Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Магнитогорский государственный технический университет
им. Г.И. Носова»
Многопрофильный колледж

УТВЕРЖДАЮ
Директор
С.А. Махновский
«26» марта 2015 г.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ
ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ**

по учебной дисциплине
ЕН.01 МАТЕМАТИКА

для студентов специальности
**08.02.01 «Строительство и эксплуатация зданий и сооружений»
базовой подготовки**

Магнитогорск, 2015

ОДОБРЕНО:

Предметной комиссией
«Математических и естественнонаучных дисциплин»
Председатель _______ / Е.С. Корытникова
Протокол № 7 от 18 марта 2015г.

Методической комиссией
Протокол №4 от 26.03.2015 г

Разработчик:
Ю.Н. Сатчикова, преподаватель МпК ФГБОУ ВПО «МГТУ»

Методические указания по выполнению практических работ разработаны на основе рабочей программы учебной дисциплиныЕН.01«Математика».

Содержание практических работ ориентировано на подготовку студентов к освоению профессиональных модулей основной профессиональной образовательной программы по специальности 08.02.01 «Строительство и эксплуатация зданий и сооружений» и овладению профессиональными компетенциями.

СОДЕРЖАНИЕ

1 ВВЕДЕНИЕ

Важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки студентов составляют практические занятия.

Состав и содержание практических работ направлены на реализацию действующего федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования.

Ведущей дидактической целью практических занятий является формирование учебных практических умений (умений решать задачи по математике, физике, химии, информатике и др.), необходимых в последующей учебной деятельности по общим гуманитарным и социально-экономическим дисциплинам, математическим и естественнонаучным, общепрофессиональным дисциплинам.

В соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «математика» предусмотрено проведение практических занятий.

В результате их выполнения, обучающийся должен: уметь:

У1. выполнять необходимые измерения и связанные с ними расчеты;

У2. вычислять площади и объемы деталей строительных конструкций, объемы земляных работ;

У3. применять математические методы для решения профессиональных задач.

У01.1. оценивать социальную значимость своей будущей профессии для развития экономики и среды жизнедеятельности граждан российского государства;

У04.1. определять необходимые источники информации;

У05.1. использовать средства информационно-коммуникационных технологий для решения профессиональных задач;

У06.1. работать в коллективе и команде.

У08.2. определять и выстраивать траектории профессионального развития и самообразования;;

У09.1. находить и анализировать информацию в области инноваций в профессиональной деятельности;

Содержание практических работ ориентировано на подготовку студентов к освоению профессионального модуля основной профессиональной образовательной программы по специальности и овладению профессиональными компетенциями:

ПК 1.1. Подбирать строительные конструкции и разрабатывать несложные узлы и детали конструктивных элементов зданий.

ПК 1.3. Выполнять несложные расчеты и конструирование строительных конструкций.

ПК 1.4. Участвовать в разработке проекта производства работ с применением информационных технологий.

ПК 2.3. Проводить оперативный учет объемов выполняемых работ и расхода материальных ресурсов.

ПК 2.4. Осуществлять мероприятия по контролю качества выполняемых работ.

ПК 3.3. Контролировать и оценивать деятельность структурных подразделений.

ПК 4.1. Принимать участие в диагностике технического состояния конструктивных элементов эксплуатируемых зданий.

ПК 4.2. Организовывать работу по технической эксплуатации зданий и сооружений.

ПК 4.3. Выполнять мероприятия по технической эксплуатации конструкций и инженерного оборудования зданий.

ПК 4.4. Осуществлять мероприятия по оценке технического состояния и реконструкции зданий.

А также формированию общих компетенций:

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 6. Работать в коллективе и в команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), за результат выполнения заданий.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

Выполнение студентами практических работ по учебной дисциплине «математика» направлено на:

- обобщение, систематизацию, углубление, закрепление, развитие и детализацию полученных теоретических знаний по конкретным темам учебной дисциплины;

- формирование умений применять полученные знания на практике, реализацию единства интеллектуальной и практической деятельности;

- формирование и развитие умений: наблюдать, сравнивать, сопоставлять, анализировать, делать выводы и обобщения, самостоятельно вести исследования, пользоваться различными приемами измерений, оформлять результаты в виде таблиц, схем, графиков;

- развитие интеллектуальных умений у будущих специалистов: аналитических, проектировочных, конструктивных и др.;

- выработку при решении поставленных задач профессионально значимых качеств, таких как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива.

Продолжительность выполнения практической работы составляет не менее двух академических часов и проводится после соответствующей темы, которая обеспечивает наличие знаний, необходимых для ее выполнения.

2 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Тема 1.1 Вычисление площадей плоских фигур, объемов многогранников и круглых тел

Практическое занятие № 1
Определение площади поверхности стен, периметра и объема здания

Цель работы:

- научить студентов вычислять объемы, площади и периметр зданий на примере материалов по дисциплине «Конструкции зданий и сооружений», используя ранее приобретенные знания из курса геометрии;
- обучение студентов рациональным приемам труда и умению самостоятельно работать.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

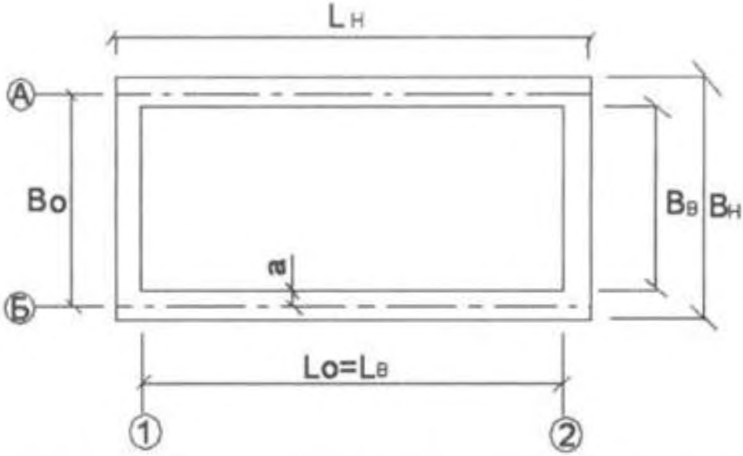
- выполнять необходимые измерения и связанные с ним расчеты; вычислять площади и объемы деталей строительных конструкций;
- применять математические методы для решения профессиональных задач.

Материальное обеспечение:

1. Карточки задания для индивидуальной работы.
2. Таблица с ответами для преподавателя.
3. Микрокалькуляторы.

Задание:

1. Определить площадь поверхности стен.
2. Определить периметр здания.
3. Найти объем здания (кубатуру). Объем помещений и объем игн здания.
4. Общую площадь здания.
5. Вычислить относительный периметр здания.



Для кирпичных стен t = 380 мм, 510 мм, 640 мм, 770 мм; а=120 мм.

Для панельного здания t = 270 мм, 320 мм, 300 мм, 350 мм, 400 мм; а = 90 и 70 мм.

Для здания из крупных блоков 1 = 500 мм, 600 мм; а=150 и 200 мм.

Порядок выполнения работы:

1. Повторение формул для вычисления периметра и объема фигур.
2. Раздача индивидуальных карточек.
3. Составление алгоритма решения, объяснение преподавателя.
4. Самостоятельная работа.
5. Оценка работы студентов.
6. Подведение итогов.

Ход работы:

Перечертить план здания с карточки с пометками и размерами.

2. Размеры даны осевые, а поэтому необходимо найти:

$$L_{\text{н}} = L_o + 2t;$$

$$L_o = L_в;$$
$$B_н = B_o + 2(t - a);$$
$$B_в = B_o - 2a;$$
$$B_н = B_o + 2(t - a) = B_b + 2t.$$

3. Вычислить площадь поверхности стен, учитывая, что $A_{стены} = P_{нар} \cdot H$.

4. Периметр здания $P = (L_н + B_н) \cdot 2$

5. Вычислить: $V_{здания} = L_н \cdot B_н \cdot H$; $V_{пом} = L_в \cdot B_в \cdot H$; $V_{стен} = P \cdot t \cdot H$;

$V_{стен} = (B_в + B_н + L_о + L_п) \cdot t \cdot H$

6. Вычислить общую площадь здания $A_{общ} = A_{1эт} \cdot n_{эт}$; $A_{общ} = (B_в \cdot L_о) \cdot n_{эт}$

Студентам раздаются карточки индивидуальные (16 вариантов) и они выполняют задание самостоятельно (если возникают вопросы, консультируются у преподавателя). После выполнения задания студенты сдают и защищают свою работу. Прилагаются 30 вариантов заданий.

Разберем решение одного задания.

Пусть здание имеет стены из кирпича:

$$B_o = 6000 \text{ мм}; H = 8{,}4\text{м}; L_o = 25000 \text{ мм} = L_в; n_{эт} = 3; a = 120 \text{ мм}; t = 640 \text{ мм}.$$

Решение:

Подсчитаем наружную длину здания:

$$L_н = L_o + 2t = 25000 + 2 \cdot 640 = 26280\, мм = 26{,}28\, м.$$

Найдем внутреннюю и наружную ширину здания:

$$B_в = B_o - 2a = 6000 - 2 \cdot 120 = 5760\, мм = 5{,}76\, м;$$
$$B_н = B_b + 2t = 5760 + 2 \cdot 640 = 7040\, мм = 7{,}04\, м.$$

Найдем периметр наружных стен:

$$P = (L_н + B_н) \cdot 2 = 2(26{,}28 + 7{,}04) = 33{,}32 \cdot 2\ 66{,}64\, м.$$

Вычислим площадь поверхности стен:

$$A_{стены} = P_{нар} \cdot H = 66{,}64 \cdot 8{,}4 = 559{,}78 \text{ м}^2$$

Вычислим объем здания:

$$V_{здания} = L_н \cdot B_н \cdot H = 26{,}28 \cdot 7{,}04 \cdot 8{,}4 = 1554{,}09\ м^3$$

Подсчитаем объем внутреннего помещения:

$V_{пом} = L_в \cdot B_в \cdot H = 25 \cdot 5{,}76 \cdot 8{,}4 = 1209{,}6\, м^3.$

Найдем объем стен здания:

$$V_{\text{стен}} = L_{\text{срис}} \cdot t \cdot H = 64{,}08 \cdot 0{,}64 \cdot 8{,}4 = 344{,}49 \text{ м}^3;$$

$V_{\text{стен}} = B_{\text{в}} + B_{\text{н}} + L_{\text{о}} + L_{\text{п}} = 64{,}08\ м.$

Вычислим общую площадь помещений зданий:

$A_{\text{общ}} = B_{\text{в}} \cdot L_{\text{о}} \cdot n_{\text{эт}} = 5{,}76 \cdot 25 \cdot 3 = 432 \text{ м}^2$

№	B_o	L_o	H	$n_{эт}$	a	t
1	12000	25600	11,20	3	90	270
2	9000	20800	14,00	5	100	300
3	7200	23200	16,80	6	90	320
4	15000	38400	33,60	12	100	350
5	13500	28800	14,00	5	90	400
6	6000	18000	14,00	5	120	500
7	9000	22000	16,80	6	120	600
8	12000	24000	25,20	9	120	500
9	15000	30000	19,60	7	120	600
10	18000	32000	25,20	9	120	500
11	12000	26000	14,00	5	120	600
12	14000	28000	14,00	5	120	510
13	9000	26000	16,80	6	120	640
14	12000	30000	19,60	7	120	770
15	18200	32000	22,40	8	120	510
16	10000	24500	25,20	9	120	640
17	18400	33000	28,80	10	120	770
18	11500	24000	33,60	12	120	510
19	8600	28000	44,80	16	120	640
20	18100	36000	16,80	6	120	770
21	6600	25000	25,20	9	120	510
22	10800	23000	33,60	12	120	640
23	16200	31000	39,20	14	120	770
24	11400	29000	28,80	10	120	510
25	15600	33000	25,20	9	120	640
26	10600	27000	19,60	7	120	770
27	14100	29000	16,80	6	120	510
28	14800	30000	33,60	12	120	640
29	9200	26000	39,20	14	120	770
30	7200	25500	44,80	16	120	510

Форма представления результата: Выполненные задания

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.1 Вычисление площадей плоских фигур, объемов многогранников и круглых тел

Практическое занятие № 2

Определение объема бетона фундамента стаканного типа и определение давления, возникающего на подошве фундамента

Цель работы:

- Научить студентов вычислять объемы фундамента стаканного типа и определить давление, возникающее ми подошву фундамента, используя знания из курса геометрии.
- Организовать ситуацию творческой работы в группе или бригаде.
- Воспитание групповой ответственности, создание атмосферы коллективного поиска, отработка практических умений, развитие пространственных представлений, аналитического мышления.

Выполнив работу, Вы будете:

Уметь выполнять необходимые измерения и связанные с ним расчеты; вычислять объемы деталей строительных конструкций; применять математические методы для решения профессиональных эадач.

Материальное обеспечение:

1. Задания в таблице на экране компьютера.
2. Таблица с ответами для преподавателя.
3. Калькулятор.

Порядок выполнения работы:

1. Разъяснение преподавателя и разбор решения одного варианта задачи с демонстрацией решения на экране или доске.
2. Разбить группу на бригады по 5-6 человек с выбором бригадира и раздать задания.
3. Самостоятельная работа в бригаде.
4. Отчеты студентов.
5. Подведение итогов.

Ход работы:

Задача 1. Определить объем бетона, необходимого для изготовления фундамента стаканного типа по серии 1.412.1-6, если известны нее размеры.

Дано:

$$H_Ф = 4{,}2\text{ м}; b_1 = 2{,}4\text{ м}; c_1 = 0{,}6\text{ м};$$
$$a_1 = 3{,}0\text{ м}; b_2 = 1{,}8\,м; c_2 = 0{,}65\,м;$$
$$a_2 = 2{,}4\,м; b_n = 1{,}2\,м; h_1 = h_2 = 0{,}3\,м;$$
$$a_n = 1{,}2\,м; h_k = 0{,}9\,м.$$

Решение:

Для вычисления объема бетона воспользуемся формулой:

$V_Ф = (b_1 \cdot a_1 + b_2 \cdot a_2) \cdot 0{,}3 + (H_Ф - 0{,}6) \cdot a_n \cdot b_n - \frac{h_k}{3} \cdot (A_{носн} + A_{восн} + \sqrt{A_{носн} \cdot A_{восн}})$

где a_1, b_1*- площадь подошвы фундамента нижней ступени основания;*

$a_1, b_1 \cdot 0{,}3$ - *объем прямоугольного параллелепипеда нижней ступени основания;*

$a_2, b_2 \cdot 0{,}3$ - *объем прямоугольного параллелепипеда следующей ступени основания;*

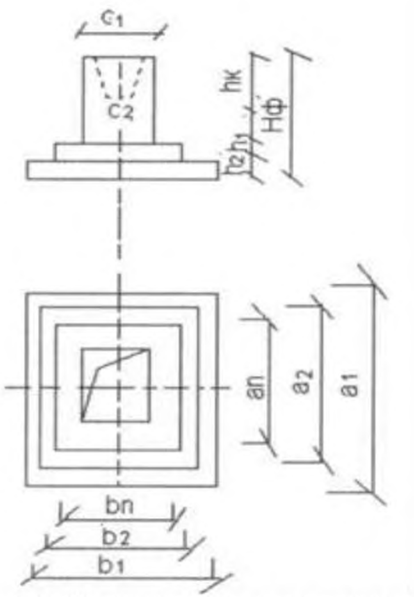
$(H_Ф - 0{,}6) \cdot a_n \cdot b_n - \frac{h_k}{3} \cdot \left(A_{носн} + A_{восн} + \sqrt{A_{носн} \cdot A_{восн}}\right)$- *объем бетона и стакана под колонну.*

Здесь из объема прямоугольного параллелепипеда вычли объем выемки, которая имеет форму усеченной пирамиды с квадратным основанием. Площади основания соответственно равны $С_н^2$и $С_в^2$. Тогда общий вид формулы:

$$V_Ф = (b_1 \cdot a_1 + b_2 \cdot a_2) \cdot 0{,}3 + (H_Ф - 0{,}6) \cdot a_n \cdot b_n - \frac{h_k}{3} \cdot \left(A_{носн} + A_{восн} + \sqrt{A_{носн} \cdot A_{восн}}\right)$$

Для получения ответа подставим наши данные в формулу

$$V_Ф = (7{,}2 + 4{,}34) \cdot 0{,}3 + 5{,}184 - 0{,}3 \cdot (0{,}36 + 0{,}423 + 0{,}390) = 3{,}456 + 5{,}184 - 0{,}352 =$$
$$= 8{,}640 - 0{,}352 = 8{,}288\,м^3$$



Задача 2. На основании данных, полученных при решении задачи № 1 ($V_Ф$), определить давление, возникающее на подошву фундамента, передающегося на грунтовое основание, если плотность железобетона Y = 2500 кг/м^3.

$R_Ф = (V_Ф * 2500)/(b_1 * a_1) = 2871$ кг/м^2

$R_Ф < R_{гр}$

Если известны величины расчетного давления на грунт основании R можно определить нагрузку, которую он воспринимает от здания и передает на фундамент колонны $N_к$

$$N_k <= R_{гр} \cdot b_1 \cdot a_1 - R_ф \cdot b_1 \cdot a_1$$

№	Марка фундемента	Геометрический размер, м											
		a_1	a_2	a_3	a_n	b_1	b_2	b_3	b_n				
1	Ф 1.1.1.	1,5			0,9	1,5			0,9	800	400	450	1,8
2	Ф 4.1.1.	2,1			0,9	1,8			0,9	800	400	450	2,1
3	Ф 2.1.2.	1,8			1,2	1,5			0,9	800	400x500	450x550	2,4
4	Ф 5.1.2	2,4			1,2	1,8			0,9	900	400x500	450x550	2,7
5	Ф 6.1.5	2,7			1,5	2,1			1,2	900	600x600	650x650	3,0
6	Ф 4.2.1	2,1			0,9	1,8	0,9		0,9	900	500x600	550x650	2,7
7	Ф 8.2.1	3,3			0,9	2,7	1,5		0,9	900	400	450	3,0
8	Ф 9.2.3	3,6			1,5	3,0	2,1		0,9	900	400x600	450x650	3,6

9	Ф 10.2.4	3,9			1,2	3,3	2,1		1,2	900	400х600	450х650	4,2
10	Ф 8.2.8	3,3			2,7	3,3	2,7		1,2	1300	2000х600	2050х650	3,6
11	Фт 6.2.9	2,7	1,8		0,9	2,1	2,1		2,1	1300	1500х600	1550х650	3,6
12	Фт 7.2.12	3,0	2,4		1,8	2,4	2,1		2,1	1300	1500х600	1550х650	3,6
13	Ф 6.3.1	2,7	2,1	1,5	0,9	2,1	1,5	1,5	0,9	1050	660х600	650х650	3,0
14	Ф 13.3.2	4,8	3,6	2,4	1,2	4,2	3,0	1,8	0,9	1050	400х500	450х550	4,2
15	Ф 10.3.5	3,9	3,0	2,1	1,5	3,3	2,4	1,8	1,2	1050	500х900	550х950	4,2
16	Ф 9.3.11	3,6	3,0	2,4	1,5	3,0	2,1	2,1	2,1	1300	2000х600	2050х650	4,2

Форма представления результата: Выполненные задания

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема2.1Матрицы и определители

Практическое занятие №3
Действия над матрицами. Вычисление определителей. Нахождение обратной матрицы. Вычисление ранга матрицы. Элементарные преобразования. Ступенчатый вид

Цель работы: научить выполнять действия над матрицами, вычислять определители, находить обратную матрицу, вычислять ранг матрицы, приводить матрицу к ступенчатому виду.

Выполнив работу, Вы будете:

Уметь: выполнять действия над матрицами, приводить матрицу к ступенчатому виду, находить обратную матрицу, вычислять определитель 2-го и 3-его порядка, вычислять ранг матрицы, приводить матрицу к ступенчатому виду.

Материальное обеспечение:

Тетрадь с конспектом, таблица «Матрицы и определители», Карточки-задания для выполнения индивидуальных работ, таблица с ответами для преподавателя.

Задание: 1. Вычислить матрицу *X*.

Задание: 2. Для данной матрицы А найти обратную.

Задание: 3. Найти ранг матрицы А

Порядок выполнения работы:

1) Повторение правил и формул
2) Объяснение преподавателя
3) Оценка выполненных заданий
4) Подведение итогов.

Ход работы:

1) Повторение правил и формул

1. Что называется матрицей, элементами матрицы, размером матрицы? Какие матрицы называются равными?
2. По какому правилу складываются матрицы?
3. Можно ли сложить матрицы размерами 2х3 и3х1?
4. Можно ли из одной матрицы вычесть другую? Как это сделать? Каким условиям должны удовлетворять при этом матрицы? Какие размеры имеет матрица, являющаяся результатом этой операции?
5. Как умножить матрицу на число?
6. Как перемножаются матрицы? Какие матрицы можно перемножать? Какие размеры имеет матрица, являющаяся результатом этой операции?
7. Можно ли умножить матрицу с размерами 2х3 на матрицу с такими же размерами?
8. Какими свойствами обладает операция умножения матриц?
9. Что такое транспонирование матриц?

1) Объяснение преподавателя

__**Задание 1**__: Вычислите матрицу $X = 2CB + 3A^T$, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Решение:

Выполним задание по действиям:

1) $2xC = 2 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 0 & -6 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$

2) $2CB=$

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 0 & -6 \\ 6 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 4 \cdot 2 + 2(-1) & 4 \cdot (-1) + 2 \cdot 2 & 4 \cdot 2 + 2 \cdot 0 \\ 0 \cdot 2 + (-6) \cdot (-1) & 0 \cdot (-1) + (-6) \cdot 2 & 0 \cdot 2 + (-6) \cdot 0 \\ 6 \cdot 2 + 4 \cdot (-1) & 6 \cdot (-1) + 4 \cdot 2 & 6 \cdot 2 + 4 \cdot 0 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 6 & 0 & 8 \\ 6 & -12 & 0 \\ 8 & 2 & 12 \end{pmatrix}$$

Найдем матрицу, транспонированную к А:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad A^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

1) $3A^T = 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 3 \\ 0 & 3 & 3 \\ -6 & -3 & 0 \end{pmatrix}$

2) $2CB + 3A^T = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 8 \\ 6 & -12 & 0 \\ 8 & 2 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 6 & 3 \\ 0 & 3 & 3 \\ -6 & -3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 6 & 11 \\ 6 & -9 & 3 \\ 2 & -1 & 12 \end{pmatrix}$

<u>Задание 2</u>: Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Найдите матрицу, обратную данной A.

Решение:

Обратную матрицу найдем по формуле

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix}$$

1. Вычислим определитель матрицы А: $|A|$= detA = $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ = 2

2. Найдем алгебраические дополнения элементов матрицы А

$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 2$; $A_{12} = (-1)^{1+2}\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 0$; $A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$;

$A_{21} = (-1)^{2+1}\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = -4$; $A_{22} = (-1)^{2+2}\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 2$; $A_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$;

$A_{31} = (-1)^{3+1}\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 7$; $A_{32} = (-1)^{3+2}\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = -2$; $A_{33} = (-1)^{3+3}\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1$.

3. Найдем матрицу, обратную данной $A^{-1} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 2 & -4 & 7 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 7/2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Правильность вычислений можно проверить, используя равенство $A^{-1} \cdot A = E$.

<u>**Задание 3**</u>: Найти ранг матрицы А = $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 5 \end{pmatrix}$

Решение:

Чтобы найти ранг матрицы А надо привести ее к ступенчатому виду и подсчитать у последней число ненулевых строк. Это число и будет рангом матрицы А.

Выполним последовательно следующие элементарные преобразования, которые приводят матрицу А к ступенчатому виду: 1) ко 2-ой строке прибавим соответствующие элементы 1-ой строки, предварительно умноженной на -2; к 3-ей строке прибавим соответствующие элементы 1-ой строки, предварительно умноженной на -5; 2) к 3-ей строке прибавим соответствующие элементы 2-ой строки, предварительно умноженной на -2. Получаем

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 5 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 5 \\ 0 & -2 & 10 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow$$ ранг матрицы равен 2

2) **Оценка работ студентов.** Форма предоставления результата: выполненные задания
3) **Подведение итогов.**

1. Какая матрица называется квадратной, невырожденной, единичной?
2. Всякая ли матрица имеет обратную?
3. Как связаны между собой элементы прямой и обратной матриц?
4. Как проверить, что обратная матрица найдена верно?
5. Как вычисляется ранг квадратной матрицы?

Элементарные преобразования матрицы

1) Перестановка двух строк (столбцов) матрицы.
2) Умножение строки (столбца) на число, отличное от нуля.
3) Прибавление к элементам одной строки (столбца) соответствующих элементов другой строки (столбца).

Алгоритм вычисления обратной матрицы

1. Находим определитель исходной матрицы А. Если он отличен от нуля, то обратная матрица существует.
2. Находим алгебраические дополнения всех элементов данной матрицы А и записываем новую матрицу.
3. Транспонируем новую матрицу.
4. Умножаем полученную матрицу на 1/detA .
5. Проверяем правильность вычисления обратной матрицы , исходя из ее определения (этот пункт не обязателен).

Форма представления результата: Выполненные задания

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема2.2 Система линейных уравнений

Практическое занятие №4
Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Решение систем линейных уравнений матричным методом. Решение профессиональных задач

Цель работы: научить приводить матрицу к ступенчатому виду, решать систему линейных уравнений методом Гаусса, матричным методом, решать профессиональные задачи

Выполнив работу, Вы будете: Уметь: приводить матрицу к ступенчатому виду, решать систему линейных уравнений методом Гаусса, матричным методом, решать профессиональные задачи.

Материальное обеспечение: Тетрадь с конспектом, карточки-задания для выполнения индивидуальных работ, таблица с ответами для преподавателя.

Задание 1: Решить систему n линейных уравнений с n неизвестными

а) методом Гаусса;

б) средствами матричного исчисления

Задание 2: Методом Гаусса решить системуm линейных уравнений с n неизвестными

Порядок выполнения работы:

1. Повторение теоретического материала
2. Объяснение преподавателя
3. Оценка выполненных заданий
4. Подведение итогов.

Ход работы:

1. **Повторение теоретического материала:**
   - Какая система уравнений называется неоднородной?
   - Для каких систем уравнений применяется метод Гаусса?
   - В чем суть метода Гаусса?
   - Как записывается формула Крамера? Когда систему уравнений можно решить по формулам Крамера?

- Как записывают неоднородную систему уравнений в матричном виде?
- Всякую ли систему можно решить матричным способом? Запишите формулу для нахождения решения матричным методом.

2. Объяснение преподавателя

Задание 1. Решить систему : $\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 13x_3 = 27 \\ 3x_1 + 14x_2 + 12x_3 = 11 \\ 5x_1 + 25x_2 + 16x_3 = 3 \end{cases}$

а) методом Гаусса;
б) средствами матричного исчисления.

Решение*:* *а) методом Гаусса.*

Метод Гаусса заключается в последовательном исключении неизвестных. Матрицу системы с помощью элементарных преобразований приводят к равносильной системе ступенчатого (или треугольного) вида (прямой ход), из которой последовательно, начиная с последних по номеру переменных, находятся все остальные переменные (обратный ход). Преобразования Гаусса удобно проводить, осуществляя преобразования не с самими уравнениями, а с матрицей их коэффициентов. При выполнении прямого хода используют элементарные преобразования матриц.

Для заданной системы уравнений запишем расширенную матрицу и, выполняя элементарные преобразования, приведем ее к диагональному виду.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 7 & 13 & 27 \\ 3 & 14 & 12 & 11 \\ 5 & 25 & 16 & 3 \end{array}\right)$$

Умножим 1-ую строку на (-2)и прибавим полученную строку ко 2-ой и 3-ей, получим матрицу

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 7 & 13 & 27 \\ -1 & 0 & -14 & -43 \\ 1 & 11 & -10 & -51 \end{array}\right)$$

Поменяем местами 1-ую строку со 2-ой, 2-ую с 3-ей, получим матрицу

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 0 & -14 & -48 \\ 1 & 11 & -10 & -51 \\ 2 & 7 & 13 & 27 \end{array}\right)$$

Умножим 1-ую строку на (1) и прибавим полученную ко 2-ой, затем 1-ую умножим на (2) и

прибавим полученную к 3-ей, получим $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 14 & 43 \\ 0 & 11 & -24 & -94 \\ 0 & 7 & -15 & -59 \end{array}\right)$

Умножим 2-ую строку на (-7),а 3-ью на (11) и прибавим полученную 2-ую строку к 3-ьей, получим $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 14 & 43 \\ 0 & 11 & -24 & -94 \\ 0 & 0 & 3 & 9 \end{array}\right)$

Умножим 3-ью строку на(8) и полученную прибавим ко 2-ой, получим матрицу

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 14 & 43 \\ 0 & 11 & 0 & -22 \\ 0 & 0 & 3 & 9 \end{array}\right)$$

Разделим 3-ью строку на 3, затем умножим полученную на (-14) и прибавим к 1-ой,

получим матрицу $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array}\right)$E , которая соответствует системе уравнений $\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -2 \\ x_3 = 3 \end{cases}$

Ответ: X =$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

б) средствами матричного исчисления

Система запишется A · X = B; A = $\begin{pmatrix} 2 & 7 & 13 \\ 3 & 14 & 12 \\ 5 & 25 & 16 \end{pmatrix}$; X = $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$; B = $\begin{pmatrix} 27 \\ 11 \\ 13 \end{pmatrix}$.

Решение: X = A^{-1} ·B.

Составим обратную матрицу $A^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix}$

Вычислим определитель матрицы A:

$\begin{vmatrix} 2 & 7 & 13 \\ 3 & 14 & 12 \\ 5 & 25 & 16 \end{vmatrix}$= 2*14*16 + 7*12*5 + 3*25*13 -5*14*13-3*7*16-2*25*12 = -3 ≠ 0 → обратная матрица существует.

Вычислим алгебраические дополнения матрицы A:

A_{11} = $\begin{vmatrix} 14 & 12 \\ 25 & 16 \end{vmatrix} = 4 \cdot \begin{vmatrix} 14 & 3 \\ 25 & 4 \end{vmatrix} = 4 \cdot (56 - 75)$=-76; A_{12}= $-\begin{vmatrix} 3 & 12 \\ 5 & 16 \end{vmatrix} = 12$

$A_{13} = \begin{vmatrix} 3 & 14 \\ 5 & 25 \end{vmatrix} = 5$; $A_{21} = -\begin{vmatrix} 7 & 13 \\ 25 & 16 \end{vmatrix} = 213$; $A_{22} = \begin{vmatrix} 2 & 13 \\ 5 & 16 \end{vmatrix} = -33$; $A_{23} = -\begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 5 & 25 \end{vmatrix} = -15$; $A_{31} = \begin{vmatrix} 7 & 13 \\ 14 & 12 \end{vmatrix} = -98$; $A_{32} = -\begin{vmatrix} 2 & 13 \\ 3 & 12 \end{vmatrix} = 15$; $A_{33} = \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 3 & 14 \end{vmatrix} = 7$

Найдем X: $X = A^{-1} * B = -$

$$\frac{1}{3}\begin{pmatrix} -76 & 213 & -98 \\ 12 & -33 & 15 \\ 5 & -15 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 27 \\ 11 \\ 3 \end{pmatrix} = -\frac{1}{3}\begin{pmatrix} -76 \cdot 27 + 213 \cdot 11 - 98 \cdot 3 \\ 16 \cdot 27 - 33 \cdot 11 + 15 \cdot 3 \\ 5 \cdot 27 - 15 \cdot 11 + 7 \cdot 3 \end{pmatrix} =$$

$$-\frac{1}{3}\begin{pmatrix} -2052 + 2343 - 294 \\ 324 - 369 + 45 \\ 135 - 165 + 21 \end{pmatrix} = -\frac{1}{3}\begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ -9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}; \; X = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

3. **Алгоритм решения системы линейных уравнений матричным методом:**

1. Составить матрицу A из коэффициентов при неизвестных, матрицу B из свободных членов и матрицу X из неизвестных.
2. Найти обратную матрицу A^{-1}.
3. Найти произведение обратной матрицы A^{-1} на матрицу-столбец свободных членов B.

<u>**Задание 2.**</u> Методом Гаусса решить систему m линейных уравнений с n неизвестными:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 2 \\ 6x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 3 \\ 6x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 + 13x_5 = 9 \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 1 \end{cases}$$

Запишем расширенную матрицу системы: $\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & 12\,3 & & 2 \\ 6 & -3 & 24\,5 & & 3 \\ 6 & -3 & 4813 & & 9 \\ 4 & -2 & 11 & 2 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & -1 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & -3 & -4 & -3 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & -1 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{array}\right)$

Запишем систему уравнений $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 2 \\ -x_3 - 2x_4 - 4x_5 = -3 \\ -x_4 = 0 \end{cases}$.Система совместна. Ранг равен 3. Решений бесчисленное множество.

Оставим в левой части переменные x_2 и x_3 и x_4, которые берем за основные, а остальные неосновные переменные x_1 и x_5 переносим в правую часть уравнения. В результате получим систему:

$\begin{cases} -x_2 + x_3 + 2x_4 = 2 - 3x_5 - 2x_1 \\ -x_3 - 2x_4 = -3 + 4x_5 \\ -x_4 = 0 \end{cases}$, откуда $x_4 = 0$, -$x_3 - 0 = -3 + 4x_5, x_3 = 3 - 4x_5$; $-x_2 + (3 - 4x_5) + 2 \cdot 0 = 2 - 3x_5 - 2x_1$. *Итак, получим* $x_2 = 1 - x_5 + 2x_1$; $x_3 = 3 - 4x_5$; $x_4 = 0$.Задавая не основным переменным произвольные значения $x_1 = c_1$, $x_5 = c_2$. Найдем бесконечное множество решений системы: X = $\begin{pmatrix} c_1 \\ 1 - c_2 + 2c_1 \\ 3 - 4c_2 \\ 0 \\ c_2 \end{pmatrix}$, где c_1 , $c_2 \in \boldsymbol{R}$.

4. **Оценка работ студентов.**
5. **Подведение итогов.**

   При решении любых систем линейных уравнений поступают так. Записывают расширенную матрицу системы для решения методом Гаусса. Выполняют над ней элементарные преобразования. Столбцы тоже можно менять местами, но помнить, что при этом переменные, им соответствующие, тоже поменяются местами. Получают нули в нижнем левом углу и, если нет противоречия, то количество диагональных элементов, не равных нулю, определяет ранг системы, то есть, сколько и какие неизвестные можно выразить через остальные, которые называют свободными неизвестными. Далее от матричной записи переходят к записи в виде системы уравнений. Свободные неизвестные переносят в правую часть. Получают треугольную систему уравнений, ее решают снизу вверх методом подстановки. Получают общее решение системы. Задавая свободным неизвестным любые численные значения, можно записать как угодно много частных решений.

Форма представления результата: Выполненные задания

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема3.1Теория пределов и непрерывность

Практическое занятие №5
Вычисление пределов. Раскрытие неопределенностей. Вычисление односторонних пределов. Исследование точек разрыва

Цель работы: научить вычислять предел функции, вычислять односторонние пределы, исследовать функцию на разрывы.

Выполнив работу, Вы будете: Уметь вычислять предел функции, вычислять односторонние пределы, исследовать функцию на разрывы.

Материальное обеспечение:

Тетрадь с конспектом, таблица «Раскрытие неопределенностей», карточки-задания для выполнения индивидуальных работ, таблица с ответами для преподавателя.

Задание:1. Вычислить пределы функции

Задание2. Найти предел функции, используя замечательные пределы.

Задание3. Исследовать функцию на непрерывность

Порядок выполнения работы:

1. Повторение правил и формул
2. Объяснение преподавателя
3. Оценка выполненных заданий
4. Подведение итогов.

Ход работы:

I. Повторение правил и формул

1. Сформулируйте определение предела функции при стремлении аргумента к некоторому конечному пределу и бесконечности.
2. Перечислите теоремы, на которых основано вычисление предела функции.
3. Назовите формулы замечательных пределов.
4. Приведите пример, когда предел не существует.
5. Сформулируйте определение непрерывности функции.

II. Объяснение преподавателя

Для вычисления предела при $\boldsymbol{x}$ стремящимся к $\mathbf{x_0}$надо вместо переменной $\boldsymbol{x}$ подставить значение $\boldsymbol{x_0}$ и подсчитать, используя соответствующие теоретические положения.

Пример 1. Вычислить предел многочлена $\lim_{x\to 2}(6x^3+2x^2-3x+7)$

Решение: Для вычисления предела многочлена при х→ x_0 надо вместо переменной х подставить значениеx_0, к которому она стремится, и подсчитать, используя соответствующие теоретические положения.

$$\lim_{x\to 2}(6x^3+2x^2-3x+7) = 6\lim_{x\to 2}x^3+2\lim_{x\to 2}x^2 - 3\lim_{x\to 2}x+7 = 6\cdot 2^3+2\cdot 2^2-3\cdot 2+7=57$$

Пример 2. Вычислить предел дроби $\lim_{x\to 4}\frac{5x+2}{2x+3}$

Решение:

$$\lim_{x\to 4}\frac{5x+2}{2x+3}=\frac{5\cdot 4+2}{2\cdot 4+3}=2$$

Часто встречаются случаи, когда непосредственно применить теорему о пределе частного нельзя. Это так называемые неопределенности вида$\frac{0}{0}$ или $\frac{\infty}{\infty}$. В ситуации, когда числитель и знаменатель дроби стремится к нулю, говорят, что имеет место неопределенность $\frac{0}{0}$. Для раскрытия неопределенности такого вида надо числитель и знаменатель разложить на множители. Если числитель и знаменатель неограниченно возрастают при х → ∞, то в таком случае имеет место неопределенность вида $\frac{\infty}{\infty}$ Для ее раскрытия надо разделить числитель и знаменатель дроби на старшую степень $\boldsymbol{x}$.

Пример 3. Вычислить предел дроби $\mathbf{lim}_{x\to 1}\frac{x^3-x^2-x+1}{x^3+x^2-x-1}$

Решение: Здесь имеет место неопределенность $\frac{0}{0}$ Это можно видеть подставив x=1. Для решения разложим на множители числитель и знаменатель дроби, сократим на общий множитель, после чего уже подставим предельное значение x=1:

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^3-x^2-x+1}{x^3+x^2-x-1} = \lim_{x\to 1}\frac{x^2(x-1)-(x-1)}{x^2(x+1)-(x+1)} = \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x^2-1)}{(x+1)(x^2-1)} = \lim_{x\to 1}\frac{x-1}{x+1} = \frac{0}{2} = 0$$

Пример 4. Вычислить предел дроби $\lim_{x\to\infty}\frac{x^3+2x^2+3x+4}{4x^3+3x^2+2x+1}$

Решение: Это неопределенность $\frac{\infty}{\infty}$. Разделим числитель и знаменатель на старшую степень x (на x^3): $\lim_{x\to\infty}\frac{1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}+\frac{4}{x^3}}{4+\frac{3}{x}+\frac{2}{x^2}+\frac{1}{x^3}} = \frac{1}{4}$

Пример 5. Вычислить предел $\lim_{x\to 0}\frac{\sin 5x}{x}$

Решение: Для решения будем использовать первый замечательный предел. Для этого необходимо преобразовать данную дробь так, чтобы в знаменателе был аргумент синуса. Умножим числитель и знаменатель на 5:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 5x}{x} = \lim_{x\to 0}\frac{5\sin 5x}{5x} = 5\lim_{x\to 0}\frac{\sin 5x}{5x} = 5\cdot 1 = 5$$

Пример 6. Исследовать функцию $y = \frac{x}{x-4}$ на непрерывность

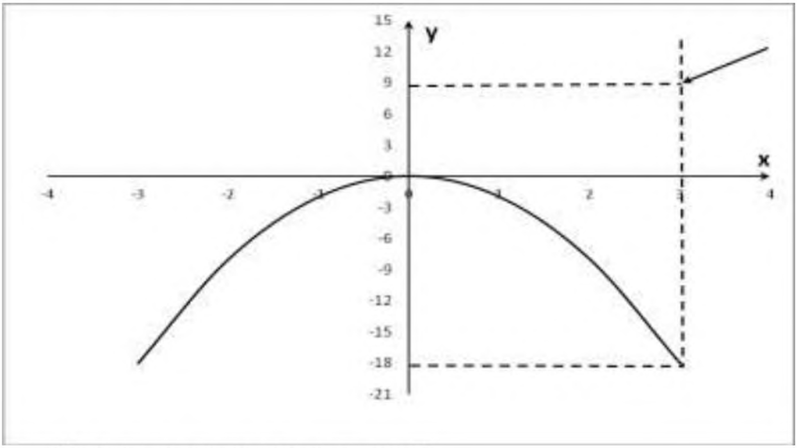
Решение: В точке x = 4 значение функции не существует, поэтому в точке x = 4 функция имеет разрыв. Чтобы определить какого рода разрыв, найдем левый и правый пределы:

$$\lim_{x\to 4-0}\frac{x}{x-4} = -\infty; \quad \lim_{x\to 4+0}\frac{x}{x-4} = +\infty$$

Видим, что при x = 4 функция не имеет конечных пределов. Следовательно, x = 4 – это точка разрыва 11 рода.

Пример 7. Построить график функции $y = \begin{cases} -2x^2, & x \le 3 \\ 3x, & x > 3 \end{cases}$. Проверить, будет ли непрерывна функция в точке x = 3.

Решение: График данной функции будет состоять из двух частей. Для $x \le 3$ строим параболу $y = -2x^2$. Для $x > 3$ строим прямую y = 3x. Для исследования на непрерывность найдем односторонние пределы: 1) $\lim_{x\to 3-0}(-2x^2) = -6$, $\lim_{x\to 3+0} 3x = 9$. Односторонние пределы конечны, но не равны, значит, в точке x = 3 функция имеет разрыв 1-рода:



III. Оценка выполненных заданий

Форма предоставления результата: выполненные задания

IV. Подведение итогов

Составление таблицы «Раскрытие неопределенностей»

Неопредел. при x → x_0	правило	примечание
$\frac{0}{0}$	Раскрывается: а) делением числителя и знаменателя на множитель $(x - x_0)$ б) по первому замечательному пределу: $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1$	Применяются тождественные преобразования: а) разложение на множители числителя и знаменателя; б) освобождение от иррациональности в знаменателе (числителе).
$\frac{\infty}{\infty}$	Раскрывается: делением числителя и знаменателя на старшую степень	Используется правило: $\lim_{x\to\infty}\frac{a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_n}{b_0x^m + b_1x^{m-1} + \cdots + b_m} = \begin{cases} \frac{a_0}{b_0} n = m \\ 0 \quad n < m \\ \infty n > m \end{cases}$

Форма представления результата: Выполненные задания

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема3.2 Дифференциальные исчисления функций одной независимой переменной

Практическое занятие №6
Вычисление производных элементарных и сложных функций

Цель работы: научить вычислять производные элементарных и сложных функций, учить проводить исследование функции и строить ее график .
Выполнив работу, Вы будете:
Уметь: вычислять производные элементарных и сложных функций, используя правила и формулы дифференцирования, проводить исследование функции и строить ее график.
Материальное обеспечение:
Тетрадь с конспектом, таблица «Правила и формулы дифференцирования», таблица «Полное исследование функции и построение графика», карточки-задания для выполнения индивидуальных работ, таблица с ответами для преподавателя.
Задание: 1. Найти производную функции
Задание2. Провести полное исследование функции и построить ее график
Порядок выполнения работы:
1. Повторение правил и формул
2. Объяснение преподавателя
3. Оценка выполненных заданий
4. Подведение итогов.

Ход работы:

1.Повторение правил и формул

Дайте определение производной функции.

Сформулируйте общее правило нахождения производной функции.

Какая связь существует между непрерывностью функции и ее производной?

Чему равна производная постоянной?

Чему равна производная аргумента?

Как вычисляется алгебраической суммы функций, произведения и частного функций?

Какая функция называется сложной?

Как вычисляется производная сложной функции?

1.Объяснение преподавателя

Задание 1. Найти производные функций

Задания	**Пояснения**
1. $(x^{10})' = 10x^{10-1} = 10x^9$	$(x^n)' = n\cdot x^{n-1}$
2. $\left(\frac{5}{x^{11}}\right)' = (5\cdot x^{-11})' = 5(x^{-11})' = 5(-11)x^{-11-1} = -55x^{-12}$	$x^{-n} = \frac{1}{x^n}$; $(cx)' = c(x)'$; $(x^n)' = nx^{n-1}$
3. $(2x^{10} - x^8 + 3x^3)' = (2x^{10})' - (x^8)' + (3x^3)' = 2(x^{10})' - (x^8)' + +3(x^3)' = 2\cdot 10x^9 - 8x^7 + 9x^2$	$(u+v)' = u' + v'$ $(cx)' = c(x)'$
4. $Y = (7x^4 - 2x + 3)^5$; $У = u^5$, где $u = 7x^4 - 2x + 3$; $y' = 5u^4\cdot u'$; $y' = 5(7x^4-2x+3)^4\cdot(7x^4-2x+3)'$; $y' = 5(7x^4-2x+3)^4\cdot(28x^3-2)$. Найти y'_x при $x = 0$; $y'_0 = 5\cdot 3^4\cdot(-2) = -810$	*Воспользуемся формулой* $(u^n)' = n\cdot u^{n-1}\cdot u'$, *где* $n = 5$ $(cx^n)' = c(x^n)'$ $(c)' = 0$
5. $((x+1)\cdot\sqrt{x})' = (x+1)'\cdot\sqrt{x} + (x+1)(\sqrt{x})' = \sqrt{x} + (x+1)\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(u\cdot v)' = u'\cdot v + u\cdot v'$ $(u+v)' = u' + v'$ $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $(x)' = 1$
6. $((2x-7)^{14})' = 14(2x-7)^{13}(2x-7)' = 28(2x-7)^{13}$	$y' = f'(u)\cdot u'(x)$, $(u^n) = nu^{n-1}\cdot u'$

Задание 2. Провести полное исследование функции $y = \frac{x^2}{x+1}$ и построить ее график.

Решение:

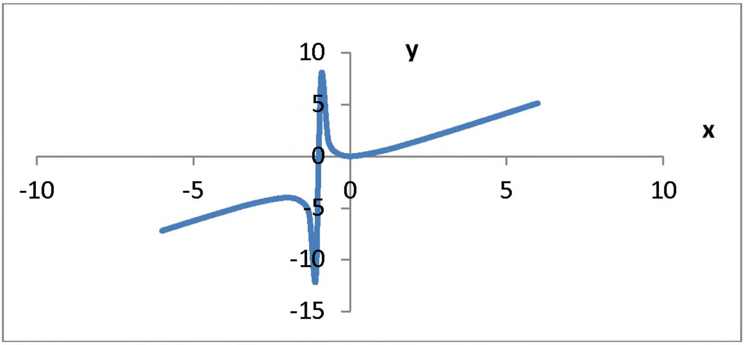
1. D(y)=$(-\infty,-1)\cup(-1,+\infty)$.
2. Так как область определения функции не симметрична относительно начала координат, то исследуемая функция не является ни четной, ни нечетной; кроме того она не периодична.
3. Функция терпит разрыв при х = -1, следовательно график функции имеет вертикальную асимптоту х = 1 Для отыскания наклонной асимптоты найдем к = $\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^2}{x(x+1)}=$ *1;* *b*=limx→±∞x2x+1−x=limx→±∞−xx+1=−1. Значит прямая у = х – 1 служит наклонной асимптотой графика.

4. Определим интервалы монотонности и экстремум функции. Дифференцируя данную функцию, получим у'=$\frac{2x(x+1)-x^2}{(x+1)^2}=\frac{x^2+2x}{(x+1)^2}=\frac{x(x+2)}{(x+1)^2}$. Производная обращается в нуль при х = -2 и х = 0 и терпит разрыв при х = -1. Этими точками числовая прямая делится на четыре промежутка: $(-\infty,-2),(-2,-1),(-1,0),(0,+\infty)$. найдем знак производной в каждом из них: на$(-\infty,-2)$ у'>0; на$(-2,-1)$*имеем*у' $<0;$*на*$(-1,0)$*также*у' $<0;$ на$(0,+\infty)$*имеем*у' >0. следовательно, в промежутках $(-\infty,-2)$*и*$(0,+\infty)$*функциявозрастает*, *авпромежутках*$(-2,-1)$*и*$(-1,0)$ - *убывает*. *точких* $=-2$ *их* $=$ 0 *являютсясоответственноточкамимаксимумаиминимума*.

Находимзначенияфункцииэкстремальныхточкаху$_{max}=y(-2)=-4,y_{min}=\qquad y(0)=0$.

5. Определим интервалы выпуклости и точки перегиба функции. Найдем у'' = $\frac{(2x+2)(x+1)^2-2(x+1)(x^2+2x)}{(x+1)^4}=2\frac{x^2+2x+1-x^2-2x}{(x+1)^3}=\frac{2}{(x+1)^3}$. Вторая производная терпит разрыв при х = -1. Этой точкой числовая ось разбивается на два промежутка: $(-\infty,-1)$*и*$(-1,+\infty)$. Определим знак второй производной в этих промежутках: в первом из них у''< 0, а во втором у''> 0. Таким образом, в промежутке $(-\infty,-1)$кривая выпукла вверх, а в промежутке

$(-1, +\infty)$ выпукла вниз. Точек перегиба нет. Используя полученные данные строим график:



4. Оценка выполненных заданий

Форма предоставления результата: выполненные задания

5. Подведение итогов

Составление таблицы «Полное исследование функции и построение графиков»

Форма представления результата: Выполненные задания

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема3.3 Интегральные исчисления функций одной независимой переменной

Практическое занятие №7

Решение задач с использованием разных методов интегрирования. Решение прикладных задач с использованием интегрального исчисления

Цель работы: научить применять метод непосредственного интегрирования, метод подстановки, метод интегрирования по частям; научить вычислять площади плоских фигур с помощью определенного интеграла; познакомить студентов с применением определенного интеграла к решению некоторых физических и технических задач.

Выполнив работу, Вы будете: Уметь использовать основные свойства интеграла для нахождения простейших интегралов; находить интегралы методом непосредственного интегрирования, методом подстановки, методом интегрирования по частям; уметь вычислять площади плоских фигур с помощью определенного интеграла; иметь понятие о применении интеграла для решения прикладных задач.

Материальное обеспечение:

Тетрадь с конспектом, таблица интегралов, карточки-задания для выполнения индивидуальных работ, таблица с ответами для преподавателя.

Задание: 1. Найти неопределенный интеграл

Задание 2. Вычислить определенный интеграл

Задание 3. Вычислить площадь фигуры

Порядок выполнения работы:

1. Повторение правил и формул
2. Объяснение преподавателя
3. Оценка выполненных заданий
4. Подведение итогов.

Ход работы:

1. Повторение правил и формул

- Какое действие называется интегрированием?
- Какая функция называется первообразной для данной функции f(x)?
- Чем отличаются друг от друга различные первообразные функции для данной функции f(x)?
- Дайте определение неопределенного интеграла.
- Дайте определение подинтегральной функции и подинтегрального выражения.
- Каков геометрический образ соответствует неопределенному интегралу $\int f(x)dx$?
- Как проверяется результат интегрирования?
- Сформулируйте основные свойства неопределенного интеграла.

- В чем заключается метод замены переменных при отыскании неопределенного интеграла?
- Приведите основные свойства определенного интеграла.
- Объясните в чем заключается геометрический смысл определенного интеграла.

2. Объяснение преподавателя

Задание: 1. Найти неопределенный интеграл

Непосредственное интегрирование

Пример 1 $\int \left(\frac{3}{x} + 2\sin x\right)dx$

Решение: Используя свойства неопределенного интеграла: интеграл от суммы равен сумме интегралов, и постоянный множитель можно выносить за знак интеграла, затем используя таблицу интегралов, получаем:

$\int \left(\frac{3}{x} + 2\sin x\right)dx$=3$\int \frac{3}{x}dx$ +2$\int \sin x\, dx = 3\ln|x| - 2\cos x + C$.

Пример 2 $\int \frac{x^4-5x^3+1}{x}dx = \int x^3dx - 5\int x^2dx + \int \frac{dx}{x} = \frac{x^4}{4} - 5\frac{x^3}{3} +$ ln$x+C$

Метод подстановки (метод замены переменной)

Пример 3

$\int \frac{x^3}{(x+1)^3}dx$, положим x + 1= t, тогда x = t - 1, $x^2 = (t+1)^2, (x+1)^3 =$ t^3, $\int \frac{x^3}{(x+1)^3}dx \left| \begin{matrix} \mathrm{x} + 1 = \mathrm{t}, \mathrm{dx} = \mathrm{dt} \\ x^2 = (t+1)^2, (x+1)^3 = t^3 \end{matrix} \right| = \int \frac{(t-1)^2}{t^3}dt =$

*t2−2t+1t3dt=dtt−2dtt2+dtt3=*ln*t−2t−2dt+t−3dt=*ln*t−2t−1−1+t−2−2+C=*ln*x+1+1x+1−12x+12+C*

Пример 4

$$\int sin^2xdx = \frac{1}{2}\int (1-\cos 2x)dx$$
$$= \frac{1}{2}\int dx - \frac{1}{2}\int \cos 2xdx = \frac{x}{2} - \frac{1}{4}\sin 2x + C$$

Пример 5

$$\int \frac{7dx}{\sqrt{3-5x^2}} = \frac{7}{\sqrt{3}} \int \frac{dx}{\sqrt{1-\frac{5}{3}x^3}} = \frac{7}{\sqrt{5}} arksin \frac{\sqrt{5}}{3} x + C$$

Интегрирование по частям

Пример 6

$$\int (x+1)e^{2x}dx = \left| \begin{matrix} P(x) = x+1, \;\; u = x+1, du = dx \\ dv = e^{2x}dx, \; v = \int e^{2x}dx = \frac{1}{2}e^{2x} \end{matrix} \right| = \frac{1}{2}(x+1)e^{2x} - \frac{1}{2}\int e^{2x}dx = \frac{1}{2}(x+1)e^{2x} - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}e^{2x} + C = \frac{1}{2}(x+1)e^{2x} - \frac{1}{4}(x+1)e^{2x} + C$$

3.Оценка выполненных заданий

4.Подведение итогов

Форма представления результата: Выполненные задания

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема5.1Основы теории вероятностей и математической статистики

Практическое занятие №8
Нахождение вероятностных и статистических характеристик, их геометрическое изображение на примере раскладки междуэтажных плит

Цель работы:

- Научить студентов на примере материала по дисциплине «Архитектура зданий» вычислять характеристики математической статистики и теории

вероятности, строить гистограммы, полигон частот, функции распределения и кумулят.
- Воспитание групповой ответственности, создание атмосферы коллективного поиска, отработка практических умений, развитие пространственных представлений, аналитического мышления.

Выполнив работу, Вы будете: Уметь выполнять необходимые измерения и связанные с ним расчеты; вычислять площади и объемы деталей строительных конструкций, объемы земляных работ; применять математические методы для решения профессиональных эадач.

Материальное обеспечение:

1. Задания в таблице на экране компьютера.

2. Таблица с ответами для преподавателя.

3. Калькулятор.

Порядок выполнения работы:

1. Разъяснение преподавателя и разбор решения одного варианта задачи с демонстрацией решения на экране или доске.

2. Разбить группу на бригады по 5-6 человек с выбором бригадира и раздать задания.

3. Самостоятельная работа в бригаде.

4. Отчеты студентов.

5. Подведение итогов.

Задание. Рассмотреть все возможные варианты раскладки между этажных плит перекрытия по серии 1.141. 1-89, если размеры помещения 8,76 на 7,6 метров. Плиты размещаются вдоль меньшейстороны помещения. Номинальная ширина плит 1,0; 1,2; 1,5; 1,8; 2,4; 2,7; 3,0; 3,6.
Рассмотреть все возможные варианты. Найти относительную частоту повторяемости плит указанной ширины. Построить гистограмму, кумуляту, полигон частот и функцию распределения. Найти моду, медиану и среднюю ширину плит. Найти математическое ожидание, дисперсию для каждого размера плит.
Подбор плит по их ширине произвести, исходя из размера 7,6.

№	1,0	1,2	1,5	1,8	2,4	2,7	3,0	3,6	Швы	Кол-во плит
1	4							1	6	5
2	1	3					1		6	5
3	1		2					1	5	4
4	1			1	2				5	4
5	1						1	1	4	3
6	1	1		3					6	5
7	4			2					7	6
8	1		1		1	1			5	4
9	1	1				2			5	4
10	1	4		1					7	6
11	4	1			1				7	6
12	1			2			1		5	4
13	1	1	2		1				6	5
14	1	1			1		1		5	4
15	1	1		1				1	5	4
16	1	2	1			1			6	5
17	4	3							8	7
18	1	3	2						8	6
19	1		2	2					6	5
20	1	2		1	1				6	5
Итого	32	23	10	13	7	4	4	4		97

Ход работы:

Составим частотную таблицу по этой задаче. Найдем относительную частоту и накопленную.

X_i	1,0	1,2	1,5	1,8	2,4	2,7	3,0	3,6
N_i	32	23	10	13	7	4	4	4
N_i/N	0,330	0,237	0,103	0,135	0,072	0,041	0,041	0,041
Накопленная N_i/N	0,330	0,567	0,670	0,805	0,877	0,918	0,959	1

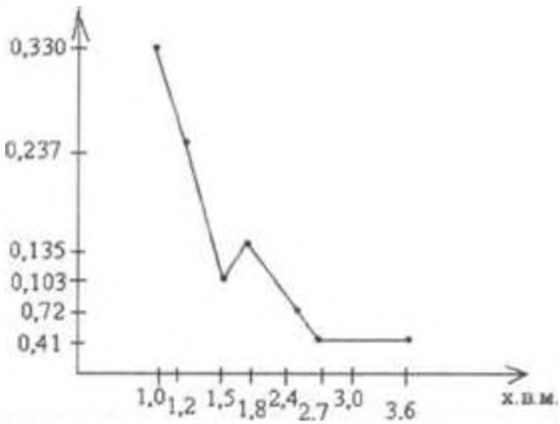
Всего 97 плит.

Медианой является плита, стоящая на 49-м месте в вариационном ряду.

97/2 = 48 и остаток 1. Медиана 1,2.

Мода = 1, т.к плита, имеющая ширину 1 м, встречается 32 раза. X = (1 -32 + 27,6 + 15 + 23,4 + 16,8 + 10,8 + 12 + 14,4)/97 = = 152/97= 1,52.

Полигон частот hi/h



Вывод: вариант 5 будет наиболее выгодным и удобным.

Форма представления результата: Выполненные задания

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.