



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И.  
Носова»



УТВЕРЖДАЮ  
Директор ИЕиС  
Ю.В. Сомова

02.02.2026 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

***МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИНЖЕНЕРИИ***

Направление подготовки (специальность)  
22.03.02 Metallurgy

Направленность (профиль/специализация) программы  
Информационные технологии в современных литейных процессах

Уровень высшего образования - бакалавриат

Форма обучения  
очная

Институт/ факультет	Институт естествознания и стандартизации
Кафедра	Прикладной математики и информатики
Курс	1
Семестр	1

Магнитогорск  
2026 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - бакалавриат по направлению подготовки 22.03.02 Metallurgy (приказ Минобрнауки России от 02.06.2020 г. № 702)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики  
13.01.2026, протокол № 5

Зав. кафедрой  Ю.А. Извеков

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕиС  
02.02.2026 г. протокол № 4


Председатель  Ю.В. Сомова

Согласовано:


Зав. кафедрой Литейных процессов и материаловедения

 Н.А. Феоктистов

Рабочая программа составлена:

доцент кафедры кафедры ПМИИ, канд. техн. наук  И.В. Глаголева

Рецензент:

зав. кафедрой Физики, канд. физ.-мат. наук  Д. М. Долгушина

### 1 Цели освоения дисциплины (модуля)

Целью освоения курса "Математические основы инженерии" являются формирование у бакалавров системы знаний, умений и навыков, связанных с особенностями математических способов представления и обработки информации как базы для развития универсальных компетенций и основы для развития профессиональных компетенций.

### 2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Математические основы инженерии входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Введение в профессию

Информатика

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы

Физика

Соппротивление материалов

### 3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Математические основы инженерии» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач
УК-1.1	Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки
УК-1.2	Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи; осуществляет поиск информации по различным типам запросов
УК-1.3	При обработке информации отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок, формирует собственные мнения и суждения, аргументирует свои выводы и точку зрения

#### 4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц 144 академических часов, в том числе:

- контактная работа – 60,25 академических часов;
- аудиторная – 57 академических часов;
- внеаудиторная – 3,25 академических часов;
- самостоятельная работа – 66,05 академических часов;
- в форме практической подготовки – 0 академических часов;
- подготовка к экзамену – 17,7 академических часов

Форма аттестации - экзамен

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в академических часах)			Самостоятельная работа студента	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код компетенции
		Лек.	лаб. зан.	практ. зан.				
1. Матрицы и определители								
1.1 Матрицы. Действия над матрицами. Определители, свойства определителей.	1	1		4	5	подготовка к занятию, выполнение домашней работы	тестирование	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
Итого по разделу		1		4	5			
2. Основы теории множеств								
2.1 Основные понятия теории множеств. Основные операции над множествами. Диаграммы Эйлера-Венна. Бинарные отношения	1	2		4	6,05	подготовка к занятию, выполнение домашнего задания	тестирование	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
Итого по разделу		2		4	6,05			
3. Основы алгебры логики								
3.1 Алгебра логики. Высказывания. Логические операции. Истинностные таблицы. Предикаты и кванторы. Понятие формулы логики предикатов	1	3		4	5	подготовка к занятию, выполнение домашней работы, подготовка к самостоятельной работе	опрос, самостоятельная работа	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
Итого по разделу		3		4	5			
4. Основные понятия теории вероятностей и статистики								
4.1 Элементы комбинаторики. Сочетания, размещения, перестановки.	1	1		2	8	выполнение домашней работы, подготовка к занятию	опрос, тестирование	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3

4.2 Вероятность случайного события. Теоремы сложения, умножения вероятностей. Схема независимых испытаний. Формула полной вероятности.	1	2		4	8	подготовка к занятию, самостоятельное решение задач	тестирование, опрос	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
4.3 Случайная величина и ее числовые характеристики. Специальные законы распределения (биномиальное, Пуассона, равномерное, нормальное).		2		4	8	выполнение домашней работы, подготовка презентации	тестирование, представление сообщения с презентацией об одном из специальных законов распределения	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
4.4 Описательная статистика. Случайные величины в статистике. Закон больших чисел.		2		4	8	подготовка к занятию, выполнение первичной обработки данных	представление результатов самостоятельно выполненной первичной обработки данных	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
Итого по разделу		7		14	32			
5. Основы теории игр								
5.1 Стратегические взаимодействия. Доминирующие и доминируемые стратегии. Равновесие Нэша	1	2		4	6	подготовка к занятию, выполнение домашней работы	опрос, тестирование	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
5.2 Игры в развернутой форме. Игры с несовершенной информацией		2		4	6	подготовка к занятию, выполнение домашнего задания	опрос	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
5.3 Смешанные стратегии		2		4	6	подготовка к занятию, выполнение домашней работы	тестирование	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
Итого по разделу		6		12	18			
6. Подготовка к экзамену								
6.1 Подготовка к экзамену	1							УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
Итого по разделу								
Итого за семестр		19		38	66,05		экзамен	
Итого по дисциплине		19		38	66,05		экзамен	

## 5 Образовательные технологии

Реализация компетентного подхода предусматривает использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся. Согласно п. 34 Порядка организации и осуществления деятельности по образовательным программам бакалавриата высшего образования (утв. приказом МОиН РФ от 05.04.2017 г. № 301), при проведении учебных занятий обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств, в том числе с учетом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей.

Выбирая ту или иную технологию работы с обучающимися, необходимо иметь в виду, что наибольшего эффекта от ее применения можно достичь, если учитывать цели образования, на реализацию которых должна быть направлена избираемая технология, содержание, которое предстоит передать обучающимся с ее помощью, а также условия, в которых она будет использоваться.

В нашей работе мы используем следующее.

1. Традиционные образовательные технологии. Организация образовательного процесса, предполагает прямую трансляцию знаний от преподавателя к студенту (преимущественно на основе объяснительно-иллюстративных методов обучения). Учебная деятельность студента носит в таких условиях, как правило, репродуктивный характер.

Формы учебных занятий:

- информационная лекция – последовательное изложение материала в дисциплинарной логике, осуществляемое преимущественно вербальными средствами.
- практическое занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по предложенному алгоритму.

2. Технологии проблемного обучения. Организация образовательного процесса предполагает постановку проблемных вопросов, создание учебных проблемных ситуаций для стимулирования активной познавательной деятельности студентов.

Формы учебных занятий:

- проблемная лекция – изложение материала, предполагающее постановку проблемных и дискуссионных вопросов, освещение различных научных подходов, авторские комментарии, связанные с различными моделями интерпретации изучаемого материала.

- практическое занятие в форме практикума – организация учебной работы, направленная на решение комплексной учебно-познавательной задачи, требующей от студента применения как научно-теоретических знаний, так и практических навыков.

- самостоятельная работа (с консультациями преподавателя) на основе кейс-метода – обучение в контексте моделируемой ситуации, воспроизводящей реальные условия научной, производственной. Обучающиеся должны проанализировать ситуацию, разобраться в сути проблем, предложить возможные решения и выбрать лучшее из них. Кейсы базируются на реальном фактическом материале или же приближены к реальной ситуации.

3. Информационно-коммуникационные образовательные технологии. Организация образовательного процесса с применением специализированных программных сред и технических средств работы с информацией (информационную среду университета МООДУС MOODLE).

Формы учебных занятий с использованием информационно-коммуникационных технологий:

- Лекция-визуализация – изложение содержания сопровождается презентацией (демонстрацией учебных материалов, представленных в различных знаковых

системах, в т.ч. иллюстративных, графических, аудио- и видеоматериалов).

Практическое занятие в форме презентации – представление результатов проектной или исследовательской деятельности с использованием специализированных программных сред.

## **6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Представлено в приложении 1.

## **7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации**

Представлены в приложении 2.

## **8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **а) Основная литература:**

1. Методы математической обработки данных : учебник и практикум для вузов / под общей редакцией Н. Л. Стефановой. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 317 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-18254-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/583651> (дата обращения: 06.03.2026).

2. Кремлёв, А. Г. Теория игр: основные понятия : учебное пособие для вузов / А. Г. Кремлёв ; под научной редакцией А. М. Тарасьева. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 141 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-03414-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.urait.ru/bcode/539368> (дата обращения: 06.03.2026).

### **б) Дополнительная литература:**

1. Энатская, Н. Ю. Теория вероятностей: учебное пособие для вузов / Н. Ю. Энатская. — Москва: Издательство Юрайт, 2022. — 203 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01338-2. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/490095> (дата обращения: 06.03.2026).

2. Палий, И. А. Дискретная математика и математическая логика: учебное пособие для вузов / И. А. Палий. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2022. — 370 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-12446-0. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/492848> (дата обращения: 06.03.2026).

3. Шиловская, Н. А. Теория игр: учебник и практикум для вузов / Н. А. Шиловская. — Москва: Издательство Юрайт, 2022. — 318 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-8264-0. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/490360> (дата обращения: 06.03.2026).

4. Гуц, А. К. Математическая логика для студентов-социологов: учебное пособие / А. К. Гуц. — Омск: ОмГУ, 2017. — 196 с. — ISBN 978-5-7779-2132-1. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/101823> (дата обращения: 06.03.2026). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

5. Микони, С. В. Дискретная математика для бакалавра: множества, отношения, функции, графы: учебное пособие / С. В. Микони. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 192 с. — ISBN 978-5-8114-1386-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/211049> (дата обращения: 06.03.2026). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

### **в) Методические указания:**

1. Пузанкова, Е. А. Обработка результатов измерений методами математической статистики : учебное пособие [для вузов] / Е. А. Пузанкова, Н. А.

Квасова; Магнитогорский гос. технический ун-т им. Г. И. Носова. - Магнитогорск : МГТУ им. Г. И. Носова, 2019. - 1 CD-ROM. - Загл. с титул. экрана. - URL: <https://host.megaprolib.net/MP0109/Download/MObject/2423> (дата обращения: 06.03.2026). - Макрообъект. - Текст: электронный. - Сведения доступны также на CD-ROM.

2. Романов, П. Ю. Дискретная математика : учебное пособие / П. Ю. Романов, Л. В. Смирнова, А. Е. Москвина ; МГТУ. - Магнитогорск: МГТУ, 2016. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - Загл. с титул. экрана. - URL : <https://host.megaprolib.net/MP0109/Download/ToView/20826?idb=db0109> обращения: 24.04.2024). - Макрообъект. - Текст: электронный. - Сведения доступны также на CD-ROM.

3. Квасова, Н. А. Многопрофильная олимпиада школьников "Путь к успеху": направление "Математика", подтема "Теория игр-школьнику" : учебное пособие [для вузов] / Н. А. Квасова ; под редакцией З. С. Акмановой ; Магнитогорский гос. технический ун-т им. Г. И. Носова. - Магнитогорск: МГТУ им. Г. И. Носова, 2022. - 1 CD-ROM. - ISBN 978-5-9967-2327-0. - Загл. с титул. экрана. - URL : <https://host.megaprolib.net/MP0109/Download/MObject/20194> (дата обращения: 06.03.2026). - Макрообъект. - Текст: электронный. - Сведения доступны также на CD-ROM.

#### г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

##### Программное обеспечение

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
7Zip	свободно	бессрочно
FAR Manager	свободно	бессрочно

##### Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Название курса	Ссылка
Электронные ресурсы библиотеки МГТУ им. Г.И.	<a href="https://host.megaprolib.net/MP0109/Web">https://host.megaprolib.net/MP0109/Web</a>
Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного	URL: <a href="https://elibrary.ru/project_risc.asp">https://elibrary.ru/project_risc.asp</a>
Электронная база периодических изданий ООО	<a href="https://eivis.ru/">https://eivis.ru/</a>

#### 9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

- Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа
- Учебные аудитории для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации
- Помещения для самостоятельной работы учащихся
- Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования

## Приложение 1

### 6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

По дисциплине «Математические основы инженерии» предусмотрена аудиторная и внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся.

Аудиторная самостоятельная работа студентов предполагает решение контрольных задач на практических занятиях.

#### Примерные аудиторные контрольные работы (АКР):

##### АКР №1 «Элементы теории множеств и математической логики»

1. Найдите элементы множества  $A \cap B$ ;  $A \cup B$ ;  $A - B$ , если  $A = \{3, 4, 6, 7\}$ ;  $B = \{6, 7, 8\}$ .
2. Найдите элементы множества  $A \cup B$ , если  $A - B = \{2, 4, 5\}$ ;  $B = \{6, 7, 8\}$ .
3. Дано:  $A = \{0, 1, 2, 3, 5, 6\}$ ;  $B = \{3, 4, 6, 7, 9\}$ ;  $C = \{0, 5, 6, 7, 8\}$ ;  
 $I = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$ . Найдите элементы множеств:  
1)  $A - (B \cup C)$ ; 3)  $A - (B - C)$ ; 5)  $C - (\bar{A} \cap B)$ ;  
2)  $B - (A \cap \bar{C})$ ; 4)  $A - (B \cap C)$ ; 6)  $(A \cup B) - (A \cap B)$ .
4. Дано:  $A = \{0, 1, 2, 5\}$ ;  $B = \{1, 2\}$ ;  $C = \{2, 5, 7\}$ ;  $I = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ .  
Найдите элементы множеств:  
1)  $(A \cup B \cup C) - B$ ; 3)  $(A \cup B) - (A \setminus B)$ ;  
2)  $A - (B \cap \bar{B})$ ; 4)  $I - (A \cup B \cup C)$ .
5. Укажите пустые множества, если известно, что  $A \subset B \subset C$ ,  $A \neq \emptyset$ ,  $\bar{C} \neq \emptyset$ :  
а)  $(B - C) \cap (A \cup B)$ ; в)  $C \cup (\bar{A} - \bar{B})$ ; д)  $(A \cap \bar{B}) \cup (B - C)$ ;  
б)  $[\bar{C} \cap (A \cup B \cup C)] - B$ ; г)  $C \cap (B - \bar{A})$ ; е)  $A \cup (B - C)$ .
6. Составьте таблицу истинности для формулы алгебры высказываний. Укажите вид формулы:  
1.  $\overline{(Y \vee Z)} \rightarrow \overline{(X \vee Y)}$ . 3.  $((X \rightarrow \bar{Y}) \vee Z) \wedge \overline{(X \wedge Z)}$ .  
2.  $\overline{(((X \vee Y) \wedge Z) \rightarrow \bar{X}) \wedge \bar{Z}}$ . 4.  $((X \wedge \bar{Y}) \rightarrow (\bar{Z} \leftrightarrow Y)) \vee \bar{X}$ .

##### АКР №2 «Теория вероятностей и статистика»

1. Пятнадцать экзаменационных билетов содержат по 2 вопроса, которые не повторяются, экзаменуемый знает только 25 вопросов. Найти вероятность того, что экзамен будет сдан, если для этого достаточно ответить на два вопроса одного билета.
2. Принимаем вероятности рождения мальчика и девочки равными. Найти вероятность того, что среди 10 новорожденных 6 окажутся мальчиками.

3. Дан закон распределения дискретной случайной величины:

x:	110	120	130	140	150
p:	0.1	0.2	0.3	0.2	0.2

вычислить ее математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

4. Для изучения количественного признака  $X$  из генеральной совокупности извлечена выборка, имеющая данное статистическое распределение.

1). Постройте полигон частот.

2). Постройте гистограмму относительных частот.

3). Найдите выборочное среднее, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение, исправленную дисперсию и исправленное среднее квадратическое отклонение.

$x_i$	9	13	17	21	25	29	33	37
$n_i$	5	10	19	23	25	19	12	7

### ***Примерные домашние задания :***

#### ***«Матрицы, определители»***

1. Найдите сумму, разность, произведение матриц, если такие операции возможны

$$1) \begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$2) \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 5 & 0 & -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$3) \begin{pmatrix} 3 & 0 & -4 \\ 5 & 7 & 9 \\ -2 & 1 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$4) \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot (4 \ 2 \ 0)$$

$$5) \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

2. Вычислите определители

$$1) \begin{vmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 0 & 7 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} \quad 2) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 4 & 25 \end{vmatrix} \quad 3) \begin{vmatrix} 1 & 14 & -8 \\ 5 & 0 & -4 \\ 2 & -7 & 2 \end{vmatrix} \quad 4) \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

### «Основы теории множеств»

1. Найдите  $A \cap B$ ,  $B \setminus A$ ,  $A \Delta B$ , если:

а)  $A = (0; 5)$ ,  $B = (5; 8)$ ;

б)  $A = (-\infty; +\infty)$ ,  $B = (-1; 9)$ ;

в)  $A$  — множество простых чисел,  $B$  — множество положительных четных чисел.

2. С помощью таблицы вхождения элементов определите, верно ли следующее равенство  $(B \cup C) \setminus A = C \cap A$ .

3. Определите множества  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \setminus B$ ,  $B \setminus A$ ,  $A \Delta B$ , если:

а)  $A = \{x: 0 \leq x \leq 4\}$ ,  $B = \{x: 2 \leq x \leq 8\}$ ;

б)  $A = \{x: |x - 1| < 2\}$ ,  $B = \{x: |x - 1| + |x - 2| < 3\}$ ;

в)  $A = \{x: x^2 - 3x < 0\}$ ,  $B = \{x: x^2 - 4x + 3 \geq 0\}$ .

4. Изобразите следующее множество с помощью диаграммы Эйлера—Венна:

а)  $A \cup [(B \cup C)']$ ;

б)  $B \setminus (A \cup C)$ ;

в)  $(A \setminus C) \cup (B \cap C)$ ;

г)  $(B \Delta C) \setminus A$ ;

д)  $B \setminus [A \cup (C \setminus B)]$ .

5. Заданы множества  $A$ ,  $B$  и  $C$  такие, что  $A \cap B = \{2; 3\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 8\}$ ,  $A \cap C = \{1\}$ ,  $C \cup B = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 8\}$ . Найдите множества  $A$ ,  $B$  и  $C$ .

6. Считая универсальным множество всех действительных чисел  $\mathbb{R}$ , найдите дополнение множества  $A = \{x: 3 < x \leq 5\}$  до  $\mathbb{R}$ . Изобразите множество  $A$  на координатной прямой.

7. В классе учится 22 школьника. В школе есть студия спортивных танцев, секция карате и бассейн. Из класса 8 школьников занимаются спортивными танцами, 10 — карате, 14 — плаванием, 4 — спортивными танцами и карате, 5 — спортивными танцами и плаванием, 6 — плаванием и карате, а 2 занимаются во всех трех секциях. Сколько школьников не занимаются дополнительно?

8. По итогам экзаменов из 37 студентов оценку «отлично» по математике имели 15 студентов, по физике — 16, по химии — 19, по математике и физике — 7, по математике и химии — 9, по физике и химии — 6, по всем трем предметам — 4. Сколько студентов получили хотя бы по одной оценке «отлично»?

## *«Алгебра логики»*

4.1. Определите, являются ли высказываниями следующие предложения.

1. Ты прекрасна, спору нет!
2. Сегодня на улице настоящее лето — тепло и солнечно.
3. Фобос — спутник Марса.
4. А можно ли объять необъятное?
5. В треугольнике угол равен  $45^\circ$ .
6. Любой солдат желает стать генералом.

Поясните свои ответы.

4.2. Определите, какие из следующих предложений являются высказываниями с точки зрения математической логики, а какие нет.

1. Софи Лорен — самая красивая актриса итальянского кино XX в.
2. Иннокентий Смоктуновский исполнил главную роль в фильме «Гамлет» (1964 г.)
3. «О, сколько нам открытий чудных готовит просвещенья дух!»
4. Шерлок Холмс — главный герой в произведениях Артура Конан Дойла.
5.  $89 - 13 = 50$ .
6.  $x - 13 = 50$ .
7. Сколько будет  $2 \times 2$ ?
8. Треугольник может быть равнобедренным и прямоугольным.

**4.3.** Определите значения истинности следующих высказываний:

- а)  $(8 - 3 < 5)$  или  $(8^2 \geq 64)$ ;
- б)  $(5 \cdot 5 = 25)$  и  $(\sqrt{25} \leq 5)$ ;
- в) неверно, что  $(a^2 + b^2 \geq 0)$ ;
- г) если 8 делится на 4, то 8 делится на 2;
- д) если 15 делится на 5, то 15 делится на 10;
- е) 24 делится на 6 тогда и только тогда, когда 24 делится на 3 и 24 делится на 2.

**4.4.** Среди следующих пар высказываний выберите те, которые являются отрицаниями друг друга:

- а) «сегодня ясно» и «сегодня идет дождь»;
- б) «я — отличник» и «я — двоечник»;
- в)  $7 \geq 0$  и  $7 < 0$ ;
- г)  $21 > 20$  и  $21 < 20$ ;
- д) «две прямые параллельны» и «две прямые перпендикулярны».

**4.5.** Определите значение истинности высказывания  $A$ , если следующие высказывания являются истинными:

- а)  $A \vee (5 < 3)$ ;
- б)  $A \wedge (5 \geq 3)$ ;
- в)  $(9 - \text{нечетное число}) \rightarrow A$ ;
- г)  $A \rightarrow (12 - \text{нечетное число})$ ;
- д)  $A \leftrightarrow (7 - \text{составное число})$ .

**4.6.** Определите значение истинности высказывания  $A$ , если следующие высказывания являются ложными:

- а)  $A \wedge (27 = 3 \cdot 9)$ ;
- б)  $(6 \cdot 2^2 < 0) \vee A$ ;
- в)  $A \rightarrow (a^2 - b^2 = 0)$ ;
- г)  $A \leftrightarrow (\sqrt{x^2} = |x|)$ ;
- д)  $\neg A$ .

**4.7.** Решите логическую задачу, используя таблицу. Три одноклассника Влад, Тимур и Юра встретились спустя 10 лет после окончания школы. Выяснилось, что один из них стал врачом, другой — физиком, а третий — юристом. Один увлекся туризмом, другой — бегом, третий — регби.

- 1) Юра сказал, что на туризм ему не хватает времени, хотя его сестра — единственный врач в семье — заядлый турист.
- 2) Врач сказал, что он разделяет увлечение коллеги.
- 3) Забавно, но у двоих из друзей в названиях их профессий и увлечений не встречается ни одна буква их имен.

Кто чем любит заниматься в свободное время и у кого какая профессия?

**4.8.** Решите логическую задачу с помощью рассуждений. Три друга Олег, Борис и Арсений, окончив институт, разъехались по разным городам. И вот спустя несколько лет они, встретившись на вечере выпускников, решили разыграть своего товарища. На его вопрос, где они теперь живут, друзья ответили:

Олег: «Я живу в Екатеринбурге, а Борис — в Мурманске».

Борис: «Я живу в Волгограде, а Олег — в Мурманске».

Арсений: «Я живу в Мурманске, а Олег — в Волгограде».

Каждый из них один раз сказал правду и один раз солгал. Где живут Арсений, Борис и Олег?

**4.9.** Решите логическую задачу с помощью рассуждений. На одной улице стоят в ряд четыре дома, в которых живут четыре человека: Алексей, Егор, Виктор и Михаил. Известно, что каждый из них владеет ровно одной из следующих профессий: токарь, столяр, хирург и окулист, но неизвестно, кто какой, и неизвестно, кто в каком доме живет. Однако известно, что:

- столяр живет правее хирурга;
- окулист живет левее хирурга;
- токарь живет с краю;
- токарь живет рядом с окулистом;
- Егор не токарь и не живет рядом с токарем;
- Михаил живет рядом с хирургом;
- Алексей живет правее окулиста;
- Алексей живет через дом от Михаила.

Выясните, кто какую профессию имеет и кто где живет.

**4.10.** Докажите равносильность формул, используя таблицу истинности:

- $(A \vee B) \wedge (B \wedge A) \Leftrightarrow B \wedge A$ ;
- $\neg(A \vee B) \wedge ((\neg A) \vee (\neg B)) \Leftrightarrow \neg(A \vee B)$ ;
- $(A \rightarrow (\neg B)) \wedge (A \rightarrow C) \Leftrightarrow (\neg A) \vee ((\neg B) \wedge C)$ ;
- $(A \rightarrow B) \rightarrow (A \wedge C) \Leftrightarrow A \wedge ((\neg B) \vee C)$ .

**4.11.** Выберите любой из приведенных в табл. 4.1 параграфа 4.5 законов логики и убедитесь в его справедливости с помощью таблицы истинности.

**4.12.** Найдите самостоятельно, как формулируются и записываются законы де Моргана для множеств. Запишите аналогичные (одноименные) логические законы.

**4.13\*.** Равносильность формул можно доказывать, используя логические законы. Проанализируйте приведенное ниже доказательство равносильности формул и укажите над каждым символом  $\Leftrightarrow$ , какой логический закон здесь был использован.

Докажем, что  $(\neg((\neg A) \wedge (\neg B))) \vee ((A \rightarrow B) \wedge A) \Leftrightarrow A \vee B$ .

Возьмем формулу, стоящую в левой части, и преобразуем ее с помощью логических законов в формулу, стоящую в правой части:

$$\begin{aligned} & (\neg((\neg A) \wedge (\neg B))) \vee ((A \rightarrow B) \wedge A) \Leftrightarrow (((\neg(\neg A)) \vee ((\neg(\neg B)) \vee ((\neg A) \vee B) \wedge A) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow & (A \vee B) \vee (((\neg A) \wedge A) \vee (B \wedge A)) \Leftrightarrow (A \vee B) \vee (0 \vee (B \wedge A)) \Leftrightarrow (A \vee B) \vee (B \wedge A) \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow A \vee (B \vee (B \wedge A)) \Leftrightarrow A \vee B. \end{aligned}$$

**4.14\*.** Замените следующие формулы равносильными более простого вида, используя логические законы:

- $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A) \wedge (A \vee B)$ ;
- $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow (\neg A)) \wedge (C \rightarrow A)$ ;
- $\neg((A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow (\neg A)))$ .

**4.15.** Запишите следующие высказывания в виде формул с кванторами, предварительно введя обозначения для используемых кванторов:

- «Некоторые реки вытекают из озера Байкал»;
- «Все птицы умеют летать»;
- «По крайней мере одно натуральное число не является ни простым, ни составным»;
- «Не все рыбы умеют плавать»;
- «Ни один ишак не умеет говорить».

**4.16.** С помощью кванторов всеобщности и существования постройте все возможные высказывания из следующего предиката:  $y^2 \geq x - 5$ . Определите, какие из полученных высказываний будут истинными.

*Подсказка.* У вас должно получиться шесть различных высказываний.

**4.17.** Известен софизм.

*Лекарство, принимаемое больным, есть добро.*

*Чем больше делать добра, тем лучше.*

*Значит, лекарства нужно принимать как можно больше.*

Какая логическая ошибка допущена в этом софизме?

**4.18.** Ниже приведены два примера использования умышленной и неумышленной подмены понятия (эквивокации).

а) «Голова — как у кошки, ноги — как у кошки, туловище — как у кошки, хвост — как у кошки, но не кошка. Кто это?» (Ответ: кот).

б) «Каждый металл является химическим элементом; латунь — металл; значит, латунь — химический элемент».

1. Определите характер эквивокации в каждом примере. Поясните свой вывод.

2\*. Приведите примеры двух логических ошибок: 1) подмена тезиса; 2) подмена понятия.

**4.19.** Проверьте с помощью таблиц истинности, равносильно ли обратное высказывание исходному (прямому) и обратное высказывание противоположному.

**4.20.** Сформулируйте обратное, противоположное и обратное к противоположному утверждения для следующей теоремы: «Если в параллелограмме диагонали равны, то параллелограмм является прямоугольником». Какие из этих утверждений будет равносильны друг другу? Какие из них являются истинными?

### *«Теория игр»*

1. Ниже приведено сокращённое изложение фрагмента одного из "Приключений Шерлока Холмса". Согласно известным понятиям теории игр составить модель конфликтной ситуации и формально записать игру.

Шерлок Холмс намерен отправиться из Лондона в Дувр с дальнейшей целью попасть на континент (европейский), чтобы спастись от профессора Мориарти, который преследует его. Сев в поезд, он увидел на вокзальной платформе профессора Мориарти. Шерлок Холмс допускает, что Мориарти может выбрать особый поезд и обогнать его. У Шерлока Холмса две альтернативы: продолжать поездку до Дувра или сойти на станции Кентерберри, являющейся единственной промежуточной станцией на его маршруте. Мы принимаем, что его противник достаточно разумен, чтобы определить возможности Холмса, поэтому перед ним те же две альтернативы. Оба противника должны выбрать станцию, чтобы сойти на ней с поезда, не зная, какое решение примет каждый из них. Если в результате принятия решения оба окажутся на одной и той же станции, то можно однозначно считать, что Шерлок Холмс будет убит профессором Мориарти. Если же Шерлок Холмс благополучно доберётся до Дувра, то он будет спасён.

2. Трое студентов музыкальной школы подрабатывают в разных клубах, свою выручку они получают от посетителей клубов. Установить, выгодно ли им объединять свои силы (если да, то с какими условиями), используя понятия теории игр для решения кооперативных игр  $n$  лиц, при следующих исходных данных.

В среднем их выручка за один вечер составляла:

- у скрипача 600 единиц;
- у гитариста 700 единиц;
- у певицы 900 единиц.

Пытаясь увеличить выручку, студенты в течение нескольких месяцев создавали различные группы. Результаты показали, что, объединившись, они могут увеличить свою выручку за вечер следующим образом:

- скрипач + гитарист зарабатывали 1500 единиц;
- скрипач + певица зарабатывали 1800 единиц;
- гитарист + певица зарабатывали 1900 единиц;
- скрипач + гитарист + певица зарабатывали 3000 единиц.

3. Дана матричная игра с платёжной матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 3 & 1 & 7 \\ 8 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Определить максиминную стратегию первого игрока, минимаксную стратегию второго игрока, нижнюю и верхнюю цену игры.

4. Дана матричная игра с платёжной матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 2 & 1 \\ 7 & 8 & 5 & 6 \\ 4 & 7 & 3 & 5 \\ 5 & 6 & 1 & 7 \end{pmatrix}.$$

Найти нижнюю и верхнюю цену игры. Имеет ли данная матричная игра седловую точку?

5. Дана матричная игра с платёжной матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Определить математическое ожидание выигрыша первого игрока (проигрыша

второго игрока), если смешанная стратегия первого игрока  $p = \left( \frac{4}{5}; \frac{1}{5} \right)$ , а

смешанная стратегия второго игрока  $q = \left( \frac{4}{5}; 0; \frac{1}{5} \right)$ .

## 7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

### а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач		
УК-1.1	Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки	<p><b>Примерные практические задания для экзамена</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Найти <math>A \cap B</math>, <math>B \setminus A</math>, <math>A \Delta B</math>, если <math>A = \{3,4,6,7\}</math>, <math>B = \{6,7,8\}</math></li> <li>2. Найти <math>A(B \cup C)</math>, если <math>A = \{1,2,2,3,5,6\}</math>, <math>B = \{3,4,6,7,9\}</math>, <math>C = \{2,5,7\}</math></li> <li>3. Вычислить определитель             <math display="block">\begin{vmatrix} 0 &amp; 1 &amp; 2 \\ 1 &amp; 0 &amp; 2 \\ 1 &amp; 2 &amp; 0 \end{vmatrix}</math> </li> <li>4. Доказать равносильность формул, используя таблицу истинности <math>(A \vee B) \wedge (B \wedge A) \Leftrightarrow B \wedge A</math></li> <li>5. Доказать равносильность формул, используя таблицу истинности <math>\neg(A \wedge B) \wedge ((\neg A) \vee (\neg B)) \Leftrightarrow \neg(A \vee B)</math></li> <li>6. При отклонении от нормы режима работы автомата срабатывает сигнализатор <math>C_1</math> с вероятностью 0,8, а сигнализатор <math>C_2</math> с вероятностью 1. Вероятность, что автомат снабжен сигнализатором <math>C_1</math> равна 0,6, а <math>C_2</math> – 0,4. Получен сигнал о разрядке автомата. Что вероятнее: автомат снабжен сигнализатором <math>C_1</math> или <math>C_2</math>?</li> <li>7. Дана матричная игра с платёжной матрицей             <math display="block">A = \begin{pmatrix} 2 &amp; 5 &amp; 3 \\ 3 &amp; 1 &amp; 7 \\ 8 &amp; 0 &amp; 2 \end{pmatrix}.</math> <p>Определить максиминную стратегию первого игрока, минимаксную стратегию второго игрока, нижнюю и верхнюю цену игры.</p> </li> </ol>

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства																																
УК-1.2	<p>Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи; осуществляет поиск информации по различным типам запросов</p>	<p><b>Примерные практические задания для экзамена</b></p> <p>1. 1. Используя таблицу исходных данных, определить объем выборки. Сделать расчет среднего значения. Построить гистограмму.</p> <p>Таблица исходных данных:</p> <table border="1" data-bbox="878 517 1238 1198"> <thead> <tr> <th>Случай</th> <th>IQ (баллы)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>91</td></tr> <tr><td>2</td><td>92</td></tr> <tr><td>3</td><td>98</td></tr> <tr><td>4</td><td>111</td></tr> <tr><td>5</td><td>106</td></tr> <tr><td>6</td><td>103</td></tr> <tr><td>7</td><td>97</td></tr> <tr><td>8</td><td>108</td></tr> <tr><td>9</td><td>99</td></tr> <tr><td>10</td><td>101</td></tr> <tr><td>11</td><td>104</td></tr> <tr><td>12</td><td>103</td></tr> <tr><td>13</td><td>99</td></tr> <tr><td>14</td><td>101</td></tr> <tr><td>15</td><td>102</td></tr> </tbody> </table> <p>2. Ниже собраны данные о возрасте 40 преподавателей одной из школ. Построить распределение частот, используя 8 интервалов. Построить гистограмму. Найти выборочное среднее и выборочную дисперсию по сгруппированным данным.</p>	Случай	IQ (баллы)	1	91	2	92	3	98	4	111	5	106	6	103	7	97	8	108	9	99	10	101	11	104	12	103	13	99	14	101	15	102
Случай	IQ (баллы)																																	
1	91																																	
2	92																																	
3	98																																	
4	111																																	
5	106																																	
6	103																																	
7	97																																	
8	108																																	
9	99																																	
10	101																																	
11	104																																	
12	103																																	
13	99																																	
14	101																																	
15	102																																	

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства																																																				
		<p style="text-align: center;"><b>Данные о возрасте преподавателей школы</b></p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>37</td><td>41</td><td>41</td><td>47</td><td>62</td><td>27</td><td>44</td><td>43</td><td>40</td><td>58</td></tr> <tr><td>62</td><td>43</td><td>50</td><td>61</td><td>53</td><td>65</td><td>58</td><td>45</td><td>50</td><td>27</td></tr> <tr><td>36</td><td>65</td><td>43</td><td>41</td><td>30</td><td>42</td><td>29</td><td>32</td><td>48</td><td>31</td></tr> <tr><td>63</td><td>38</td><td>37</td><td>47</td><td>26</td><td>50</td><td>35</td><td>31</td><td>49</td><td>34</td></tr> </table> <p>3. Задано распределение вероятностей дискретной двумерной случайной величины:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>Y \ X</td> <td>2</td> <td>5</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>0,4</td> <td>0,15</td> <td>0,30</td> <td>0,35</td> </tr> <tr> <td>0,8</td> <td>0,05</td> <td>0,12</td> <td>0,03</td> </tr> </table> <p>Найти коэффициент корреляции.</p>	37	41	41	47	62	27	44	43	40	58	62	43	50	61	53	65	58	45	50	27	36	65	43	41	30	42	29	32	48	31	63	38	37	47	26	50	35	31	49	34	Y \ X	2	5	8	0,4	0,15	0,30	0,35	0,8	0,05	0,12	0,03
37	41	41	47	62	27	44	43	40	58																																													
62	43	50	61	53	65	58	45	50	27																																													
36	65	43	41	30	42	29	32	48	31																																													
63	38	37	47	26	50	35	31	49	34																																													
Y \ X	2	5	8																																																			
0,4	0,15	0,30	0,35																																																			
0,8	0,05	0,12	0,03																																																			
УК-1.3	При обработке информации отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок, формирует собственные мнения и суждения, аргументирует свои выводы и точку зрения	<p><b>Примерные вопросы на экзамене</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Какие способы задания множеств вы знаете?</li> <li>2. Дайте определение пересечения, объединения, разности множеств, дополнения множества. Каковы их свойства?</li> <li>3. Что такое декартово произведение множеств?</li> <li>4. Что такое бинарные отношения и каковы их свойства?</li> <li>5. Какие основные логические операции над высказываниями вы знаете? Приведите примеры.</li> <li>6. Что понимается под формулами алгебры высказываний? Приведите примеры.</li> <li>7. Перечислите и поясните основные законы алгебры логики.</li> <li>8. Что понимается под тавтологией и противоречием, равносильностью высказываний? Приведите примеры.</li> <li>9. Сформулируйте понятие случайной величины, закона распределения случайной величины.</li> <li>10. Что такое таблица распределения вероятностей, математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины?</li> <li>11. Охарактеризуйте метод статистики и его этапы.</li> </ol>																																																				

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		<p>12. Дайте классификацию статистических показателей. Что такое группировка статистических данных?</p> <p>13. Назовите абсолютные и относительные величины в статистике, их значение. Что такое средние величины в статистике?</p> <p>14. Что такое дисперсия и каковы ее свойства?</p>

**б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:**

Промежуточная аттестация по дисциплине включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и владений, проводится в форме экзамена. Экзамен по данной дисциплине проводится в устной форме по экзаменационным билетам, каждый из которых включает 1 теоретический вопрос и 1 практическое задание.

**Показатели и критерии оценивания экзамена и зачета с оценкой:**

– на оценку **«отлично»** – обучающийся демонстрирует высокий уровень сформированности компетенций, всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.

– на оценку **«хорошо»** – обучающийся демонстрирует средний уровень сформированности компетенций: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.

– на оценку **«удовлетворительно»** – обучающийся демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенций: в ходе контрольных мероприятий допускаются ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

– на оценку **«неудовлетворительно»** – обучающийся демонстрирует знания не более 20% теоретического материала, допускает существенные ошибки, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач или не может показать знания даже на уровне воспроизведения и объяснения информации.