Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Магнитогорский государственный технический университет
им. Г.И. Носова»
Многопрофильный колледж

УТВЕРЖДАЮ
Директор
____________ С.А. Махновский
«26» марта 2015 г.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

по учебной дисциплине
МАТЕМАТИКА:
АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА, ГЕОМЕТРИЯ
для студентов специальностей технического профиля

Магнитогорск, 2015

ОДОБРЕНО:
Предметной комиссией
Математических и естественнонаучных дисциплин
Председатель Е.С. Корытникова
Протокол № 7 от 18.03. 2015 г

Составитель:
преподаватель ФГБОУ ВПО «МГТУ» Многопрофильный колледжа
Елена Витальевна Форыкина

ОДОБРЕНО
Методической комиссией МпК
Протокол №4 от 26.03.2015 г.

Методические указания по выполнению практических работ разработаны на основе рабочей программы учебной дисциплины «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия».

Содержание практических работ ориентировано на формирование универсальных учебных действий, подготовку обучающихся к освоению программы подготовки специалистов среднего звена.

СОДЕРЖАНИЕ

1 ВВЕДЕНИЕ

Важную часть теоретической и практической подготовки обучающихся составляют практические занятия. В рамках практического занятия обучающиеся могут выполнять одну или несколько практических работ.

Состав и содержание практических работ по общеобразовательной подготовке направлены на реализацию Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования.

Ведущей дидактической целью практических занятий является формирование учебных практических умений (умений решать задачи по математике, алгебре, геометрии), необходимых в последующей учебной деятельности по естественнонаучным дисциплинам ЕН.01 Математика.

В соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» предусмотрено проведение практических занятий.

В результате их выполнения у обучающихся должны сформироваться предметные результаты:

– сформированность представлений о математике как части мировой культуры и о месте математики в современной цивилизации, о способах описания на математическом языке явлений реального мира;
– сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;
– владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
– владение стандартными приёмами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;
– сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа;
– владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

– сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин.

Предметными результатами освоения учебной дисциплины «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» на углубленном уровне являются:

– *сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса математики; знаний основных теорем, формул и умения их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;*
– *сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;*
– *владение умениями составления вероятностных моделей по условию задачи и вычисления вероятности наступления событий, в том числе с применением формул комбинаторики и основных теорем теории вероятностей; исследования случайных величин по их распределению.*

Содержание практических работ ориентировано на формирование универсальных учебных действий:

Личностных:

4) сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, основанного на диалоге культур, а также различных форм общественного сознания, осознание своего места в поликультурном мире: *мировоззрение подразумевает наличие собственной точки зрения по тем или иным вопросам, основанной на знаниях, для этого включаем вопросы и задания, предполагающие необходимость аргументировать свои суждения;*

5) сформированность основ саморазвития и самовоспитания в соответствии с общечеловеческими ценностями и идеалами гражданского общества; готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности: *достигается включенной в содержание самостоятельной работы студентов (составление опорного конспекта по теме; составление развернутой схемы исследования функции; составление глоссария);*

6) толерантное сознание и поведение в поликультурном мире, готовность и способность вести диалог с другими людьми, достигать в

нём взаимопонимания, находить общие цели и сотрудничать для их достижения: *достигается применением активных и интерактивных форм занятий (работа в микрогруппах);*

7) навыки сотрудничества со сверстниками, взрослыми в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности: *достигается применением активных и интерактивных форм занятий*;

8) нравственное сознание и поведение на основе усвоения общечеловеческих ценностей;

9) готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности: *содержание дисциплины может оказать влияние на выбор направления в самообразовании*;

10) эстетическое отношение к миру, включая эстетику быта, научного и технического творчества, спорта, общественных отношений;

13) осознанный выбор будущей профессии и возможностей реализации собственных жизненных планов; отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем: *математика играет свою роль при понимании студентами места выбранной профессии среди других профессий*.

Метапредметных:

1) умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях: *развитию данной группы умений способствует построение учебной деятельности на уроке, применение активных и интерактивных форм занятий*;

2) умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты: *развитию данной группы умений способствует построение учебной деятельности на уроке, применение активных и интерактивных форм занятий*;

3) владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания: *развитию данной группы умений способствует самостоятельная работа студентов*;

4) готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в

различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников: *развитию данной группы умений способствует самостоятельная работа студентов*;

5) умение использовать средства информационных и коммуникационных технологий в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности;

7) умение самостоятельно оценивать и принимать решения, определяющие стратегию поведения, с учётом гражданских и нравственных ценностей;

8) владение языковыми средствами - умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства: *развитию данной группы умений способствует применение активных и интерактивных форм занятий;*

9) владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств их достижения: *развитию данной группы умений способствует применение активных и интерактивных форм занятий.*

Выполнение студентами практических работ по учебной дисциплине «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» направлено на: *(выбрать)*

- обобщение, систематизацию, углубление, закрепление, развитие и детализацию полученных теоретических знаний по конкретным темам учебной дисциплины;
- формирование умений применять полученные знания на практике, реализацию единства интеллектуальной и практической деятельности;
- формирование и развитие умений: наблюдать, сравнивать, сопоставлять, анализировать, делать выводы и обобщения, самостоятельно вести исследования, пользоваться различными приемами измерений, оформлять результаты в виде таблиц, схем, графиков;
- развитие интеллектуальных умений у будущих специалистов: аналитических, проектировочных, конструктивных и др.;
- выработку при решении поставленных задач профессионально значимых качеств, таких как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива.

Практические занятия проводятся после соответствующей темы, которая обеспечивает наличие знаний, необходимых для выполнения практических работ.

2 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Тема 1.1. Введение в алгебру

Практическое занятие № 1

«Решение уравнений, систем рациональных уравнений»

Формируемая компетенция:
ПК 3.4. Участвовать в анализе процесса и результатов работы подразделения, оценке экономической эффективности производственной деятельности.

Цель работы: Повторить формулы сокращённого умножения. Повторить способы решения рациональных уравнений

Выполнив работу, Вы будете:
уметь:
- решать задачи по алгебре и началам математического анализа.
- решать рациональные уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным;
- использовать графический метод решения уравнений;
- изображать на координатной плоскости решения уравнений;
- составлять и решать уравнения, связывающие неизвестные величины в текстовых (в том числе прикладных) задачах.
- решать системы рациональных уравнений;
- использовать графический метод решения систем рациональных уравнений;
- изображать на координатной плоскости решение систем рациональных уравнений;
- составлять и решать системы рациональных уравнений, связывающие неизвестные величины в текстовых (в том числе прикладных) задачах.
- решать рациональные неравенства;

Материальное обеспечение:
Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

а) Задание:
Представьте в виде многочлена:

а) $(x^2+5y)^3$
б) $(2 - x)\cdot(2 + x)\cdot(4 + x^2)\cdot(16 + x^4)$
в) $(a - d)^2\cdot(a + d)^2$
г) $(2a - c)\cdot(8a^3 + c^3)\cdot(c^2 + 2ca + 4a^2)$

Порядок выполнения работы:

1. Внимательно ознакомьтесь с условием задания.
2. Пользуясь своими школьными знаниями (в случае затруднения воспользуйтесь справочными материалами), примените нужную формулу сокращённого умножения.

Ход работы:

Записать задание в тетрадь и решить.

а) $(3p^2 - 2y^3)^3 = 27p^6 - 54p^4y^3 + 36p^2y^6 - 8y^9$

б) $(1 - a)\cdot(1 + a)\cdot(1 + a^2)\cdot(1 + a^4)=(1 - a^2)(1 + a^2)\cdot(1 + a^4) = (1 - a^4)(1 + a^4)= 1 - a^8$

в) $x - m)^2\cdot(x + m)^2=(x^2-2xm+m^2)(x^2+2xm+m^2) = x^4+2x^3+x^2m^2-2x^3m - -4x^2m^2-2xm^3+m^2x^2+2xm^3+m^4= x^4 - 2x^2m^2 + m^4.$

г) $(2n - c)\cdot(8n^3 + c^3)\cdot(c^2 + 2cn + 4n^2)= (2n - c)\cdot(4n^2 + 2cn +c^2)(8n^3 + +c^3)=(8n^3- c^3)(8n^3 + c^3)= 64n^6 - c^6$

б) Задание:

Решите уравнения :

$$1)\frac{4x-6}{x+2}-\frac{x}{x+1}=\frac{9}{x^2+3x+2} \qquad 3)x^2-81=0$$

$$2)\left(x^2-x\right)\cdot(x-2)=0 \qquad 4)x^2-7x+16=0$$

Краткие теоретические сведения:

Решение уравнений I–II степени с одной переменной

$ax+b=0,\left(x=\frac{-b}{a}, a\neq 0\right)$ – линейное уравнение I степени с одной переменной

$ax^2+bx+c=0\left(a\neq 0\right)$ – уравнение II степени с одной переменной.

Порядок выполнения работы:

При решении уравнений используются следующие правила преобразования уравнений в равносильные:

а) какой- либо член уравнения можно перенести из одной его части в другую с противоположным знаком;
б) обе части уравнения можно умножить или разделить на одно то же число, отличное от 0.

Ход работы:

1. Определить вид уравнения и способ его решения.

2. Если уравнение дробно-рациональное, то найти общий знаменатель всех дробей, которые входят в уравнение.

3. Умножить обе части уравнения на общий знаменатель.

4. Решить полученное целое уравнение.

5. Произвести проверку корней, и исключить те из них, которые обращают в нуль общий знаменатель.

Так как мы решаем дробные рациональные уравнения, то в знаменателях дробей будут переменные. Значит, будут они и в общем знаменателе. Во втором пункте алгоритма мы умножаем уравнение на общий знаменатель. При этом могут появиться посторонние корни, при которых общий знаменатель будет равен нулю, а значит и умножение на него будет бессмысленным. Поэтому в конце обязательно нужно сделать проверку полученных корней.

Решим уравнения:

$$a)\left(3x+1\right)^2+\left(4x-1\right)^2=\left(5x-2\right)^2$$

Раскроем скобки, применяя формулы сокращенного умножения $\left(a+b\right)^2$ и $\left(a-b\right)^2$

$$9x^2+6x+1+16x^2-8x+1=25x^2-20x+4.$$

$$9x^2+6x+1+16x^2-8x+1-25x^2+20x-4=0.$$

Приведем подобные члены, получим

$$18x-2=0 \qquad x=\frac{2}{18}=\frac{1}{9}$$

$$18x=2$$

Ответ: $x=\frac{1}{9}$ – корень уравнения.

Форма представления результата:

Представьте в виде многочлена:

а) $(3p^2 - 2y^3)^3$	$27p^6 - 54p^4y^3 + 36p^2y^6 - 8y^9$
б) $(1 - a)\cdot(1 + a)\cdot(1 + a^2)\cdot(1 + a^4)$	$1 - a^8$
в) $(x - m)^2\cdot(x + m)^2$	$x^4 - 2x^2m^2 + m^4$
г) $(2n - c)\cdot(8n^3 + c^3)\cdot(c^2 + 2cn + 4n^2)$	$64n^6 - c^6$

в) Задание:

Решите неравенства:

1. $\frac{3x+1}{4} - \frac{x}{2} < \frac{5x-2}{3} + \frac{3x}{5}$;
2. $|3 - 2x| < 1$;
3. $5x^2 + 3x - 8 > 0$;

Порядок выполнения работы:

При решении неравенств используются следующие правила преобразования неравенств в равносильные:

а) какой- либо член неравенства можно перенести из одной его части в другую с противоположным знаком, оставив при этом без изменения знак неравенства;

б)обе части неравенства можно умножить или разделить на одно то же положительное число, оставив при этом без изменения знак неравенства;

в) обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же отрицательное число, изменив при этом знак неравенства на противоположный

При решении систем неравенств нужно решить каждое из них и выбрать общее решение.

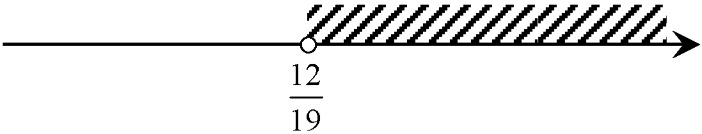
Ход работы:

Решим неравенства.

1. $5x - \frac{7x-1}{2} + \frac{2x-5}{5} > \frac{7}{10}$

Перенесем все члены в левую часть и приведем к общему знаменателю. общий знаменатель 10; так как знаменатель не содержит переменной, то в дальнейшем его можно не писать (опустить).

$$50x-5(7x-1)+2(2x-5)-7>0$$
$$50x-35x+5+4x-10-7>0$$
$$19x-12>0$$
$$19x>12$$
$$x>\frac{12}{19}$$

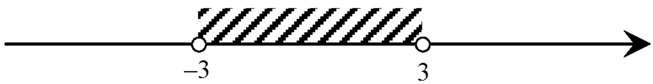


$$x\in\left(\frac{12}{19};+\infty\right)$$

2. $|5-2x|<3$, то есть

$$-3<5-2x<3$$

Используя свойства числовых неравенств, имеем



$$-3-5<5-2x-5<3-5$$

$-8<-2x<-2$; делим на (-2), знак неравенства меняется

$$4>x>1 \quad \Leftrightarrow \quad 1<x<4$$

Или можно записать в виде системы неравенств

Ответ: $x\in(1;4)$

$$\begin{cases} 5-2x<3 \\ 5-2x>-3 \end{cases} \quad \begin{cases} -2x<3-5 \\ -2x>-3-5 \end{cases} \quad \begin{cases} -2x<-2 \\ -2x>-8 \end{cases} \quad \begin{cases} x>1 \\ x<4 \end{cases}$$

Ответ: $x \in (1;4)$

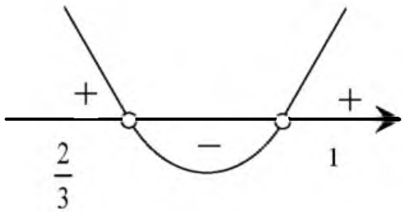
3. $5x-2-3x^2>0$
умножим на (–1)
$3x^2-5x+2<0$
квадратное неравенство
Найдем корни уравнения

$$D=25-4\cdot 6=1$$

$3x^2-5x+2=0$ $\quad x_{1,2}=\dfrac{5\pm 1}{6}; \qquad x_1=1; x_2=\dfrac{4}{6}=\dfrac{2}{3}$

Графиком функции $y=3x^2-5x+2$ является парабола, ветви которой направлены вверх, а точки пересечения параболы и оси ОХ $x_1=1; \quad x_2=\dfrac{2}{3}$

Изобразим геометрически:



Так как мы решаем неравенство $3x^2-5x+2<0$, то решением неравенства будет промежуток (интервал) $x \in \left(\dfrac{2}{3};1\right)$

Решим систему двух линейных неравенств :

$$\begin{cases} 10x-3 \le 2x+4, \\ 5x+3>2x-4. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10x - 2x \le 4 + 7, \\ 5x - 2x > 3 + 4. \end{cases} \qquad \begin{cases} 8x \le 7, \\ 3x > 1. \end{cases} \qquad \begin{cases} x \le \frac{7}{8} \\ x > \frac{1}{3} \end{cases},$$

$$\frac{1}{3} < x \le \frac{7}{8}.$$

Следовательно , решением данного неравенства является прмежуток: $x \in \left(\frac{1}{3}; \frac{7}{8}\right]$

Форма представления результата: выполненное задание

Тема 1.2. Функции, их свойства, графики

Практическая работа № 2

«Чтение графиков функций»

Формируемая компетенция:
ПК 3.4. Участвовать в анализе процесса и результатов работы подразделения, оценке экономической эффективности производственной деятельности.

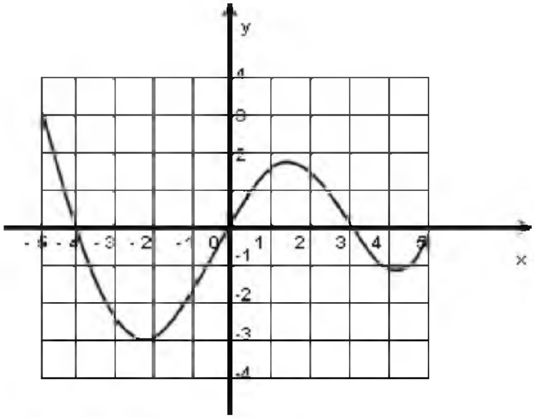
Цель работы: обобщение и закрепление понятий, связанных с построением графика функции; описание свойств функции по ее графику.

Выполнив работу, Вы будете:
уметь:
– вычислять значение функции по заданному значению аргумента при различных способах задания функции;
– определять основные свойства числовых функций, иллюстрировать их на графиках;
– строить графики изученных функций, иллюстрировать по графику свойства элементарных функций;
– использовать понятие функции для описания и анализа зависимостей величин;

Материальное обеспечение:
Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

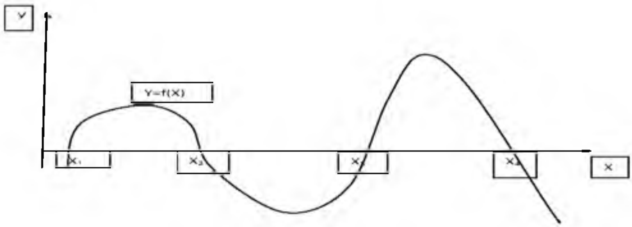
Задание:

1) а) Записать свойства функции по её графику.



D(f)=
E(f)=
y=0 при x=
y>0 при x
y<0 при x
Функция возрастает при x
Функция убывает при x

b) Дан график функции y=F(x). Указать промежутки знакопостоянства , нули функции и количество точек экстремума .



2)Автомобиль движется равномерно ускоренно с ускорением $a=0{,}8$м/сек^2.

1. Найти путь автомобиля за tсекунд, пользуясь формулой $S=at^2/2$, где S- путь в метрах, a- ускорение в м/сек^2 и t- время в секундах. Заполнить таблицу.

Время t в секундах	0	1	2	3	4	5	6
Путь S в метрах	0						

2. Начертить график функции и по графику определить время, в течение которого автомобиль прошел путь в 5 м; 8м.

3. Определить по графику путь автомобиля за 1,5 сек., 2,2 сек. 5,5 сек.

3)**Даны функции: $y= x^2$, $y=2x^2$, $y=0,5x^2$.**

1.Вычислить значения у для каждой из данных функций,заполнив таблицу:

у \ х	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$У=x^2$													
$У=2x^2$													
$У=0,5x^2$													

2.Начертить при одних и тех же осях координат график каждой функции.

3.Как изменяется каждая из данных функций при изменении аргумента х от $-\infty$ до 0 и от 0 до $+\infty$?

4.При каком значении х каждая из данных функций имеет наименьшее значение (минимум) и какое именно?

Порядок выполнения работы

1) а) Используйте определения свойств функции.

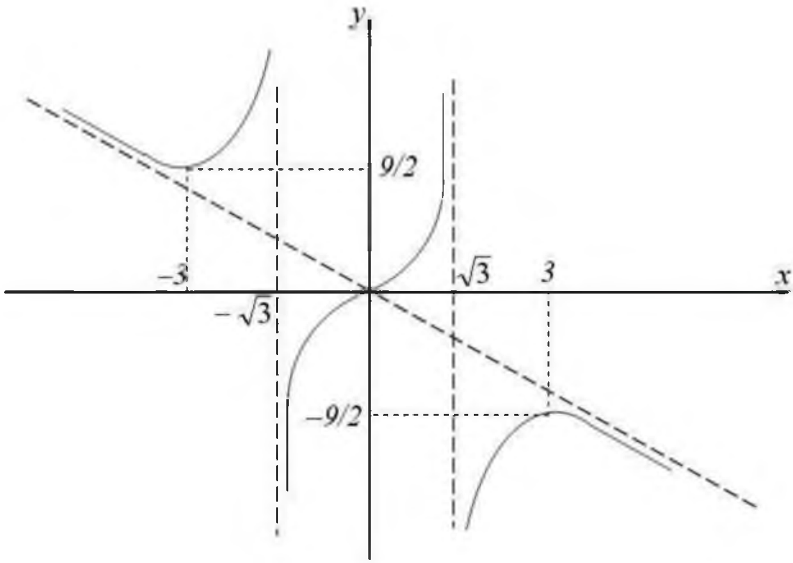
b) Промежутки знакопостоянства определяются по части графика, лежащей выше оси х, либо ниже оси х. Нули функции определяются в точках пересечения графика с осью х. Для нахождения точек экстремума найдите точки в которых возрастание функции меняется на убывание и наоборот.

2) При построении графика воспользуйтесь упорядоченными парами чисел (t,s) как координатами точек.

3) Используйте определение точек экстремума и свойства функции.

Ход работы:

1) **Провести полное исследование функции по ее графику**.



Решение: 1. Функция определена всюду, кроме точек $-\sqrt{3}, \sqrt{3}.$

2.Функция нечетная, так как f(-x) = -f (x), и, следовательно, ее график симметричен относительно начала координат.

3.Функция не периодическая.

4. Так как y=0 только при x=0, то пересечение с осями координат происходит только в начале координат.

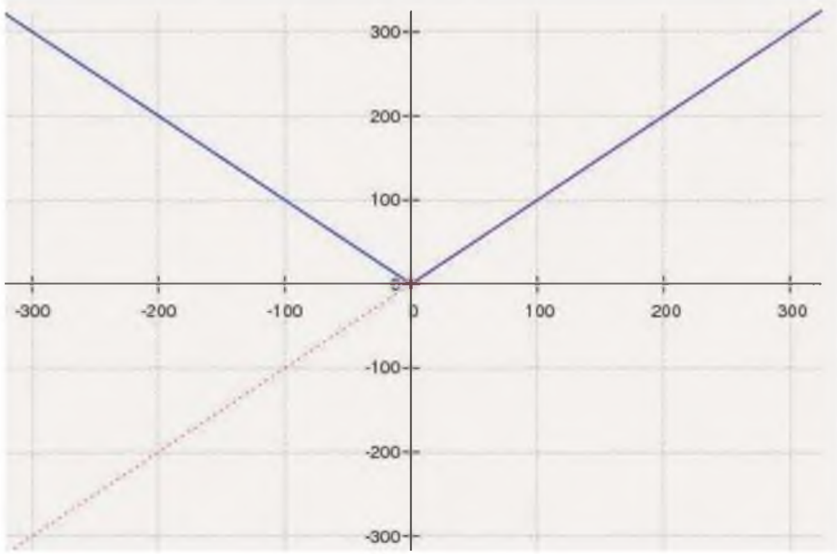
5.Функция имеет разрыв в точках $-\sqrt{3}, \sqrt{3}.$

6. y>0 при x принадлежащем (-∞;- $\sqrt{3}.$) и (0; $\sqrt{3}.$) ; y<0 при x принадлежащем

($-\sqrt{3}$;0) и (($\sqrt{3}.$; +∞).

7.В точке x=-3 функция имеет min, в точке x=3 max.

2) **Исследовать функцию по ее графику.**



Решение: 1. D(f)=(-∞;+∞);

2. E(f) = [0;+∞);

3. у наибольшее не существует; у наименьшее=0;

4. х нулевое = 0;

5. у>0 при х принадлежащем (-∞;+∞); у<0 не существует;

6. у возрастает при х принадлежащем [0;+∞); убывает при х принадлежащем (-∞;0].

7. Функция непрерывна.

Форма представления результата: выполненное задание

Тема 1.3. Корни, степени логарифмы

Практическая работа № 3

« Решение показательных уравнений».

Формируемая компетенция:
ПК 1.5. Составлять документацию для проведения работ по монтажу и ремонту промышленного оборудования;

ПК 3.4. Участвовать в анализе процесса и результатов работы подразделения, оценке экономической эффективности производственной деятельности.

Цель работы: Обобщить, закрепить и систематизировать знания учащихся при решении конкретных заданий по теме

Выполнив работу, Вы будете:
уметь:
– решать показательные уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным;
– находить значения корня, степени на основе определения, используя при необходимости инструментальные средства; пользоваться приближенной оценкой при практических расчетах;
– выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней.
– решать показательные неравенства;
– находить значения корня, степени на основе определения, используя при необходимости инструментальные средства; пользоваться приближенной оценкой при практических расчетах;
– решать логарифмические, уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным;
– находить значения корня, степени, логарифма на основе определения, используя при необходимости инструментальные средства; пользоваться приближенной оценкой при практических расчетах;
– выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней, логарифмов;

выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

А) Задание:

Решить уравнение:

а) $3^{x^2-4,5}\cdot\sqrt{3}=\frac{1}{27}$;

в) $0,1^{x^2-0,5}\cdot\sqrt{0,1}=0,001$;

с) $4\cdot\left(\frac{1}{16}\right)^{x}-17\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{x}+4=0\cdot$

Порядок выполнения работы:

а-в) Обе части уравнения приводим к одному основанию: $a^{f(x)}=a^{\Phi(x)}$, где $(a\succ 0, a\neq 1)$.Затем используем следующее свойство: ($a^{f(x)}=a^{\Phi(x)}$)$\Leftrightarrow(f(x)=\Phi(x))$.

с) Решаем квадратное уравнение относительно переменной $(1/4)^x$.

Ход работы:

Записать задание в тетрадь и решить.

Решите уравнение: $0,1^{x^2-0,5}\cdot\sqrt{0,1}=0,001$.

Решение: Преобразуем уравнение к виду: $a^{f(x)}=a^{\Phi(x)}$.

$0,1^{x2-0,5}\cdot 0,1^{0,5}=0,1^3\Leftrightarrow 0,1^{x^2-0,5+0,5}=0,1^3\Leftrightarrow 0,1^{x^2}=0,1^3$. З

атем решаем уравнение: $x^2=3\Rightarrow x_1=-\sqrt{3}, x_2=\sqrt{3}.$

Форма представления результата: выполненное задание

Б) Задание:

Решить неравенство:

а) $10^{4x-5}>-0,1$;

в) $\left(\frac{25}{9}\right)^{x^2-5,5}\leq\left(\frac{27}{125}\right)^{3}$;

с) $3^{\frac{x-4}{x}-3}<\frac{1}{27}$

Порядок выполнения работы:

Обе части неравенства приведите к одному основанию: $a^{f(x)} \succ a^{\Phi(x)}$. При решении данного неравенства имеет место преобразование:

$$a^{f(x)} \succ a^{\Phi(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \prec a \prec 1 \\ f(x) \prec \Phi(x) \end{cases} \text{или} \begin{cases} a \succ 1 \\ f(x) \succ \Phi(x) \end{cases}.$$

Ход работы:

Записать задание в тетрадь и решить.

Решите неравенство: $5^x \cdot 2^x \succ 0{,}1^{-3}$.

Решение: Преобразуем неравенство к виду: $a^{f(x)} \succ a^{\Phi(x)}$. Для левой части неравенства используем свойство степеней: $a^x * b^x = (a*b)^x$, для правой части свойство степеней с отрицательным показателем, получаем:

$$(5 \cdot 2)^x \succ (10^{-1})^{-3} \Leftrightarrow 10^x \succ 10^3 \Rightarrow x \succ 3.$$

Форма представления результата: выполненное задание

В) Задание:

Решите уравнение: $\ln(x+4) - \ln(x+3) = \ln 3$

Порядок выполнения работы:

1) Используя свойства логарифмов обе части уравнения приводим к одному основанию

$\log_a f(x) = \log_a g(x)$, $a > 1$. Потенцируем обе части уравнения, получаем $f(x) = g(x)$. Решаем полученное уравнение. Т.к. потенцирование уравнения может привести к появлению посторонних корней, то делаем проверку. Записываем ответ.

Ход работы:

Записать задание в тетрадь и решить.

Решить уравнение $\log_7 5^{\sqrt{x+2}} = (x-4) \cdot \log_7 5.$

Решение: Согласно свойствам логарифмической функции :

$$\log_7 5^{\sqrt{x+2}} = \log_7 5^{x-4} \Leftrightarrow 5^{\sqrt{x+2}} = 5^{x-4} \Leftrightarrow \sqrt{x+2} = x-4 \Rightarrow x+2 = x^2 - 8x + 16;$$

Приводим уравнение к стандартному виду $x^2-9x+14=0$. Решаем квадратное уравнение и получаем корни $x_1=2$, $x_2=7$. Проверка показывает, что $x_1=2$ является посторонним корнем. Ответ: 7

Форма представления результата: выполненное задание

Тема 1.4. Тригонометрия

Практическая работа № 4

«Тригонометрические уравнения»

Формируемая компетенция:
ПК 1.5. Составлять документацию для проведения работ по монтажу и ремонту промышленного оборудования;

ПК 3.4. Участвовать в анализе процесса и результатов работы подразделения, оценке экономической эффективности производственной деятельности.

Цель работы: Научиться решать простейшие тригонометрические уравнения.
Выполнив работу, Вы будете:
уметь:
– решать рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным, а также аналогичные неравенства и системы;
– находить значения тригонометрических выражений на основе определения, используя при необходимости инструментальные средства; пользоваться приближенной оценкой при практических расчетах;
– выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами тригонометрических функций.

Материальное обеспечение:
Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

Решите тригонометрические уравнения:
1) $\cos 3x = 0$
2) $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = -1$
3) $3tg\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}$
4) $ctg\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$
5) $\sin 4x \cdot \cos 3x + \cos 4x \cdot \sin 3x = \frac{1}{2}$

Порядок выполнения работы:

1. Записать уравнение и определить, к какому виду оно относится и какой формулой необходимо воспользоваться.
2. Решить уравнение.
3. Записать ответ.

Ход работы:

Решите тригонометрические уравнения:

1) $sin2x\ = 0$

Это уравнение относится к частным случаям, поэтому корни

находятся по формуле

$x = \pi n, \quad n \in Z$

$2x\ = \pi n, n\epsilon Z$;

$x = \frac{\pi}{2}n, n\epsilon Z$

Ответ: $x = \frac{\pi}{2}n, n\epsilon Z$

2) $\cos\left(5x + \frac{\pi}{3}\right) = -1$

Это уравнение относится к частным случаям, поэтому корни

находятся по формуле

$x = \pi + 2\pi n, \quad n \in Z$

$5x + \frac{\pi}{3} = \pi + 2\pi n, \ \ n\epsilon Z$

$5x\ = \pi - \frac{\pi}{3} + 2\pi n, \ \ n\epsilon Z$

$5x\ = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, \ n\epsilon Z$

$x = \frac{2\pi}{15} + \frac{2\pi}{5}n, \ \ n\epsilon Z$

Ответ: $x = \frac{2\pi}{15} + \frac{2\pi}{5}n, \ \ n\epsilon Z$

3) $2\cos 3x = -1$

Разделим обе части уравнения на 2. Получим уравнение: $\cos 3x = -\frac{1}{2}$.

Это уравнение не является частным случаем, $a = -\frac{1}{2}, |a| < 1$. Поэтому оно имеет решение, которое находится по формуле: $x = \pm arccosa + 2\pi n,\ n\epsilon Z$

$3x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n,\ n\epsilon Z$

$$3x = \pm\left(\pi - \arccos\frac{1}{2}\right) + 2\pi n,\ n\epsilon Z$$

$$3x = \pm\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) + 2\pi n,\ n\epsilon Z$$

$$3x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n,\ n\epsilon Z$$

$$x = \pm\frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi}{3}n,\ n\epsilon Z$$

Ответ: $x = \pm\frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi}{3}n,\ n\epsilon Z$

4) $tg\left(6x - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

Уравнение имеет решение, которое находится по формуле: $x = arctga + \pi n,\ n\epsilon Z$

$6x - \frac{\pi}{4} = arctg\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) + \pi n, \qquad n\epsilon Z$

Функция $y = arctgx$ нечетная, поэтому $arctg(-x) = -arctgx$.

$6x - \frac{\pi}{4} = -arctg\frac{\sqrt{3}}{3} + \pi n,\ n\epsilon Z$

$6x - \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{6} + \pi n,\ n\epsilon Z$

$6x = -\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4} + \pi n,\ n\epsilon Z$

$6x = \frac{\pi}{12} + \pi n,\ n\epsilon Z$

$x = \frac{\pi}{72} + \frac{\pi}{6}n,\ n\epsilon Z$

Ответ: $x = \frac{\pi}{72} + \frac{\pi}{6}n, \qquad n\epsilon Z$

5) $cos6x \cdot cos3x + sin6x \cdot sin3x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Видим, что левую часть можно свернуть по формулам сложения:
$\cos(\alpha \pm \beta) = cos\alpha \cdot cos\beta \mp sin\alpha \cdot sin\beta$

$\cos(6x - 3x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Теперь уравнение является простейшим и его корни находятся по формуле: $x = \pm arccos a + 2\pi n,\ n \epsilon Z$.

$$3x = \pm arccos \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\pi n,\ n \epsilon Z$$

$$3x = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \epsilon Z$$

$x = \pm \frac{\pi}{18} + \frac{2\pi}{3} n,\ \ n \epsilon Z$

Ответ: $x = \pm \frac{\pi}{18} + \frac{2\pi}{3} n, \qquad n \epsilon Z$

Форма представления результата: выполненное задание

Тема 2.1. Пределы, производная

Практическая работа № 5

«Нахождение пределов функций»

Формируемая компетенция:

ПК 3.4. Участвовать в анализе процесса и результатов работы подразделения, оценке экономической эффективности производственной деятельности.

Цель работы: Научиться вычислять пределы функций, применяя теоремы о пределах; раскрывать неопределенности различных типов.

Выполнив работу, Вы будете:
уметь:
– находить пределы функций;

Материальное обеспечение:
Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

Вычислить пределы:

1. $\lim_{x\to 5}\frac{3x^2-17x+10}{3x^2-16x+5}$
2. $\lim_{x\to 5}\frac{5-x}{3-\sqrt{2x-1}}$
3. $\lim_{x\to \infty}\frac{2x^2+x+1}{3x^3+x^2+1}$
4. $\lim_{x\to 0}\frac{\sin^2\frac{x}{2}}{x^2}$
5. $\lim_{x\to \infty}(1-\frac{2}{x})^x$

Порядок выполнения работы:
При вычислении пределов функций применяются теоремы о переделах:
-Если существуют пределы функций $f(x)$ и $g(x)$, то существует так де и передел их суммы (разности) равный сумме (разности) пределов этих функций: $\lim_{x\to a}(f(x) \pm g(x)) = \lim_{x\to a} f(x) \cdot \lim_{x\to a} g(x)$

-Предел произведения (частного) равен произведению (частному) пределов этих функций: $\lim_{x\to a}(f(x) \pm g(x)) = \lim_{x\to a} f(x) \cdot \lim_{x\to a} g(x)$

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim\limits_{x\to a} f(x)}{\lim\limits_{x\to a} g(x)}, \quad g(x) \neq 0$$

-Постоянный множитель можно выносить за знак предела:

$$\lim_{x\to a} kf(x) = k\lim_{x\to a} f(x)$$

-Если n-натуральное число, то предел степени равен степени предела

$$\lim_{x\to a} f^n(x) = (\lim_{x\to a} f(x))^n$$

Первый замечательный предел: $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1$

Второй замечательный предел: $\lim_{x\to\infty}(1+\frac{1}{x})^x = e$

$$\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}} = e$$

Если предел знаменателе равен нулю, то применять теорему о пределе частного нельзя. В этом случае возникает неопределенность $\left[\frac{c}{0}\right]$ или $\left[\frac{0}{0}\right]$. В первом случае предел равен ∞, а во втором нужно разложить числитель и знаменатель дроби на множители и после сокращения применить теорему о пределе частного.

Если $x \to \infty$, то может получиться неопределенность $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ или $\left[\frac{c}{\infty}\right]$. В первом случае числитель и знаменатель сокращают на наивысшею степень знаменателя, а во втором случае предел равен 0.

Ход работы:

1. Вычислить предел: $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-5x+6}{3x^2-9x}$

-Пределы числителя и знаменателя при $x \to 3$, равны нулю

-Разложим квадратный трехчлен числителя на множители по формуле

$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, получится $(x-3)(x-2)$

$$\lim_{x\to 3}\frac{\cancel{(x-3)}(x-2)}{3x\cancel{(x-3)}} = \lim_{x\to 3}\frac{x-2}{3x} = \frac{1}{9}$$

2. Вычислить предел: $\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sqrt{5-x}-\sqrt{5+x}}$

-Пределы числителя и знаменателя при $x \to 0$ равны нулю

-Умножим числитель и знаменатель на сопряженный знаменателю множитель $\sqrt{5-x} - \sqrt{5+x}$ и сократив дробь на x, получим :

$$\lim_{x\to 0}\frac{x(\sqrt{5-x}+\sqrt{5+x})}{(\sqrt{5-x}-\sqrt{5+x})(\sqrt{5-x}+\sqrt{5+x})}=\lim_{x\to 0}\frac{x(\sqrt{5-x}+\sqrt{5+x})}{-2x}$$

$$=-\frac{1}{2}\lim_{x\to 0}\sqrt{5-x}+\sqrt{5+x}=-\frac{2\sqrt{5}}{2}=-\sqrt{5}$$

3. Вычислите предел: $\lim_{x\to\infty}\frac{2x+3}{5x+1}$

-При $x\to\infty$ числитель и знаменатель величины бесконечно большие, получается неопределенность $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$

-Разделим числитель и знаменатель на x.

$\lim_{x\to\infty}\frac{2+\frac{3}{x}}{5+\frac{1}{x}}=\frac{2+0}{5+0}=\frac{2}{5}$ - $\frac{3}{x}$ и $\frac{1}{x}$ величины бесконечно малые => их пределы равны нулю.

Форма представления результата: выполненное задание

Тема 2.1. Пределы, производная

Практическая работа № 6

«Техника дифференцирования»

Формируемая компетенция:

ПК 3.4. Участвовать в анализе процесса и результатов работы подразделения, оценке экономической эффективности производственной деятельности.

Цель работы: Разобрать основные правила дифференцирования. Научиться находить производные от функции используя правило дифференцирования

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

– находить производные элементарных функций;

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

А) Задание:

Найдите производные следующих дифференцирований.

1. $f(x) = (3x^2 + 1)(2x^2 + 3)$
2. $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$
3. $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 1$

Порядок выполнения работы:

Обозначения:С-постоянная, х-аргумент, u, ϑ, ω-функции от х, имеющие производные

Основные правила дифференцирования

1. Производная алгебраической суммы функций:
   $(u + \vartheta + \omega)' = u' + \vartheta' + \omega'$
2. Производная произведения двух функций: $(u \cdot \vartheta)' = u'\vartheta + \vartheta' u$
3. Производная произведения трёх функций:
   $(u\vartheta\omega)' = u'\vartheta\omega + \vartheta' u\omega + \omega' u\vartheta$
4. Производная произведения постоянной: $(cu)' = cu'$
5. Производная частного:

$$\left(\frac{u}{\vartheta}\right)' = \frac{u'\vartheta - \vartheta' u}{\vartheta^2}$$

Частные случаи:

$$\left(\frac{u}{c}\right)' = \frac{1}{c}u'$$

$$\left(\frac{c}{\vartheta}\right)' = -\frac{c}{\vartheta^2}$$

Ход работы:

Найти производные следующих функций:

1. $y = 4x^3 + 2x^2 + x - 5$

-применив последовательно формулы 1 и 4 получаем:

$$y' = (4x^3)' - (2x^2)' + (x)' - 5 = 4 \cdot 3x^2 - 2 \cdot 2x + 2 = 12x^2 - 4x + 1$$

2. $f(x) = (x^3 - 1)(x^2 + x + 1)$

-используем формулы 2,1 находим:

$$f'(x) = (x^3 - 1)'(x^2 + x + 1) + (x^2 + x + 1)'(x^3 - 1) = 3x^2(x^2 + x + 1) + (2x + 1)(x^3 - 1)$$
$$= 3x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 2x^4 + 2x + x^3 - 1 = 5x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x - 1$$

3. $y = \frac{x^2+1}{x^2-1}$

-используя формулы 5 и 1, получаем:

$$y = \frac{(x^2+1)(x^2-1) - (x^2-1)(x^2+1)}{(x^2-1)^2} = \frac{2x(x^2-1) - 2x(x^2+1)}{(x^2-1)^2} = \frac{2x(\cancel{x^2} - 1 - \cancel{x^2} - 1)}{(x^2-1)^2}$$
$$= \frac{-4x}{(x^2-1)^2}$$

Форма представления результата: выполненное задание

Б) Задание:

Найти производные следующих функций

1. $y = (2 - x^2)^4$
2. $y = \sqrt{x^2 - 4x + 6}$
3. $y = \frac{1}{3x^3 + 5x^2 - 1}$
4. $\ln(x - \sqrt{1 + x^2})$
5. $y = x^3 e^{3x}$
6. $y = \ln\sqrt{x} \cdot x^2$
7. $y = e^{\ln x}$
8. $\ln\sqrt{\frac{1-4x}{1+4x}}$

Порядок выполнение работы:

Пусть $y = y(u)$,а $u = u(x)$–дифференцируемые функции. Тогда сложная функция $y = y(u(x))$ есть также дифференцииромая функция, причем $y_x{}' = y_u{}' \cdot u_x{}'$ или $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{dx}{dy}$

Это правило распространяется на цепочку из любого конечного числа дифференцируемых функций: производная сложной функции равна произведению производных функций, её составляющих.

$y = y(u(\vartheta(x)))$сложная функция $y_x{}' = y_u{}' \cdot y_\vartheta{}' \cdot y_x{}'$

Ход работы:

Найти производные следующих сложные функций .

1. $y = (x^2 - 5x + 8)$

-полагая $u = x^2 - 5x + 8$,получаем u^6

-по формуле $(u^m)' = m \cdot u^{m-1} \cdot u_x{}'$ находим

$y' = 6u \cdot u' = 6(x^2 - 5x + 8)^5 \cdot (x^2 - 5x + 8)' = 6(x^2 - 5x + 8)^5 \cdot (2x - 5)$

2. $y = \frac{1}{(x^2-1)^4}$

-введем отрицательный показатель и применим формулу 10:

$y = (x - 1);\ \ y' = -4(x^2 - 1)^{-5} \cdot (x^2 - 1)' = -4(x^2 - 1)^{-5} \cdot 2x = -\frac{8x}{(x^2-1)^5}$

3. $y = \sqrt{4 - x^2}$

-пологая $u = 4 - x^2$,получим $y = \sqrt{u}$, по формуле $(\sqrt{u}) = \frac{1}{2\sqrt{u}} \cdot u$

находим: $y_x{}' = \frac{1}{2\sqrt{4-x^2}} \cdot (4 - x^2)' = \frac{-2x}{2\sqrt{4-x^2}} = -\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$

4. $y = \ln\frac{a-x}{a+x}$,вычислите $f'(2a)$

-для упрощения нахождения производной предварительно прологарифмируем дробь: $y = \ln(a - x) - \ln(a + x)$

-далее по формулам $(\ln u)' = \frac{1}{u} \cdot u'$

получим:

$y_x{}' = \frac{1}{a-x}(a - x)' - \frac{1}{a+x}(a + x)' = -\frac{1}{a-x} - \frac{1}{a+x} = \frac{-a-x-a+x}{(a-x)(a+x)} = \frac{-2a}{a^2-x^2}$

-найдём y при $x = 2a$

$$y'(2a) = \frac{-2a}{a^2 - 4a^2} = \frac{-2a}{-3a^2} = \frac{2}{3a}$$

Форма представления результата: выполненное задание

Тема 2.2. Интегралы

Практическая работа № 7

«Нахождение интегралов при помощи свойств интегралов»

Формируемая компетенция:

ПК 3.4. Участвовать в анализе процесса и результатов работы подразделения, оценке экономической эффективности производственной деятельности.

Цель работы: Научиться находить неопределённые интегралы непосредственным интегрированием при помощи свойств интегрирования.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

– находить интеграл

– вычислять в простейших случаях площади и объемы с использованием определенного интеграла.

Материальное обеспечение:

Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

Найти следующие интегралы:

1. $\int \left(\frac{3}{4}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + 5\right) dx$
2. $\int 3(2x^2 - 1)^2\, dx$
3. $\int x^3(1 + 5x^2) dx$
4. $\int (\frac{3}{x^4} + \frac{9}{x^5}) dx$
5. $\int \left(5\sqrt{x^6} - 7\sqrt[4]{x^3}\right) dx$
6. $\int 5x\sqrt{x} dx$

Порядок выполнение работы:

Совокупность всех первообразных для функции называется неопределенным интегралом.

Основные свойства неопределённого интеграла

1) $\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x)\, dx + \int g(x)\, dx$

2) $\int kf(x)\,dx = k\int f(x)\,dx$

Непосредственное интегрирование основано на прямом использовании таблицы интегралов. Могут представиться следующие случаи:

1) Данный интеграл находиться непосредственно по соответствующему табличному интегралу.
2) Данный интеграл после применения свойств 1и2 приводится к одному или нескольким табличным интегралам;
3) Данный интеграл после элементарных тождественных преобразований, над подынтегральной функцией и применяя свойства 1и2 приводится к одному или нескольким табличным интегралам.

Ход работы:

Найти следующие интегралы:

1. $\int 6x^2dx$ –используем свойство 2 и формулу 2.

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$ Получим:

$$\int 6x^2dx = 6\int x^2dx = 6\frac{x^{2+1}}{2+1} + c = 6\frac{x^3}{3} + c = 2x^3 + c$$

2. $\int 4(x^2 - x + 3)dx$ Используя свойства 1 и 2 и, формулы 1 и 2 получим:

$$4\int x^2dx - 4\int xdx + 12\int dx = 4\frac{x^3}{3} - \frac{4x^2}{2} + 12x + c = \frac{4}{3}x^3 - 2x^2 + 12x + c$$

- постоянная интегрирования С равна алгебраической сумме трех постоянных интегрирования .

3. $\int 2(3x-1)^2dx = 2\int(3x-1)^2dx = 2\int(9x^2 - 6x - 1)dx = 2\cdot 9\frac{x^3}{3} - 2\cdot 6\frac{x^2}{2} + 2x + c = 6x^3 - 6x^2 + 2x + c$

4. $\int \frac{x^3 + 2x^2 + 4x}{x}dx$ –разделим почленно на x, получим:

$$\int (x^2 + 3x + 4)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + 4x + c$$

5. $\int \frac{dx}{\sqrt{x}}$ –используем формулу 2

$$\int x^{-\frac{1}{2}}dx = \frac{x^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} + c = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + c = 2\sqrt{x} + c$$

.**Форма представления результата:** выполненное задание

Тема 2.2. Интегралы

Практическая работа № 8

«Вычисление определенных интегралов»

Формируемая компетенция:

ПК 3.4. Участвовать в анализе процесса и результатов работы подразделения, оценке экономической эффективности производственной деятельности.

Цель работы: Научиться вычислять определенные интегралы
Выполнив работу, Вы будете:
уметь:
– находить интеграл
– вычислять в простейших случаях площади и объемы с использованием определенного интеграла.

Материальное обеспечение:
Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

1. Вычислить определенные интегралы:

$$\int_1^2 (4x^3 + 3x^2 - 4x + 7)dx\,;$$

$$\int_2^5 3x^5 dx\,;$$

2. Вычислить определенные интегралы:

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos(x)}{\sin(x)} dx\,;$$

$$\int_1^e \frac{dx}{x+3}.$$

Порядок выполнения работы:

1) Используя таблицу интегралов найти интеграл
2) Используя формулу Ньютона – Лейбница

$$\int_a^b f(x)dx = F(X)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

найти определенный интеграл

Ход работы:

Пример 1

Вычислить определенный интеграл

$$\int_1^2 2x^2 dx$$

Решение:

$$\int_1^2 2x^2 dx \overset{(1)}{=} 2\int_1^2 x^2 dx \overset{(2)}{=} \frac{2}{3}(x^3)\Big|_1^2 \overset{(3)}{=} \frac{2}{3}(2^3 - 1^3) = \frac{2}{3}(8-1) = \frac{2}{3}\cdot 7 = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$$

(1) Выносим константу за знак интеграла.

(2) Интегрируем по таблице с помощью самой популярной формулы $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$. Появившуюся константу $\frac{1}{3}$ целесообразно отделить от x^3 и вынести за скобку. Делать это не обязательно, но желательно – зачем лишние вычисления?

(3) Используем формулу Ньютона-Лейбница

$$\int_a^b f(x)dx = F(X)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

. Сначала подставляем в

x^3 верхний предел, затем – нижний предел. Проводим дальнейшие вычисления и получаем окончательный ответ.

Пример 2

Вычислить определенный интеграл

$$\int_{-2}^{4}(8+2x-x^2)dx$$

Решение:

$$\int_{-2}^{4}(8+2x-x^2)dx \overset{(1)}{=} 8\int_{-2}^{4}dx+2\int_{-2}^{4}xdx-\int_{-2}^{4}x^2dx \overset{(2)}{=} 8(x)\Big|_{-2}^{4}+2\cdot\frac{1}{2}(x^2)\Big|_{-2}^{4}-\frac{1}{3}(x$$

$$=8(4-(-2))+(4^2-(-2)^2)-\frac{1}{3}(4^3-(-2)^3)=8\cdot 6+(16-4)-\frac{1}{3}(64+8)$$

$$=48+12-24=36$$

(1) Используем свойства линейности определенного интеграла.

(2) Интегрируем по таблице, при этом все константы выносим – они не будут участвовать в подстановке верхнего и нижнего предела.

(3) Для каждого из трёх слагаемых применяем формулу Ньютона-Лейбница:

$$F(X)\Big|_a^b=F(b)-F(a)$$

Совет: перед тем, как использовать формулу Ньютона-Лейбница, полезно провести проверку: а сама-то первообразная найдена правильно?

Так, применительно к рассматриваемому примеру: перед тем, как в первообразную функцию $8x+x^2-\frac{x^3}{3}$ подставлять верхний и нижний пределы, желательно на черновике проверить, а правильно ли вообще найден неопределенный интеграл?

Дифференцируем:

$$\left(8x+x^2-\frac{x^3}{3}\right)' = 8(x)' + (x^2)' - \frac{1}{3}(x^3)' = 8\cdot 1 + 2x - \frac{1}{3}\cdot 3x^2 = 8+2x-x^2$$

Получена исходная подынтегральная функция, значит, неопределенный интеграл найден верно. Теперь можно и формулу Ньютона-Лейбница применить.

Форма представления результата: выполненное задание

Тема 3.1. Векторы, прямые в пространстве

Практическая работа № 9

«ПДСК на плоскости. Прямая на плоскости»

Формируемая компетенция:

ПК 3.4. Участвовать в анализе процесса и результатов работы подразделения, оценке экономической эффективности производственной деятельности.

Цель работы: Научиться применять теоретические знания при решении задач.

Выполнив работу, Вы будете:
уметь:
– распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;
– проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

Материальное обеспечение:
Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:
1. Найти точку пересечения прямых: 3x-4y+11=0 и 4x-y-7=0.
2. Найдите острый угол между прямыми:
3x+4y-12=0 и 15x-8y-45=0.
3. Составьте уравнение прямой, параллельной прямой $2x + y - 3 = 0$ и проходящей через точку А(-1;2).
4. Из точки А(2;-1) на прямую $3x + 2y + 1 = 0$ опущен перпендикуляр. Составьте его уравнение.

Порядок выполнения работы
1. . Внимательно ознакомьтесь с условием задачи.
2. Пользуясь конспектами лекций, подберите нужную формулу или соответствующее условие для решения задачи

Ход работы:

Задача №1.

Найти точку пересечения прямых :

$2x + 3y - 12 = 0$ и $x - y - 1 = 0$.

Решим систему:

$$\begin{cases} 2x + 3y - 12 = 0, \\ x - y - 1 = 0; \end{cases} \qquad \begin{cases} 2(1 + y) + 3y - 12 = 0, \\ x = 1 + y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 + 2y + 3y - 12 = 0, \\ x = 1 + y; \end{cases} \qquad \begin{cases} 5y = 10, \\ x = 1 + y; \end{cases} \qquad \begin{cases} y = 2, \\ x = 3. \end{cases}$$

Ответ: точка М (3;2).

Задача№2

Определить угол между прямыми, заданными уравнениями:

$2x - 3y + 6 = 0$ и $x + 5y - 2 = 0$.

Решение.

Найдем угловые коэффициенты этих прямых:

$$2x - 3y + 6 = 0; \qquad x + 5y - 2 = 0$$

$$-3y = -2x - 6, \qquad 5y = -x + 2,$$

$$y = \frac{2}{3}x + 6, \qquad y = -\frac{1}{5}x + \frac{2}{5},$$

$$k_1 = \frac{2}{3}. \qquad k_2 = -\frac{1}{5}.$$

Подставим найденные значения k_1 и k_2 в формулу:

$$tg\varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2}. \quad tg\varphi = \frac{-\frac{1}{5} - \frac{2}{3}}{1 + (-\frac{1}{5}) \cdot \frac{2}{3}} = \frac{-\frac{13}{15}}{\frac{13}{15}} = -1.$$

$$tg\varphi = -1; \quad \varphi = 135^0.$$

Полученный угол между прямыми тупой. Смежный с ним, будет острый, то есть $\varphi_1 = 180^0 - 135^0 = 45^0$.

Задача№3.

1. Составьте уравнение прямой, параллельной прямой $5x + 3y - 7 = 0$ и проходящей через точку А(-2;6).

Решение.

Составим уравнение пучка прямых, проходящих через точку А(-2;6).

$$y - 6 = k(x + 2)$$

Находим угловой коэффициент данной прямой:
$$3y = -5x + 7,$$
$$y = -\frac{5}{3}x + \frac{7}{3}; \quad k_1 = -\frac{5}{3}.$$
Так как прямые параллельны, то $k_2 = -\frac{5}{3}$ - угловой коэффициент искомой прямой.

Подставим найденное значение $k_2 = -\frac{5}{3}$ в уравнение пучка прямых:
$$y - 6 = k(x + 2);$$
после преобразования получим:
$$5x + 3y - 8 = 0.$$

Задача №4

. Из точки А(-3;5) на прямую $x - 2y + 3 = 0$ опущен перпендикуляр. Написать его уравнение.

Решение.

Составим уравнение пучка прямых, проходящих через точку А(-3;5).
$$y - 5 = k(x + 3).$$
Найдем угловой коэффициент k_1 прямой $x - 2y + 3 = 0$;
$$-2y = -x - 3; \quad y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2};$$
$$k_1 = \frac{1}{2}.$$
Учитывая условие перпендикулярности прямых: $k_1 = -\frac{1}{k_2}$, найдем уравнение искомой прямой:
$$k_2 = -2.$$
$$y - 5 = -2(x + 3);$$
$$y + 2x + 1 = 0.$$

Форма представления результата: выполненное задание

Тема 3.1. Векторы, прямые в пространстве

Практическая работа № 10

«Решение задач на параллельность прямой и плоскости»

Формируемая компетенция:

ПК 3.4. Участвовать в анализе процесса и результатов работы подразделения, оценке экономической эффективности производственной деятельности.

Цель работы: Научиться решать задачи на параллельность прямой и плоскости, используя признак параллельности прямой и плоскости .

Выполнив работу, Вы будете:
уметь:
– распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;
– описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении;
– анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве;
– строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;
– использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;
– проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач.

Материальное обеспечение:
Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:
Задача№1
Точка К не лежит в плоскости квадрата ABCD. Точки М и Р- середины отрезков КВ и КС.
1). Как расположены прямые AD и МР?
2). Вычислите длину отрезка МР, если сторона квадрата равна 12 см.

Задача №2

В параллелограмме ABCD вершины А и D находятся на плоскости М, а вершины В и С – вне ее. Сторона AD=10 см, сторона АВ=15 см, проекции диагоналей АС и BD на плоскость М соответственно равны 13,5 см и 10,5 см. Определите диагонали.

Порядок выполнения работы:

1. Внимательно прочитайте условие задачи.
2. Запишите, что в задаче дано, сделайте рисунок.
3. Проанализируйте условие задачи, рассуждая от того, что нужно найти. Вспомните, какие теоремы и формулы понадобятся при решении задачи.
4. Решите задачу. Запишите ответ.

При решении задач на эту тему используется определение параллельных прямой и плоскости, признак параллельности прямой и плоскости, а также ваши знания из планиметрии.

Определение: Прямая и плоскость называются параллельными, если они не имеют общих точек.

Теорема: Если прямая, не принадлежащая плоскости, параллельна какой-либо прямой в этой плоскости, то она параллельна и самой плоскости.

Ход работы:

Задача №1

Точки А, В, С и D не лежат в одной плоскости. К и М – середины отрезков BD и CD.

1) Имеют ли общие точки прямая КМ и плоскость, в которой лежат точки А,В и С?

2) Вычислите периметр треугольника АКМ, если расстояние между каждой парой данных точек равно 8 см.

Дано: $\propto$, $A \in \propto$,

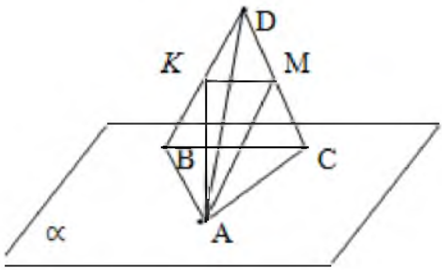
$B \in \propto$, $C \in \propto$,

BK=KD, CM=MD,

AB=AC=BC=AD=BD=CD=8 см

1) пересекаются ли КМ и $\propto$

2) Найти P_{AKM}



Решение:
1) Точка K является серединой отрезка BD, точка M- середина отрезка CD. Значит отрезок KM - средняя линия треугольника BCD.

По свойству средней линии треугольника KM||BC, KM=$\frac{1}{2}$BC.

Следовательно, отрезок KM параллелен прямой , лежащей в плоскости. По признаку параллельности прямой и плоскости, отрезок KM и плоскость параллельны, т.е. не пересекаются.

2) $P_{AKM} = AK + AM + KM$

$KM = \frac{1}{2} BC$ $KM = 4$ см.

Рассмотрим треугольники ACD и ABD: AC=AD=AB=CD=BD, т.е. ACD и ABD- равные равносторонние треугольники, а отрезки AM и AK- медианы и высоты этих треугольников. Найдем эти отрезки:

$AK = AM = \sqrt{AC^2 - MC^2}$ MC=4 см.

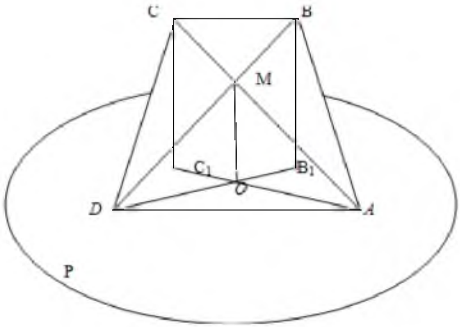
$AK = AM = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{64-16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ см

$P_{AKM} = 4 + 4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 4 + 8\sqrt{3}$ см

$4 + 4\sqrt{3}$ $+4\sqrt{3}$=4+

Задача № 2

Основание AD трапеции ABCD находится на плоскости P, а основание BC отстоит от нее на 5 см. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей до плоскости P, если $\frac{DA}{CB} = \frac{7}{3}$.



Дано: ABCD- трапеция

$\frac{DA}{CB} = \frac{7}{3}$, BB_1=5 см, $BB_1 \perp P$

Найти расстояние от M до плоскости P.

Решение:

1) Из точки M проведем к плоскости P перпендикуляр OM. Следовательно, OM- расстояние от M до плоскости P.

2) Рассмотрим ΔADM и ΔCBM

$\angle BMC = \angle DMC$ (как вертикальные)

$\angle CBM = \angle ADM$ (как накрестлежащие при параллельных прямых BC и AD и

Значит, ΔADM и ΔCBM подобны и $\frac{DA}{CD} = \frac{DM}{BM} = \frac{AM}{CM}$.

$$\frac{DA}{CB} = \frac{7}{3} \Longrightarrow \frac{DA}{CD} = \frac{DM}{BM} = \frac{AM}{CM} = \frac{7}{3}$$

$$\frac{DM}{BM} = \frac{7}{3} \Rightarrow DM = \frac{7}{10}BD, BM = \frac{3}{10}BD$$

3) Рассмотрим ΔBB_1D и ΔMOD

$\angle D$ – общий, $\angle BB_1D = \angle MOD = 90^0 \Rightarrow \Delta BB_1D \sim \Delta MOD$

$$\frac{BB_1}{MO} = \frac{BD}{MD}$$

$$\frac{BB_1}{MO} = \frac{BD}{0,7BD} = \frac{10}{7}$$

$$MO = \frac{7}{10}BD$$

$$MO = \frac{7}{10} \cdot 5 = 3,5 \text{ см.}$$

Ответ: 3,5 см.

Форма представления результата: выполненное задание

Тема 3.3. Геометрические тела

Практическая работа № 11,12

«Решение задач на комбинации геометрических тел»

Формируемая компетенция:

ПК 3.4. Участвовать в анализе процесса и результатов работы подразделения, оценке экономической эффективности производственной деятельности.

Цель работы: Научиться решать задачи на комбинацию геометрических тел

Выполнив работу, Вы будете:
уметь:
– распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;
– описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении;
– анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве;
– изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач;
– строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;
– решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);
– использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;
– проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

Материальное обеспечение:
Индивидуальные задания, справочные материалы, конспекты лекций.

Задание:

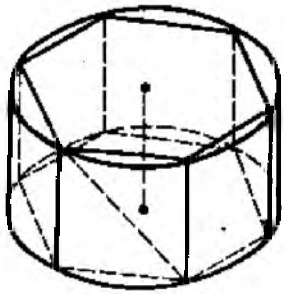
1. В цилиндр наклонно вписан квадрат так, что все его вершины лежат на окружностях основания. Найдите сторону квадрата, если высота цилиндра равна 2см, а радиус основания равен 7см.

Порядок выполнения работы:

1)Выполнить чертеж
2)Записать кратко условие задачи

Ход работы:

Задача 1. В цилиндр вписана правильная шестиугольная призма. Найдите отношения объема призмы к объему цилиндра.



Решение:

$$\frac{V_{призм}}{V_{цил.}} = \frac{S_{осн.} \times h}{\pi R^2 \times h} = \frac{S_{осн.}}{\pi R^2}$$

$a_6 = R$

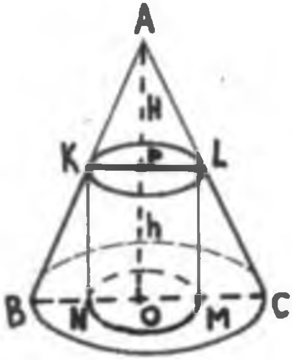
$$S_{осн.} = \frac{3R^2\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{V_{призм}}{V_{цил.}} = \frac{3R^2\sqrt{3}}{2} \times \frac{\pi}{\pi R^2} = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi}$$

Ответ: $\frac{V_{призм}}{V_{цил.}} = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi}$.

Задача 2. Найдите радиус основания цилиндра наибольшего объема, вписанного в конус, радиус основания которого равен 3.

Решение:



Обозначим через h и r высоту и радиус основания цилиндра, вписанного в конус с вершиной A. Рассмотрим осевое сечение конуса – равнобедренный треугольник ABC с высотой AO = H и основанием BC = 2· 3 = 6 (рис.2). Плоскость ABC пересекает цилиндр, вписанный в конус, по его осевому сечению – прямоугольнику KLMN, где точки K и L лежат соответственно на отрезках AB и AC, а точки M и N – на отрезке BC , причём KL = 2r , KN = LM = h . Пусть P – точка пересечения AO и KL . Треугольник APL подобен треугольнику AOC , поэтому

$\dfrac{AP}{AO} = \dfrac{PL}{OC}$, или $\dfrac{H-h}{H} = \dfrac{r}{3}$

откуда $h = H\left(1 - \dfrac{r}{3}\right)$. Пусть V(r) – объем цилиндра, где 0 < r < 3 . Тогда

$$V(r) = \pi r^2 h = \pi H r^2\left(1 - \frac{r}{3}\right) = \pi H\left(r^2 - \frac{r^3}{3}\right)$$

Найдем наибольшее значение функции V(r) на промежутке (0;3) .

$V'(r) = H(2r - r^2) = Hr(2 - r)$.

Промежутку (0;3) принадлежит единственный корень ($r = 2$) полученного уравнения. Если $0 < r < 2$, то $V'(r) > 0$. Поэтому на промежутке (0;2) функция V(r) возрастает. Если $2 < r < 3$, то $V'(r) < 0$. Поэтому на промежутке (2;3) функция V(r) убывает. Значит, в точке $r = 2$ функция V(r) имеет максимум. Следовательно, радиус основания цилиндра наибольшего объема, вписанного в данный конус, равен 2.

Ответ: $r = 2$.

Форма представления результата: выполненное задание