

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Магнитогорский государственный технический университет  
им. Г. И. Носова»  
Многопрофильный колледж



**ПД.01 МАТЕМАТИКА:  
АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА,  
ГЕОМЕТРИЯ**

**Методические указания  
для студентов заочной формы обучения  
по специальностям технического профиля**

**Магнитогорск, 2015**

## **ОДОБРЕНО**

Предметной комиссией  
Математических и  
естественнонаучных дисциплин  
Председатель Е.С. Коротникова  
Протокол № 7 от 18.03. 2015 г

Методической комиссией МпК  
Протокол №4 от 26.03.2015 г.

## **Составитель:**

преподаватель ФГБОУ ВПО «МГТУ» МпК Н.В. Антропова

Методические указания по учебной дисциплине «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» составлены в соответствии с требованиями к минимуму результатов освоения учебной дисциплины, изложенными в Федеральном государственном образовательном стандарте среднего общего образования, утвержденного приказом Минобрнауки России от 17 мая 2012 г. № 413, и Федеральных государственных образовательных стандартов среднего профессионального образования и призваны помочь студентам заочной формы обучения в самостоятельной работе по изучению материалов учебной дисциплины.

Методические указания содержат рекомендации по изучению теоретического блока, задания и общие рекомендации по выполнению контрольной работы, а также включает вопросы и задания к экзамену.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение .....	4
1 Паспорт учебной дисциплины .....	6
2. Тематический план учебной дисциплины .....	12
3 Методические рекомендации по выполнению контрольной работы.....	16
4 Варианты контрольной работы .....	22
5 Вопросы для подготовки к экзамену .....	41
6 Информационное обеспечение дисциплины .....	44
Приложение А. Образец оформления титульного листа контрольной работы .....	46
Приложение Б. Образец оформления содержания контрольной работы .....	47

## **ВВЕДЕНИЕ**

Методические указания для студентов заочной формы обучения по учебной дисциплине «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» предназначены для реализации Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования, утвержденного приказом Минобрнауки России от 17 мая 2012 г. № 413.

Самостоятельная работа при заочной форме обучения является основным видом учебной деятельности и предполагает следующее:

- самостоятельное изучение теоретического материала;
- выполнение контрольной работы;
- подготовку к промежуточной аттестации.

Настоящие методические указания составлены в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины, утвержденной в многопрофильном колледже, и включают варианты контрольной работы для студентов заочной формы обучения.

Цель методических указаний – помочь студентам при самостоятельном освоении программного материала и выполнении домашней контрольной работы.

Методические указания включают:

1. Паспорт рабочей программы учебной дисциплины.
2. Тематический план учебной дисциплины.
3. Методические рекомендации по выполнению контрольной работы.
4. Варианты контрольной работы.
5. Задания для экзамена.
6. Информационное обеспечение.
7. Образец оформления титульного листа контрольной работы.
8. Образец оформления содержания контрольной работы.

Наряду с настоящими методическими указаниями студенты заочной формы обучения должны использовать учебно-методическую документацию по учебной дисциплины, включающую рабочую программу; методические указания для практических занятий/лабораторных работ; учебное пособие, комплект контрольно-оценочных средств.

### **Образовательный маршрут**

Рабочим учебным планом для студентов заочной формы обучения предусматриваются теоретические и практические занятия, самостоятельная работа студентов.

Обзорные лекции проводятся по сложным для самостоятельного изучения темам программы и должны помочь студентам систематизировать результаты самостоятельных занятий.

Проведение практических занятий предусматривает своей целью закрепление теоретических знаний, полученных при самостоятельном изучении и на обзорных лекциях, и приобретение необходимых компетенций по изучаемой дисциплине.

Обязательным условием освоения дисциплины является выполнение одной контрольной работы. Методические указания устанавливают единые требования к выполнению и оформлению контрольной работы. Если в ходе самостоятельного изучения дисциплины, при выполнении контрольной работы у Вас возникают трудности, то Вы можете прийти на консультации к преподавателю, которые проводятся согласно графику.

По итогам изучения дисциплины проводится экзамен. Перечни вопросов и варианты заданий представлены в разделе 5.

# 1 ПАСПОРТ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

## 1.1 Место дисциплины в учебном плане

Содержание программы дисциплины реализуется в процессе освоения обучающимися программы подготовки специалистов среднего звена на основе требований Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования к результатам освоения основной образовательной программы.

Учебная дисциплина «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» относится к предметной области «Математика и информатика».

## 1.2 Личностные, метапредметные и предметные результаты освоения учебной дисциплины

Федеральный стандарт среднего общего образования предусматривает формирование у обучающихся личностных, метапредметных и предметных универсальных учебных действий.

Приоритетными личностными и метапредметными результатами для учебной дисциплины «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» являются:

### Личностные результаты:

4) сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, основанного на диалоге культур, а также различных форм общественного сознания, осознание своего места в поликультурном мире: *мировоззрение подразумевает наличие собственной точки зрения по тем или иным вопросам, основанной на знаниях, для этого включаем вопросы и задания, предполагающие необходимость аргументировать свои суждения;*

5) сформированность основ саморазвития и самовоспитания в соответствии с общечеловеческими ценностями и идеалами гражданского общества; готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности: *достигается включенной в содержание самостоятельной работы студентов (составление опорного конспекта по теме; составление развернутой схемы исследования функции; составление глоссария);*

6) толерантное сознание и поведение в поликультурном мире, готовность и способность вести диалог с другими людьми, достигать в нём взаимопонимания, находить общие цели и сотрудничать для их достижения: *достигается применением активных и интерактивных форм занятий (работа в микрогруппах);*

7) навыки сотрудничества со сверстниками, взрослыми в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской,

проектной и других видах деятельности: достигается применением активных и интерактивных форм занятий;

8) нравственное сознание и поведение на основе усвоения общечеловеческих ценностей;

9) готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности: *содержание дисциплины может оказать влияние на выбор направления в самообразовании;*

10) эстетическое отношение к миру, включая эстетику быта, научного и технического творчества, спорта, общественных отношений;

13) осознанный выбор будущей профессии и возможностей реализации собственных жизненных планов; отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем: *математика играет свою роль при понимании студентами места выбранной профессии среди других профессий.*

### **Метапредметные результаты:**

1) умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях: *развитию данной группы умений способствует построение учебной деятельности на уроке, применение активных и интерактивных форм занятий;*

2) умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты: *развитию данной группы умений способствует построение учебной деятельности на уроке, применение активных и интерактивных форм занятий;*

3) владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания: *развитию данной группы умений способствует самостоятельная работа студентов;*

4) готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, владение навыками получения необходимой информации из словарей разных типов, умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и

интерпретировать информацию, получаемую из различных источников: *развитию данной группы умений способствует самостоятельная работа студентов;*

5) умение использовать средства информационных и коммуникационных технологий в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности;

7) умение самостоятельно оценивать и принимать решения, определяющие стратегию поведения, с учётом гражданских и нравственных ценностей;

8) владение языковыми средствами - умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства: *развитию данной группы умений способствует применение активных и интерактивных форм занятий;*

9) владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств их достижения: *развитию данной группы умений способствует применение активных и интерактивных форм занятий.*

**Предметными результатами освоения учебной дисциплины «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» на базовом уровне являются:**

- сформированность представлений о математике как части мировой культуры и о месте математики в современной цивилизации, о способах описания на математическом языке явлений реального мира;
- сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;
- владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- владение стандартными приёмами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;
- сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа;
- владение основными понятиями о плоских и пространственных



геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием.

**Предметными результатами освоения учебной дисциплины «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» на углубленном уровне являются:**

- *сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса математики; знаний основных теорем, формул и умения их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;*
- *сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;*

В результате изучения учебной дисциплины «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» обучающийся **должен:**

***знать/понимать:***

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности;
- вероятностный характер различных процессов окружающего мира.

***уметь:***

- выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы; находить приближенные значения величин и погрешности вычислений (абсолютная и относительная); сравнивать числовые выражения;
- находить значения корня, степени, логарифма, тригонометрических выражений на основе определения, используя при необходимости инструментальные средства; пользоваться приближенной оценкой при практических расчетах;

- выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней, логарифмов, тригонометрических функций;
- вычислять значение функции по заданному значению аргумента при различных способах задания функции;
- определять основные свойства числовых функций, иллюстрировать их на графиках;
- строить графики изученных функций, иллюстрировать по графику свойства элементарных функций;
- использовать понятие функции для описания и анализа зависимостей величин;
- находить производные элементарных функций;
- использовать производную для изучения свойств функций и построения графиков;
- применять производную для проведения приближенных вычислений, решать задачи прикладного характера на нахождение наибольшего и наименьшего значения;
- вычислять в простейших случаях площади и объемы с использованием определенного интеграла;
- решать рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным, а также аналогичные неравенства и системы;
- использовать графический метод решения уравнений и неравенств;
- изображать на координатной плоскости решения уравнений, неравенств и систем с двумя неизвестными;
- составлять и решать уравнения и неравенства, связывающие неизвестные величины в текстовых (в том числе прикладных) задачах.
- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;
- вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов;
- распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;
- описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении;
- анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве;
- изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач;
- строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;

- решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);
- использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;
- проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- *применять полученные знания*
- для практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства.

*использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:*

- для описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков;
- решения прикладных задач, в том числе социально-экономических и физических, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения;
- для построения и исследования простейших математических моделей
- для анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков;
- анализа информации статистического характера
- для исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;
- вычисления объемов и площадей поверхностей пространственных тел при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.

В программе по каждой теме приведены требования к основным знаниям и умениям, которые определяют обязательный минимум уровня подготовки обучающихся по основному материалу.

### **1.3 Количество часов на освоение программы дисциплины**

При освоении технического профиля учебная дисциплина «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» изучается как базовая учебная дисциплина в объеме 351 час., в том числе обязательной учебной нагрузки – 44 час. (20 часов – теоретического обучения и 24 часа – практического обучения).

## 2. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### Раздел 1 Алгебра

#### Тема 1.1. Введение в алгебру

**Основные понятия и термины по теме:** уравнение, система уравнений, неравенство, система неравенств

**План изучения темы:**

1. Решение уравнений, решение неравенств
2. Решение систем уравнений
3. Решение неравенств
- 4.. Решение систем неравенств.

**1. Практическая работа №1** «Решение рациональных уравнений, систем рациональных уравнений; рациональных неравенств»

#### Тема 1.2 Функции, их свойства, графики

**Основные понятия и термины по теме:** функции, исследование функции (четность-нечетность, область определения, область значения, промежутки возрастания, убывания, точки экстремума, промежутки знакопостоянства)

**План изучения темы:**

1. Основные свойства функций
2. Чтение графиков функций
3. Построение графика функций по заданным свойствам

**Практическая работа №2** «Построение графиков функций»

#### Тема 1.3. Корни, степени, логарифмы

**Основные понятия и термины по теме:** корень  $n$ -ой степени, свойства корней, степень и ее свойства, степенная функция, решение показательных уравнений и неравенств, логарифм числа, свойства логарифмов, логарифмическая функция, решение логарифмических уравнений и неравенств.

**План изучения темы:**

1. Понятие корня  $n$ -ой степени
2. Степенная функция
3. Решение показательных уравнений и неравенств
4. Логарифм числа

5. Логарифмическая функция
6. Решение логарифмических уравнений и неравенств

**Практическая работа № 3** «Решение показательных уравнений и неравенств; решение логарифмических уравнений и неравенств»

#### **Тема 1.4. Тригонометрия**

**Основные понятия и термины по теме:** радианная мера угла; синус, косинус, тангенс и котангенс угла; связь тригонометрических функций; преобразования тригонометрических выражений, графики тригонометрических функций; решение простейших тригонометрических уравнений

##### ***План изучения темы:***

1. Понятие тригонометрических функций
2. Связь тригонометрических функций
3. Преобразования тригонометрических выражений
4. Построение графиков тригонометрических функций
5. Решение простейших тригонометрических уравнений

**Практическая работа № 4** «Простейшие тригонометрические уравнения».

### **Раздел 2 Начала математического анализа**

#### **Тема 2.1. Пределы, производная**

**Основные понятия и термины по теме:** предел функции в точке и на бесконечности, производная функции, таблица производных, техника дифференцирования, производная сложной функции; применение производной в исследованиях функций

##### ***План изучения темы:***

1. Предел функции в точке и на бесконечности
2. Понятие производной функции
3. Техника дифференцирования
4. Применение производной в исследовании функций

**Практическая работа № 5** «Нахождение пределов функций»

**Практическая работа № 6** «Техника дифференцирования»

#### **Тема 2.2 Интеграл**

**Основные понятия и термины по теме:** первообразная функции, интеграл, таблица интегралов, правила вычисления, методы вычисления

интегралов, формула Ньютона – Лейбница, приложения определенного интеграла.

***План изучения темы:***

1. Понятие первообразной функции
2. Нахождение интеграла по таблице
3. Методы интегрирования
4. Определенный интеграл

**Практическая работа № 7** «Нахождение интегралов при помощи свойств интегралов»

**Практическая работа № 8** «Вычисление определенных интегралов»

### Раздел 3 Геометрия

#### **Тема 3.1. Элементы аналитической геометрии**

**Основные понятия и термины по теме:** вектор, скалярное произведение векторов, ПДСК, кривые второго порядка

***План изучения темы:***

1. Понятие вектора
2. Разложение векторов по базису
3. Вычисление скалярного произведения векторов, нахождение расстояния между точками на плоскости
4. Решение задач на ПДСК на плоскости
5. Решение задач на кривые второго порядка

**Практическая работа № 9** «ПДСК на плоскости. Кривые второго порядка»

#### **Тема 3.2. Прямые и плоскости в пространстве**

**Основные понятия и термины по теме:** взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве

***План изучения темы:***

1. Понятие взаимного расположения прямой и плоскости в пространстве
2. Решение задач на взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве

**Практическая работа №10** «Решение задач на параллельность прямой и плоскости; на перпендикулярность прямой и плоскости; на применение теорем о трех перпендикулярах»

### **Тема 3.3. Геометрические тела**

**Основные понятия и термины по теме:** объемные геометрические тела (куб, параллелепипед, призма, пирамида, шар, цилиндр, конус)

#### ***План изучения темы:***

1. Понятие многогранника (параллелепипед, куб, призма, пирамида)
2. Понятие тела вращения (цилиндр, конус, шар)
3. Решение задач

**Практическая работа № 11** «Решение задач на комбинации геометрических тел»

**Практическая работа № 12** «Решение задач на комбинации геометрических тел»

### **3 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ**

Контрольная работа является наиболее значимым элементом самостоятельной работы для студентов заочной формы обучения. Выполнение контрольной работы помогает лучше изучить основные положения алгебры, геометрии и начал математического анализа, уяснить суть различных теоретических подходов к этим проблемам.

Особое внимание в контрольной работе отводится изучению раздела 2 и раздела 3.

При написании контрольной работы студенты изучают значительный теоретический материал; знакомятся с основными понятиями и категориями учебной дисциплины; приобретают навыки работы со специальной литературой; учатся анализировать теоретический материал; осваивают методы математического анализа.

Выполнение домашней контрольной работы определяет степень усвоения студентами изучаемого материала, умение анализировать, систематизировать теоретические положения и применять полученные знания при решении практических задач.

Предлагается 15 вариантов контрольных работ. Каждый вариант включает:

- 1) два теоретических вопросы по разным темам учебного курса,
- 2) типовые практические задания.

При выполнении контрольной работы необходимо воспользоваться литературой, список которой приводится в методических указаниях. В качестве дополнительной литературы рекомендуются словари, справочники.

Обращаем Ваше внимание, что выполнение контрольных работ – обязательно. Своевременная сдача контрольных работ является условием допуска к промежуточной аттестации по дисциплине.

Студенты заочной формы обучения обязаны выполнить контрольную работу в письменном виде и представить ее ведущему преподавателю соответствующей дисциплины не позднее, чем за 14 дней до начала сессии. Допускается отправка контрольных работ по почте.

Если домашняя контрольная работа выполнена не в полном объеме или не соответствует требованиям, то работа возвращается студенту на доработку с указанием в рецензии выявленных замечаний. Вариант с замечаниями необходимо приложить к исправленному варианту.

Номер варианта контрольной работы определяется по двум последним цифрам Вашего шифра (номер зачетки).

Получив свой вариант контрольной работы, вы должны:



1. изучить настоящие методические указания для студентов заочной формы обучения;
2. внимательно ознакомиться с вопросами (теоретическими и практическими) своего варианта;
3. подобрать соответствующие учебно-методические пособия, изданные в колледже, учебную литературу, ознакомиться с подобранной информацией;
4. выполнить задания по теоретическим вопросам, составив, в зависимости от задания, конспект, таблицу, схему, план ответа и др.
5. провести расчеты, решить задачи, предварительно изучив типовые образцы по теме, используя учебно-методические пособия, изданные в колледже.
6. оформить работу в соответствии с требованиями к оформлению.

### **Требования к оформлению контрольной работы**

Контрольная работа выполняется на одной стороне белой нелинованной бумаге формата А4 печатным способом на печатающих устройствах вывода ЭВМ (компьютерная распечатка). Ответ на теоретический вопрос следует начинать с нового листа.

Текст контрольной работы следует выполнять, соблюдая размеры полей: левое – 20 мм, правое – 10 мм, верхнее – 20 мм, нижнее – 20 мм, абзацный отступ – 10 мм.

Текст выполняется через 1,5 интервала, основной шрифт Times New Roman, предпочтительный размер шрифта 12-14, цвет – черный. Разрешается использование компьютерных возможностей акцентирования внимания на определенных терминах, формулах, применяя шрифты разной гарнитуры. Страницы должны быть пронумерованы.

Контрольная работа включает в себя следующие разделы:

- титульный лист,
- содержание,
- основная часть,
- список использованной литературы.

Титульный лист является первой страницей работы. Пример оформления титульного листа приводится в приложении А.

Содержание должно отражать все материалы, помещенные в контрольную работу. Слово «Содержание» записывают в виде заголовка, симметрично тексту, с прописной буквы. В содержание включают наименование всех разделов (они соответствуют наименованию заданий) Пример оформления содержания приводится в приложении Б.

Содержание основной части работы должно соответствовать заданию в соответствии с вариантом методических указаний. Расчеты должны быть проведены по действующим методикам.

В конце работы приводится список литературы. Список использованной литературы должен содержать сведения обо всех источниках, использованных при выполнении работы. Заголовок «Список использованной литературы» записывают симметрично тексту с прописной буквы. Источники нумеруют арабскими цифрами в порядке их упоминания в контрольной работе либо в алфавитном порядке.

Номер варианта контрольной работы определяется по двум последним цифрам Вашего шифра (номер зачетки) по таблице №1

Например: задания, которые должен выполнять студент, шифр которого 3529, имеет вариант 12 (в клетке на пересечении строки 2 и столбца 9).

Таблица 1 – Варианты заданий

Предпоследняя цифра шифра	Последняя цифра шифра									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	1	11	12	13	6	14	15	1	2	11
2	7	2	6	15	7	2	8	9	12	3
3	8	10	3	1	8	4	7	13	10	4
4	9	1	8	4	9	3	14	8	7	10
5	10	4	9	11	5	15	2	10	13	9
6	14	15	5	6	1	6	1	2	3	4
7	11	8	7	2	10	9	7	4	13	8
8	12	9	3	4	11	2	5	8	6	7
9	13	4	10	5	12	8	15	13	9	6
0	5	14	15	1	13	2	3	4	5	10

Получив свой вариант контрольной работы, вы должны:

7. изучить настоящие методические указания для студентов заочной формы обучения;
8. внимательно ознакомиться с вопросами (теоретическими и практическими) своего варианта;
9. подобрать соответствующие учебно-методические пособия, изданные в колледже, учебную литературу,
10. ознакомиться с подобранной информацией;

11. выполнить задания по теоретическим вопросам, составив, в зависимости от задания, конспект, таблицу, схему, план ответа и др.

12. провести расчеты, решить задачи, предварительно изучив типовые образцы по теме.

13. оформить работу в соответствии с требованиями к оформлению.

### **Требования к оформлению контрольной работы**

Контрольная работа выполняется на одной стороне белой нелинованной бумаге формата А4 печатным способом на печатающих устройствах вывода ЭВМ (компьютерная распечатка). Ответ на теоретический вопрос следует начинать с нового листа.

Текст контрольной работы следует выполнять, соблюдая размеры полей: левое – 20 мм, правое – 10 мм, верхнее – 20 мм, нижнее – 20 мм, абзацный отступ – 10 мм.

Текст выполняется через 1,5 интервала, основной шрифт Times New Roman, предпочтительный размер шрифта 12-14, цвет – черный. Разрешается использование компьютерных возможностей акцентирования внимания на определенных терминах, формулах, применяя шрифты разной гарнитуры. Страницы должны быть пронумерованы.

Контрольная работа включает в себя следующие разделы:

- титульный лист,
- содержание,
- основная часть,
- список использованной литературы.

Титульный лист является первой страницей работы. Пример оформления титульного листа приводится в приложении А.

Содержание должно отражать все материалы, помещенные в контрольную работу. Слово «Содержание» записывают в виде заголовка, симметрично тексту, с прописной буквы. В содержание включают наименование всех разделов (они соответствуют наименованию заданий) Пример оформления содержания приводится в приложении Б.

Содержание основной части работы должно соответствовать заданию в соответствии с вариантом методических указаний. Расчеты должны быть проведены по действующим методикам.

В конце работы приводится список литературы. Список использованной литературы должен содержать сведения обо всех источниках, использованных при выполнении работы. Заголовок «Список использованной литературы» записывают симметрично тексту с прописной буквы. Источники нумеруют арабскими цифрами в порядке их упоминания в контрольной работе либо в алфавитном порядке.

### **Примеры выполнения типовых заданий**

**Задание 1.** Вычислите предел:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + x - 10}{x^2 + x - 6}$$

Непосредственная подстановка предельного значения аргумента  $x=2$

приводит к неопределенности  $\left(\frac{0}{0}\right)$ . Чтобы раскрыть эту неопределенность,

разложим числитель и знаменатель на множители и сократим члены дроби на общий множитель  $(x-2)$ . Т.к. аргумент  $x$  только стремится к своему предельному значению 2, но не совпадает с ним, то множитель  $(x-2)$  отличен от нуля при  $x \rightarrow 2$ .

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + x - 10}{x^2 + x - 6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(2x+5)}{(x-2)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x+5}{x+3} = \frac{9}{5}$$

**Задание 2.** Найти производную функции  $y = \ln(x^2 - 4x + 4)$ .

По свойству дифференцирования сложной функции (производная внешней функции умножается на производную внутренней функции) вначале находим производную натурального логарифма и домножаем на производную подлогарифмической функции:

$$y' = (\ln(x^2 - 4x + 4))' = \frac{1}{x^2 - 4x + 4} \cdot (x^2 - 4x + 4)'$$

Производная суммы равна сумме производных и константу можно выносить за знак производной, поэтому имеем:

$$y' = \frac{1}{x^2 - 4x + 4} \cdot [(x^2)' - (4x)' + (4)']$$

$$y' = \frac{1}{x^2 - 4x + 4} \cdot [2x - 4(x)' + 0]$$

$$y' = \frac{1}{x^2 - 4x + 4} \cdot (2x - 4)$$

$$y' = \frac{2x - 4}{x^2 - 4x + 4}$$

Знаменатель дроби можно свернуть по формуле квадрат разности  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ , а в числителе двойку вынесем как общий множитель за скобки:

$$y' = \frac{2(x-2)}{(x-2)^2} \quad \text{сокращаем:} \quad y' = \frac{2}{x-2}$$

**Задание 3.** Вычислить неопределенный интеграл  $\int \sqrt{x^3} dx$ .

Для того, чтобы привести интеграл к табличному преобразуем подынтегральное выражение согласно свойствам степеней:

$$\int \sqrt[3]{x^2} dx = \int x^{\frac{2}{3}} dx$$

далее, применяя табличный интеграл для степенной функции

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

при  $n = \frac{2}{3}$ , получим

$$\int \sqrt[3]{x^2} dx = \int x^{\frac{2}{3}} dx = \frac{x^{\frac{2}{3}+1}}{\frac{2}{3}+1} + C = \frac{x^{\frac{5}{3}}}{\frac{5}{3}} + C = \frac{3x \cdot \sqrt[3]{x^2}}{5} + C$$

**Задание 4.** Вычислить определенный интеграл  $\int_4^9 \left( \frac{2x}{5} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) dx$

На основании свойств определенного интеграла и формулы Ньютона-

Лейбница  $\left( \int_a^b f(x) dx = F(X) \Big|_a^b = F(b) - F(a) \right)$  получаем

$$\begin{aligned} \int_4^9 \left( \frac{2x}{5} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) dx &= \int_4^9 \frac{2x}{5} dx + \int_4^9 \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = \\ &= \frac{2}{5} \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_4^9 + \sqrt{x} \Big|_4^9 = \frac{1}{5} (9^2 - 4^2) + (\sqrt{9} - \sqrt{4}) = \frac{1}{5} \cdot 65 + 1 = 14. \end{aligned}$$

**Задание 5.** Найти решение системы линейных

уравнений 
$$\begin{cases} 3x - 5y - 2z = -25, \\ 6z = -24, \\ 12y + z = 32 \end{cases}$$

Из второго уравнения системы получим  $z = -4$ .

Подставим найденное значение в третье уравнение и найдем, что  $y = 3$ .

Зная значения  $y$  и  $z$ , из первого уравнения системы получим  $x = -6$ .

Решение данной системы:  $x = -6$ ,  $y = 3$ ,  $z = -4$ .

## 4. ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ №1

### 1 вариант

Теоретический вопрос 1. Предел функции в точке.

Теоретический вопрос 2. Правила дифференцирования суммы.

### Практические задания

**Задание 1** Найдите значения пределов

а)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5 - x^2 - 8x^3}{4 + 3x + 11x^2}$ ;

б)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x + 6}{x^2 - 4}$

**Задание 2** Продифференцируйте функции:

а)  $y = (\sin 3x + 5x^2)^2$

б)  $y = \arcsin^2(3x^2 + 1)$ .

**Задание 3** Найдите неопределенные интегралы:

а)  $\int \frac{x^3 dx}{3x^3 - 2}$ ;

б)  $\int (x^3 - x^2 + \frac{x}{2} + 5) dx$

**Задание 4** Вычислите определенные интегралы:

а)  $\int_{-2}^1 (2x - 5)^2 dx$

б)  $\int_1^9 \left( \frac{3}{\sqrt{x}} + \frac{x}{3} - 1 \right) dx$

**Задание 5.** Решить систему уравнений  $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ y = 7 - 3x \end{cases}$

### 2 вариант

Теоретический вопрос 1. Предел функции на бесконечности

Теоретический вопрос 2. Правила дифференцирования произведения.

### Практические задания

**Задание 1.** Найдите значения пределов

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x-1} - \sqrt{x+1}}{2x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x^3}{x^3 + 5}$$

**Задание 2.** Продифференцируйте функции:

$$\text{a) } f(x) = \sin 3x - e^{\cos x} + 10; \quad \text{б) } y = \frac{x^2 - 2}{x + 3} + 3e^x$$

**Задание 3.** Найдите неопределенные интегралы:

$$\text{a) } \int \frac{dx}{x \cdot \sqrt[3]{x}}; \quad \text{б) } \int \frac{3x^2 dx}{\sin^2(x^3 - 8)}.$$

**Задание 4.** Вычислите определенные интегралы:

$$\text{a) } \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx; \quad \text{б) } \int_{-5}^{5\sqrt{3}} \frac{dx}{25 + x^2}$$

**Задание 5.** Решить неравенство методом интервалов  $(x-3)(x+6)(x+1) < 0$

### 3 вариант

Теоретический вопрос 1. Формула Ньютона – Лейбница.

Теоретический вопрос 2. Производная сложной функции.

### Практические задания

**Задание 1.** Найдите значения пределов

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x - 3}{4x + x^3 + 5}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x - 10}{x^3 - 25}$$

**Задание 2.** Продифференцируйте функции:

$$\text{a) } f(x) = \sqrt[3]{x^3} + 6 \cos\left(\frac{x}{3} - 1\right) - e^{2x}; \quad \text{б) } y = (\ln x) \cdot (x^3 + x^2).$$

**Задание 3.** Найдите неопределенные интегралы:

$$\text{a) } \int \frac{2 + \sin^2 x}{\sin^2 x} dx; \quad \text{б) } \int \left( \frac{3}{\sqrt[3]{x^2}} + \sqrt{x} - 3 \right) dx$$

**Задание 4.** Вычислите определенные интегралы:

$$\text{a) } \int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{9 + x^2}; \quad \text{б) } \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos x}{x} dx.$$

**Задание 5.** Решить систему неравенств  $\begin{cases} 3x + 3 > 6 \\ 2x^2 + 4x + 4 < 0 \end{cases}$

#### 4 вариант

Теоретический вопрос 1. Правила дифференцировании произведения.  
Теоретический вопрос 2. Методы решением систем уравнений.

#### Практические задания

**Задание 1.** Найдите значения пределов

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x^2 - 8x^2 + 7}{100x^3 + 2x^2 + 4x - 11}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}-2}$

**Задание 2.** Продифференцируйте функции:

а)  $y = (1 - \sin 3x)^{10}$       б)  $y = \frac{10x^4 - x^2\sqrt{x}}{(x^2 + x^3)^2}$

**Задание 3.** Найдите неопределенные интегралы:

а)  $\int \frac{x^2 - 2}{\sqrt[3]{x}} dx$       б)  $\int 2 \sin^4 x \cdot \cos x dx$

**Задание 4.** Вычислите определенные интегралы:

а)  $\int_1^4 (2x^2 - 3x - \frac{1}{2\sqrt{x}}) dx$       б)  $\int_0^{\frac{3}{2}} \frac{dx}{\sqrt{9-16x^2}}$

**Задание 5.** Решить систему уравнений  $\begin{cases} 5x + 2y = -2 \\ y = 1 - 2x \end{cases}$

#### 5 вариант

Теоретический вопрос 1. Как проверить является ли число корнем уравнения?



Теоретический вопрос 2. Неопределенный интеграл, его свойства. Таблица основных интегралов.

### Практические задания

**Задание 1.** Найдите значения пределов

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 4x^2 + 8}{5x + 2x^2 - 7x^3};$

б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - x^2 + 2x}{x^2 + x}$

**Задание 2.** Продифференцируйте функции:

а)  $y = (2x - 1)^2 \cdot \sqrt{1 - 2x^3}$

б)  $y = (9e^x + 4 \sin x) \cdot x^8$

**Задание 3.** Найдите неопределенные интегралы:

а)  $\int (5x^4 - \frac{8}{\cos^2 x} + 7\sqrt{x} + 3) dx;$

б)  $\int x \cdot e^{-2x^2} dx.$

**Задание 4.** Вычислите определенные интегралы:

а)  $\int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{2dx}{\cos^2 2x}$

б)  $\int_0^1 \frac{dx}{(3x + 1)^4}$

**Задание 5.** Решить дробно рациональное уравнение  $\frac{x^3 - 9x}{x + 3} = 0$

### 6 вариант

Теоретический вопрос 1. Решением систем неравенств является...

Теоретический вопрос 2. Методы интегрирования.

### Практические задания

**Задание 1.** Найдите значения пределов

$$a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}.$$

$$б) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 6x}{2 + 3x^5}$$

**Задание 2.** Продифференцируйте функции:

$$a) f(x) = 10\sqrt{x^3} + \arctg x^5 - \ln(x+4);$$

$$б) y = (x^3 - 2x^2 + 5)^3 \cdot (x^3 - 1)^6$$

**Задание 3.** Найдите неопределенные интегралы:

$$a) \int \frac{3x^4 + 2x^2 - 3x + 7}{x^2} dx$$

$$б) \int \sin^2 4x dx$$

**Задание 4.** Вычислите определенные интегралы:

$$a) \int_3^4 \frac{x dx}{25 - x^2}$$

$$б) \int_1^2 \frac{x^2 - 8 - x^2}{x^2} dx$$

**Задание 5.** Решить неравенство методом интервалов  $(x-1)(x+2)(7-x) < 0$

## 7 вариант

Теоретический вопрос 1. Сколько корней имеет квадратное уравнение при  $D < 0$ ?

Теоретический вопрос 2. Определенный интеграл, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница.

## Практические задания

**Задание 1.** Найдите значения пределов

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 4x - 1}{3x^2 + x + 2}$$

$$б) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 7x + 6}{3x^2 + 5x - 1}$$

**Задание 2.** Продифференцируйте функции:

$$a) f(x) = 3 \sin\left(\frac{x}{3} + 1\right) - e^{\sqrt{x}} - 5;$$

$$б) y = \frac{1}{(1 - x^3 + 4x)^5}.$$

**Задание 3.** Найдите неопределенные интегралы:

$$\text{a) } \int 2 \sin^3 x \cdot \cos x dx \quad \text{б) } \int \frac{(2x+1)dx}{x^2+3x-4}$$

**Задание 4.** Вычислите определенные интегралы:

$$\text{a) } \int_0^1 \frac{dx}{(3x+1)^4} \quad \text{б) } \int_{\pi/2}^{\pi} \frac{\sin x dx}{\cos^2 x + 1}$$

**Задание 5.** Решить систему уравнений  $\begin{cases} x^2 - y = -2 \\ y + 2x = 2 \end{cases}$

## 8 вариант

Теоретический вопрос 1. Предел числовой последовательности. Предел функции в точке и на бесконечности.

Теоретический вопрос 2. Приложения определенного интеграла в геометрии.

## Практические задания

**Задание 1.** Найдите значения пределов

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - x^2 + 14}{x^2 - 4} \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 9}$$

**Задание 2.** Продифференцируйте функции:

$$\text{a) } f(x) = \cos^3 x + \sin 2x; \quad \text{б) } y = \frac{x}{1 - \sqrt{x^2 + 1}}$$

**Задание 3.** Найдите неопределенные интегралы:

$$\text{a) } \int \left( \frac{8x}{\sqrt[3]{x^2}} + \sqrt{x} - \frac{3}{x} \right) dx; \quad \text{б) } \int \sin(2x^2 - 1) \cdot 4x dx.$$

**Задание 4.** Вычислите определенные интегралы:

$$\text{a) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{3 \cos x + 1} \cdot \sin x dx \quad \text{б) } \int_{\frac{3}{4}}^{\frac{3\sqrt{3}}{4}} \frac{4dx}{9 + 16x^2}$$

**Задание 5.** Решить дробно рациональное уравнение  $\frac{x^2 - 2x - 3}{x^3 - 4x - 5} = 0$

## 9 вариант

Теоретический вопрос 1. Область допустимых значений уравнения.

Теоретический вопрос 2. Правила интегрирования.

### Практические задания

**Задание 1.** Найдите значения пределов

а)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - 3}{x - 2}$

б)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 5}{x^3 + 9}$

**Задание 2.** Продифференцируйте функции:

а)  $f(x) = 3x^4 - \ln \cos 5x + e^{\cos x}$ ;

б)  $y = \frac{\sqrt{4+x^2}}{2x^4+1}$ .

**Задание 3.** Найдите неопределенные интегралы:

а)  $\int ((x^4 - 3)^2 - 7\sqrt{x^3}) dx$ ;

б)  $\int (1 + \sin x)^3 \cos x dx$ .

**Задание 4.** Вычислите определенные интегралы:

а)  $\int_{-1}^2 (x^2 - 1)^3 x dx$ ;

б)  $\int_{-2}^5 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x+2)^2}}$ .

**Задание 5.** Решить неравенство методом интервалов  $x(2x+8)(-3+x) > 0$

## 10 вариант

Теоретический вопрос 1. Методы решения систем уравнений

Теоретический вопрос 2. Правило дифференцирования частного.

### Практические задания

**Задание 1.** Найдите значения пределов

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 7} - \sqrt{x^2 + 5})$

б)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6}$

**Задание 2.** Продифференцируйте функции:

$$\text{а) } f(x) = \ln \sin x + \cos 4x - 2\pi ; \quad \text{б) } y = 3^{2x^3} \cdot (\sqrt{x} - 4x^3 + \frac{5}{x^2} - 1)$$

**Задание 3.** Найдите неопределенные интегралы:

$$\text{а) } \int \left( \frac{1}{10\sqrt{x^4}} + x^5 - \frac{4}{x} \right) dx ; \quad \text{б) } \int \frac{(5 - \ln x)^2}{x} dx$$

**Задание 4.** Вычислите определенные интегралы:

$$\text{а) } \int_{\frac{\pi}{18}}^{\frac{\pi}{9}} \frac{dx}{\sin^2 3x} ; \quad \text{б) } \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3\sqrt{2}}{2}} \frac{\sqrt{2} dx}{\sqrt{9 - 2x^2}}$$

**Задание 5.** Решить систему неравенств 
$$\begin{cases} 6x^2 - 5x + 1 > 0 \\ 4x - 1 \geq 0 \end{cases}$$

## 11 вариант

Теоретический вопрос 1. Метод решения биквадратного уравнения.

Теоретический вопрос 2. Правило дифференцирования произведения.

### Практические задания

**Задание 1.** Найдите значения пределов

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\lg x}{5x} ; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 3x + 5}{2x^2 - 6x + 1}$$

**Задание 2.** Продифференцируйте функции:

$$\text{а) } f(x) = 2x^3 + \frac{18}{x^2} + \sqrt{x^2 + 7} ; \quad \text{б) } y = \ln(x - \sqrt{1 + x^2})$$

**Задание 3.** Найдите неопределенные интегралы:

$$\text{а) } \int \left( \frac{3}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{x} \right) dx ; \quad \text{б) } \int \frac{\cos 3x \cdot dx}{2 + \sin 3x}$$

**Задание 4.** Вычислите определенные интегралы:

$$\text{а) } \int_0^{\frac{\pi}{12}} \frac{dx}{\cos^2 3x} ; \quad \text{б) } \int_1^{\sqrt[3]{3}} \frac{128x \cdot dx}{(x^2 + 1)^5}$$

**Задание 5.** Решить систему уравнений  $\begin{cases} x - y = 7 \\ xy = -12 \end{cases}$

### 12 вариант

Теоретический вопрос 1. Производная функции в точке.

Теоретический вопрос 2. Методы решения неравенств.

### Практические задания

**Задание 1.** Найдите значения пределов

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1})$  ;      б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x^3 - 4}{3x^2 + 12}$

**Задание 2.** Продифференцируйте функции:

а)  $f(x) = \arcsin x^4 - \ln(x^2 + x + 1) + \pi$  ;      б)  $y = \ln \frac{x + \sqrt{x^2 - 1}}{x - \sqrt{x^2 - 1}}$

**Задание 3.** Найдите неопределенные интегралы:

а)  $\int \frac{dx}{(x+1) \ln(x+1)}$  ;      б)  $\int (e^{3x-1} + \sin(2x - \frac{\pi}{8})) dx$

**Задание 4.** Вычислите определенные интегралы:

а)  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \cos(2x - \frac{\pi}{6}) dx$  ;      б)  $\int_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{3\sqrt{2}}{4}} \frac{dx}{\sqrt{3-2x^2}}$

**Задание 5.** Решить систему неравенств  $\begin{cases} x^2 - 10x + 9 \leq 0 \\ 10 - 3x < 0 \end{cases}$

### 13 вариант

Теоретический вопрос 1. Правила и формулы дифференцирования.

Теоретический вопрос 2. Методы решения систем уравнений.

### Практические задания

**Задание 1.** Найдите значения пределов

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 1};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x - x^4}{6 + x^4}.$$

**Задание 2.** Продифференцируйте функции:

$$\text{a) } f(x) = \ln(x^4 + 1) - \sqrt{3 - 5x}; \quad \text{б) } y = 5^{3x^2 - 4x + 1} \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{2}{x^3} - 4x \right).$$

**Задание 3.** Найдите неопределенные интегралы:

$$\text{a) } \int (9\sqrt[3]{x^4} - 5\sqrt{x^2} + \frac{1}{\sqrt{x}}) dx; \quad \text{б) } \int \cos^3 2t \cdot \sin 2t dt.$$

**Задание 4.** Вычислите определенные интегралы:

$$\text{a) } \int_0^1 9x^2 \sqrt{2 - x^3} dx; \quad \text{б) } \int_0^{2\pi} \sin \frac{t}{4} dt.$$

**Задание 5.** Решить неравенство методом интервалов  $(x-1)(x+2)(7-x) < 0$

## 14 вариант

Теоретический вопрос 1. Таблица интегралов

Теоретический вопрос 2. Область допустимых значений уравнения.

## Практические задания

**Задание 1.** Найдите значения пределов

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{1+6x} - 5}{\sqrt{x} - 2};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x^3}{x^3 + 5}$$

**Задание 2.** Продифференцируйте функции:

$$\text{a) } f(x) = \sqrt[3]{(2x^3 + 4x^2 - 1)^5}; \quad \text{б) } y = \ln \operatorname{ctg} x - \arcsin x^3 + \pi$$

**Задание 3.** Найдите неопределенные интегралы:

$$\text{a) } \int \left( \frac{3}{\sqrt[3]{x}} + \frac{1}{2\sqrt{x}} - x\sqrt[4]{x} \right) dx; \quad \text{б) } \int t^3 \sin t^4 dt$$

**Задание 4.** Вычислите определенные интегралы:

$$\text{a) } \int_0^1 (3\sqrt{x} - 4\sqrt[3]{x}) dx; \quad \text{б) } \int_0^1 \frac{6x^2 dx}{1 + 2x^3}.$$

**Задание 5.** Решить дробно рациональное уравнение  $\frac{x^2-2x-9}{x^2-4x-5}=0$

### 15 вариант

Теоретический вопрос 1. Производная сложной функции.

Теоретический вопрос 2. Методы решения систем уравнений

### Практические задания

**Задание 1.** Найдите значения пределов

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-1}{x+1} \right)^x$

б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x+4}{2-3x+4x^2}$

**Задание 2.** Продифференцируйте функции:

а)  $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{8+x^3}};$

б)  $y = \ln \sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}}.$

**Задание 3.** Найдите неопределенные интегралы:

а)  $\int \left( \frac{\ln x}{x} - e^{3x} \right) dx;$

б)  $\int \left( x + \frac{1}{2} \right) \cdot e^{x^2+x-3} dx.$

**Задание 4.** Вычислите определенные интегралы:

а)  $\int_0^2 \frac{2x dx}{1+x^4};$

б)  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \cos \left( 2x - \frac{\pi}{6} \right) dx$

**Задание 5.** Решить систему уравнений  $\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 2x + 6y = 10 \end{cases}$



## ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ №2

### 1 вариант

Теоретический вопрос 1. Что такое многогранник? Виды многогранников.  
Теоретический вопрос 2. Приведите формулы различных видов уравнения прямой на плоскости (в пространстве).

### Практические задания

**Задание 1** На плоскости даны два вектора  $\vec{p} \{2, -3\}$  и  $\vec{q} \{1, 2\}$ .  
Найти разложение вектора  $\vec{a} \{9, 6\}$  по базису  $\vec{p}$  и  $\vec{q}$ .

**Задание 2** Написать уравнение эллипсоида, оси которого совпадают с осями координат и который проходит через точку  $M_0(3; 1; 0)$  и пересекает плоскость  $xOz$  по эллипсу  $\frac{x^2}{16} + \frac{z^2}{4} = 1$ .

**Задание 3** Прямоугольник со сторонами 24 см. и 10 см. может быть двумя способами свернут в виде боковой поверхности правильной четырехугольной призмы. Сравните площади полных поверхностей этих призм.

### 2 вариант

Теоретический вопрос 1. Какие многогранники называются правильными? Площадь боковой поверхности многогранника. (формула).

Теоретический вопрос 2. Сформулируйте условия параллельности и перпендикулярности двух прямых на плоскости (в пространстве).

### Практические задания

**Задание 1.** Вычислить кратчайшее расстояние между двумя прямыми в каждом из следующих случаев:

$$1) \frac{x+7}{3} = \frac{y+4}{4} = \frac{z+3}{-2}; \quad \frac{x-21}{6} = \frac{y+5}{-4} = \frac{z-2}{-1}$$

**Задание 2.** Даны три вектора  $\vec{a} \{3, -1\}$ ,  $\vec{b} \{1, -2\}$  и  $\vec{c} \{-1, 6\}$ .

Найти разложение вектора  $\vec{c}$  по базису  $\vec{a}, \vec{b}$ .

**Задание 3.** В правильной прямоугольной призме проведено сечение через сторону нижнего основания и середину противоположного бокового ребра. Плоскость сечения наклонена к плоскости основания под углом  $45^\circ$ ; площадь сечения равна  $4\sqrt{6} \text{ см}^2$ . Найдите объем призмы.

### 3 вариант

Теоретический вопрос 1. Какие многоугольники образуют поверхность призмы? Элементы призмы. Площадь боковой поверхности призмы. Площадь полной поверхности призмы. Объем призмы.

Теоретический вопрос 2. Приведите формулы уравнений плоскости в пространстве.

### Практические задания

**Задание 1.** Даны три вектора  $\vec{p} \{3, -2\}$ ,  $\vec{q} \{-1, 1\}$ . Найти разложение вектора  $\vec{c} \{9, -6\}$  по базису  $\vec{p}, \vec{q}$ .

**Задание 2.** Вычислить кратчайшее расстояние между двумя прямыми в

каждом из следующих случаев:  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+1}{3};$

$$\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{4}$$

**Задание 3.** Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 16см., а боковое ребро 20см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

### 4 вариант

Теоретический вопрос 1. Понятие призмы. Элементы призмы. Площадь боковой поверхности призмы. Площадь полной поверхности призмы. Объем призмы.

Теоретический вопрос 2. Кривые 2-го порядка на плоскости и их классификация.

### Практические задания

**Задание 1.** Составить каноническое уравнения прямой, которая проходит через точку  $M_0(3;-2;-4)$  параллельно прямой  $\frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-1}{2}$ .

**Задание 2.** Даны четыре вектора:  $\vec{a}\{2,1\}$ ,  $\vec{b}\{1,-1\}$ ,  $\vec{c}\{2,4\}$ .

Найти разложение вектора  $\vec{c}$  по векторам  $\vec{a}, \vec{b}$ .

**Задание 3.** Диагональ одной из граней прямоугольного параллелепипеда равна 15см., а ребро, перпендикулярное к этой грани, имеет длину 8см. Найдите диагональ параллелепипеда.

### 5 вариант

Теоретический вопрос 1. Скалярное произведение векторов.

Теоретический вопрос 2. Взаимное расположение прямых и плоскостей на плоскости и в пространстве.

### Практические задания

**Задание 1.** Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  образуют угол  $\varphi = \pi/6$ ; зная, что  $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 1$ , найти скалярное произведение векторов  $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b}$  и  $\vec{q} = \vec{a} - \vec{b}$ .

**Задание 2.** Составить уравнения прямой, которая проходит через точку

$M_1(-4;-5;3)$  параллельно прямой:  $\frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-2}{-1}$

**Задание 3.** Основание пирамиды – ромб с диагоналями 10 и 18см. Высота пирамиды проходит через точку пересечения диагоналей ромба. Меньшее боковое ребро пирамиды равно 13см. Найдите высоту пирамиды, большее боковое ребро и объем.

### 6 вариант

Теоретический вопрос 1. Прямая на плоскости: каноническое, общее и параметрические уравнения прямой.

Теоретический вопрос 2. Понятие пирамиды. Элементы пирамиды.

Площадь боковой поверхности пирамиды. Площадь полной поверхности пирамиды. Объем пирамиды.

### Практические задания

**Задание 1.** Составить уравнения прямой, которая проходит через точку

$M_1(-1;2;-3)$  параллельно прямой: 
$$\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-5}.$$

**Задание 2.** Найти скалярное произведение векторов  $\vec{a} = 5\vec{p} + 2\vec{q}$  и  $\vec{b} = \vec{p} - 3\vec{q}$ , если  $|\vec{p}| = 2\sqrt{2}$ ,  $|\vec{q}| = 3$  и  $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = \pi/4$ .

**Задание 3.** Боковое ребро правильной треугольной призмы равно 9см., а диагональ боковой грани равна 15см. Найдите сторону основания, площадь боковой и полной поверхностей призмы, объем.

### 7 вариант

Теоретический вопрос 1 Параллельность прямой и плоскости

Теоретический вопрос 2. Понятие призмы. Элементы призмы. Площадь боковой поверхности призмы.

### Практические задания

**Задание 1.** Известно, что  $|\vec{a}|=3$ ,  $|\vec{b}|=4$ ;  $\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = 120^\circ$ . Вычислить:

скалярное произведение векторов  $\vec{a} - 2\vec{b}$  и  $3\vec{a} + \vec{b}$ .

**Задание 2.** Составить уравнение плоскости, которая проходит через две точки

$M_1(1;-1;-2)$  и  $M_2(3;1;1)$  перпендикулярно к плоскости  $x-2y+3z-5=0$ .

**Задание 3.** Прямоугольник со сторонами 12 см и 16 см может быть двумя способами свернут в виде боковой поверхности правильной четырехугольной призмы. Сравните объемы этих призм.

### 8 вариант

Теоретический вопрос 1. Аксиомы стереометрии и следствия из них.

Параллельность прямой и плоскости.

Теоретический вопрос 2. Понятие параллелепипеда (как частный случай призмы). Площадь полной поверхности параллелепипеда. Объем параллелепипеда.

### Практические задания

**Задание 1.** Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку  $M_1(2; -1; 1)$  перпендикулярно к двум плоскостям:  $2x - z + 1 = 0$ ,  $y = 0$ .

**Задание 2.** Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  образуют угол  $\varphi = \pi/4$ ; зная, что  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 4$ , найти скалярное произведение векторов  $\vec{p} = \vec{a} - \vec{b}$  и  $\vec{q} = \vec{a} + 2\vec{b}$ .

**Задание 3.** В правильной четырехугольной призме проведено сечение через диагональ нижнего основания и конец непараллельной ей диагонали верхнего основания. Площадь основания и площадь сечения равны  $20 \text{ см}^2$ . Найдите объем призмы.

### 9 вариант

Теоретический вопрос 1. Взаимное расположения прямых на плоскости

Теоретический вопрос 2. Понятие цилиндра. Площадь полной поверхности цилиндра. Объем цилиндра.

### Практические задания

**Задание 1.** Даны вершины треугольника  $A(2, -5)$ ,  $B(1, -2)$ ,  $C(4, 7)$ . Вычислить координаты центра тяжести этого треугольника. Найти длину медианы  $AM$ .

**Задание 2.** Составить уравнение плоскости, которая проходит через начало координат перпендикулярно к двум плоскостям:  $2x-y+3z-1=0$ ,  $x+2y+z=0$ .

**Задание 3.** Высота правильной треугольной пирамиды равна 8 см, а боковое ребро 10 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

### 10 вариант

Теоретический вопрос 1. Аксиомы стереометрии и следствия из них. Параллельность прямых.

Теоретический вопрос 2. Понятие конуса. Площадь полной поверхности. Объем.

### Практические задания

**Задание 1.** Точка  $C(-2,1)$  делит отрезок  $AB$  в отношении  $AC : CB = 2 : 3$ . Найти координаты точки  $B$ , если  $A(-10,5)$ .

**Задание 2.** Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку с координатами  $M_1(3;-2;-7)$  и параллельно плоскости  $2x-3z+5=0$ .

**Задание 3.** Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна 25 см, а диагональ одной из его граней 24 см. Найдите длину ребра, перпендикулярного к данной грани.

### 11 вариант

Теоретический вопрос 1. Перпендикулярность прямой и плоскости. Перпендикуляр и наклонные. Теорема о трех перпендикулярах..

Теоретический вопрос 2. Понятие шара. Площадь полной поверхности. Объем.

### Практические задания

**Задание 1.** Даны вершины тетраэдра:  $A(7;5;-1)$ ,  $B(0;-2;1)$ ,  $C(2;-2;4)$ ,  $D(-4;1;3)$ . Найти длину его высоты, опущенной из вершины  $B$ .

**Задание 2.** Точка  $C(3,5)$  делит отрезок  $AB$  в отношении  $AC : CB = 3 : 4$ . Найти координаты точки  $A$ , если  $B(-1,1)$ .

**Задание 3.** Основание пирамиды – прямоугольник со сторонами 6см и 8см. Высота пирамиды равна 12 см и проходит через точку пересечения диагоналей основания. Найдите боковые ребра пирамиды и объем.

### 12 вариант

Теоретический вопрос 1. Двугранные углы. Перпендикулярность плоскостей

Теоретический вопрос 2. Понятие куба. Площадь полной поверхности. Объем.

### Практические задания

**Задание 1.** Отрезок  $AB$  двумя точками разделен на три равные части.

Определить координаты точек деления, если  $A(-3,7)$ ,  $B(5,11)$ .

**Задание 2.** Даны вершины тетраэдра:  $A(-2;3;0)$ ,  $B(4;2;-1)$ ,  $C(5;3;6)$ ,  $D(-4;-5;9)$ . Найти длину его высоты, опущенной из вершины  $D$ .

**Задание 3.** Сторона основания правильной треугольной призмы равна 6см, а диагональ боковой грани равна 10 см. Найдите высоту призмы, площадь боковой и полной поверхностей призмы, объем.

### 13 вариант

Теоретический вопрос 1. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами.

Теоретический вопрос 2. Понятие параллелепипеда. Площадь полной поверхности. Объем.

### Практические задания

**Задание 1.** Вычислить объем тетраэдра, вершины которого находятся в точках

$A(2;-1;0)$ ,  $B(5;4;3)$ ,  $C(3;1;-1)$  и  $D(4;-1;3)$ .

**Задание 2.** Точка  $C(-2,3)$  делит отрезок  $AB$  в отношении  $AC : CB = 2 : 1$ . Найти координаты точки  $B$ , если  $A(-7,4)$ .

**Задание 3.** Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно 6 см и составляет с плоскостью основания угол в  $60^\circ$ . Найдите объем пирамиды.

### 14 вариант

Теоретический вопрос 1. Векторы в пространстве и операции над ними.

Теоретический вопрос 2. Шар и сфера. Площадь полной поверхности.

Объем.

### Практические задания

**Задание 1.** Вычислите скалярное произведение векторов  $\vec{m}$  и  $\vec{n}$ , если  $\vec{m} = 2\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ ,  $\vec{n} = \vec{a} - 2\vec{b}$ ,  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 2$ ,  $\widehat{(\vec{a}\vec{b})} = 60^\circ$ ,  $\vec{c} \perp \vec{a}$ ,  $\vec{c} \perp \vec{b}$ .

**Задание 2.** Даны вершины треугольника  $A(1, 4)$ ,  $B(3, -9)$ ,  $C(-5, 2)$ . Вычислить координаты центра тяжести этого треугольника. Найти длину медианы  $AM$ .

**Задание 3.** Радиус основания конуса равен 6 см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Найдите:

а) площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через две образующие, угол между которыми  $60^\circ$ ;

б) площадь боковой поверхности конуса.

### 15 вариант



Теоретический вопрос 1. ПДСК на плоскости. Уравнения плоскости. Общее уравнение плоскости его частные случаи

Теоретический вопрос 2. Правильные многогранники.

### Практические задания

**Задание 1.** Дан треугольник  $ABC$ , в котором  $A(6;5;-1)$ ,  $B(12;1;0)$ ,  $C(1;4;-5)$ . Вычислить площадь треугольника  $ABC$ , длину высоты  $CH$ . (Используя векторное произведение векторов)

**Задание 2.** Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  образуют угол  $\varphi = \pi/4$ ; зная, что  $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 1$ , найти скалярное произведение векторов  $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b}$  и  $\vec{q} = \vec{a} - \vec{b}$ .

**Задание 3.** Высота конуса равна 6 см, угол при вершине осевого сечения равен  $120^\circ$ . Найдите:

- а) площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через две образующие, угол между которыми  $30^\circ$ ;
- б) площадь боковой поверхности конуса.

## 5 ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНУ

Промежуточная аттестация обучающихся осуществляется по завершении изучения данной дисциплины и позволяет определить качество и уровень ее освоения. Предметом оценки освоения учебной дисциплины являются умения и знания.

Промежуточная аттестация по учебной дисциплине «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» проводится в форме экзамена.

Экзамен проводится в письменной форме.

Обучающийся должен предоставить письменную работу преподавателю.

### 5.1. Теоретические вопросы экзамена

1. Уравнение, неравенства; методы решения.
2. Область допустимых значений.
3. Свойства корня  $n$ -ой степени

4. Степень и ее свойства
5. Степенная функция, ее свойства и график
6. Методы решение показательных уравнений и неравенств..
7. Логарифм числа. Свойства логарифмов.
8. Логарифмическая функция, ее свойства и график
9. Методы решения логарифмических уравнений и неравенств.
10. Функция. Основные свойства.
11. Тригонометрические выражения. Основное тригонометрическое тождество.
12. Обратные тригонометрические функции.
13. Графики тригонометрических функции.
14. Производная функции. Правила дифференцирования.
15. Таблица производных.
16. Применение производной в исследовании функций.
17. Первообразная. Правила интегрирования.
18. Таблица интегралов.
19. Определенный интеграл. Формула Ньютона – Лейбница.
20. Применение определенного интеграла при вычислении площадей и объемов фигур.
21. Вектор. Разложение вектора по базису. Скалярное произведение векторов.
22. ПДСК на плоскости.
23. Теорема о трех перпендикулярах.
24. Теорема о перпендикулярности прямой и плоскости.
25. Теорема о параллельности прямой и плоскости
26. Многогранники (параллелепипед, куб, призма, пирамида). Формулы площадей поверхности и объема.
27. Тела вращения (цилиндр, конус, шар). Формулы площадей поверхности и объема.

### 5.3. Типовые задания

№	Типовые задания	Тема
	Обязательная часть	
1	Решите показательное уравнение: $49^{x+1} = 7$ .	1.3
2	Решите логарифмическое неравенство: $\log_{\frac{1}{2}}(2x - 7) > -1$ .	1.3

3	Упростите: $\cos 2\alpha + \operatorname{tg} \alpha \sin 2\alpha$ .	1.4
4	Решите тригонометрическое уравнение: $\sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .	1.4
5	Найти значение производной в точке $x_0$ : $f(x) = \frac{2x^3 - 4x^2}{3x - 1}$ ; $x_0 = 1$ .	2.1
6	Составьте уравнение касательной, проведенной к графику в данной точке: $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$ ; $x_0 = -1$ .	2.1
7	Найдите промежутки возрастания функции: $y = \frac{1}{2}x^4 - 2x$	2.1
8	Вычислите неопределенный интеграл: $\int \left( \frac{1}{2} \cos x + 2x - \sqrt{x} \right) dx$	2.2
9	К плоскости проведена наклонная МА и перпендикуляр МО, равный 15 см. Угол между наклонной и плоскостью составляет $30^\circ$ . Найдите длины наклонной и ее проекции.	3.2
10	Найти скалярное произведение векторов: $\vec{a} = (2; 3; -4)$ ; $\vec{b} = (1; -2; 1)$ .	3.1
Дополнительная часть		
1	Решите показательное неравенство: $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-3} \cdot 2^x \leq \left(\frac{1}{8}\right)^x$	1.3
2	Решите тригонометрическое уравнение: $3\sin^2 x - 7\sin x \cos x + 2\cos^2 x = 0$ .	1.4
3	Вычислите площадь криволинейной трапеции:	2.2

	$y = x^{\frac{3}{2}}; y = 0; x = 3.$	
4	В основании прямой призмы лежит треугольник со сторонами 39 см, 17 см и 28 см. Высота призмы составляет 20 см. Найдите полную поверхность и объем призмы.	3.3
5	Найти производную сложной функции: $y = \sqrt{\ln \sin \frac{\pi}{4}}.$	2.1

#### 5.4 Критерии оценки

Оценка индивидуальных образовательных достижений по результатам промежуточной аттестации производится в соответствии с универсальной шкалой:

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
$90 \div 100$	5	отлично
$80 \div 89$	4	хорошо
$70 \div 79$	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

**Приложение А**  
**Образец оформления титульного листа контрольной работы**

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Магнитогорский государственный технический университет  
им. Г. И. Носова»  
Многопрофильный колледж

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № \_\_\_\_**  
**ПО ДИСЦИПЛИНЕ**  
**«Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия»**  
**Вариант \_\_\_\_\_**

Выполнил (а) \_\_\_\_\_

Специальность: \_\_\_\_\_

Группа \_\_\_\_\_

Шифр \_\_\_\_\_

Преподаватель \_\_\_\_\_

Магнитогорск, 20\_\_ г.

**Приложение Б**  
**Образец оформления содержания контрольной работы**

**Содержание**

1	Теоретический вопрос 1.....	8
	<i>(текст вопроса)</i>	
2	Теоретический вопрос 2 .....	10
	<i>(текст вопроса)</i>	
3	Практические задания .....	11
		13