееся следствием исходного. Снова возведем обе части уравнения в квадрат. Получим уравнение:

$$(x+5)(20-x) = 144, \text{ которое приводится к виду } x^2 - 15x + 44 = 0.$$

Это уравнение (также являющееся следствием исходного) имеет корни

$$x_1 = 4 \text{ и } x_2 = 11.$$

Оба корня, как показывает проверка, удовлетворяют исходному уравнению.

Ответ: $x_1 = 4$ и $x_2 = 11$.

b) $4^x - 10 \cdot 2^{x-1} = 24$

Решение: обозначим $y = 2^x$ и из исходного получим квадратное уравнение $y^2 - 5y - 24 = 0$.

Так как данное уравнение имеет единственный положительный корень $y = 8$, то $2^x = 8$ и $x = 3$.

Ответ: $x = 3$.

c) $\log_7 5^{\sqrt{x+2}} = (x-4) \cdot \log_7 5$.

Решение: Согласно свойствам логарифмической функции:

$\log_7 5^{\sqrt{x+2}} = \log_7 5^{x-4} \Leftrightarrow 5^{\sqrt{x+2}} = 5^{x-4} \Leftrightarrow \sqrt{x+2} = x-4 \Rightarrow x+2 = x^2 - 8x + 16$; Приводим уравнение к стандартному виду $x^2 - 9x + 14 = 0$. Решаем квадратное уравнение и получаем корни $x_1 = 2, x_2 = 7$. Проверка показывает, что $x_1 = 2$ является посторонним корнем.

Ответ: 7

1) d) $2\cos^2 x + \cos x = 1$

Решение: это уравнение с помощью введения новой переменной можно привести к решению простейших тригонометрических уравнений.

Пусть $\cos x = t$, тогда наше уравнение примет вид $2t^2 + t = 1$

Перенесем 1 в левую часть и получим полное квадратное уравнение

$$2t^2 + t - 1 = 0$$

$$D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 9, \quad \sqrt{D} = 3$$

$$t_1 = \frac{-1 - 3}{4} = -1;$$

$$t_2 = \frac{-1 + 3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Вернемся к старой переменной:

$$\cos x = -1 \quad \text{или} \quad \cos x = \frac{1}{2}.$$

Получили два простейших тригонометрических уравнения, первое относится к частным случаям, а второе решается по общей формуле. Решим их.

1) $\cos x = -1$

$$x = \pi + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

2) $\cos x = \frac{1}{2}$

$$x = \pm \arccos \frac{1}{2} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $x = \pi + 2\pi n, \quad x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$

Задание 2. Решите неравенства:

a) $5x - 2 - 3x^2 > 0$ - квадратное неравенство умножим на (-1)

$$3x^2 - 5x + 2 < 0$$

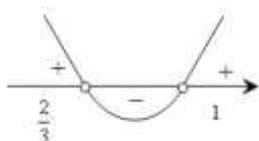
Найдем корни уравнения:

$$3x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$D = 25 - 4 \cdot 6 = 1$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm 1}{6}; \quad x_1 = 1; x_2 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Графиком функции $y = 3x^2 - 5x + 2$ является парабола (рис.2), ветви которой направлены вверх, а точки пересечения параболы и оси OX $x_1 = 1$; $x_2 = \frac{2}{3}$



Изобразим геометрически:

Так как мы решаем неравенство $3x^2 - 5x + 2 < 0$, то решением неравенства будет промежуток (интервал) $x \in \left(\frac{2}{3}; 1\right)$

Ответ: $x \in \left(\frac{2}{3}; 1\right)$

b) $5^x \cdot 2^x > 0,1^{-3}$

Решение: Преобразуем неравенство к виду: $a^{f(x)} > a^{\Phi(x)}$. Для левой части неравенства используем свойство степеней: $a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x$, для правой части свойство степеней с отрицательным показателем, получаем:

$$(5 \cdot 2)^x > (10^{-1})^{-3} \Leftrightarrow 10^x > 10^3 \Rightarrow x > 3.$$

Ответ: $(3; +\infty)$

c) $\log_{2x}(x^2 + 2x + 2) \leq 2.$

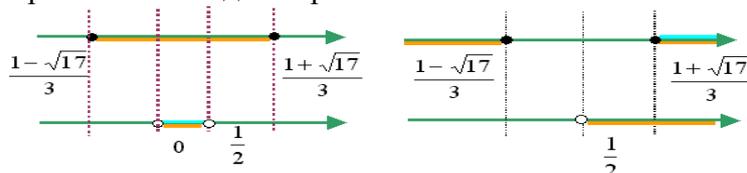
Решение: Неравенство равносильно совокупности систем

$$\begin{cases} x^2 + 2x + 2 \geq 4x^2, \\ x^2 + 2x + 2 > 0, \\ 0 < 2x < 1 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x^2 + 2x + 2 \leq 4x^2, \\ x^2 + 2x + 2 > 0, \\ 2x > 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x^2 - 2x - 2 \leq 0, \\ 0 < x < \frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} 3x^2 - 2x - 2 \geq 0, \\ x > \frac{1}{2}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3\left(x - \frac{1+\sqrt{7}}{3}\right)\left(x - \frac{1-\sqrt{7}}{3}\right) \leq 0, \\ 0 < x < \frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} 3\left(x - \frac{1+\sqrt{7}}{3}\right)\left(x - \frac{1-\sqrt{7}}{3}\right) \geq 0, \\ x > \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Применим метод интервалов



Ответ: $x \in \left(0; \frac{1}{2}\right) \cup \left[\frac{1+\sqrt{7}}{3}, +\infty\right).$

Задание 3. Найдите пределы функций:

$$a) \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x^2 - 81}{x^2 - 9x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x^2 - 81}{x^2 - 9x} = \left(\frac{0}{0} \right) = \lim_{x \rightarrow 9} \frac{(x-9)(x+9)}{x(x-9)} = \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x+9}{x} = \lim_{x \rightarrow 9} \frac{18}{9} = \lim_{x \rightarrow 9} 2 = 2$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x^2 + 3x + 4}{4x^3 + 3x^2 + 2x + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x^2 + 3x + 4}{4x^3 + 3x^2 + 2x + 1} = \left(\frac{\infty}{\infty} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x^3}{x^3} + \frac{2x^2}{x^3} + \frac{3x}{x^3} + \frac{4}{x^3}}{\frac{4x^3}{x^3} + \frac{3x^2}{x^3} + \frac{2x}{x^3} + \frac{1}{x^3}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} + \frac{4}{x^3}}{4 + \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x^3}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+0+0+0}{4+0+0+0} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{4} = \frac{1}{4};$$

Задание 4. Найдите производную функции $y = \sqrt{x^2 - 3}$.

По правилу дифференцирования производной сложной функции:

$$y' = \left(\sqrt{x^2 - 3} \right)' \cdot \left(x^2 - 3 \right)' = \frac{1}{2\sqrt{x^2 - 3}} \cdot 2x = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 3}}.$$

Задание 5. Найдите неопределённые интегралы:

$$a) \int \frac{x^3 + 3x^2 + 4x}{x} dx$$

Разделим почленно на x , получим:

$$\int (x^2 + 3x + 4) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + 4x + c$$

$$b) \int \frac{x^2 dx}{8 + x^3}$$

Т.к. $d(8 + x^3) = 3x^2 dx$, то

$$\int \frac{x^2 dx}{8 + x^3} = \frac{1}{3} \int \frac{d(8 + x^3)}{8 + x^3}$$

-полагая $8 + x^3 = t$, получим: $\frac{1}{3} \int \frac{dt}{t} = \frac{1}{3} \ln(t) + c = \frac{1}{3} \ln|8 + x^3| + c$

$$\int_{-2}^4 (8 + 2x - x^2) dx$$

Задание 6. Вычислите определённый интеграл

Решение:

$$\int_{-2}^4 (8 + 2x - x^2) dx = \overset{(1)}{8} \int_{-2}^4 dx + 2 \int_{-2}^4 x dx - \overset{(2)}{\int_{-2}^4 x^2 dx} = 8(x) \Big|_{-2}^4 + 2 \cdot \frac{1}{2} (x^2) \Big|_{-2}^4 - \frac{1}{3} (x^3) \Big|_{-2}^4 \overset{(3)}{=}$$

$$= 8(4 - (-2)) + (4^2 - (-2)^2) - \frac{1}{3}(4^3 - (-2)^3) = 8 \cdot 6 + (16 - 4) - \frac{1}{3}(64 + 8) =$$

$$= 48 + 12 - 24 = 36$$

(1) Используем свойства линейности определенного интеграла.

(2) Интегрируем по таблице, при этом все константы выносим – они не будут участвовать в подстановке верхнего и нижнего предела.

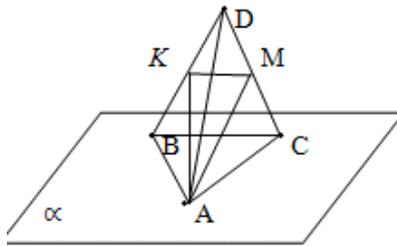
(3) Для каждого из трёх слагаемых применяем формулу Ньютона-Лейбница:

$$F(X) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

Задание 7. Точки A, B, C и D не лежат в одной плоскости. K и M – середины отрезков BD и CD .

1) Имеют ли общие точки прямая KM и плоскость, в которой лежат точки A, B и C ?

2) Вычислите периметр треугольника AKM , если расстояние между каждой парой данных точек равно 8 см.



- Дано: $\alpha, A \in \alpha, B \in \alpha, C \in \alpha,$
 $BK=KD, CM=MD,$
 $AB=AC=BC=AD=BD=CD=8 \text{ см}$
- 1) пересекаются ли KM и α
 - 2) Найти P_{AKM}

Решение:

1) Точка K является серединой отрезка BD , точка M - середина отрезка CD . Значит отрезок KM - средняя линия треугольника BDC .

По свойству средней линии треугольника $KM \parallel BC, KM = \frac{1}{2} BC$. Следовательно, отрезок KM параллелен прямой, лежащей в плоскости. По признаку параллельности прямой и плоскости, отрезок KM и плоскость параллельны, т.е. не пересекаются.

$$2) P_{AKM} = AK + AM + KM$$

$$KM = \frac{1}{2} BC \quad KM = 4 \text{ см.}$$

Рассмотрим треугольники ACD и ABD : $AC=AD=AB=CD=BD$, т.е. ACD и ABD - равные равносторонние треугольники, а отрезки AM и AK - медианы и высоты этих треугольников. Найдем эти отрезки:

$$AK = AM = \sqrt{AC^2 - MC^2}$$

$$MC = 4 \text{ см.}$$

$$AK = AM = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3} \text{ см}$$

$$P_{AKM} = 4 + 4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 4 + 8\sqrt{3} \text{ см}$$

4 ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Вариант 1

Теоретические вопросы

1. Функция. Способы задания функции. Область определения и множество значений. Свойства функций. График функции.
2. Понятие предела функции. Основные теоремы о пределах. Замечательные пределы. Раскрытие неопределённостей.

Практические задания

1. Решите уравнения:

- a) $\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x} = 1$;
- b) $2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$;
- c) $\log_3 \left(x^2 + 2x - 2\frac{2}{3} \right) = -1$;
- d) $3 \sin^2 x - 5 \sin x - 2 = 0$.

2. Решите неравенства:

- a) $(x-12)^3(x+5)(x+7)^2(x-8)^6 > 0$;
- b) $\sqrt{2^{-1}} \cdot \sqrt{2^{x^2-7,5}} \geq 2^{-7}$;
- c) $\log_3(x^2 + 6) < \log_3 5x$.

3. Найдите пределы функций:

- a) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 5x}{x^2 - 7x + 10}$;
- b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x - 4}{5x^2 + 4x - 8}$.

4. Найдите производную функции $y = (x - x^2) \ln x - \sin(5^x)$.

5. Найдите неопределённые интегралы:

- a) $\int (2x^2 - (x+4)^2) dx$;
- b) $\int \frac{\cos x dx}{\sin^2 x}$.

6. Вычислите определённый интеграл $\int_1^2 \frac{dx}{(2x+1)^2}$.

7. Через точки А и В проведены прямые, перпендикулярные плоскости α , пересекающие её в точках С и D соответственно. Найдите расстояние между точками А и В, если $AC=3$ м, $BD=2$ м, $CD=2,4$ м и отрезок АВ не пересекает плоскость α .

Вариант 2

Теоретические вопросы

1. Геометрические преобразования графиков функций.
2. Производная функции. Таблица производных. Правила дифференцирования.

Практические задания

1. Решите уравнения:

- a) $\sqrt{2x-1} - \sqrt{x-1} = 1$;
 b) $0,25^x + 1,5 \cdot 0,5^x - 1 = 0$;
 c) $\log_2(x^2 + 3x - 3,5) = -1$;
 d) $6 \cos^2 x + \cos x - 1 = 0$.

2. Решите неравенства:

- a) $\frac{x(x+6)^5(x-15)^{20}}{13-x} \geq 0$;
 b) $3^{2x-1} - 3^{2x-3} < \frac{8}{3}$;
 c) $\log_{0,6}(6x - x^2) > \log_{0,6}(-8 - x)$.

3. Найдите пределы функций:

- a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 5x + 4}$;
 b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - x - 3x^2}{4x^2 - 5x + 1}$.

4. Найдите производную функции $y = \frac{\log_8 x}{x^5} - \cos e^x$.

5. Найдите неопределённые интегралы:

- a) $\int (x+1)^3(x-1)^3 dx$;
 b) $\int \frac{e^x dx}{\cos^2 e^x}$.

6. Вычислите определённый интеграл $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \sin 2x dx$.

7. Из точки к плоскости проведены две наклонные, равные 10см и 17см. Разность проекций этих наклонных равна 9см. Найдите проекции наклонных.

Вариант 3

Теоретические вопросы

- Корни натуральной степени из числа и их свойства.
- Физический и геометрический смысл производной.

Практические задания

1. Решите уравнения:

- a) $\sqrt{4-x} + \sqrt{5+x} = 3$;
 b) $4^x - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$;
 c) $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 4x - 2) = -1$;
 d) $2 \sin^2 x + 3 \cos x = 0$.

2. Решите неравенства:

- a) $(x+6)^6(x-2)^7(x+8)^{11}(x-22)^{14} < 0$;
 b) $\left(\frac{1}{5}\right)^{3x+4} + \left(\frac{1}{5}\right)^{3x+5} > 6$;
 c) $\lg(x^2 - 8) \leq \lg(2 - 9x)$.

3. Найдите пределы функций:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{8 - x^3}{x^2 + 3x - 10}$;

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + x^2 - 4x}{5x^2 + 9x - 6}$.

4. Найдите производную функции $y = (5x^2 - 4x + 6)^{10} + \cos x \cdot \arcsin x$.

5. Найдите неопределённые интегралы:

a) $\int \frac{x^2 - 4}{x} dx$;

b) $\int \sqrt{\frac{\arcsin x}{1 - x^2}} dx$.

6. Вычислите определённый интеграл $\int_0^{3\pi} \frac{dx}{\cos^2 \frac{x}{9}}$.

7. Из точки к плоскости проведены две наклонные. Найдите длины наклонных, если одна из них на 26см больше другой, а проекции наклонных равны 12см и 40см.

Вариант 4

Теоретические вопросы

1. Степени с натуральным, целым, рациональным показателем. Свойства степеней.
2. Применение производной к исследованию функций.

Практические задания

1. Решите уравнения:

a) $\sqrt{5x + 20} - \sqrt{x - 1} = 1$;

b) $9^x - 6 \cdot 3^x - 27 = 0$;

c) $\log_4 x + \log_4(x - 6) = 2$;

d) $3 \operatorname{tg}^2 x + 2 \operatorname{tg} x - 1 = 0$.

2. Решите неравенства:

a) $\frac{(x-1)^7(x+4)^{14}(x-18)^{26}}{(x+12)^{17}} \geq 0$;

b) $0,3^{6x-1} - 0,3^{6x} \geq 0,7$;

c) $\log_{\sqrt{2}}(x^2 + 10x) \geq \log_{\sqrt{2}}(x - 14)$.

3. Найдите пределы функций:

a) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x - 8}{x^2 - 3x - 4}$;

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x + 7}{4 - x - 2x^3}$.

4. Найдите производную функции $y = \sqrt{x} \cdot 4^x + \operatorname{tg}(x^2 - x)$.

5. Найдите неопределённые интегралы:

a) $\int \frac{5x + e^x \sqrt{x} - 7}{\sqrt{x}} dx$;

b) $\int \frac{x^4 dx}{x^5 - 1}$.

6. Вычислите определённый интеграл $\int_0^1 (1+2x)^3 dx$.

7. Из точки к плоскости проведены две наклонные, равные 23см и 33см. Найдите расстояние от этой точки до плоскости, а проекции наклонных относятся как 2:3.

Вариант 5

Теоретические вопросы

1. Логарифм. Основное логарифмическое тождество. Десятичный и натуральный логарифм. Свойства логарифма.

2. Первообразная и неопределённый интеграл. Методы интегрирования.

Практические задания

1. Решите уравнения:

a) $\sqrt{25-x} + \sqrt{9+x} = 2$;

b) $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x - 88 = 0$;

c) $\log_2 x + \log_2(x-3) = 2$;

d) $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 0$.

2. Решите неравенства:

a) $(x+10)^4(x-22)^6(x+13)^{46}(x-16)^{31} < 0$;

b) $3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 \leq 0$;

c) $\log_{\frac{1}{2}}(6-x) \geq \log_{\frac{1}{2}}x^2$.

3. Найдите пределы функций:

a) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 - 9}$;

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(5-x)(1+2x)}{x^2 + 6x - 1}$.

4. Найдите производную функции $y = \frac{1}{(\cos x)^8} + \frac{\operatorname{ctg} x}{\sqrt{x}}$.

5. Найдите неопределённые интегралы:

a) $\int \frac{x dx}{x+1}$;

b) $\int \frac{\sin \sqrt{x} dx}{\sqrt{x}}$,

6. Вычислите определённый интеграл $\int_1^4 \left(x + \frac{\sqrt{x}}{x} \right) dx$.

7. Объём правильной треугольной призмы равен $18\sqrt{3}\text{см}^3$, её высота равна 8см. Найдите сторону основания призмы.

Вариант 6

Теоретические вопросы

1. Радианная мера угла. Определения тригонометрических функций. Тригонометрические тождества.
2. Определённый интеграл. Геометрические и физические приложения определённого интеграла.

Практические задания

1. Решите уравнения:

- a) $\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} = \sqrt{2x-8}$;
- b) $5^{2x-1} - 5^{2x-3} = 4,8$;
- c) $\log_5 x + \log_5(x-4) = 1$;
- d) $\sin^2 x + \sin x \cos x = 0$.

2. Решите неравенства:

- a) $\frac{x^{24}(x+3)^7}{(x-24)^6(x-28)^4} \leq 0$;
- b) $5^{2x} + 4 \cdot 5^x - 5 \geq 0$;
- c) $\log_{0,3}(x^2 + 22) < \log_{0,3} 13x$.

3. Найдите пределы функций:

- a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 + 5x - 14}$;
- b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x - 4x^2}{3x^2 + 7x - 10}$.

4. Найдите производную функции $y = \sqrt[7]{x^4} \cdot \ln x - 3^{\sin x}$.

5. Найдите неопределённые интегралы:

- a) $\int \frac{x^2-1}{x^2+1} dx$;
- b) $\int \frac{dx}{x\sqrt{4-tx^2}}$.

6. Вычислите определённый интеграл $\int_0^{2\pi/3} \left(\sin \frac{x}{4} + \cos \frac{x}{4} \right)^2 dx$.

7. Стороны основания прямоугольного параллелепипеда равны 3 см и 4 см, а диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол 45° . Найдите площадь поверхности и объём параллелепипеда.

Вариант 7

Теоретические вопросы

1. Степенные функции, их свойства и графики.
2. Многогранники: призма, параллелепипед, куб, пирамида, усечённая пирамида. Объём и площадь поверхности многогранников.

Практические задания

1. Решите уравнения:

- a) $\sqrt{4x+2} + \sqrt{4x-2} = 4$;
- b) $5^{x+1} + 5^x + 5^{x-1} = 31$;
- c) $lg(x-1) + lg(x+1) = 0$;

- d) $\sin^2 x + 2 \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 0$.
2. Решите неравенства:
- a) $(x - 8)^2(x + 12)^6(5 - x)^7(x + 7)^{16} \leq 0$;
- b) $0,2^{2x} - 1,2 \cdot 0,2^x + 0,2 > 0$;
- c) $\log_{\frac{1}{4}}(-x - 6) \leq \log_{\frac{1}{4}}(6 - x^2)$.
3. Найдите пределы функций:
- a) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 5x - 6}{x^2 - 8x + 12}$;
- b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x - 4)(3x + 5)}{(4 - x)(5 + 2x)}$.
4. Найдите производную функции $y = \frac{\operatorname{tg} x}{x^2 - 4x + 7} - \arcsin(\sqrt[4]{x})$.
5. Найдите неопределённые интегралы:
- a) $\int \frac{2^x + 5^x}{10^x} dx$;
- b) $\int \frac{\operatorname{arctg} x dx}{1 + x^2}$.
6. Вычислите определённый интеграл $\int_{-2}^0 (x - 1)^2(6x - 1) dx$.
7. Точка E – середина ребра AB куба ABCDA'B'C'D'. Найдите объём куба, если длина отрезка DE равна 1м.

Вариант 8

Теоретические вопросы

- Показательные функции, их свойства и графики.
- Тела вращения: цилиндр, конус, шар и сфера. Объём и площадь поверхности тел вращения.

Практические задания

- Решите уравнения:
 - $\sqrt{x + 7} + \sqrt{x + 2} = \sqrt{3x + 19}$;
 - $3^x - \left(\frac{1}{3}\right)^{2-x} = 24$;
 - $\lg(x - 3) + \lg(x + 6) = \lg 2 + \lg 5$;
 - $3 \sin^2 2x + 10 \sin 2x + 3 = 0$.
- Решите неравенства:
 - $\frac{x^{18}}{(x+8)(8-x)(x-17)^{65}} < 0$;
 - $\left(\frac{1}{7}\right)^{2x} + 6 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^x - 7 < 0$;
 - $\log_{0,5}(x^2 - 27) > \log_{0,5} 6x$.
- Найдите пределы функций:
 - $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 - 7x + 12}$;

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2+x)(3-2x)}{(2x-5)(7x-1)}.$$

4. Найдите производную функции $y = \sqrt[7]{\arctg x} + \frac{\cos x}{\log_5 x}$.

5. Найдите неопределённые интегралы:

$$a) \int \frac{x-4}{x+4} dx;$$

$$b) \int \frac{x^8 dx}{x^8+25}.$$

6. Вычислите определённый интеграл $\int_0^1 (e^x - 4)^2 dx$.

7. Боковая поверхность правильной четырёхугольной пирамиды равна 60см^2 , а сторона основания равна 6см . Найдите объём пирамиды.

Вариант 9

Теоретические вопросы

1. Логарифмические функции, их свойства и графики.
2. Основные понятия комбинаторики: размещения, сочетания, перестановки.

Практические задания

1. Решите уравнения:

$$a) \sqrt{2x+1} - \sqrt{x-8} = 3;$$

$$b) 3^{x+2} - 5 \cdot 3^x = 36;$$

$$c) \lg(x-4) + \lg(x+3) = \lg(5x+4);$$

$$d) 2 \cos^2 3x - 5 \cos 3x - 3 = 0.$$

2. Решите неравенства:

$$a) (3x-2)(5-6x)(4x-3)(1-2x) > 0;$$

$$b) 2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 \geq 0;$$

$$c) \log_2(x^2 - 6x + 24) < 4.$$

3. Найдите пределы функций:

$$a) \lim_{x \rightarrow 6} \frac{2x^2 - 12x}{x^2 - 5x - 6};$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 - 5x^2}{(x^2 - 3)^2 - x}.$$

4. Найдите производную функции $y = \arctg x \cdot (4x^2 - 7x - 2) + \log_2 \sin x$.

5. Найдите неопределённые интегралы:

$$a) \int \frac{x^4 dx}{x-1};$$

$$b) \int \frac{\cos x - 2x}{\sin x - x^2} dx.$$

6. Вычислите определённый интеграл $\int_3^4 \frac{x^2 - 9}{x - 2} dx$.

7. Площадь боковой поверхности цилиндра равна $24\pi \text{ см}^2$, а его объём равен $48\pi \text{ см}^3$. Найдите высоту цилиндра.

Вариант 10

Теоретические вопросы

1. Тригонометрические функции, их свойства и графики.
2. Событие, виды событий. Классическое определение вероятности. Сложение и умножение вероятностей.

Практические задания

1. Решите уравнения:

- a) $\sqrt{20-x} - \sqrt{10-x} = 2$;
- b) $2^{x+4} - 2^x = 120$;
- c) $\log_3(5-x) + \log_3(-1-x) = 3$;
- d) $8 \sin^2 2x + \cos 2x + 1 = 0$.

2. Решите неравенства:

- a) $\frac{(x+5)^4 (3-x)^5}{(x-5)^2 x^3} \geq 0$;
- b) $3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 3 < 0$;
- c) $\log_{\frac{1}{8}} \left(-x^2 + \frac{10x}{9} \right) \geq 2$.

3. Найдите пределы функций:

- a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{27-x^3}{x^2-9}$;
- b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + 5x^2 - 2x}{5 - 2x^3 - x^4}$.

4. Найдите производную функции $y = \frac{3}{x^4} \cdot \operatorname{tg} x - (\cos x - 3x^2)^8$.

5. Найдите неопределённые интегралы:

- a) $\int \frac{\cos 2x \, dx}{\cos x - \sin x}$;
- b) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$.

6. Вычислите определённый интеграл $\int_4^9 \frac{x-1}{\sqrt{x+1}} dx$.

7. Образующая конуса равна 8 см и составляет с плоскостью основания угол 60° . Найдите полную поверхность конуса.

5 ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНУ

Промежуточная аттестация обучающихся осуществляется по завершении изучения дисциплины и позволяет определить качество и уровень ее освоения.

Форма промежуточной аттестации по дисциплине «Математика» - экзамен.

№	Типовые задания для экзамена	Тема
Обязательная часть		
1	Решите показательное уравнение: $49^{x+1} = 7$	Тема 1.3 Корни, степени и логарифмы
2	Решите логарифмическое неравенство: $\log_{\frac{1}{2}}(2x - 7) > -1$.	Тема 1.3 Корни, степени и логарифмы
3	Упростите: $\cos 2\alpha + \operatorname{tg} \alpha \sin 2\alpha$.	Тема 2.1 Основные понятия тригонометрии. Преобразования тригонометрических выражений
4	Решите тригонометрическое уравнение: $\sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$	Тема 2.2 Тригонометрические уравнения и неравенства
5	Найти значение производной в точке x_0 : $f(x) = \frac{2x^3 - 4x^2}{3x - 1}; x_0 = 1$.	Тема 3.1 Производная функции и ее применение
6	Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - x^2 - 8x + 4$ на отрезке $[1; 7]$.	Тема 3.1 Производная функции и ее применение
7	Найдите промежутки возрастания функции: $y = \frac{1}{2}x^4 - 2x$	Тема 3.1 Производная функции и ее применение
8	Вычислите неопределенный интеграл: $\int \left(\frac{1}{2} \cos x + 2x - \sqrt{x} \right) dx$	Тема 3.2 Интеграл и его применение.
9	К плоскости проведена наклонная МА и перпендикуляр МО, равный 15 см. Угол между наклонной и плоскостью составляет 30° . Найдите длины наклонной и ее проекции.	Тема 4.2 Прямые и плоскости в пространстве
10	Найти скалярное произведение векторов: $\vec{a} = (2; 3; -4); \vec{b} = (1; -2; 1)$.	Тема 4.1 Координаты и векторы.
Дополнительная часть		
1	Решите показательное неравенство: $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-3} \cdot 2^x \leq \left(\frac{1}{8}\right)^x$	Тема 1.3 Корни, степени и логарифмы
2	Решите тригонометрическое уравнение: $3\sin^2 x - 7\sin x \cos x + 2\cos^2 x = 0$.	Тема 2.2 Тригонометрические уравнения и неравенства
3	Вычислите площадь криволинейной трапеции: $y = x^3; y = 0; x = 3$.	Тема 3.2 Интеграл и его применение.
4	В основании прямой призмы лежит треугольник со сторонами 39 см, 17 см и 28 см. Высота призмы составляет 20 см. Найдите полную поверхность и объем призмы.	Тема 4.3 Многогранники и круглые тела
5	Найти производную сложной функции: $y = \sqrt{\ln \sin \frac{x}{4}}$.	Тема 3.1 Производная функции и ее применение

Критерии оценки экзамена

– «Отлично» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, умения сформированы, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено высоко.

– «Хорошо» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые умения сформированы недостаточно, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.

– «Удовлетворительно» - теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые умения работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий содержат ошибки.

– «Неудовлетворительно» - теоретическое содержание курса не освоено, необходимые умения не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки.

Приложение А

ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ МАРШРУТ

Контрольная точка	Контролируемые разделы (темы) учебной дисциплины	Контролируемые результаты	Оценочные средства	
№1	Раздел 1. Алгебра	<i>ЛР4, ЛР9, МР1 МР3, МР4, МР9, ПР1, ПР2, ПР3, ПР4, ПР5, ПР8, ПР10, ПР12</i>	Тест	Типовые задания
№2	Раздел 2. Основы тригонометрии	<i>ЛР9, МР1, МР3, МР9, ПР3, ПР4, ПР8, ПР10</i>	Тест	Типовые задания
№3	Раздел 3. Начала математическог о анализа	<i>ЛР9, ЛР13, МР1, МР3, МР5, МР9, ПР1, ПР2, ПР5, ПР8, ПР10, ПР11, ПР12</i>	Тест	Типовые задания
№4	Раздел 4. Геометрия	<i>ЛР9, ЛР13, МР1, МР3, МР4, МР9, ПР2, ПР3, ПР6, ПР8, ПР9, ПР10</i>	Тест	Типовые задания
№5	Раздел 5. Комбинаторика, статистика и теория вероятностей	<i>ЛР4, ЛР9, МР1, МР3, МР9, ПР1, ПР7, ПР8, ПР13</i>	Тест	Типовые задания
№6	Допуск к экзамену		Портфолио	1. Практические работы 2. Тесты 3. Домашняя контрольная работа
Промежуточ ная аттестация	Экзамен		Экзаменационные билеты	Типовые задания

Приложение Б
Образец оформления титульного листа контрольной работы

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Магнитогорский государственный технический университет
им. Г. И. Носова»

Многопрофильный колледж

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № _____
ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«НАИМЕНОВАНИЕ»

Вариант _____

Выполнил (а) _____

Специальность: _____

Группа _____

Шифр _____

Преподаватель _____

Магнитогорск, 20__ г.

Приложение В
Образец оформления содержания контрольной работы

СОДЕРЖАНИЕ

1	Теоретический вопрос 1..... <i>(текст вопроса)</i>	8
2	Теоретический вопрос 2 <i>(текст вопроса)</i>	10
3	Практические задания	11
4	Список использованной литературы	13