

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Магнитогорский государственный технический университет  
им. Г. И. Носова»

Многопрофильный колледж



## **ЕН.01 МАТЕМАТИКА**

**Методические указания  
для студентов заочной формы обучения  
по специальности**

**08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений**

**базовой подготовки**

Магнитогорск, 2015

## **ОДОБРЕНО:**

Предметной комиссией  
«Математических и естественнонаучных  
дисциплин»

Председатель  / Е.С. Корытникова  
Протокол № 7 от 18 марта 2015г.

Методической комиссией

Протокол №4 от 26.03.2015 г

## **Разработчик:**

Ю.Н. Садчикова, преподаватель МпК ФГБОУ ВПО «МГТУ»

Методические указания по учебной дисциплине ЕН.01 «Математика» составлены в соответствии с требованиями к минимуму результатов освоения учебной дисциплины, изложенными в Федеральном государственном стандарте среднего профессионального образования по специальности 08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 11.08.2014г. № 965, и призваны помочь студентам заочной формы обучения в самостоятельной работе по изучению материалов курса.

Методические указания содержат рекомендации по изучению теоретического блока, задания и общие рекомендации по выполнению контрольной работы, а также включает вопросы для подготовки к экзамену.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
Паспорт учебной дисциплины	6
Тематический план учебной дисциплины	9
Методические рекомендации по выполнению контрольной работы	13
Задания контрольной работы	22
Вопросы для подготовки к экзамену	25
Приложение 1. Образец оформления титульного листа	30

## ВВЕДЕНИЕ

Методические указания для студентов заочной формы обучения по учебной дисциплине ЕН.01 «Математика» предназначены для реализации Федерального государственного образовательного стандарта по специальности 08.02.01.Строительство и эксплуатация зданий и сооружений.

Самостоятельная работа при заочной форме обучения является основным видом учебной деятельности и предполагает следующее:

- самостоятельное изучение теоретического материала;
- выполнение контрольной работы;
- подготовку к промежуточной аттестации.

Настоящие методические указания составлены в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины и включают варианты контрольной работы для студентов заочной формы

Цель методических указаний – помочь студентам при самостоятельном освоении программного материала и выполнении домашней контрольной работы.

Методические указания включают:

1. Паспорт рабочей программы учебной дисциплины.
2. Тематический план учебной дисциплины.
3. Методические рекомендации по выполнению контрольной работы
4. Варианты контрольной работы
5. Задания для экзамена.
6. Информационное обеспечение
7. Образец оформления титульного листа контрольной работы

Наряду с настоящими методическими указаниями студенты заочной формы обучения должны использовать учебно-методическую документацию по учебной дисциплины, включающую рабочую программу; методические указания для самостоятельной работы; методические указания для практических занятий, комплект контрольно-оценочных средств.

### Образовательный маршрут

Рабочим учебным планом для студентов заочной формы обучения предусматриваются теоретические и практические занятия, самостоятельная работа студентов.

Обзорные лекции проводятся по сложным для самостоятельного изучения темам программы и должны помочь студентам систематизировать результаты самостоятельных занятий.

Проведение практических занятий ориентировано на закрепление теоретических знаний, полученных при самостоятельном изучении и на обзорных лекциях, и приобретение необходимых компетенций по изучаемой дисциплине.

Обязательным условием освоения дисциплины является выполнение одной контрольной работы. Методические указания устанавливают единые требования к выполнению и оформлению контрольной работы. Если в ходе самостоятельного изучения дисциплины, при выполнении контрольной работы у Вас возникают трудности, то Вы можете прийти на консультации к преподавателю, которые проводятся согласно графику.

По итогам изучения дисциплины проводится экзамен. Перечни вопросов и варианты заданий представлены в разделе 5.

## ПАСПОРТ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### Место дисциплины в структуре программы подготовки специалистов среднего звена

Учебная дисциплина «Математика» является частью программы подготовки специалистов среднего звена в соответствии с ФГОС по специальности СПО 08.02.01 «Строительство и эксплуатация зданий и сооружений», входящей в состав укрупненной группы специальностей 08.00.00 «Техника и строительные технологии».

Учебная дисциплина ЕН.01 «Математика» относится к математическому и общему естественнонаучному циклу.

### Цели и задачи дисциплины – требования к результатам освоения дисциплины:

В результате освоения дисциплины обучающийся *должен уметь*:

У1. выполнять необходимые измерения и связанные с ними расчеты;

У2. вычислять площади и объемы деталей строительных конструкций, объемы земляных работ;

У3. применять математические методы для решения профессиональных задач.

У01.1. оценивать социальную значимость своей будущей профессии для развития экономики и среды жизнедеятельности граждан российского государства;

У04.1. определять необходимые источники информации;

У05.1. использовать средства информационно-коммуникационных технологий для решения профессиональных задач;

У06.1. работать в коллективе и команде;

У08.2. определять и выстраивать траектории профессионального развития и самообразования;;

У09.1. находить и анализировать информацию в области инноваций в профессиональной деятельности;

В результате освоения дисциплины обучающийся *должен знать*:

З1. основные понятия о математическом синтезе и анализе, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики;

З2. основные формулы для вычисления площадей фигур и объемов тел, используемых в строительстве.

З01.1. сущность и значимость профессиональной деятельности по специальности для развития экономики и среды жизнедеятельности граждан российского государства;

З02.2. структуру плана для решения профессиональных задач;

303.2. алгоритмы принятия решения в профессиональных нестандартных ситуациях;;

304.3. формат оформления результатов поиска информации;

305.1. современные средства и устройства информатизации и порядок их применения;

306.1. основные принципы работы в коллективе;

307.1. алгоритмы и принципы работы в команде;

309.1. возможные направления развития профессиональной отрасли.

Содержание дисциплины ориентировано на подготовку студентов к освоению профессиональных модулей основной профессиональной образовательной программы по специальности и овладению профессиональными компетенциями:

ПК 1.1. Подбирать строительные конструкции и разрабатывать несложные узлы и детали конструктивных элементов зданий.

ПК 1.3. Выполнять несложные расчеты и конструирование строительных конструкций.

ПК 1.4. Участвовать в разработке проекта производства работ с применением информационных технологий.

ПК 2.3. Проводить оперативный учет объемов выполняемых работ и расхода материальных ресурсов.

ПК 2.4. Осуществлять мероприятия по контролю качества выполняемых работ.

ПК 3.3. Контролировать и оценивать деятельность структурных подразделений.

ПК 4.1. Принимать участие в диагностике технического состояния конструктивных элементов эксплуатируемых зданий.

ПК 4.2. Организовывать работу по технической эксплуатации зданий и сооружений.

ПК 4.3. Выполнять мероприятия по технической эксплуатации конструкций и инженерного оборудования зданий.

ПК 4.4. Осуществлять мероприятия по оценке технического состояния и реконструкции зданий.

**В процессе освоения дисциплины у студентов должны формироваться общие компетенции:**

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации,

необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 6. Работать в коллективе и в команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), за результат выполнения заданий.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

#### **1.4 Количество часов на освоение программы дисциплины:**

максимальной учебной нагрузки обучающегося **96** часов, в том числе:

- обязательной аудиторной учебной нагрузки обучающегося **26** часов;
- самостоятельной работы обучающегося **70** часов.

# ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

## Раздел 1. Практическая геометрия

### Тема 1.1 Площади плоских фигур и объёмы многогранников и круглых тел

**Основные понятия и термины по теме:** многогранник, призма, параллелепипед, куб, пирамида, усеченная пирамида, цилиндр, конус, шар, сфера, объём, площадь поверхности, высота.

#### План изучения темы:

1. Многогранники. Виды многогранников.
2. Объём и площадь поверхности многогранников.
3. Тела вращения.
4. Объём и площадь поверхности тел вращения.

#### Практические работы:

№1 Вычисление площади квартиры. Определение площади поверхности стен, периметра и объема здания.

## Раздел 2. Основы линейной алгебры

### Тема 2.1 Матрицы и определители

**Основные понятия и термины по теме:** матрица, элемент матрицы, квадратная матрица, порядок матрицы, нулевая матрица, единичная матрица, сумма матриц, разность матриц, произведение матриц, определитель матрицы, миноры, алгебраическое дополнение, обратная матрица.

#### План изучения темы:

1. Матрицы. Виды матриц.
2. Действия с матрицами.
3. Определители матриц.
4. Обратная матрица.

#### Практические работы:

№2 Действия над матрицами. Вычисления определителей. Нахождение обратной матрицы.

## Раздел 2. Основы линейной алгебры

### Тема 2.2 Системы линейных уравнений

**Основные понятия и термины по теме:** система линейных уравнений, решение системы уравнений, метод Крамера, метод Гаусса, матричный метод решения систем уравнений, совместные и несовместные системы.

**План изучения темы:**

1. Системы линейных однородных уравнений.
2. Решение систем уравнений методом Крамера.
3. Решение систем уравнений методом Гаусса.
4. Решение систем уравнений матричным методом.

**Практические работы:**

№3 Решение систем линейных уравнений методом Крамера.

### **Раздел 3. Математический анализ**

#### **Тема 3.1 Дифференциальное исчисление**

**Основные понятия и термины по теме:** производная функции, дифференциал, правила дифференцирования, производная сложной функции, приближенные вычисления, монотонность, экстремумы.

**План изучения темы:**

1. Производная функции. Таблица производных.
2. Производная сложной функции.
3. Применение производной к приближенным вычислениям.
4. Применение производной к исследованию функций.
5. Приложения производной в физике.

**Практические работы:**

№4 Вычисление производных элементарных и сложных функций. Применение производной к исследованию функций.

### **Раздел 3. Математический анализ**

#### **Тема 3.2 Интегральное исчисление**

**Основные понятия и термины по теме:** первообразная, неопределённый интеграл, определённый интеграл, формула Ньютона-Лейбница, метод замены переменной, интегрирование по частям, криволинейная трапеция.

### **План изучения темы:**

1. Первообразная. Неопределённый интеграл. Таблица интегралов.
2. Методы интегрирования.
3. Определённый интеграл.
4. Вычисление площади криволинейной трапеции и объёма тел вращения с помощью определённого интеграла.
5. Приложения определённого интеграла в физике.

### **Практические работы:**

№5 Интегрирование различными методами. Решение прикладных задач с использованием интегрального исчисления.

## **Раздел 3. Математический анализ**

### **Тема 3.3 Дифференциальные уравнения**

**Основные понятия и термины по теме:** дифференциальное уравнение, общее решение дифференциального уравнения, частное решение дифференциального уравнения, уравнение с разделяющимися переменными, линейное однородное уравнение первого порядка, уравнение Бернулли, линейное однородное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами.

### **План изучения темы:**

1. Основные понятия дифференциальных уравнений.
2. Дифференциальные уравнения первого порядка.
3. Дифференциальные уравнения второго порядка.

### **Практические работы:**

№6 Решение дифференциальных уравнений первого и второго порядка.

## **Раздел 4. Основы теории вероятностей и математической статистики**

### **Тема 4.1 Основы теории вероятностей и математической статистики**

**Основные понятия и термины по теме:** испытание, событие, вероятность, достоверное событие, невозможное событие, случайное событие, вероятность, случайная величина, дискретная случайная величина, непрерывная случайная величина, закон распределения, многоугольник распределения, математическое ожидание, дисперсия,

среднее квадратическое отклонение, функция распределения, плотность распределения.

**План изучения темы:**

1. Основные понятия теории вероятностей. Классическое определение вероятности.
2. Алгебра событий.
3. Случайные величины.
4. Числовые характеристики случайных величин.

## МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Контрольная работа является наиболее значимым элементом самостоятельной работы для студентов заочной формы обучения. Выполнение контрольной работы помогает лучше изучить основные положения алгебры, геометрии и начал математического анализа, уяснить суть различных теоретических подходов к этим проблемам.

При написании контрольной работы студенты изучают значительный теоретический материал; знакомятся с основными понятиями и категориями учебной дисциплины; приобретают навыки работы со специальной литературой; учатся анализировать теоретический материал; осваивают методы математического анализа.

Выполнение домашней контрольной работы определяет степень усвоения студентами изучаемого материала, умение анализировать, систематизировать теоретические положения и применять полученные знания при решении практических задач.

Предлагается один вариант контрольной работы, который содержит задания с идентификационными параметрами. Вариант включает 13 типовых заданий.

При выполнении контрольной работы необходимо воспользоваться литературой, список которой приводится в методических указаниях. В качестве дополнительной литературы рекомендуются словари, справочники.

Обращаем Ваше внимание, что выполнение контрольных работ – обязательно. Своевременная сдача контрольных работ является условием допуска к промежуточной аттестации по дисциплине.

Студенты заочной формы обучения обязаны выполнить контрольную работу в письменном виде и представить ее ведущему преподавателю соответствующей дисциплины не позднее, чем за 14 дней до начала сессии. Допускается отправка контрольных работ по почте.

Если домашняя контрольная работа выполнена не в полном объеме или не соответствует требованиям, то работа возвращается студенту на доработку с указанием в рецензии выявленных замечаний. Вариант с замечаниями необходимо приложить к исправленному варианту.

Перед выполнением контрольной работы в начале тетради напишите свои фамилию, имя и отчество полностью в именительном падеже и укажите свои идентификационные параметры.

### *Идентификационные параметры*

*k* - количество букв в Вашей фамилии (например, для фамилии ИВАНОВ  $k=6$ )

$m$ - количество букв в Вашем имени (например, для имени СЕРГЕЙ  $m=6$ )  
 $p$ - последняя цифра в номере вашей зачетной книжки; если последняя цифра равна 0, то взять  $p=10$

Получив свой вариант контрольной работы, вы должны:

1. изучить настоящие методические указания для студентов заочной формы обучения;
2. внимательно ознакомиться с вопросами (теоретическими и практическими) своего варианта;
3. подобрать соответствующие учебно-методические пособия, изданные в колледже, учебную литературу, ознакомиться с подобранной информацией;
4. выполнить задания по теоретическим вопросам, составив, в зависимости от задания, конспект, таблицу, схему, план ответа и др.
5. провести расчеты, решить задачи, предварительно изучив типовые образцы по теме, используя учебно-методические пособия, изданные в колледже.
6. оформить работу в соответствии с требованиями к оформлению.

### **Требования к оформлению контрольной работы**

Студенты заочной формы обучения обязаны выполнить контрольную работу в отдельной тетради в клетку и представить ее ведущему преподавателю соответствующей дисциплины не позднее, чем за 14 дней до начала лабораторно-экзаменационной сессии.

При оформлении указывать номер и букву каждого задания. Решения задач оформлять подробно, с пояснениями и указанием соответствующих формул, теорем и свойств. Графики, чертежи и рисунки выполняются с помощью карандаша и линейки.

Содержание основной части работы должно соответствовать заданию в соответствии с вариантом методических указаний. Расчеты должны быть проведены по действующим методикам.

В конце работы приводится список литературы. Список использованной литературы должен содержать сведения обо всех источниках, использованных при выполнении работы.

### **Примеры выполнения типовых заданий**

**Задание 1.** Вычислите предел:  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + x - 10}{x^2 + x - 6}$

Непосредственная подстановка предельного значения аргумента  $x=2$  приводит к неопределенности  $\left(\frac{0}{0}\right)$ . Чтобы раскрыть эту неопределенность, разложим числитель и знаменатель на множители и сократим члены дроби на общий множитель  $(x-2)$ . Т.к. аргумент  $x$  только стремится к своему предельному значению 2, но не совпадает с ним, то множитель  $(x-2)$  отличен от нуля при  $x \rightarrow 2$ .

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + x - 10}{x^2 + x - 6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(2x+5)}{(x-2)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x+5}{x+3} = \frac{9}{5}$$

**Задание 2.** Найти производную функции  $y = \ln(x^2 - 4x + 4)$ .

По свойству дифференцирования сложной функции (производная внешней функции умножается на производную внутренней функции) вначале находим производную натурального логарифма и домножаем на производную подлогарифмической функции:

$$y' = (\ln(x^2 - 4x + 4))' = \frac{1}{x^2 - 4x + 4} \cdot (x^2 - 4x + 4)'$$

Производная суммы равна сумме производных и константу можно выносить за знак производной, поэтому имеем:

$$y' = \frac{1}{x^2 - 4x + 4} \cdot [(x^2)' - (4x)' + (4)']$$

$$y' = \frac{1}{x^2 - 4x + 4} \cdot [2x - 4(x)' + 0]$$

$$y' = \frac{1}{x^2 - 4x + 4} \cdot (2x - 4)$$

$$y' = \frac{2x - 4}{x^2 - 4x + 4}$$

Знаменатель дроби можно свернуть по формуле квадрат разности  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ , а в числителе двойку вынесем как общий множитель за скобки:

$$y' = \frac{2(x - 2)}{(x - 2)^2} \quad \text{сокращаем: } y' = \frac{2}{x - 2}$$

**Задание 3.** Исследуйте функцию по общей схеме и постройте её график.

$$y = 1 + 2x^2 - x^4;$$

1)  $x \in (-\infty; +\infty)$

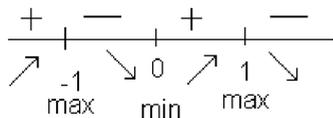
2)  $f(-x) = 1 + 2(-x)^2 - (-x)^4 = 1 + 2x^2 - x^4 \Rightarrow$  имеем  $f(-x) = f(x) \Rightarrow$  функция четная и ее график симметричен относительно оси (ОУ).

3) Т.к.  $x \in (-\infty; +\infty)$  следовательно, точек разрыва нет, следовательно асимптот эта функция не имеет.

$$f'(x) = (1 + 2x^2 - x^4)' = 4x - 4x^3;$$

4)  $4x - 4x^3 = 0$

$$4x(1 - x^2) = 0 \Rightarrow x = 0 : x = \pm 1;$$



$$f(-1) = 1 + 2(-2)^2 - (-2)^4 = 2$$

$$f(0) = 1 + 2(0)^2 - 0^4 = 1$$

$$f(1) = 1 + 2 * 1^2 - 1^4 = 2$$

x	$(-\infty; -1)$	1	$(-1; 0)$	0	$(0; 1)$	1	$(1; +\infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0	-
$f(x)$	↗	-2	↘	1	↗	2	↘

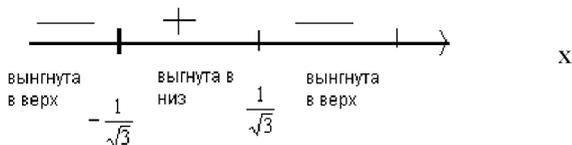
$$f''(x) = (4x - 4x^3)' = 4 - 12x^2;$$

$$4 - 12x^2 = 4$$

5)  $12x^2 = 4$

$$x^2 = \frac{1}{3}$$

$$x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}};$$



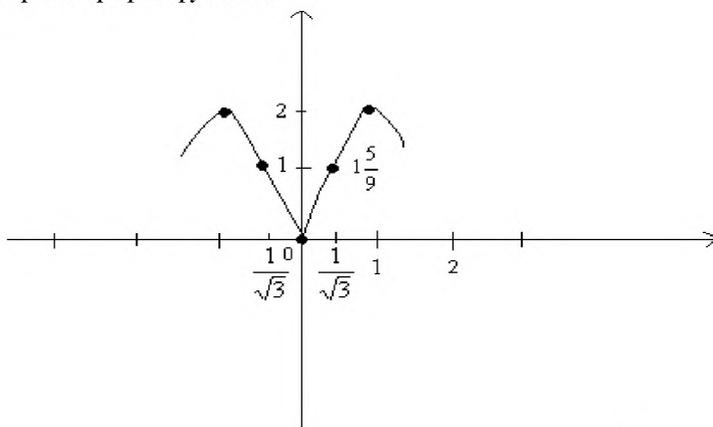
$$f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 1 + 2\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 = 1 + \frac{2}{3} - \frac{1}{9} = 1\frac{5}{9}$$

$$f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 1 + 2\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 = 1\frac{5}{9}$$

Составим таблицу.

x	$(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}})$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$(-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}})$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$(\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty)$
$f''(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	Выпукла вверх	$1\frac{5}{9}$	Выпукла вниз	$1\frac{5}{9}$	Выпукла вверх

8). Построим график функции.



**Задание 4.** Вычислить неопределенный интеграл  $\int \sqrt[3]{x^2} dx$ .

Для того, чтобы привести интеграл к табличному преобразуем подынтегральное выражение согласно свойствам степеней:

$$\int \sqrt[3]{x^2} dx = \int x^{\frac{2}{3}} dx$$

далее, применяя табличный интеграл для степенной функции

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

при  $n = \frac{2}{3}$ , получим

$$\int \sqrt[3]{x^2} dx = \int x^{\frac{2}{3}} dx = \frac{x^{\frac{2}{3}+1}}{\frac{2}{3}+1} + C = \frac{x^{\frac{5}{3}}}{\frac{5}{3}} + C = \frac{3x \cdot \sqrt[3]{x^2}}{5} + C$$

**Задание 5.** Вычислить определенный интеграл  $\int_4^9 \left( \frac{2x}{5} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) \cdot dx$

На основании свойств определенного интеграла и формулы Ньютона-

Лейбница  $\left( \int_a^b f(x) dx = F(X) \Big|_a^b = F(b) - F(a) \right)$  получаем

$$\begin{aligned} \int_4^9 \left( \frac{2x}{5} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) \cdot dx &= \int_4^9 \frac{2x}{5} \cdot dx + \int_4^9 \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot dx = \\ &= \frac{2}{5} \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_4^9 + \sqrt{x} \Big|_4^9 = \frac{1}{5} \cdot (9^2 - 4^2) + (\sqrt{9} - \sqrt{4}) = \frac{1}{5} \cdot 65 + 1 = 14. \end{aligned}$$

**Задание 6.** Найдите площадь фигуры ограниченной линиями

$$y = \sqrt{x}, y = x.$$

*Решение.*

Сначала находим координаты точек пересечения графиков функций

$$y = \sqrt{x} \text{ и } y = x. \text{ Для этого решим систему } \begin{cases} y = x \\ y = \sqrt{x} \end{cases}$$

Приравняем  $x = \sqrt{x}$ . Возводя обе части в квадрат, получим квадратное уравнение  $x^2 - x = 0$ . Поэтому, преобразуя как  $x(x - 1) = 0$ , будем иметь два корня  $x_1 = 0, x_2 = 1$ . Ясно, что на промежутке от 0 до 1 значения  $\sqrt{x}$  всегда превышают  $x$ .

Таким образом, задача сводится к нахождению интеграла.

$$\int_0^1 (\sqrt{x} - x) dx = \frac{2x^{2/3}}{3} - \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{2}{3} 1^{3/2} - \frac{1^2}{2} = \frac{1}{6} \approx 0,167.$$

**Задание 7.** Найти частное решение дифференциального уравнения

$$(1 + x^2) dy + y dx = 0 \text{ при начальном условии } y(1) = 1.$$

Преобразуем данное уравнение к виду  $\frac{dy}{y} = -\frac{dx}{1+x^2}$ . Интегрируя, имеем

$$\int \frac{dy}{y} = - \int \frac{dx}{1+x^2}, \text{ или } \ln|y| = -\arctg x + C$$

Это общий интеграл данного уравнения.

Теперь, используя начальное условие, найдем произвольную постоянную:  $\ln 1 = -\arctg 1 + C$ , т.е.  $C = \frac{\pi}{4}$ . Следовательно,

$$\ln y = -\operatorname{arctg} x + \frac{\pi}{4},$$

откуда получаем искомое частное решение  $y = e^{\frac{\pi}{4} - \operatorname{arctg} x}$ .

**Задание 8.** : Вычислите матрицу  $X = 2CB + 3A^T$ , если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

**Решение:**

Выполним задание по действиям:

$$1) \quad 2xC = 2 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 0 & -6 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$$

$$2) \quad 2CB =$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 0 & -6 \\ 6 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 4 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) & 4 \cdot (-1) + 2 \cdot 2 & 4 \cdot 2 + 2 \cdot 0 \\ 0 \cdot 2 + (-6) \cdot (-1) & 0 \cdot (-1) + (-6) \cdot 2 & 0 \cdot 2 + (-6) \cdot 0 \\ 6 \cdot 2 + 4 \cdot (-1) & 6 \cdot (-1) + 4 \cdot 2 & 6 \cdot 2 + 4 \cdot 0 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 6 & 0 & 8 \\ 6 & -12 & 0 \\ 8 & 2 & 12 \end{pmatrix}$$

Найдем матрицу, транспонированную к A:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad A^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$1) \quad 3A^T = 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 3 \\ 0 & 3 & 3 \\ -6 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$2) \quad 2CB + 3A^T = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 8 \\ 6 & -12 & 0 \\ 8 & 2 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 6 & 3 \\ 0 & 3 & 3 \\ -6 & -3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 6 & 11 \\ 6 & -9 & 3 \\ 2 & -1 & 12 \end{pmatrix}$$

**Задание 9.** Решить систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0; \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 5; \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix};$$

$$\Delta A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 10 \neq 0$$

Вычислим определители каждой переменной:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 5 & -1 & 4 \\ 5 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0 - 15 + 40 - 15 + 10 - 0 = 20$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 2 & 5 & 4 \\ 3 & 5 & -1 \end{vmatrix} = -5 - 30 + 0 + 45 - 0 - 20 = -10$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 5 \\ 3 & 1 & 5 \end{vmatrix} = -5 + 0 + 30 - 0 - 20 - 5 = 0$$

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{20}{10} = 2; \quad x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-10}{10} = -1; \quad x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{0}{10} = 0$$

Ответ: (2; -1; 0).

**Задание 10.** Какова вероятность того, что при бросании двух игровых кубиков выпадет хотя бы один раз 4очка?

Пусть А- событие выпадение четырёх очков при бросании первого кубика. Событие В- выпадение четырёх очков при бросании второго кубика. Данные события являются совместными. Следовательно для них справедливо свойство:  $P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB)$ .

$$\text{Имеем } P(A) = \frac{1}{6}; \quad P(B) = \frac{1}{6}; \quad P(AB) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}.$$

**Задание 11.** Дано статистическое распределение выборки

$x_i$	3	5	7
$n_i$	1	6	9

Найдите относительные частоты, накопленные частоты, накопленные относительные частоты.

*Решение:*

Вычислим объем выборки:

$$n = 1 + 6 + 9 = 16$$

$$w_1 = \frac{n_1}{n} = \frac{1}{16} = 0,0625;$$

$$w_2 = \frac{n_2}{n} = \frac{6}{16} = 0,375;$$

$$w_3 = \frac{n_3}{n} = \frac{9}{16} = 0,5625 ;$$

$$n_1^{нак} = 0; n_2^{нак} = 1; n_3^{нак} = 7; n_4^{нак} = 16 = n;$$

$$w_1^{нак} = \frac{0}{16} = 0$$

$$w_2^{нак} = \frac{1}{16} = 0,0625 ;$$

$$w_3^{нак} = \frac{7}{16} = 0,4375 ;$$

$$w_4^{нак} = 1 .$$

**Задание 11.** Вычислите:

а) выборочное среднее для выборки:

$x_i$	1	2	3	4	5	6
$n_i$	2	3	5	7	9	11

*Решение:*

$$\bar{x}_e = \frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 7 + 5 \cdot 9 + 6 \cdot 11}{2 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11} = \frac{162}{37} = 4,38$$

б) генеральное среднее для генеральной совокупности, заданной таблицей:

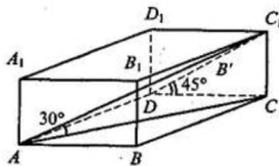
$x_i$	1	2	3	4	5	6
$N_i$	2	6	1	10	4	6

*Решение:*

$$x_2 = \frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 10 + 5 \cdot 4 + 6 \cdot 6}{2 + 6 + 1 + 10 + 4 + 6} = \frac{113}{29} = 3,895.$$

**Задание 12.** Угол между диагональю  $AC$ , прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , и плоскостью основания  $ABCD$  равен  $30^\circ$ , а диагональ боковой грани  $DC$ , наклонена к плоскости основания под углом  $45^\circ$ . Высота параллелепипеда равна 3 см. Найдите его объем.

**Решение:**



$$\angle C_1 DC = \angle DC_1 C = 45^\circ \rightarrow DC = CC_1 = 3$$

$$AC_1 = 2CC_1 = 6$$

$$AC = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$$

$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{27 - 9} = 3\sqrt{2}$$

$$V = AB \cdot BC \cdot CC_1 = 3 \cdot 3\sqrt{2} \cdot 3 = 27\sqrt{2}$$

$$\text{Ответ: } 27\sqrt{2} \text{ см}^3$$

$$z = -4.$$

## ЗАДАНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Найдите пределы функций:

a)  $\lim_{x \rightarrow m} \frac{kx^3 - m^3k}{px - mp}$ ;

b)  $\lim_{x \rightarrow m} \frac{x^2 - (k+m)x + km}{mp + (m-p)x - x^2}$ ;

c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(k-x)(mx+p) + px^2}{(kx-m)^2 + (k-m+p)x}$ .

2. Найдите производные функций:

a)  $f(x) = m^x - x^m \sin x + \frac{px-k}{p-kx} + (m-1)x$ ;

b)  $f(x) = \left( e^{kx} + \sqrt[k]{x^{m+k+p}} \cdot \log_m x \right)^{p+4}$ .

3. Исследуйте функцию  $f(x) = \frac{(x+1)(x+m+k)}{px}$  по общей схеме и постройте её график.

4. Найдите неопределённые интегралы:

a)  $\int \frac{(x+k)(x+p)}{x-m} dx$ ;

b)  $\int \frac{\sin^m \sqrt{kx+p} \cos \sqrt{kx+p}}{\sqrt{kx+p}} dx$ ;

c)  $\int (mx+k)(x-p) \ln x dx$ .

5. Вычислите определённые интегралы:

a)  $\int_1^e (9kx^2 + 4px + m) \ln x dx$ ;

b)  $\int_0^p \frac{x^{m-1}}{x^{2m} + k^2} dx$ .

6. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = p \sin \frac{x}{m}, \quad y = (p+k) \sin \frac{x}{m}, \quad 0 \leq x \leq m\pi.$$

7. Найдите объём тела, полученного вращением вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной линиями

$$y = p\sqrt{2(x-m)}, \quad y = 0, \quad x = m+k.$$

8. Найдите частные решения дифференциальных уравнений, удовлетворяющие данным начальным условиям:

а)  $y'' = (k-2)x^2 - (m-1)x + p+3, \quad y'(0) = k-m, \quad y(0) = p-k;$

б)  $y'' - (k+m)y' + kmy = 0, \quad y'(0) = 0, \quad y(0) = p;$

9. Выполните действия:

$$\begin{pmatrix} m & -2 & m \\ 1 & k & p \\ p & 0 & -p \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} k & m & 0 \\ -k & 1 & 2 \\ 1 & -p & -m \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} m-k & p & k \\ k+p & p-m & m+k \\ m & p & p-k \end{pmatrix}.$$

10. Решите систему уравнений по правилу Крамера

$$\begin{cases} mx + ky - z = 2; \\ x - 3y + pz = 5; \\ px + my + z = k. \end{cases}$$

11. В урне находится  $k$  белых,  $m+1$  черных и  $p+2$  красных шаров. Из этой урны наудачу вынимают три шара. Какова вероятность, что вынутые шары окажутся:

- все разного цвета;
- все одного цвета;
- два шара одного цвета, а третий другого?

12. В урне находится  $k$  белых,  $m+1$  черных и  $p+2$  красных шаров. Из этой урны наудачу вынимают четыре шара. Случайная величина  $X$  – количество черных шаров среди вынутых четырех. Построить закон и многоугольник распределения; составить функцию распределения  $F(X)$  и построить ее график; найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение величины  $X$  (все результаты округлять до сотых).

**13.** Высота цилиндра равна  $k$ , а его радиус равен  $m$ . Найдите сторону основания правильной четырехугольной пирамиды, объём которой равен объёму цилиндра, а высота равна  $p$ .

## ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНУ

Промежуточная аттестация обучающихся осуществляется по завершении изучения данной дисциплины и позволяет определить качество и уровень ее освоения. Предметом оценки освоения учебной дисциплины являются умения и знания.

Промежуточная аттестация по учебной дисциплине ЕН.01 «Математика» проводится в форме экзамена.

Экзамен проводится в письменной форме.

Обучающийся должен предоставить письменную работу преподавателю.

### Теоретические вопросы экзамена

1. Матрицы (основные понятия).
2. Действия с матрицами.
3. Определители матриц.
4. Решение систем уравнений методом Крамера.
5. Предел функции в точке и бесконечности. Свойства пределов.
6. Раскрытие неопределенностей вида  $\frac{0}{0}$  и  $\frac{\infty}{\infty}$ .
7. Замечательные пределы.
8. Производная функции.
9. Таблица производных.
10. Правила дифференцирования.
11. Производная сложной функции.
12. Применение производной к приближенным вычислениям.
13. Применение производной к исследованию функций на монотонность.
14. Применение производной к исследованию функций на экстремумы.
15. Применение производной в физике.
16. Неопределенный интеграл.
17. Таблица интегралов.
18. Определенный интеграл. Формула Ньютона – Лейбница.
19. Вычисление площади криволинейной трапеции с помощью определенного интеграла.
20. Вычисление объемов тел вращения с помощью определенного интеграла.

21. Приложения интеграла в физике.
22. Основные понятия дифференциальных уравнений.
23. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.
24. Дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
25. Основные понятия комбинаторики.
26. Основные понятия теории вероятностей.
27. Площади плоских фигур.
28. Площадь поверхности и объём многогранников.
29. Площадь поверхности и объём тел вращения.

### Типовые задания

№	Типовые задания	Тема
1.	Производная функции $y = x^3 \cdot e^x + 5 \cdot x$ равна ...	Тема 3.2. Дифференциальные исчисления функций одной независимой переменной
2.	Производная функции $y = \cos\left(8x + \frac{3\pi}{2}\right)$ равна ...	
3.	Для функции $y = -x^3 + 12x^2 - 21x + 12$ точка минимума $x_0$ принимает значение, равное ...	
4.	Функция $f(x) = x^5 + 20x^2 + 3$ имеет на отрезке $[-1; 1]$ наименьшее значение, равное ...	
5.	Неопределенный интеграл $\int 6 \cdot x^4 dx$ равен ...	Тема 3.3 Интегральные исчисления функций одной независимой переменной
6.	Определенный интеграл $\int_1^4 \frac{2dx}{\sqrt{x}}$ равен ...	
7.	Неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{4x+9}}$ равен ...	
8.	Площадь фигуры, ограниченной параболой $y = 9 - x^2$ и осью $OX$ , равна ...	
9.	Определенный интеграл $\int_4^8 4 \cdot x dx$ равен ...	
10.	Скорость движения тела задана уравнением $v(t) = \frac{5}{\sqrt{t}}$ . Тогда путь, пройденный телом за 9 секунд от начала движения, равен ...	
11.	Скорость гоночного автомобиля, движущегося прямолинейно, изменяется по закону $v(t) = 4t^3 - 2t$ . Время гоночного автомобиля, при котором ускорение $a = 46$ , равно ...	
12.	Курьер получил пять писем. Каждому получателю	
		Тема 4.2 Основные

	предназначается одно письмо. Тогда количество различных способов разнести их по пяти адресам равно ...	понятия комбинаторики																																																																
13.	В фирме такси в данный момент свободно: 15 черных, 6 желтых и 9 зеленых машин. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказнице. Она окажется зеленого цвета с вероятностью, равной ...	Тема 5.1 Основы теории вероятностей и математической статистики																																																																
14.	<p>В ряде магазинов города Саранска провели маркетинговые исследования. При этом выясняли у покупателей рейтинг качества по десятибалльной шкале более востребованных продуктов питания. Результаты исследования некоторых продуктов представлены в таблице:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>N</th> <th>Продукт</th> <th colspan="10">Рейтинг качества(в баллах)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>Молоко</td> <td>10</td><td>8</td><td>8</td><td>7</td><td>9</td><td>4</td><td>7</td><td>3</td><td>10</td><td>8</td><td>8</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>Масло</td> <td>9</td><td>9</td><td>10</td><td>5</td><td>9</td><td>9</td><td>7</td><td>6</td><td>9</td><td>7</td><td>8</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>Хлеб</td> <td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>6</td><td>8</td><td>6</td><td>10</td><td>4</td><td>4</td><td>6</td><td>7</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>Колбаса</td> <td>3</td><td>5</td><td>7</td><td>9</td><td>6</td><td>5</td><td>8</td><td>4</td><td>4</td><td>8</td><td>4</td> </tr> </tbody> </table> <p>Вероятность того, что рейтинг качества колбасы, выбранной случайным образом в одном из магазинов города Саранска, больше 5 баллов, равна ...</p>		N	Продукт	Рейтинг качества(в баллах)										1	Молоко	10	8	8	7	9	4	7	3	10	8	8	2	Масло	9	9	10	5	9	9	7	6	9	7	8	3	Хлеб	4	5	6	6	8	6	10	4	4	6	7	4	Колбаса	3	5	7	9	6	5	8	4	4	8	4
N	Продукт		Рейтинг качества(в баллах)																																																															
1	Молоко		10	8	8	7	9	4	7	3	10	8	8																																																					
2	Масло	9	9	10	5	9	9	7	6	9	7	8																																																						
3	Хлеб	4	5	6	6	8	6	10	4	4	6	7																																																						
4	Колбаса	3	5	7	9	6	5	8	4	4	8	4																																																						
15.	<p>Объем выборки, заданной статистическим распределением</p> <table border="1"> <tbody> <tr> <td><math>x_i</math></td> <td>1</td> <td>2</td> <td>9</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td><math>n_i</math></td> <td>5</td> <td>14</td> <td>3</td> <td>8</td> </tr> </tbody> </table> <p>равен ...</p>	$x_i$	1	2	9	10	$n_i$	5	14	3	8																																																							
$x_i$	1	2	9	10																																																														
$n_i$	5	14	3	8																																																														
16.	<p>В ряде магазинов города Саранска провели маркетинговые исследования. При этом выясняли у покупателей рейтинг качества по десятибалльной шкале более востребованных продуктов питания. Результаты исследования некоторых продуктов представлены в таблице:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>N</th> <th>Продукт</th> <th colspan="10">Рейтинг качества(в баллах)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>Молоко</td> <td>10</td><td>8</td><td>8</td><td>7</td><td>9</td><td>4</td><td>7</td><td>3</td><td>10</td><td>8</td><td>8</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>Масло</td> <td>9</td><td>9</td><td>10</td><td>5</td><td>9</td><td>9</td><td>7</td><td>6</td><td>9</td><td>7</td><td>8</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>Хлеб</td> <td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>6</td><td>8</td><td>6</td><td>10</td><td>4</td><td>4</td><td>6</td><td>7</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>Колбаса</td> <td>3</td><td>5</td><td>7</td><td>9</td><td>6</td><td>5</td><td>8</td><td>4</td><td>4</td><td>8</td><td>4</td> </tr> </tbody> </table> <p>взмах вариации по исследованию рейтинга качества хлеба равен ...</p>	N	Продукт	Рейтинг качества(в баллах)										1	Молоко	10	8	8	7	9	4	7	3	10	8	8	2	Масло	9	9	10	5	9	9	7	6	9	7	8	3	Хлеб	4	5	6	6	8	6	10	4	4	6	7	4	Колбаса	3	5	7	9	6	5	8	4	4	8	4	
N	Продукт	Рейтинг качества(в баллах)																																																																
1	Молоко	10	8	8	7	9	4	7	3	10	8	8																																																						
2	Масло	9	9	10	5	9	9	7	6	9	7	8																																																						
3	Хлеб	4	5	6	6	8	6	10	4	4	6	7																																																						
4	Колбаса	3	5	7	9	6	5	8	4	4	8	4																																																						
17.	Длина прямоугольного параллелепипеда равна 2, ширина –4, высота –4. Тогда его объем равен ...	Тема 1.1 Вычисление площадей плоских фигур, объемов многогранников и																																																																
18.	Площадь поверхности шара радиуса $R$ равна ...																																																																	

		круглых тел
19.	Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$ . Тогда матрица $C = -2A + B$ равна...	Тема 2.1. Матрицы и определители
20.	Определитель $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix}$ равен...	
21.	Решение системы уравнений $\begin{cases} 2x - y + 2z = -3, \\ x + 2y - z = 4, \\ 3x + y + 3z = 3. \end{cases}$	Тема 2.2. Система линейных уравнений
22.	Предел функции $\lim_{x \rightarrow 0} (11 - 6 \cdot 3^x)$ равен...	Тема 3.1. Теория пределов и непрерывность
23.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 8}{10x + 17} =$	
24.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{4 \sin x} =$	

### Критерии оценки

Оценка индивидуальных образовательных достижений по результатам промежуточной аттестации производится в соответствии с универсальной шкалой:

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

**Приложение 1**

**Образец оформления титульного листа контрольной работы**

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Магнитогорский государственный технический университет  
им. Г. И. Носова»  
Многопрофильный колледж

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № \_\_\_\_\_**  
**ПО ДИСЦИПЛИНЕ**  
**ЕН.01 «Математика»**  
**Вариант \_\_\_\_\_**

Выполнил (а) \_\_\_\_\_

Специальность: \_\_\_\_\_

Группа \_\_\_\_\_

Шифр \_\_\_\_\_

Преподаватель \_\_\_\_\_

Магнитогорск, 20\_\_ г.