

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет
им. Г.И. Носова»
Многопрофильный колледж



УТВЕРЖДАЮ
Директор
С.А. Махновский
«23» марта 2017 г.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ СТУДЕНТОВ
ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
ЕН.01 МАТЕМАТИКА
программы подготовки специалистов среднего звена
по специальности СПО
23.02.03 Техническое обслуживание ремонт автомобильного транспорта**

Магнитогорск, 2017

ОДОБРЕНО

Предметной комиссией
Математических и
естественнонаучных дисциплин
Председатель: Е.С. Корытникова
Протокол №7 от 14 марта 2017 г.

Методической комиссией

Протокол №4 от 23 марта 2017 г.

Разработчик

Ю.Н. Садчикова, преподаватель МпК ФГБОУ ВО «МГТУ им. Г.И. Носова»

Методические указания разработаны на основе рабочей программы учебной дисциплины «Математика».

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
Паспорт учебной дисциплины	6
Тематический план учебной дисциплины	8
Методические рекомендации по выполнению контрольной работы	14
Задания контрольной работы	22
Вопросы для подготовки к экзамену	24
Приложение. Образец оформления титульного листа	28

ВВЕДЕНИЕ

Методические указания для студентов заочной формы обучения по учебной дисциплине «Математика» предназначены для реализации Федерального государственного образовательного стандарта по специальности 23.02.03. Техническое обслуживание и ремонт автомобильного транспорта.

Самостоятельная работа при заочной форме обучения является основным видом учебной деятельности и предполагает следующее:

- самостоятельное изучение теоретического материала;
- выполнение контрольной работы;
- подготовку к промежуточной аттестации.

Настоящие методические указания составлены в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины и включают варианты контрольной работы для студентов заочной формы

Цель методических указаний – помочь студентам при самостоятельном освоении программного материала и выполнении домашней контрольной работы.

Методические указания включают:

1. Паспорт рабочей программы учебной дисциплины.
2. Тематический план учебной дисциплины.
3. Методические рекомендации по выполнению контрольной работы
4. Варианты контрольной работы
5. Задания для экзамена.
6. Информационное обеспечение
7. Образец оформления титульного листа контрольной работы

Наряду с настоящими методическими указаниями студенты заочной формы обучения должны использовать учебно-методическую документацию по учебной дисциплины, включающую рабочую программу; методические указания для самостоятельной работы; методические указания для практических занятий, комплект контрольно-оценочных средств.

Образовательный маршрут

Рабочим учебным планом для студентов заочной формы обучения предусматриваются теоретические и практические занятия, самостоятельная работа студентов.

Обзорные лекции проводятся по сложным для самостоятельного изучения темам программы и должны помочь студентам систематизировать результаты самостоятельных занятий.

Проведение практических занятий ориентировано на закрепление теоретических знаний, полученных при самостоятельном изучении и на обзорных лекциях, и приобретение необходимых компетенций по изучаемой дисциплине.

Обязательным условием освоения дисциплины является выполнение одной контрольной работы. Методические указания устанавливают единые требования к выполнению и оформлению контрольной работы. Если в ходе самостоятельного изучения дисциплины, при выполнении контрольной работы у Вас возникают трудности, то Вы можете прийти на консультации к преподавателю, которые проводятся согласно графику.

По итогам изучения дисциплины проводится экзамен. Перечни вопросов и варианты заданий представлены в разделе 5.

ПАСПОРТ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Место дисциплины в структуре программы подготовки специалистов среднего звена

Учебная дисциплина «Математика» является частью программы подготовки специалистов среднего звена в соответствии с ФГОС по специальности СПО 23.02.03 Техническое обслуживание и ремонт автомобильного транспорта, входящей в состав укрупненной группы специальностей 23.00.00 Техника и технологии наземного транспорта.

Учебная дисциплина Математика относится к математическому и общему естественнонаучному циклу программы подготовки специалистов среднего звена.

Цели и задачи дисциплины – требования к результатам освоения дисциплины:

В результате освоения дисциплины обучающийся **должен уметь:**

У₁. решать обыкновенные дифференциальные уравнения;

В результате освоения дисциплины обучающийся **должен знать:**

З₁. основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики;

З₂. основные численные методы решения прикладных задач.

Содержание дисциплины ориентировано на подготовку студентов к освоению профессиональных модулей ППССЗ по специальности и овладению профессиональными компетенциями:

ПК 1.1 Организовывать и проводить работы по техническому обслуживанию и ремонту автотранспорта.

ПК 1.2 Осуществлять технический контроль при хранении, эксплуатации, техническом обслуживании и ремонте автотранспорта.

ПК 1.3 Разрабатывать технологические процессы ремонта узлов и деталей.

ПК 2.2 Контролировать и оценивать качество работы исполнителей работ.

В процессе освоения дисциплины у студентов должны формироваться общие компетенции:

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 6. Работать в коллективе и в команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), за результат выполнения заданий.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

Количество часов на освоение программы учебной дисциплины

максимальной учебной нагрузки обучающегося 168 часов, в том числе:

обязательной аудиторной учебной нагрузки обучающегося 16 часов;

самостоятельной работы обучающегося 152 часа.

ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Раздел 1 Комплексные числа

Тема 1.1 Основы теории комплексных чисел

Основные понятия и термины по теме: мнимая единица, комплексное число, действительная и мнимая часть числа, модуль комплексного числа, сопряженное число, аргумент комплексного числа, тригонометрическая форма комплексного числа.

План изучения темы:

1. Алгебраическая форма комплексного числа.
2. Действия с комплексными числами в алгебраической форме.
3. Тригонометрическая форма комплексного числа.
4. Действия с комплексными числами в тригонометрической форме.

Практические занятия

1. Комплексные числа и их геометрическая интерпретация. Решение квадратных уравнений с действительными коэффициентами.
2. Действия над комплексными числами в алгебраической форме.
3. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме.

Раздел 2 Элементы линейной алгебры

Тема 2.1 Матрицы и определители

Основные понятия и термины по теме: матрица, элемент матрицы, квадратная матрица, порядок квадратной матрицы, единичная матрица, нулевая матрица, сумма, разность и произведение матриц, определитель матрицы.

План изучения темы:

1. Понятие матрицы.
2. Действия с матрицами.
3. Определители матриц.

Практические занятия

4. Действия над матрицами.
5. Вычисление определителей второго и третьего порядков.

Тема 2.2 Системы линейных уравнений

Основные понятия и термины по теме: система линейных уравнений, корни уравнения, метод Крамера, метод Гаусса, матричный метод решения систем уравнений, расширенная матрица системы уравнений, совместные и несовместные системы уравнений.

План изучения темы:

1. Системы линейных уравнений.
2. Решение систем уравнений методом Крамера.
3. Решение систем уравнений методом Гаусса.
4. Решение систем уравнений матричным методом.

Практические занятия

6. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.
7. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
8. Решение систем линейных уравнений матричным способом.

Раздел 3. Математический анализ

Тема 3.1 Теория пределов и непрерывность

Основные понятия и термины по теме: последовательность, предел последовательности, предел функции, неопределённости вида $\frac{0}{0}$ и $\frac{\infty}{\infty}$, раскрытие неопределённостей, первый и второй замечательные пределы, непрерывность функции, точки разрыва первого и второго рода.

План изучения темы:

1. Числовые последовательности.
2. Пределы функций.
3. Раскрытие неопределённостей.
4. Замечательные пределы.
5. Непрерывность функций.

Практические занятия:

9. Вычисление пределов.

Тема 3.2 Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Основные понятия и термины по теме: производная функции, таблица производных, техника дифференцирования, производная сложной функции; применение производной в исследованиях функций, применение производной в физике.

План изучения темы:

1. Понятие производной функции.
2. Техника дифференцирования.
3. Производная сложной функции.
4. Применение производной в исследовании функций.
5. Применение производной в физике.

Практические занятия

10. Нахождение производных по правилам дифференцирования.
11. Дифференцирование сложных функций.
12. Анализ функций и построение графика.
13. Решение физических задач.

Тема 3.3 Интегральное исчисление функции одной переменной

Основные понятия и термины по теме: первообразная функции, интеграл, таблица интегралов, правила вычисления, методы вычисления интегралов, формула Ньютона – Лейбница, приложения определенного интеграла.

План изучения темы:

1. Понятие первообразной функции.
2. Нахождение интеграла по таблице.
3. Методы интегрирования.
4. Определенный интеграл.
5. Приложения определённого интеграла.

Практические занятия

14. Нахождение неопределённых интегралов различными методами интегрирования.

15. Вычисление определённых интегралов различными способами, приближенные вычисления.
16. Вычисление площадей плоских фигур и объёмов тел.
17. Решение физических и технических задач.

Тема 3.4 Дифференциальные уравнения

Основные понятия и термины по теме: дифференциальное уравнение, общее решение дифференциального уравнения, частное решение дифференциального уравнения, начальные условия, уравнение первого порядка с разделяющимися переменными, однородное уравнение первого порядка, однородное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами.

План изучения темы:

1. Основные понятия дифференциальных уравнений.
2. Уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.
3. Линейные уравнения первого порядка.
4. Уравнение Бернулли.
5. Линейные уравнения второго порядка.

Практические занятия

18. Решение дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными.
19. Решение дифференциальных уравнений первого порядка.
20. Решение дифференциальных уравнений второго порядка.
Решение прикладных задач.

Раздел 4. Элементы дискретной математики

Тема 4.1 Элементы теории множеств

Основные понятия и термины по теме: множество, подмножество, элемент множества, объединение множеств, пересечение множеств, разность множеств, прямое произведение множеств.

План изучения темы:

1. Основные понятия теории множеств.
2. Выполнение операций над множествами.

Практические занятия

21. Операции над множествами.

Тема 4.2 Элементы комбинаторики

Основные понятия и термины по теме: комбинаторика, факториал, перестановки, размещения, сочетания.

План изучения темы:

1. Перестановки.
2. Размещения.
3. Сочетания.

Практические занятия

22. Решение задач на основные понятия комбинаторики.

Раздел 5. Элементы теории вероятностей и математической статистики

Тема 5.1 Элементы теории вероятностей

Основные понятия и термины по теме: испытание, событие, вероятность, достоверное событие, невозможное событие, случайное событие, вероятность, случайная величина, дискретная случайная величина, непрерывная случайная величина, закон распределения, многоугольник распределения, математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, функция распределения, плотность распределения.

План изучения темы:

1. Основные понятия теории вероятностей. Классическое определение вероятности.
2. Алгебра событий.
3. Случайные величины.

4. Числовые характеристики случайных величин.

Практические занятия

23. Решение задач на определение вероятности с использованием теорем сложения и умножения вероятностей.

Тема 5.2 Элементы математической статистики

Основные понятия и термины по теме: выборка, выборочная средняя, мода, медиана, размах вариаций, среднее квадратическое отклонение, дисперсия, генеральная совокупность, выборочная совокупность.

План изучения темы:

1. Представление данных.
2. Выборка и её числовые характеристики.
3. Генеральная совокупность и выборочная совокупность.
4. Статистические распределения.

Практические занятия

24. Нахождение числовых характеристик выборки.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Контрольная работа является наиболее значимым элементом самостоятельной работы для студентов заочной формы обучения. Выполнение контрольной работы помогает лучше изучить основные положения алгебры, геометрии и начал математического анализа, уяснить суть различных теоретических подходов к этим проблемам.

При написании контрольной работы студенты изучают значительный теоретический материал; знакомятся с основными понятиями и категориями учебной дисциплины; приобретают навыки работы со специальной литературой; учатся анализировать теоретический материал; осваивают методы математического анализа.

Выполнение домашней контрольной работы определяет степень усвоения студентами изучаемого материала, умение анализировать, систематизировать теоретические положения и применять полученные знания при решении практических задач.

Предлагается один вариант контрольной работы, который содержит задания с идентификационными параметрами. Вариант включает 11 типовых заданий.

При выполнении контрольной работы необходимо воспользоваться литературой, список которой приводится в методических указаниях. В качестве дополнительной литературы рекомендуются словари, справочники.

Обращаем Ваше внимание, что выполнение контрольных работ – обязательно. Своевременная сдача контрольных работ является условием допуска к промежуточной аттестации по дисциплине.

Студенты заочной формы обучения обязаны выполнить контрольную работу в письменном виде и представить ее ведущему преподавателю соответствующей дисциплины не позднее, чем за 14 дней до начала сессии. Допускается отправка контрольных работ по почте.

Если домашняя контрольная работа выполнена не в полном объеме или не соответствует требованиям, то работа возвращается студенту на доработку с указанием в рецензии выявленных замечаний. Вариант с замечаниями необходимо приложить к исправленному варианту.

Перед выполнением контрольной работы в начале тетради напишите свои фамилию, имя и отчество полностью в именительном падеже и укажите свои идентификационные параметры.

Идентификационные параметры

k - количество букв в Вашей фамилии (например, для фамилии ИВАНОВ ***k***=6)

m- количество букв в Вашем имени (например, для имени СЕРГЕЙ ***m***=6)

p- последняя цифра в номере вашей зачетной книжки; если последняя цифра равна 0, то взять ***p***=10

Получив свой вариант контрольной работы, вы должны:

1. изучить настоящие методические указания для студентов заочной формы обучения;
2. внимательно ознакомиться с вопросами (теоретическими и практическими) своего варианта;
3. подобрать соответствующие учебно-методические пособия, изданные в колледже, учебную литературу, ознакомиться с подобранной информацией;
4. выполнить задания по теоретическим вопросам, составив, в зависимости от задания, конспект, таблицу, схему, план ответа и др.
5. провести расчеты, решить задачи, предварительно изучив типовые образцы по теме, используя учебно-методические пособия, изданные в колледже.
6. оформить работу в соответствии с требованиями к оформлению.

Требования к оформлению контрольной работы

Студенты заочной формы обучения обязаны выполнить контрольную работу в отдельной тетради в клетку и представить ее ведущему преподавателю соответствующей дисциплины не позднее, чем за 14 дней до начала лабораторно-экзаменационной сессии.

При оформлении указывать номер и букву каждого задания. Решения задач оформлять подробно, с пояснениями и указанием соответствующих формул, теорем и свойств. Графики, чертежи и рисунки выполняются с помощью карандаша и линейки.

Содержание основной части работы должно соответствовать заданию в соответствии с вариантом методических указаний. Расчеты должны быть проведены по действующим методикам.

В конце работы приводится список литературы. Список использованной литературы должен содержать сведения обо всех источниках, использованных при выполнении работы.

Примеры выполнения типовых заданий

Задание 1.

Дано: $z_1 = 4 + i$; $z_2 = -2 - 3i$

Найти: $\frac{z_1}{z_2}$;

Решение:

$$\begin{aligned}\frac{z_1}{z_2} &= \frac{4+i}{-2-3i} = \frac{(4+i) \cdot (-2+3i)}{(-2-3i) \cdot (-2+3i)} = \frac{-8+12i-2i+3i^2}{(-2)^2 - (3i)^2} = \\ &= \frac{-8+10i+3 \cdot (-1)}{4-9i^2} = \frac{-8+10i-3}{4-9 \cdot (-1)} = \frac{-11+10i}{4+9} = \frac{-11+10i}{13} = \\ &= -\frac{11}{13} + \frac{10i}{13}\end{aligned}$$

Задание 2.

1. Дано:

$$z_1 = 2 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$$

$$z_2 = -3 \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right)$$

Найти:

$$z_1 \cdot z_2$$

Решение:

$$\begin{aligned}z_1 \cdot z_2 &= 2 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right) \cdot \left(-3 \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right) \right) = \\ &= 2 \cdot (-3) \left(\cos \left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2} \right) \right) = \\ &= -6 \left(\cos \frac{\pi+3\pi}{6} + i \sin \frac{\pi+3\pi}{6} \right) = \\ &= -6 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)\end{aligned}$$

2. Дано:

$$z_1 = 2 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$$

Решение:

$$\begin{aligned}\sqrt[5]{z_1} &= \sqrt[5]{2 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)} = \\ &= \sqrt[5]{2} \left(\cos \left(\frac{\pi}{6 \cdot 5} + \frac{2\pi k}{5} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{6 \cdot 5} + \frac{2\pi k}{5} \right) \right) = \\ &= \sqrt[5]{2} \left(\cos \left(\frac{\pi}{30} + \frac{2\pi k}{5} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{30} + \frac{2\pi k}{5} \right) \right)\end{aligned}$$

Найти:

$$\sqrt[5]{z_1}$$

Задание 3. Найти производную функции $y = \ln(x^2 - 4x + 4)$.

По свойству дифференцирования сложной функции (производная внешней функции умножается на производную внутренней функции) вначале находим производную натурального логарифма и домножаем на производную подлогарифмической функции:

$$y' = (\ln(x^2 - 4x + 4))' = \frac{1}{x^2 - 4x + 4} \cdot (x^2 - 4x + 4)'$$

Производная суммы равна сумме производных и константу можно выносить за знак производной, поэтому имеем:

$$y' = \frac{1}{x^2 - 4x + 4} \cdot [(x^2)' - (4x)' + (4)']$$

$$y' = \frac{1}{x^2 - 4x + 4} \cdot [2x - 4(x)' + 0]$$

$$y' = \frac{1}{x^2 - 4x + 4} \cdot (2x - 4)$$

$$y' = \frac{2x - 4}{x^2 - 4x + 4}$$

Знаменатель дроби можно свернуть по формуле квадрат разности ($(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$), а в числителе двойку вынесем как общий множитель за скобки:

$$y' = \frac{2(x - 2)}{(x - 2)^2} \quad \text{сокращаем:} \quad y' = \frac{2}{x - 2}$$

Задание 4. Исследуйте функцию по общей схеме и постройте её график.

$$y = 1 + 2x^2 - x^4;$$

1) $x \in (-\infty; +\infty)$

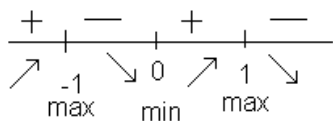
2) $f(-x) = 1 + 2(-x)^2 - (-x)^4 = 1 + 2x^2 - x^4 \Rightarrow \text{имеем } f(-x) = f(x) \Rightarrow$ функция четная и ее график симметричен относительно оси (ОУ).

3) Т.к. $x \in (-\infty; +\infty)$ следовательно, точек разрыва нет, следовательно асимптот эта функция не имеет.

$$f'(x) = (1 + 2x^2 - x^4)' = 4x - 4x^3;$$

$$4) \quad 4x - 4x^3 = 0$$

$$4x(1 - x^2) = 0 \Rightarrow x = 0 : x = \pm 1;$$



$$f(-1) = 1 + 2(-2)^2 - (-2)^4 = 2$$

$$f(0) = 1 + 2(0)^2 - 0^4 = 1$$

$$f(1) = 1 + 2 \cdot 1^2 - 1^4 = 2$$

x	$(-\infty; -1)$	1	$(-1; 0)$	0	$(0; 1)$	1	$(1; +\infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0	-
$f(x)$	↗	-2	↘	1	↗	2	↘

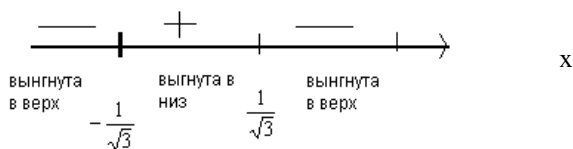
$$f''(x) = (4x - 4x^3)' = 4 - 12x^2;$$

$$4 - 12x^2 = 4$$

$$5) \quad 12x^2 = 4$$

$$x^2 = \frac{1}{3}$$

$$x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}};$$



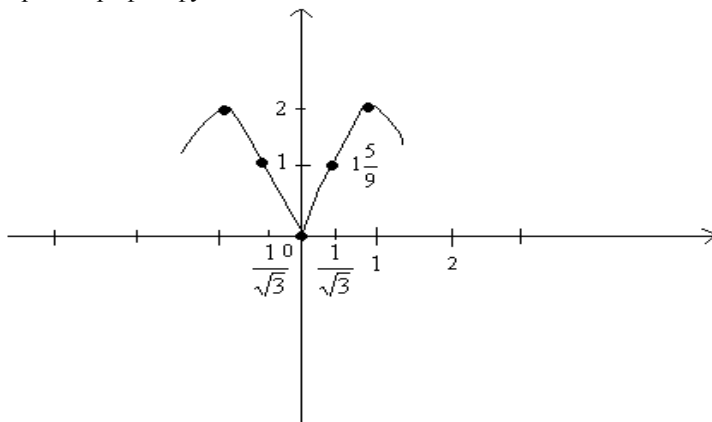
$$f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 1 + 2\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 = 1 + \frac{2}{3} - \frac{1}{9} = 1\frac{5}{9}$$

$$f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 1 + 2\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 = 1\frac{5}{9}$$

Составим таблицу.

x	$(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}})$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$(-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}})$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$(\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty)$
$f''(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	Выпукла вверх	$1\frac{5}{9}$	Выпукла вниз	$1\frac{5}{9}$	Выпукла вверх

8). Построим график функции.



Задание 5. Вычислить неопределенный интеграл $\int \sqrt[3]{x^2} dx$.

Для того, чтобы привести интеграл к табличному преобразуем подынтегральное выражение согласно свойствам степеней:

$$\int \sqrt[3]{x^2} dx = \int x^{\frac{2}{3}} dx$$

далее, применяя табличный интеграл для степенной функции

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

при $n = \frac{2}{3}$, получим

$$\int \sqrt[3]{x^2} dx = \int x^{\frac{2}{3}} dx = \frac{x^{\frac{2}{3}+1}}{\frac{2}{3}+1} + C = \frac{x^{\frac{5}{3}}}{\frac{5}{3}} + C = \frac{3x \cdot \sqrt[3]{x^2}}{5} + C$$

Задание 6. Вычислить определенный интеграл $\int_4^9 \left(\frac{2x}{5} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) \cdot dx$

На основании свойств определенного интеграла и формулы Ньютона-

Лейбница $\left(\int_a^b f(x) dx = F(X) \Big|_a^b = F(b) - F(a) \right)$ получаем

$$\begin{aligned} \int_4^9 \left(\frac{2x}{5} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) \cdot dx &= \int_4^9 \frac{2x}{5} \cdot dx + \int_4^9 \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot dx = \\ &= \frac{2}{5} \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_4^9 + \sqrt{x} \Big|_4^9 = \frac{1}{5} \cdot (9^2 - 4^2) + (\sqrt{9} - \sqrt{4}) = \frac{1}{5} \cdot 65 + 1 = 14. \end{aligned}$$

Задание 7. Найдите площадь фигуры ограниченной линиями

$$y = \sqrt{x}, y = x.$$

Решение.

Сначала находим координаты точек пересечения графиков функций

$$y = \sqrt{x} \text{ и } y = x. \text{ Для этого решим систему } \begin{cases} y = x \\ y = \sqrt{x} \end{cases}$$

Приравняем $x = \sqrt{x}$. Возводя обе части в квадрат, получим квадратное уравнение $x^2 - x = 0$. Поэтому, преобразуя как $x(x - 1) = 0$, будем иметь два корня $x_1 = 0, x_2 = 1$. Ясно, что на промежутке от 0 до 1 значения $\sqrt{x}$ всегда превышают x .

Таким образом, задача сводится к нахождению интеграла.

$$\int_0^1 (\sqrt{x} - x) dx = \frac{2x^{2/3}}{3} - \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{2}{3} 1^{3/2} - \frac{1^2}{2} = \frac{1}{6} \approx 0,167.$$

Задание 8. Найти частное решение дифференциального уравнения

$$(1 + x^2)dy + y dx = 0 \text{ при начальном условии } y(1) = 1.$$

Преобразуем данное уравнение к виду $\frac{dy}{y} = -\frac{dx}{1+x^2}$. Интегрируя, имеем

$$\int \frac{dy}{y} = - \int \frac{dx}{1+x^2}, \text{ или } \ln|y| = -\arctg x + C$$

Это общий интеграл данного уравнения.

Теперь, используя начальное условие, найдем произвольную постоянную: $\ln 1 = -\arctg 1 + C$, т.е. $C = \frac{\pi}{4}$. Следовательно,

$$\ln y = -\arctg x + \frac{\pi}{4},$$

откуда получаем искомое частное решение $y = e^{\frac{\pi}{4} - \arctg x}$.

Задание 9. Предположим, что множество U состоит из всех букв русского алфавита, A – из всех согласных, а множество B – из букв, встречающихся в слове «энциклопедия». Тогда

- *объединение* множеств A и B состоит из всех букв алфавита, кроме $\{a, ё, у, ь, в, ы, ю\}$
- *пересечение* множеств A и B – из букв $\{\partial, к, л, н, п, ц\}$;
- *дополнение множества A до универсального множества U* – из всех гласных.

Задание 10. Задать с помощью характеристического свойства элементов множество всех положительных чисел.

$$M = \{x \mid x \in \mathbf{R}, x > 0\}.$$

ЗАДАНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

- Найдите значения выражений $2 \cdot z_1 - z_2 \cdot z_3 + z_4$,
 $z_1 \cdot z_2 - z_2 \cdot z_3 + z_3 \cdot z_4$, $\frac{z_2}{z_4}$, $\frac{z_3}{z_1}$ при $z_1 = k - mi$,
 $z_2 = m + pi$, $z_3 = p - i$, $z_4 = -p + 2i$.
- Даны комплексные числа в тригонометрической форме:

$$z_1 = m \left(\cos \frac{\pi}{k} + i \sin \frac{\pi}{k} \right);$$

$$z_2 = k \left(\cos \frac{\pi}{p} + i \sin \frac{\pi}{p} \right);$$

$$z_3 = p \left(\cos \frac{\pi}{m} + i \sin \frac{\pi}{m} \right).$$

Найти: $z_1 \cdot z_2$, $z_2 \cdot z_3$, $z_1 \cdot z_3$, $\frac{z_2}{z_1}$, $\frac{z_3}{z_2}$, z_1^2 , z_2^3 ,
 $\sqrt{z_1}$, $\sqrt{z_2}$, $\sqrt[3]{z_3}$.

- Найдите производные функций:

a) $f(x) = m^x - x^m \sin x + \frac{px - k}{p - kx} + (m - 1)x$;

b) $f(x) = \left(e^{kx} + \sqrt[k]{x^{m+k+p}} \cdot \log_m x \right)^{p+4}$.

- Исследуйте функцию $f(x) = \frac{(x+1)(x+m+k)}{px}$ по общей

схеме и постройте её график.

- Найдите неопределённые интегралы:

a) $\int \frac{(x+k)(x+p)}{x-m} dx$;

b) $\int \frac{\sin^m \sqrt{kx+p} \cos \sqrt{kx+p}}{\sqrt{kx+p}} dx$;

$$c) \int (mx + k)(x - p) \ln x dx.$$

6. Вычислите определённые интегралы:

$$a) \int_1^e (9kx^2 + 4px + m) \ln x dx;$$

$$b) \int_0^p \frac{x^{m-1}}{x^{2m} + k^2}.$$

7. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = p \sin \frac{x}{m}, \quad y = (p + k) \sin \frac{x}{m}, \quad 0 \leq x \leq m\pi.$$

8. Найдите объём тела, полученного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями

$$y = p\sqrt{2(x - m)}, \quad y = 0, \quad x = m + k.$$

9. Найдите частные решения дифференциальных уравнений, удовлетворяющие данным начальным условиям:

$$a) \quad y'' = (k - 2)x^2 - (m - 1)x + p + 3, \quad y'(0) = k - m, \quad y(0) = p - k;$$

$$b) \quad y'' - (k + m)y' + kmy = 0, \quad y'(0) = 0, \quad y(0) = p.$$

10. Составьте множества:

A- множество букв Вашего имени;

B- множество букв Вашего отчества;

C- множество букв Вашей фамилии.

Найдите $A \cap B$, $A \cap C$, $A \cup B$, $B \cup C$, $B \setminus C$, $C \setminus A$, $A * B$.

11. Перечислите элементы множеств:

$$a) \quad A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 2 \leq x < m\};$$

$$b) \quad B = \{y \mid y \in \mathbb{N}, y < k + p, y = 2n\}.$$

Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $B \setminus A$.

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНУ

Промежуточная аттестация по учебной дисциплине «Математика» проводится в форме экзамена.

Экзамен проводится в письменной форме.

Обучающийся должен предоставить письменную работу преподавателю.

Теоретические вопросы экзамена

1. Основные понятия теории комплексных чисел.
2. Формы записи комплексного числа.
3. Матрицы. Виды матриц. Обратная матрица.
4. Действия с матрицами.
5. Определители матриц.
6. Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера.
7. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
8. Матричный метод решения систем линейных уравнений.
9. Пределы функций. Раскрытие неопределённости. Замечательные пределы.
10. Непрерывность функций.
11. Производная функции. Правила дифференцирования. Производная сложной функции.
12. Экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции. Дифференциал функции.
13. Неопределённый интеграл. Методы вычислений неопределённых интегралов.
14. Определённый интеграл. Геометрические и физические приложения определённого интеграла.
15. Дифференциальные уравнения первого порядка.
16. Дифференциальные уравнения второго порядка.
17. Основные понятия теории множеств.
18. Основные понятия комбинаторики.
19. Основные понятия теории вероятностей.
20. Основные понятия математической статистики.

Типовые задания

№	Типовые задания	Тема
1.	Вычислить в алгебраической форме $2z_1 \pm 3z_2; z_3 - 2z_4;$ $z_1 = -3 - 3\sqrt{2}i; z_2 = 2i; \quad z_3 = \sqrt{2}e^{\frac{3}{2}\pi i}; z_4 = 3\left(\cos\frac{5}{4}\pi + i\sin\frac{5}{4}\pi\right)$	Тема 1.1 Основы теории комплексных чисел
2.	Вычислить в тригонометрической и показательной	

	формах $z_1^4; z_3^5; z_4^{10}; \sqrt[3]{z_2}; \sqrt[3]{z_3}; \sqrt[5]{z_4}; ;$ $z_1 = -3 - 3\sqrt{2}i; z_2 = 2i; z_3 = \sqrt{2}e^{\frac{3}{2}\pi i}; z_4 = 3(\cos\frac{5}{4}\pi + i\sin\frac{5}{4}\pi);$	
3.	Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 7 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$. Найдите значение выражения $A \cdot B - B \cdot A$.	Тема 2.1 Матрицы и определитель и
4.	Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 5 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 4 \\ 1 & 7 & 6 \end{vmatrix}$.	
5.	Решите систему уравнений по формулам Крамера: $\begin{cases} 2x - y + z = 3, \\ x + 5y - z = 4, \\ 4x + 3y - z = 5. \end{cases}$	Тема 2.2 Системы линейных уравнений
6.	Решите систему уравнений методом Гаусса: $\begin{cases} x + 2y - z = 2, \\ 3x + y - 4z = -1, \\ x + y - 2z = -1. \end{cases}$	
7.	Найдите предел функции $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 4}$.	Тема 3.1 Теория пределов и непрерывность
8.	Найдите предел функции $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 6x + 8}{3 + 2x - 4x^2}$	
9.	Производная функции $y = x^3 \cdot e^x + 5 \cdot x$ равна ...	Тема 3.2 Дифференциальные исчисления функций одной переменной
10.	Производная функции $y = \cos\left(8x + \frac{3\pi}{2}\right)$ равна ...	
11.	Для функции $y = -x^3 + 12x^2 - 21x + 12$ точка минимума x_0 принимает значение, равное ...	
12.	Функция $f(x) = x^5 + 20x^2 + 3$ имеет на отрезке $[-1; 1]$ наименьшее значение, равное ...	
13.	Определенный интеграл $\int_1^4 \frac{2dx}{\sqrt{x}}$ равен ...	Тема 3.3 Интегральное исчисление функций одной переменной
14.	Неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{4x+9}}$ равен ...	
15.	Площадь фигуры, ограниченной параболой $y = 9 - x^2$ и осью OX , равна ...	
16.	Скорость движения тела задана уравнением $v(t) = \frac{5}{\sqrt{t}}$. Тогда путь, пройденный телом за 9 секунд от начала движения, равен ...	

17.	Найти общее решение дифференциального уравнения $\sqrt{3+y^2}dx - ydy = x^2ydy$	Тема 3.4 Дифференциальные уравнения										
18.	Найти частное решение дифференциального уравнения $y'' + y' - 6y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 10.$											
19.	Дано множество $A = \{72, 56, 513, 117, 324\}$. Составьте подмножества множества A , состоящее из чисел, которые: а) делятся на 4; б) делятся на 9; в) делятся на 5; г) делятся на 10.	Тема 4.1 Элементы теории множеств										
20.	Найдите объединение, пересечение, разность множеств A и B , если а) $A =]-\infty; 7]$, $B = [1; +\infty[$; б) $A = [3; 7]$, $B = [0; 9]$; в) $A =]-\infty; 0]$, $B = [3; +\infty[$.											
21.	Нужно выбрать в подарок 4 из 10 имеющихся книг. Сколькими способами это можно сделать?	Тема 4.2 Элементы комбинаторики										
22.	В урне находятся 12 белых и 8 черных шаров. Из урны наудачу вынимают 5 шаров. Какова вероятность того, что в выборку попадут 3 белых и 2 черных шара?	Тема 5.1 Элементы теории вероятностей										
23.	Дано распределение дискретной случайной величины: <table><tr><td>X</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>P(X)</td><td>0,1</td><td>0,2</td><td>0,4</td><td>P₄</td></tr></table> Найти P ₄ и числовые характеристики случайной величины (математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение)	X	1	2	3	4	P(X)	0,1	0,2	0,4	P ₄	Тема 5.2 Элементы математической статистики
X	1	2	3	4								
P(X)	0,1	0,2	0,4	P ₄								

Критерии оценки

Оценка индивидуальных образовательных достижений по результатам промежуточной аттестации производится в соответствии с универсальной шкалой:

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

ПРИЛОЖЕНИЕ

Образец оформления титульного листа контрольной работы

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Магнитогорский государственный технический университет
им. Г. И. Носова»
Многопрофильный колледж

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № _____
ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«Математика»
Вариант _____

Выполнил (а) _____
Специальность: _____
Группа _____
Шифр _____
Преподаватель _____

Магнитогорск, 20__ г.