



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И.  
Носова»



УТВЕРЖДАЮ  
Директор ИЕиС  
Ю.В. Сомова

02.02.2026 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

***МАТЕМАТИКА***

Направление подготовки (специальность)  
22.03.02 Metallurgy

Направленность (профиль/специализация) программы  
Информационные технологии в современных литейных процессах

Уровень высшего образования - бакалавриат

Форма обучения  
очная

Институт/ факультет	Институт естествознания и стандартизации
Кафедра	Прикладной математики и информатики
Курс	1, 2
Семестр	2, 3

Магнитогорск  
2026 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - бакалавриат по направлению подготовки 22.03.02 Metallurgy (приказ Минобрнауки России от 02.06.2020 г. № 702)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики  
13.01.2026, протокол № 5


Зав. кафедрой  Ю.А. Извеков


Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕиС  
02.02.2026 г. протокол № 4

Председатель  Ю.В. Сомова

Согласовано:  
Зав. кафедрой Литейных процессов и материаловедения

 Н.А. Феоктистов

Рабочая программа составлена:  
доцент кафедры ПМИИ, канд. техн. наук  И.В. Глаголева

Рецензент:  
зав. кафедрой Физики, канд. физ.-мат. наук  Д.М. Долгушин

## **1 Цели освоения дисциплины (модуля)**

Целью освоения дисциплины «Математика» является формирование компетенции, которая включает в себя:

- воспитание достаточно высокой математической культуры;
- привитие навыков современных видов математического мышления;
- привитие навыков использования математических методов и основ

математического моделирования в практической деятельности.

Воспитание у студентов математической культуры включает в себя ясное понимание необходимости математической составляющей в общей подготовке бакалавра, выработку представлений роли и месте математики в современной цивилизации и в мировой культуре, умение логически мыслить, оперировать с абстрактными объектами и быть корректным в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и качественных отношений.

Математическое образование бакалавров должно быть широким, общим, то есть достаточно фундаментальным.

Настоящая программа по математике отражает новые требования, предъявляемые к математическому образованию современных бакалавров. Ее характеризует прикладная направленность и ориентация на обучение студентов использованию математических методов при решении прикладных задач.

Общий курс математики является фундаментом математического образования бакалавра.

Задачи изучения дисциплины:

- развитие логического и алгоритмического мышления;
- овладение основными методами исследования и решения математических задач;
- овладение основными численными методами математики и их простейшими реализациями на ЭВМ;
- выработку умения самостоятельно расширять математические знания и проводить математический анализ прикладных (инженерных) задач.

## **2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы**

Дисциплина Математика входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Освоение данной дисциплины предполагает, что в результате изучения школьного курса математики обучающийся имеет сформированное представление о математике как универсальном языке науки, об идеях и методах математики, владеет математическими знаниями и умениями, соответствующими Федеральному компоненту государственного стандарта общего образования, имеет развитое логическое мышление, пространственное воображение, обладает высоким уровнем алгоритмической культуры.

Знания и умения, усвоенные в процессе изучения математики необходимы для освоения других дисциплин естественнонаучного и профессионального циклов.

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Физика

Соппротивление материалов

Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена

Начертательная геометрия и компьютерная графика

Физическая химия  
Материаловедение  
Подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы

**3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения**

В результате освоения дисциплины (модуля) «Математика» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1	Способен решать задачи профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные знания
ОПК-1.1	Использует естественнонаучные законы и принципы при решении практических задач
ОПК-1.2	Решает стандартные профессиональные задачи с применением общеинженерных знаний
ОПК-1.3	Применяет методы моделирования и математического анализа для решения задач теоретического и прикладного характера

#### 4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 10 зачетных единиц 360 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 131,1 акад. часов;
- аудиторная – 126 акад. часов;
- внеаудиторная – 5,1 акад. часов;
- самостоятельная работа – 211,2 акад. часов;
- в форме практической подготовки – 0 акад. час;
- подготовка к экзамену – 17,7 акад. час

Форма аттестации - зачет с оценкой, экзамен

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа студента	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код компетенции
		Лек.	лаб. зан.	практ. зан.				
1. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии								
1.1 Векторная алгебра: линейные и нелинейные операции над векторами и их свойства.	2	4		4	15	- подготовка к практическому занятию, - выполнение индивидуальных домашних заданий ИДЗ 1	- консультации по решению ИДЗ №1, - проверка решения АКР №1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
1.2 Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве		2		2		- выполнение АКР №2 «Векторная алгебра и аналитическая геометрия»	- консультации по решению ИДЗ №2, - проверка решения АКР №2	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
Итого по разделу		6		6	15			
2. Введение в математический анализ								
2.1 Предел и непрерывность функции одной переменной	2	6		6	5	- выполнение АКР №3 , ИДЗ 3	- консультации по решению ИДЗ №3, - проверка решения АКР №3	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
Итого по разделу		6		6	5			
3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной								
3.1 Определение производной функции в точке. Дифференциал, его геометрический смысл. Геометрический и механический смысл производной. Правила	2	4		4		- самостоятельная работа с литературой – конспект «Задачи, приводящие к	- консультации по решению ИДЗ №4, - проверка решения АКР №4, - проверка	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3

дифференцирования и таблица производных						понятию производной», - выполнение АКР № 4	конспекта	
3.2 Дифференцирование неявно и параметрически заданных функций. Логарифмическое дифференцирование	2	2		2		выполнение АКР №4	консультации по решению ИДЗ №4, - проверка решения АКР №4	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
Итого по разделу		6		6				
4. Интегральное исчисление функции одной переменной								
4.1 Первообразная функция. Неопределенный интеграл и его основные свойства. Таблица неопределенных интегралов.	2	2		2	10	выполнение АКР №5 «Неопределенны й и определенный интеграл»	- консулт. по реш. ИДЗ №5, - проверка решения АКР №5	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
4.2 Основные методы интегрирования		6		6	15	- выполнение АКР №5 «Неопределенны й и определенный интеграл»	- консулт. по реш. ИДЗ №5, - проверка решения АКР №5	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
4.3 Определенный интеграл. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Формула Ньютона- Лейбница. Свойства. Методы интегрирования		2		2	15	- выполнение АКР №5 «Неопределенны й и определенный интеграл. »	- консультации по решению ИДЗ №5, - проверка решения АКР №5	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
Итого по разделу		10		10	40			
5. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных								
5.1 Определение основных понятий. Предел и непрерывность ФНП. Основные свойства функций, непрерывных в замкнутой области.	2	2		2	15	- самостоятельное изучение литературы: написание конспекта «Свойства функций, непрерывных в замкнутой	проверка конспекта	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
5.2 Частные производные и производная по направлению. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Геометрический смысл дифференциала. Признак дифференцируемости.		4		4	15	выполнение АКР №6 «ФНП»	- консультирование по решению ИДЗ №6, - проверка решения АКР №6	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
5.3 Производная сложной функции. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Дифференцирование неявно заданных функций.		2		2	16,1	выполнение АКР №6 «ФНП»	- консультирование по решению ИДЗ №6, - проверка решения АКР №6	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3

Итого по разделу	8		8	46,1			
Итого за семестр	36		36	106,1		зао	
6. Обыкновенные дифференциальные уравнения							
6.1 Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Геометрический смысл дифференциального уравнения первого порядка. Методы решения дифференциальных уравнений первого порядка.	3	2	6	20	выполнение АКР №7	- консультирование по решению ИДЗ №7, - проверка решения АКР №7	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
6.2 ДУ высших порядков, сводящиеся к первому порядку		2	4	20,1	- составление конспекта «ДУ высших порядков, сводящиеся к первому», - выполнение АКР №7	- консультирование по решению ИДЗ №7, - проверка конспекта	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
Итого по разделу	4		10	40,1			
7. Элементы теории вероятностей и математической статистики							
7.1 Дискретные и непрерывные случайные величины. Ряд и функция распределения и плотность. Математическое ожидание и дисперсия, начальные и центральные моменты.	3	2	6	13	- выполнение АКР №8 «Теория вероятностей.»	- консультирование по решению ИДЗ №8, - проверка решения АКР №8	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
7.2 Известные распределения и их числовые характеристики. Нормальное распределение.			2	10	- выполнение КР №8 «Теория вероятностей.»	- консультирование по решению ИДЗ №8, - проверка решения АКР №8	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
7.3 Основные понятия, генеральная совокупность и выборка. Статистические оценки параметров распределения. Точечные и интервальные оценки.		4	8	20,1	- выполнение ИДЗ «Математическая статистика»	- консультирование по решению ИДЗ №9	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
7.4 Критическая область, уровень значимости, мощность критерия. Критерий согласия Пирсона для гипотезы о нормальном распределении		8	10	21,9	- выполнение ИДЗ «Математическая статистика»	- консультирование по решению ИДЗ №9	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
Итого по разделу	14		26	65			
Итого за семестр	18		36	105,1		экзамен	

Итого по дисциплине	54		72	211,2		зачет с оценкой, экзамен	
---------------------	----	--	----	-------	--	-----------------------------	--

## 5 Образовательные технологии

Реализация компетентного подхода предусматривает использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся. Согласно п. 34 Порядка организации и осуществления деятельности по образовательным программам бакалавриата высшего образования (утв. приказом МОиН РФ от 05.04.2017 г. № 301), при проведении учебных занятий обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств, в том числе с учетом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей.

Выбирая ту или иную технологию работы с обучающимися, необходимо иметь в виду, что наибольшего эффекта от ее применения можно достичь, если учитывать цели образования, на реализацию которых должна быть направлена избираемая технология, содержание, которое предстоит передать обучающимся с ее помощью, а также условия, в которых она будет использоваться.

В нашей работе мы используем следующее.

1. Традиционные образовательные технологии. Организация образовательного процесса, предполагает прямую трансляцию знаний от преподавателя к студенту (преимущественно на основе объяснительно-иллюстративных методов обучения). Учебная деятельность студента носит в таких условиях, как правило, репродуктивный характер.

Формы учебных занятий:

- информационная лекция – последовательное изложение материала в дисциплинарной логике, осуществляемое преимущественно вербальными средствами.

- практическое занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по предложенному алгоритму.

2. Технологии проектного обучения. Образовательный процесс построен в соответствии с алгоритмом поэтапного решения проблемной задачи или выполнения учебного задания. Проект предполагает совместную учебно-познавательную деятельность группы студентов, направленную на выработку концепции, установление целей и задач, формулировку ожидаемых результатов, определение принципов и методик решения поставленных задач, планирование хода работы, поиск доступных и оптимальных ресурсов, поэтапную реализацию плана работы, презентацию результатов работы, их осмысление и рефлексию. Применяется в основном для перехода компетенции на уровень владения.

Основные типы применяемых нами в образовательной деятельности проектов:

Исследовательский проект – структура приближена к формату научного исследования (доказательство актуальности темы, определение научной проблемы, предмета и объекта исследования, целей и задач, методов, источников, выдвижение гипотезы, обобщение результатов, выводы, обозначение новых проблем). Результатом является учебная карта по модулю нашей образовательной программы.

Творческий проект, предполагающий в отличие от предыдущего, конечный продукт в следующих вариантах – газета к исторически значимому «математическому» событию (праздник числа «Пи» и т.п.); «математическая» открытка (своего рода учебная карта, только неформально, красочно оформленная; видеоролик «Я научу вас решать ...» и т.п.

Информационный проект – учебно-познавательная деятельность с ярко выраженной эвристической направленностью (поиск, отбор и систематизация информации о каком-то объекте, ознакомление участников проекта с этой информацией, ее анализ и обобщение и, наконец, презентация по практическому приложению).

4. Информационно-коммуникационные образовательные технологии. Организация образовательного процесса с применением специализированных программных сред и технических средств работы с информацией (информационную среду университета МООДУС MOODLE).

## **6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Представлено в приложении 1.

## **7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации**

Представлены в приложении 2.

## **8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **а) Основная литература:**

1. Шипачев, В. С. Высшая математика: учебник / В. С. Шипачев. — Москва : ИНФРА-М, 2024. — 479 с. — (Высшее образование). — DOI 10.12737/5394. - ISBN 978-5-16-010072-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2085943> (дата обращения: 05.03.2026). – Режим доступа: по подписке.

2. Математика : учебное пособие / Ю. М. Данилов, Л. Н. Журбенко, Г. А. Никонова [и др.] ; под ред. Л. Н. Журбенко, Г. А. Никоновой. — Москва : ИНФРА-М, 2022. — 496 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-010118-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/1818645> (дата обращения: 05.03.2026). – Режим доступа: по подписке.

### **б) Дополнительная литература:**

1. Математика в примерах и задачах: учебное пособие / О.М. Дегтярева, Л.Н. Журбенко, Г.А. Никонова [и др.]. — Москва: ИНФРА-М, 2021. — 372 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-011256-5. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/1588756> (дата обращения: 05.03.2026). – Режим доступа: по подписке.

2. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа. Часть 1: учебник для вузов / Г. М. Фихтенгольц. — 18-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2026. — 448 с. — ISBN 978-5-507-55976-3. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/512293> (дата обращения: 05.03.2026). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа. Часть 2: учебник для вузов / Г. М. Фихтенгольц. — 16-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2025. — 464 с. — ISBN 978-5-507-50836-5. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/473315> (дата обращения: 05.03.2026). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

4. Шипачев, В. С. Задачник по высшей математике: учебное пособие / В. С. Шипачев. — 10-е изд., стер. — Москва: ИНФРА-М, 2024. — 304 с. — (Высшее образование). - ISBN 978-5-16-010071-5. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2124772> (дата обращения: 05.03.2026). – Режим доступа: по подписке.

### **в) Методические указания:**

1. Абрамова, И.М. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии: Методические указания для студентов I курса всех специальностей. – МГТУ, 2008. – 16 с.

2. Акманова, З.С. Неопределенный интеграл: Тетрадь-конспект – МГТУ, 2008.

– 23 с.

3. Вахрушева, И.А. Кривые и поверхности 2 порядка. Полярная система координат. Практикум – Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2009. – 19 с.

4. Горячева, Н.А. Теория функций комплексного переменного: Методические указания и варианты индивидуальных заданий для студентов всех специальностей — Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2011. – 28 с.

5. Грачева, Л.А. Определенный интеграл: методические указания для студентов – Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010 – 12 с.

6. Грачева, Л.А. Элементы линейной алгебры, векторной алгебры и аналитической геометрии: Учебное пособие. - Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010 – 63 с.

7. Гугина Е.М. Лабораторный практикум по статистике с применением EXCEL: Метод. указ. для лабораторных работ по математической статистике.- Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2009 – 40 с.

8. Изосов А.В. Гармонический анализ: Методические указания и варианты заданий для самостоятельной работы и контроля знаний студентов. – МГТУ, 2009. – 24 с.

9. Максименко, И.А. События и вероятность. Часть 2: Метод. указ. - Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010. – 25 с.

10. Маяченко, Е.П. Производная и дифференциал функции. Практикум.- Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010. – 38 с.

11. Маяченко Е.П. Исследование функций и построение графиков. Практикум. – Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2011. – 20 с.

12. Савушкина Н.Ф. Комбинаторика. Событие и вероятность. Часть I: Комбинаторика. Алгебра событий: Метод. указания по дисциплине «Математика» для студентов I курса всех специальностей. – МГТУ, 2007. – 17 с.

#### г) Электронные ресурсы:

1. Акманова З. С. Линейная алгебра: матрицы, определители, СЛАУ: учебное пособие / З. С. Акманова; МГТУ. - Магнитогорск: МГТУ, 2016. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - URL: <https://host.megaprolib.net/MP0109/Download/ToView/20314?idb=db0109> (дата обращения: 05.03.2026). - Текст: электронный.
2. Акманова З. С. Векторная алгебра: учебное пособие / З. С. Акманова; МГТУ. - Магнитогорск: МГТУ, 2016. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - URL: <https://host.megaprolib.net/MP0109/Download/ToView/20313?idb=db0109> (дата обращения: 05.03.2026). - Текст: электронный.
3. Акманова З. С. Аналитическая геометрия: учебное пособие / З. С. Акманова; МГТУ. - Магнитогорск: МГТУ, 2016. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - URL: <https://host.megaprolib.net/MP0109/Download/ToView/20312?idb=db0109> (дата обращения: 05.03.2026). - Текст: электронный.
4. Акманова З. С. Неопределенный интеграл: от теории к практике: учебное пособие / З. С. Акманова; МГТУ. - Магнитогорск: МГТУ, 2015. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - URL: <https://host.megaprolib.net/MP0109/Download/MObject/325> (дата обращения: 05.03.2026). - Текст: электронный.
5. Анисимов А. Л. Дифференциальное исчисление функции одной переменной: учебное пособие / А. Л. Анисимов, Л. А. Грачева, Е. М. Гугина; А. Л. Анисимов, Л. А. Грачева, Е. М. Гугина; МГТУ. - Магнитогорск: МГТУ, 2018. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - URL: <https://host.megaprolib.net/MP0109/Download/MObject/2242> (дата обращения: 05.03.2026). - Текст: электронный.
6. Анисимов А. Л. Матрицы. Определители. Системы линейных алгебраических уравнений: учебное пособие / А. Л. Анисимов, Т. А. Бондаренко, Г. А. Каменева; МГТУ. - Магнитогорск: МГТУ, 2017. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - URL: <https://host.megaprolib.net/MP0109/Download/MObject/1898> (дата обращения: 05.03.2026). - ISBN 978-5-9967-1000-3. - Текст: электронный.
7. Вахрушева И. А. Сборник прикладных задач по высшей математике. Часть 2: практикум / И. А. Вахрушева; Магнитогорский гос. технический ун-т им. Г. И. Носова. - Магнитогорск: МГТУ им. Г. И. Носова, 2022. - 1 CD-ROM. - Загл. с титул. экрана. - URL: <https://host.megaprolib.net/MP0109/Download/MObject/3188> (дата обращения: 05.03.2026). - ISBN 978-5-9967-2369-0. - Текст: электронный.
8. Вахрушева И. А. Функции нескольких переменных: учебное пособие / И. А. Вахрушева, И. А. Максименко; И. А. Вахрушева, И. А. Максименко; МГТУ. - Магнитогорск: МГТУ, 2017. - 63 с. - URL: <https://host.megaprolib.net/MP0109/Download/MObject/2052> (дата обращения: 05.03.2026). - Текст: непосредственный.

#### г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

### Программное обеспечение

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
7Zip	свободно	бессрочно
Браузер Yandex	свободно	бессрочно
Браузер Mozilla Firefox	свободно распространяемое ПО	бессрочно
FAR Manager	свободно	бессрочно

### Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Название курса	Ссылка
Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного	URL: <a href="https://elibrary.ru/project_risc.asp">https://elibrary.ru/project_risc.asp</a>
Электронная база периодических изданий ООО	<a href="https://eivis.ru/">https://eivis.ru/</a>
Федеральное государственное бюджетное учреждение «Федеральный институт промышленной собственности»	URL: <a href="http://www1.fips.ru/">http://www1.fips.ru/</a>
Российская Государственная библиотека. Каталоги	<a href="https://www.rsl.ru/ru/4readers/catalogues/">https://www.rsl.ru/ru/4readers/catalogues/</a>
Электронные ресурсы библиотеки МГТУ им. Г.И.	<a href="https://host.megaprolib.net/MP0109/Web">https://host.megaprolib.net/MP0109/Web</a>

### 9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа Доска, мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации

Учебные аудитории для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации Доска, мультимедийный проектор, экран

Комплекс методических разработок (раздаточного материала и методических указаний) и/или комплекс тестовых заданий для подготовки и проведения промежуточных и рубежных контролей

Помещения для самостоятельной работы учащихся Персональные компьютеры с пакетом LibreOffice, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета

Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования Шкафы для хранения учебно-методической документации, учебного оборудования и учебно-наглядных пособий

**6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости по итогам освоения дисциплины: типовой расчет (работа предполагает защиту), контрольная работа (аудиторная или внеаудиторная, возможно применение Интернет-тренажеров), индивидуальное домашнее задание. Промежуточная аттестация проводится в форме семестрового экзамена.

Оценочные средства текущего контроля успеваемости по разделам, порядок выполнения, трудоемкость самостоятельной работы по подготовке к контролю приводятся ниже.

**Примерные аудиторные контрольные работы (АКР):**

**АКР №1 «Векторы»**

1. Постройте на плоскости векторы  $\vec{a} = (4; -1)$ ,  $\vec{b} = (-2; 5)$ ,  $\vec{c} = (1; 2)$ . Найдите их линейную комбинацию  $2\vec{a} + \vec{b} + 3\vec{c}$  а) геометрически, б) аналитически.
2.  $\vec{a} = (2; 1; -3)$ ,  $\vec{b} = (-4; 0; 2)$ ,  $\vec{c} = (1; 1; -2)$ . Найдите:
  - а) длину вектора  $\vec{a}$ , его направляющие косинусы, орт вектора  $\vec{a}$ ;
  - б)  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{c}$ ,  $\vec{b} \cdot \vec{c}$ ,  $(\vec{a} + 2\vec{c}) \cdot (3\vec{a} - 5\vec{b})$ ;
  - в)  $\vec{a} \times \vec{b}$ ,  $\vec{a} \times \vec{c}$ ,  $\vec{b} \times \vec{c}$ ,  $(\vec{a} + 2\vec{c}) \times (3\vec{a} - 5\vec{b})$ ;
  - г)  $\vec{a} \vec{b} \vec{c}$ ,  $(\vec{a} + 2\vec{c})(3\vec{a} - 5\vec{b})(\vec{c} - 2\vec{b})$ .
3.  $\vec{a} = (1; 4; -3)$ ,  $\vec{b} = (3; -2; 5)$ ,  $\vec{c} = (3; -4; 2)$ . Найдите площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a} + 2\vec{b}$  и  $\vec{c} - 3\vec{b}$ , и длины его сторон.
4. Проверьте, являются ли векторы  $\vec{a} = (1; 1; 3)$ ,  $\vec{b} = (3; 0; -2)$ ,  $\vec{c} = (-1; 1; 3)$  компланарными.
5. Найдите  $(3\vec{a} + \vec{b})(\vec{c} - 2\vec{a})(\vec{b} - 5\vec{c})$ , если  $\vec{a} \vec{b} \vec{c} = 5$ .

**АКР №2 «Аналитическая геометрия»**

1. Даны координаты вершин  $A(3; 0)$ ;  $B(-5; 6)$ ;  $C(-4; 1)$  треугольника. Найдите:
  - 1) длину стороны  $AB$ ;
  - 2) уравнение высоты, проведенной через вершину  $C$ .
2. Даны координаты вершин пирамиды  $A_1 A_2 A_3 A_4$ . Найти:
  - 1) уравнение прямой  $A_1 A_2$ ;
  - 2) уравнение плоскости  $A_1 A_2 A_3$ ;
  - 3) длину высоты, опущенной из вершины  $A_4$  на грань  $A_1 A_2 A_3$ .
3. Привести уравнение кривой  $x^2 - 2x + 3y^2 + 12y - 5 = 0$  к каноническому виду и построить ее.

### АКР №3 «Пределы»

Вычислить пределы:

1.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - x - 6}$

2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(x-7)(x-3)(x-4)}{5x^4 - x^2 + 11}$

3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3}{2x^2 - 1} - \frac{x^2}{2x + 1} \right)$

4.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\operatorname{tg} \pi x}{(x+2)}$

5.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 4x)^{\frac{1}{3x} + 7}$

6.  $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} 5x$

7.  $\lim_{x \rightarrow 1-0} 3^{\frac{1}{x-1}}$

8. Исследовать на непрерывность

$$f(x) = \begin{cases} x-3 & \text{если } x < 0 \\ 5^x & \text{если } x \geq 0 \end{cases}$$

### АКР №4 «Производная»

1. Найдите первую производную от функций:

а)  $\begin{cases} x = \sqrt{1-25t^2}, \\ y = \arccos 5t + \pi, \end{cases}$  б)  $y = x \cdot \cos 3x$ , в)  $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 2x + 1} - 5 \cdot \log_2 x + 3$

г)  $y = 5^{x^3 + \sqrt{x}} - 2 \operatorname{arctg}(4x^2 + 3x)$ .

2. Составьте уравнения касательной к кривой  $xy = 4$  в точке  $x_0 = 1$ .

3. Вычислите приближенно  $y = \sqrt{x^2 + 8}$  при  $x = 1,09$ .

4. Вычислите предел по правилу Лопиталя  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - 1}{(e^{4x} - 1)^2}$ .

### АКР №5 «Неопределенный интеграл»

. Найти неопределённые интегралы:

а)  $\int \frac{x^2 + 5x - \sqrt{x} + 2}{x^2} dx$ , б)  $\int \sin(3x+1) dx$ , в)  $\int \sin x e^{\cos x} dx$ , г)  $\int \frac{5x-2}{x^2+4x+5} dx$ ,

д)  $\int \frac{3x-4}{\sqrt{x^2-6x+13}} dx$ , е)  $\int x \sin(2x) dx$ , ж)  $\int x \arcsin x dx$ , з)  $\int \frac{x-1}{x^3+1} dx$ , и)  $\int \frac{x-3}{(x^2-4)^2} dx$ .

### АКР №6 «ФНП: дифференцирование»

1. Найти и построить область определения функции  $z = \frac{\ln(x^2 y)}{\sqrt{y-x}}$ .

2. Найти частные производные функции  $z = x \cdot \operatorname{arctg} \frac{y}{1+x^2}$ .
3. Найти производную сложной функции  $z = x^2 y - y^2 x$ , где  $x = u \cos v$ ;  $y = u \sin v$ .
4. Найти производные  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{\partial z}{\partial y}$  неявной функции  $e^z - x^2 y \sin xyz = 0$ .
5. Найти экстремум функции двух переменных  $z = 4(x-y) - x^2 - y^2$ .

**АКР №7 «Обыкновенные дифференциальные уравнения»**

1. Найти общий интеграл или общее решение дифференциального уравнения первого порядка (в примере б) решить задачу Коши):

а)  $20x dx - 3y dy = 3x^2 y dy - 5xy^2 dx$ ,

б)  $\begin{cases} y' - y \cos x = \sin 2x \\ y(0) = -1 \end{cases}$ .

2. Найти общее решение дифференциального уравнения:

а)  $y''' + 2y'' - 3y' = (8x + 6)e^x$ ,

б)  $y'' - 4y' + 4y = e^{2x}(\cos x + 3\sin x)$ .

**Примерные индивидуальные домашние задания (ИДЗ):**

**ИДЗ №1 «Векторная алгебра»**

**Задание 1.** Коллинеарны ли векторы  $c$  и  $d$ , построенные по векторам  $a$  и  $b$ ?

$$\bar{a} = \{1; -2; 3\}, \bar{b} = \{3; 0; -1\}, \bar{c} = 2\bar{a} + 4\bar{b}, \bar{d} = 3\bar{b} - \bar{a}.$$

**Задание 2.** Написать разложение вектора  $x$  по векторам  $p, q, r$ .

$$x = \{-2; 4; 7\}, p = \{0; 1; 2\}, q = \{1; 0; 1\}, r = \{-1; 2; 4\}.$$

**Задание 3.** Даны векторы  $\bar{a}_1$  и  $\bar{a}_2$ ,  $\bar{a}_1 = \{4; -2; -4\}$ ,  $\bar{a}_2 = \{6; -3; 2\}$ . Вычислить:

- а)  $\bar{a}_1 \cdot \bar{a}_2$
- б)  $(2\bar{a}_1 - 3\bar{a}_2) \cdot (\bar{a}_1 + 2\bar{a}_2)$
- в)  $(\bar{a}_1 - \bar{a}_2)^2$

**Задание 4.** В треугольнике  $ABC$ ,  $BD$  – высота,  $AM$  – медиана,  $CK$  – биссектриса. Найти:

- а) длину стороны  $AB$ , медианы  $AM$ , биссектрисы  $CK$ ;
- б) углы треугольника,

если  $A(2, 4)$ ,  $B(-1, 1)$ ,  $C(-3, 2)$ .

**Задание 5.** Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $a$  и  $b$ .

$$\bar{a} = \bar{p} + 2\bar{q}, \quad \bar{b} = 3\bar{p} - \bar{q}, \quad |\bar{p}| = 1, \quad |\bar{q}| = 2, \quad \left(\widehat{pq}\right) = \frac{\pi}{6}.$$

**Задание 6.** Компланарны ли векторы  $a$ ,  $b$ , и  $c$ ?

$$\bar{a} = \{2; 3; 1\}, \quad \bar{b} = \{-1; 0; -1\}, \quad \bar{c} = \{2; 2; 2\}.$$

**Задание 7.** Построить пирамиду с вершинами  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  и вычислить её объем, площадь грани  $ABC$  и высоту пирамиды, опущенную на эту грань.

$$A(1, 3, 6), \quad B(2, 2, 1), \quad C(-1, 0, 1), \quad D(-4, 6, -3).$$

**Задание 8.** Вычислить какую работу производит сила  $F = i + 2j + k$  когда её точка приложения перемещается из точки  $A(-1; 2; 0)$  в точку  $B(2; 1; 3)$ .

**Задание 9.** Сила  $f(3; 2; -4)$  приложена к точке  $A(2; -1; 1)$ . Определить момент этой силы относительно начала координат.

### **ИДЗ №2 «Аналитическая геометрия»**

1. В какой точке прямая, проходящая через точки  $A(3, -2)$  и  $B(-1, 2)$ , пересекает ось  $Oy$ .
2. Найти расстояние между прямыми  $4x - 3y - 7 = 0$  и  $4x - 3y + 3 = 0$ .
3. Написать канонические и параметрические уравнения прямой, проходящей через точки  $M(2, 1, -1)$  и  $K(3, 3, -1)$ .
4. Провести прямую через точку  $A(2, 0, -1)$  перпендикулярно плоскости  $3x + 4y - z + 4 = 0$ .
5. Провести плоскость через точку  $A(2, 0, -1)$  параллельно плоскости  $3x + 4y - z + 4 = 0$ .
6. Провести плоскость через точки  $A(1, 0, 2)$ ,  $B(-1, 2, 0)$ ,  $C(3, 3, 2)$ .
7. Доказать, что прямые взаимно перпендикулярны:

$$\frac{x}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{3} \quad \text{и} \quad \begin{cases} 3x + y - 5z + 1 = 0, \\ 2x + 3y - 8z + 3 = 0. \end{cases}$$

8. Доказать, что прямые параллельны:

$$\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x + y - z = 0 \\ x - y - 5z - 8 = 0 \end{cases}.$$

9. Найти угол между прямой, проходящей через точку  $A(-1, 0, -5)$  и точку  $B(1, 2, 0)$ , и плоскостью  $x - 3y + z + 5 = 0$ .

10. Определить тип и построить линию:

а)  $x^2 - 9y^2 + 2x + 18y + 73 = 0$ ;

б)  $2x^2 + 3y^2 - 4x + 6y - 7 = 0$ ;

в)  $y^2 - 4x - 2y - 3 = 0$ .

### **ИДЗ №3 «Предел. Непрерывность»**

1. Найти пределы функций:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x^2 + 5}{3x^3 - x + 1}; \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 - x - 2}; \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{\sqrt{x-2} - 1}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{2x \cdot \operatorname{tg} x};$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot (\sqrt{x^2 + 1} - x); \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-1}{2x+1} \right)^x; \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1-4x)^{\frac{1}{3x}+7}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{e^{3x} - 1}.$$

2. Исследовать на непрерывность, найти точки разрыва, сделать чертеж:

$$y = 4^{\frac{1}{3-x}}; \quad y = \begin{cases} x+4, & x < -1, \\ x^2 + 2, & -1 \leq x < 1, \\ 2x, & x \geq 1. \end{cases}$$

### **ИДЗ №4 «Производная»**

#### **Нахождение производной**

1. Найти производные и дифференциалы первого порядка

$$1) y = \frac{7 \cos x}{5x + 1},$$

$$2) y = (2 + 5x)^4 - 3 \cos 7x,$$

$$3) y = \frac{7}{3} - 4x \cdot \arcsin x,$$

$$4) y = (\cos x)^{\operatorname{tg} x}.$$

2. Найти производную функции, заданной неявно

$$e^y - 5xe^x - 2xy + 11 = 0.$$

3. Найти производную функции, заданной параметрически

$$\begin{cases} x = 3 \cos t - 5, \\ y = 4t^3 + 5. \end{cases}$$

4. Найти производные первого порядка функции

$$y = x^2 e^{2x}.$$

#### **Производная высших порядков. Приложения производной**

$$1. \text{ Найдите } \frac{dy}{dx} \text{ и } \frac{d^2y}{dx^2} \text{ функций: а) } \begin{cases} x = 3t - t^3, \\ y = 3t^2; \end{cases} \quad \text{б) } y = 5^{\sqrt{x}}.$$

2. а) Напишите уравнение касательной к параболе  $y = x^2 - 4x + 2$  в точке с абсциссой  $x_0 = 0$ . Постройте график и касательную.

б) Напишите уравнение касательной к кривой  $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 164 = 0$  в ее точке с координатами (7; 11). Постройте кривую и ее касательную.

3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке

$$f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 18x + 7 \quad x \in [-2; 2].$$

4. Вычислите пределы, используя правило Лопиталя:

а)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - 8x^2 + 13x - 10}{x^3 - 2x^2 + 3x - 6}$ ;

б)  $\lim_{x \rightarrow +0} x \cdot \ln(e^x - 1)$ .

5. Зависимость пути от времени при прямолинейном движении точки задается уравнением  $s = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 - 3$ , где  $s$  — путь в м, а  $t$  — время в с. Вычислите ее скорость и ускорение в момент времени  $t = 4$  с.

### **Применение производной для исследования функций**

1. Постройте график функции с помощью производной первого порядка  $y = -x^3 - 3x^2 + 9x + 11$ .
2. Найдите промежутки выпуклости, вогнутости и точки перегиба функции  $y = 2x - 3\sqrt[3]{x^2}$ .
3. Найдите асимптоты и постройте схематично график функции  $y = \frac{x^3}{(x+1)^2}$ .
4. Проведите полное исследование функции и постройте график  $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$ .
5. Проведите полное исследование функции и постройте график  $y = \frac{\ln x}{x}$ .

### **ИДЗ №5 «Неопределенный интеграл. Определенный интеграл и его приложения»**

1. Найти неопределенные интегралы

1.  $\int \left( \frac{1}{3\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}}{5} + 1 \right) dx$

2.  $\int \left( \frac{2}{3+x^2} - \frac{1}{2\sqrt{x^2-3}} \right) dx$

3.  $\int \left( \frac{3}{\sqrt{2-7x}} - \frac{4}{\sin\left(\frac{2x}{5}-1\right)} \right) dx$

4.  $\int \frac{\operatorname{ctg}^3 x - 6}{\sin^2 x} dx$

5.  $\int x(3x^2+1)^4 dx$

6.  $\int \frac{2x-1}{x^2+2x+10} dx$

7.  $\int \sqrt{1-e^x} e^x dx$

8.  $\int \frac{4x+3}{(x-2)^3} dx,$

9.  $\int x e^{-3} dx,$

10.  $\int \frac{dx}{x(x^2+1)},$

11.  $\int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + 2\sqrt[4]{x}},$

12.  $\int \frac{dx}{\cos x \sin^3 x},$

13.  $\int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+2x-1}}.$

2. Вычислить определенные интегралы

1.  $\int_1^2 (x^2 + \frac{1}{x^4}) dx.$  2.  $\int_2^\pi \ln \sin x dx$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

1)  $3x - y = 4, y^2 = 6x$

2)  $r = \cos 2\varphi, 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{6}$

3)  $\begin{cases} x = 2 \cos t, \\ y = 6 \sin t; \end{cases} \quad y = 3(y \geq 3).$

4. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением

1)  $y = \ln x, \quad \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{15}.$

2)  $\rho = 3e^{3\varphi/4}, \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$

3)  $\begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ x = e^t (\cos t - \sin t), \end{cases} \quad \pi/2 \leq t \leq \pi.$

5. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Оу фигуры, ограниченной графиками функций  $x = 3 - y^2, x = y^2 + 1$

**ИДЗ №6 «ФНП: частные производные, экстремум»**

1. Найти область определения функции  $z = \frac{\ln(1-x^2-y^2)}{1-\sqrt{y}}.$

2. Найти значения частных производных функций в заданной точке:

А)  $z = x^{\frac{1}{y}} \quad (1;1)$

Б)  $z = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \quad (1;1).$

3. Найти  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ , если  $u = xy + \sin(x+y).$

4. Вычислить приближенно  $\sqrt{5 \cdot e^{0,02} + 2,03^2}.$

5. Найти экстремумы функции  $z = x^2 + 2y^2 - 4x - 6y + 2$ .

6. Найти производную функции  $z = \frac{\ln x}{y} - \frac{\ln y}{x}$  в направлении вектора  $(1;1)$ .

7. Найти экстремальное значение функции  $z = 2x + y - y^2 - x^2$  при условии  $x + 2y = 1$ .

8. Найти наибольшее значение функции:

$$\text{А) } z = x - 2y + 5 \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 1; \end{cases} \quad \text{Б) } z = \ln(x^2 + y^2)$$

$$\begin{cases} x + 2y \leq 1 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0. \end{cases}$$

### ***ИДЗ №7 «Обыкновенные дифференциальные уравнения»***

1. Найти общий интеграл или общее решение дифференциального уравнения первого порядка (в примере 3) решить задачу Коши):

1)  $\sqrt{4-x^2} y' + xy^2 + x = 0$ ,    2)  $y' = \frac{x^2 + 2xy - 5y^2}{2x^2 - 6xy}$ ,

3)  $\begin{cases} xy' + y = xy^2 \\ y(1) = 1 \end{cases}$ ,    4)  $\frac{y}{x^2} dx - \frac{xy+1}{x} dy = 0$ .

2. Найти общее решение дифференциального уравнения:

1)  $y'''x \ln x = y''$ , 2)  $(1+x^2)y'' + 2xy' = 12x^2$ .

3. Найти решение задачи Коши:  $\begin{cases} y'' = 2 \sin^3 y \cos y \\ y(1) = \frac{\pi}{2}, y'(1) = 1 \end{cases}$ .

4. Найти общее решение дифференциального уравнения (в примере д) решить задачу Коши):

- 1)  $y'' - 2y' + y = xe^x$ , 2)  $y'' + 4y' + 5y = x^2$   
 3)  $y''' - 4y'' + 5y' = 6x^2 + 2x - 5$ , 4)  $y''' + 2y'' - 3y' = (8x + 6)e^x$ ,  
 5)  $y'' - 4y' + 4y = e^{2x}(\cos x + 3\sin x)$ , 6)  $y''' - 64y' = 128\cos 8x - 64e^{8x}$ ,  
 7) 
$$\begin{cases} y'' + y = 1/\sin x \\ y(\pi/2) = 1, y'(\pi/2) = \pi/2 \end{cases}$$

5. Решите систему ДУ первого порядка двумя способами - подстановки и методом Эйлера

$$\begin{cases} y' = 2x - 5y + e^t \\ x' = y - 6x + e^{-2t} \end{cases}$$

### ИДЗ №8 «Теория вероятностей»

1. Производится 5 выстрелов по резервуару с горючим, причем резервуар после первого попадания в него воспламеняется, а после второго попадания в него – взрывается. Вероятность попадания в резервуар при каждом выстреле равна 0,3. Найти вероятность того, что резервуар будет подожжен, но не взорвется.
2. В семье трое детей: 2 мальчика и девочка. Дети играют на кухне. Вероятность того, что мальчики разобьют посуду соответственно равна 0,7 и 0,8, а для девочки – 0,4. Найти вероятность того, что посуда будет разбита.
3. Саша попадает в мишень при одном выстреле с вероятностью 0,8, Маша – с вероятностью 0,7, а Паша – с вероятностью 0,75. Саша выстрелил 2 раза, Маша – 3 раза, Паша – 1 раз, после чего в мишени было обнаружено одно отверстие. Какова вероятность того, что в мишень попала Маша?
4. Разрыв связи происходит в одном из звеньев телефонного кабеля. Монтер последовательно проверяет звенья, обнаруживая место разрыва. Составить ряд распределения числа обследованных звеньев, если вероятность разрыва для каждого звена постоянна и равна  $p$ .
5. Задан ряд распределения дискретной случайной величины  $X$ .

X	1	2	3	4	5	6
P	0,03	0,15	0,20	0,35	0,15	?

Построить многоугольник распределения. Определить функцию распределения и построить её график. Вычислить математическое ожидание  $m_x$ , дисперсию  $D[X]$ , среднее квадратическое отклонение  $\sigma_x$  и вероятность  $P(m_x - \sigma_x \leq X \leq m_x + \sigma_x)$ .

6. Задана функция распределения случайной величины  $X$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 3, \\ \frac{1}{4}(-x^3 + 12x^2 - 45x + 54), & 3 \leq x \leq 5, \\ 1, & x > 5. \end{cases}$$

Найти плотность распределения. Построить графики функции и плотности распределения. Вычислить математическое ожидание, дисперсию и вероятность  $P(X \in (0, 4))$ .

7. В таблице приведён закон распределения вероятностей системы случайных величин  $(X, Y)$

X \ Y	- 2	- 1	0	1	2
1	0,01	0,03	0,04	0,14	0,08
2	0,07	0,06	0,04	0,10	0,05
3	0,05	0,03	0,16	0,06	a

Найти: коэффициент «а»; математические ожидания  $m_x, m_y$ ; дисперсии  $\sigma_x^2, \sigma_y^2$ ; коэффициент корреляции  $r_{xy}$ .

**ИДЗ №9 «Первичная обработка результатов эксперимента»**

Дан статистический ряд (исходные значения величин)

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
38,4	18,7	40,7	24	30,3	18	27,3	25,1	22	21
40,2	11,7	50,8	9	28,4	15,7	38	20,6	32	28,6
24,1	20,9	38,2	22,8	47,6	11,3	52,8	15,2	19,5	19,7
32,5	22,4	36	19,8	30,3	21,3	48	24,5	46	20,3
25	29,5	35,7	15,3	30,5	27,8	26	28,7	27,8	15,5
38,1	19,6	34,3	20,7	48,7	11,5	32,5	28	35,2	30,7
16,8	32,2	43,8	13	16,8	18,3	57,1	2,9	41,6	18,2
28,8	29,7	35,5	24	23,9	20,2	40	23,8	42,5	15,3
47,1	14,7	45,9	24	54,3	14,2	50,7	15,9	32,9	22,5

50,1	15,9	29,3	21,9	60,8	27,2	58,6	9,3	35,6	22,7
30,2	25	54,2	14,2	21,4	19,8	40,1	17,4	47	17,3
36,9	23,2	59,8	6,1	38,4	23	34,4	23,4	31,4	30,2
36,6	7,9	32,2	22,3	46,8	20,5	53,7	12,4	28,2	30
38	15,4	52	6,1	23,8	18,3	42,1	28,5	33,7	19,8
55	11	31,2	24,2	37,9	32,6	43	20,2	27,6	18,5
16,2	25,2	51,2	14,2	30,6	21,5	23,5	14,6	36,8	10,7
49,7	15,9	32,2	20,4	37	24,5	32,9	25,8	45,5	14,8
49,7	19,5	30,9	20,7	57,6	20,3	54	14,4	18,6	15,3
42,3	19,7	41,5	10,8	41,9	14,6	42,3	23,5	25,8	27,4
35,7	11,9	41,2	9,8	34,1	26,3	58,8	9,2	39,2	17,5

Найти выражение двумерного эмпирического распределения (X, Y), эмпирические распределения составляющих X и Y, построить графическое отображение распределений.

Для этого - составить корреляционное поле, корреляционную таблицу абсолютных частот, вариационные ряды, таблицу «Статистическая совокупность измеримого признака».

#### ***ИДЗ №9 «Числовые характеристики генеральных параметров»***

По данным, полученным в ИДЗ №11, оцените генеральные параметры: найдите среднее, дисперсия, среднее квадратичное отклонение, асимметрия, эксцесс, мода, медиана, коэффициент вариации для признаков X и Y. Оцените степень отклонения эмпирического распределения этого измеримого признака от нормального распределения.

Для этого заполните таблицу «Расчет выборочных оценок признаков» и проведите расчеты исправленных оценок генеральных параметров. Сделайте вывод о коэффициенте вариации.

#### ***ИДЗ №9 «Проверка статистических гипотез»***

По данным, полученным в ИДЗ №11 и 12, провести статистическую проверку статистической гипотезы о нормальном распределении измеряемого признака по следующим критериям: а) среднему квадратичному отклонению, б) размаху варьирования, в) показателям исправленных асимметрии и эксцесса, г) критерию Пирсона  $\chi^2$  (уровень значимости принять равным 0.05). В случае принятия гипотезы о нормальности распределения найти доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратичного отклонения при уровне надёжности 0.95.

***ИДЗ №9 «Выяснение корреляционной зависимости измеримых признаков»***

По данным задачи, исследуемой в ИДЗ №№ 11-13, найти и записать в корреляционную таблицу условные средние. На корреляционном поле построить линии регрессии. Найти исправленный корреляционный момент и коэффициент корреляции. Проверить гипотезу о независимости признаков  $X$  и  $Y$  (уровень значимости принять равным 0.05). Рассчитать коэффициенты линейной регрессии ( $X$  на  $Y$  или  $Y$  на  $X$ ). Проверить значимость уравнения регрессии. Найти доверительные интервалы для коэффициентов корреляции и линейной регрессии (при уровне надёжности 0.95).

7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
<b>ОПК-1 - Способен решать задачи профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и инженерные знания</b>		
ОПК-1.1	Использует естественнонаучные законы и принципы при решении практических задач	<p>1. Формулировки основных теорем (свойств, признаков изучаемых понятий, необходимые и достаточные условия) в изучаемых разделах курса.</p> <p>2. Методы раскрытия неопределенностей, выяснения непрерывности функции одной переменной.</p> <p>3. Алгоритм приближенного вычисления функции с помощью дифференциала; написания уравнения касательной прямой (плоскости).</p> <p>4. Алгоритм полного исследования функции.</p> <p>5. Методы выяснения классов интегрируемых функций, а также методы интегрирования основных классов функций.</p> <p><b>Теоретические вопросы для зачета и экзаменов</b></p> <p><b>1 курс летняя сессия</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Скалярное произведение двух векторов и его свойства.</li> <li>2. Векторное произведение двух векторов и его свойства.</li> <li>3. Смешанное произведение трёх векторов и его свойства.</li> <li>4. Основная идея аналитической геометрии, применение векторных произведений.</li> <li>5. Прямая на плоскости. Различные виды уравнений прямой на плоскости.</li> <li>6. Угол между прямыми на плоскости. Расстояние от точки до прямой на плоскости.</li> <li>7. Плоскость в пространстве. Различные виды уравнений плоскости в пространстве.</li> <li>8. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости.</li> <li>9. Прямая в пространстве. Различные виды уравнений прямой в пространстве.</li> <li>10. Взаимное расположение плоскости и прямой в пространстве.</li> <li>11. Поверхности второго порядка.</li> <li>12. Кривая в пространстве.</li> <li>13. Функция. Способы задания. Область определения. Основные элементарные функции, их свойства, графики.</li> <li>14. Предел функции в точке. Предел функции в бесконечности. Односторонние пределы.</li> <li>15. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, связь между ними. Свойства бесконечно малых функций.</li> <li>16. Теоремы о пределах. Раскрытие неопределенностей.</li> <li>17. Замечательные пределы.</li> <li>18. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции и основные теоремы о них. Применение к вычислению пределов.</li> <li>19. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва и их классификация.</li> <li>20. Производная функции, ее геометрический и физический смысл.</li> <li>21. Уравнения касательной и нормали к кривой.</li> </ol>

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		<p>Дифференцируемость функции в точке.</p> <p>22. Производная суммы, разности, произведения, частного функций. Производная сложной и обратной функций.</p> <p>23. Дифференцирование неявных и параметрически заданных функций. Логарифмическое дифференцирование.</p> <p>24. Производные высших порядков.</p> <p>25. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала. Основные теоремы о дифференциалах.</p> <p>26. Применение дифференциала к приближенным вычислениям.</p> <p>27. Основные теоремы дифференциального исчисления: Ролля, Лагранжа и Коши.</p> <p>28. Правило Лопиталю.</p> <p>29. Условия монотонности функций. Экстремумы функций. Необходимое и достаточное условия экстремума функции.</p> <p>30. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.</p> <p>31. Выпуклость графика функции. Точки перегиба. Необходимое и достаточное условия точек перегиба.</p> <p>32. Асимптоты графика функции.</p> <p>33. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных интегралов.</p> <p>34. Основные методы интегрирования: замена переменной и интегрирование по частям.</p> <p>35. Определенный интеграл как предел интегральной суммы, его свойства.</p> <p>36. Формула Ньютона – Лейбница. Основные свойства определенного интеграла.</p> <p>37. Вычисление определенного интеграла (замена переменной, интегрирование по частям). Интегрирование четных и нечетных функций в симметричных пределах.</p> <p>38. Несобственные интегралы.</p> <p>39. Геометрические и физические приложения определенного интеграла.</p> <p>40. Область определения ФНП. Предел, непрерывность. Свойства функций, непрерывных в ограниченной замкнутой области.</p> <p>41. Частные производные первого порядка, их геометрическое истолкование.</p> <p>42. Частные производные высших порядков.</p> <p>43. Дифференцируемость и полный дифференциал функции. Инвариантность формы полного дифференциала.</p> <p>44. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям. Дифференциалы высших порядков.</p> <p>45. Производная сложной функции. Полная производная.</p> <p>46. Дифференцирование неявной функции.</p> <p>47. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.</p> <p>48. Экстремум функции двух переменных. Необходимое и достаточное условие экстремума.</p> <p>49. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.</p> <p><b>2 курс зимняя сессия</b></p> <p>50. Дифференциальные уравнения: основные понятия. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.</p> <p>51. Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения.</p> <p>52. Уравнения с разделяющимися переменными.</p> <p>53. Однородные дифференциальные уравнения 1 порядка.</p> <p>54. Линейные уравнения. Уравнения Бернулли.</p> <p>55. Уравнение в полных дифференциалах.</p> <p>56. Дифференциальные уравнения высших порядков: основные понятия.</p> <p>57. Уравнения, допускающие понижение порядка.</p>

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		58. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Интегрирование ЛОДУ с постоянными коэффициентами. 59. Линейные неоднородные ДУ. Структура общего решения ЛНДУ. 60. Дискретная случайная величина и способы её задания. Функция распределения. 61. Математическое ожидание дискретной случайной величины и его свойства. 62. Дисперсия дискретной случайной величины и её свойства. Среднее квадратическое отклонение. 63. Непрерывная случайная величина. Свойства функции распределения. 64. Плотность вероятности непрерывной случайной величины и её свойства. 65. Числовые характеристики непрерывных случайных величин.
ОПК-1.2	Решает стандартные профессиональные задачи с применением общеинженерных знаний	<p><b>Примерные задания и задачи</b></p> <p><b>Задание 1.</b> Составьте алгоритм решения ..... задачи.</p> <p><b>Задача 2.</b> Вычислите предел по правилу Лопиталья</p> $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\arcsin(2x - 4)}{x^2 - 4}$ <p><b>Задание 3.</b> Сформулируйте необходимое условие экстремума функции одной переменной.</p> <p><b>Задача 4.</b> Каков геометрический смысл определенного интеграла от данной функции в данном интервале в декартовой системе координат?</p> <p><b>Примерные практические задания для экзаменов и зачета:</b></p> <p>1. Даны координаты вершин пирамиды <math>A_1A_2A_3A_4</math> :  <math>A_1(1; 3; 6)</math>, <math>A_2(2; 2; 1)</math>, <math>A_3(-1; 0; 1)</math>, <math>A_4(-4; 6; -3)</math>. Найдите:            1) длину ребра <math>A_1A_2</math>; 2) угол между ребрами <math>A_1A_2</math> и <math>A_1A_4</math>;            3) угол между ребром <math>A_1A_4</math> и гранью <math>A_1A_2A_3</math>; 4) площадь грани <math>A_1A_2A_3</math>; 5) объем пирамиды.</p> <p>2. В треугольнике с вершинами <math>A(2,1)</math>, <math>B(5,3)</math>, <math>C(-6,5)</math> найти длину высоты из вершины <math>A</math>.</p> <p>3. Написать канонические и параметрические уравнения прямой, проходящей через точки <math>M(2,1,-1)</math> и <math>K(3,3,-1)</math>.</p> <p>4. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки <math>A(1,0,2)</math>, <math>B(-1,2,0)</math>, <math>C(3,3,2)</math>.</p> <p>5. Доказать, что прямые параллельны:</p> $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1} \text{ и } \begin{cases} x + y - z = 0 \\ x - y - 5z - 8 = 0 \end{cases}$ <p>6. Вычислите пределы:</p> <p>а) <math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + 4x - x^4}{x + 3x^2 + 2x^4}</math>; б) <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x \cdot \arcsin 2x}{\cos x - \cos^3 x}</math>; в) <math>\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt{5}}{x-3}</math>.</p> <p>7. Найдите <math>\frac{dy}{dx}</math> для функций: а) <math>y = e^{4x-x^2}</math>. б) <math>\begin{cases} x = \operatorname{ctg} 2t, \\ y = \ln(\sin 2t). \end{cases}</math></p>

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства												
		<p>8. Найти неопределённый интеграл: а) <math>\int \sin 3x \cdot \cos 5x dx</math>, б) <math>\int \frac{1 - \cos x}{(x - \sin x)^2} dx</math>. в) <math>\int (2x + 5) \cdot e^x dx</math>.</p> <p>9. Вычислить определенный интеграл <math>\int_2^{\sqrt{20}} \frac{x dx}{\sqrt{x^2 + 5}}</math>.</p> <p>10. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: <math>x = 4</math>, <math>y^2 = 4x</math>.</p> <p>11. Найти и построить область определения функции <math>u = \sqrt{9 - x^2 - y^2} + (x - y)^3</math>.</p> <p>12. Найти полный дифференциал функции: <math>z = x^3 \ln y - \sin 2xy</math>.</p> <p>13. Найти частные производные первого порядка функции: <math>z = 5x^2 y^3 + \ln(x + 4y)</math>.</p> <p>14. Написать уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности <math>z = \sqrt{x^2 + y^2}</math> в точке (3, 4, 5).</p> <p>15. Решите задачу Коши: <math>y \cos^2 x dy = (y^2 + 1) dx</math>, <math>y(0) = 0</math>.</p> <p>16. Найдите общее решение дифференциального уравнения <math>y'' + y' = e^{2x}</math>.</p> <p>17. При доставке с завода на базу 1000 радиоприемников, у 55 вышли из строя лампы. Найти вероятность того, что взятый наудачу приемник будет исправным.</p> <p>18. Принимаем вероятности рождения мальчика и девочки равными. Найти вероятность того, что среди 10 новорожденных 6 окажутся мальчиками.</p> <p>19. Дан закон распределения дискретной случайной величины:</p> <table border="1" data-bbox="890 1265 1305 1361"> <tbody> <tr> <td>x:</td> <td>10</td> <td>20</td> <td>30</td> <td>40</td> <td>50</td> </tr> <tr> <td>p:</td> <td>0.1</td> <td>0.2</td> <td>0.3</td> <td>0.2</td> <td>0.2</td> </tr> </tbody> </table> <p>вычислить ее математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.</p>	x:	10	20	30	40	50	p:	0.1	0.2	0.3	0.2	0.2
x:	10	20	30	40	50									
p:	0.1	0.2	0.3	0.2	0.2									

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
ОПК-1.3	Применяет методы моделирования и математического анализа для решения задач теоретического и прикладного характера	<p><b>Примерные практические задания</b></p> <p><b>Задание 1.</b> Систематизируйте и обобщите все ключевые понятия и приемы решения типовых задач по теме «Производная» и «Применение производной при исследовании функций». Результат оформите в виде таблицы.</p> <p><b>Задача 2.</b> Для решения задачи сделайте схематический чертёж и получите функциональную зависимость по указанию к задаче. Найдите область определения этой функции по смыслу задачи. Вычислите значения этой функции при трех различных значениях аргумента. Исследуйте функцию на наибольшее и наименьшее значения. Ответьте на вопрос задачи. «Сечение тоннеля имеет форму прямоугольника, завершённого полукругом. Периметр сечения 18 м. При каком радиусе полукруга площадь сечения будет наибольшей?» Обозначьте радиус полукруга через <math>r</math> и выразите площадь <math>S</math> сечения как функцию от <math>r</math>: <math>S = S(r)</math>.</p> <p><b>Задание 3.</b> На какой высоте <math>h</math> над центром круглого стола радиуса <math>a</math> следует поместить лампу, чтобы освещённость края стола была наибольшей? (Самостоятельно проанализировать - знания, методы какого раздела математики потребуются для решения данной задачи).</p> <p><b>Примерные прикладные задачи и задания</b></p> <p><b>Задача 1.</b> Проверить, лежат ли точки <math>A(1; 0; 1)</math>, <math>B(4; 4; 6)</math>, <math>C(2; 2; 3)</math> и <math>D(10; 14; 17)</math> в одной плоскости.</p> <p><b>Задача 2.</b> При построении висячего моста через речку «Тихая» и выяснении надёжности сооружения, студенты стройотряда столкнулись с решением следующей задачи: Трос, подвешенный за два конца на одинаковой высоте, имеет форму дуги параболы. Расстояние между точками крепления равно 24 м. Глубина прогиба троса на расстоянии 3 м от точки крепления равна 40 см. Определить глубину прогиба троса посередине между креплениями.</p> <p><b>Задача 3.</b> Найти работу силы <math>\vec{F} = (1; 2; 5)</math> электростатического поля, по перемещению электрического заряда из точки <math>M_1 = (0; 4; 2)</math> в точку <math>M_2 = (4; 7; 4)</math>.</p> <p><b>Задание 4.</b> Покажите, что предел <math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \cos x}{x + \cos x}</math> не может быть вычислен по правилу Лопиталья. Найдите этот предел другим способом.</p> <p><b>Задание 5.</b> Зависимость пути от времени при прямолинейном движении точки задается уравнением <math>s = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 - 3</math>, где <math>s</math> - путь в м, а <math>t</math> время в с. Вычислите ее скорость и ускорение в момент времени <math>t = 4</math> с.</p> <p><b>Задача 6.</b> К графику функции <math>f(x) = 3 - x^2</math> в его точке с абсциссой <math>x_0 = 1</math> проведена касательная. Найти площадь треугольника, образованного касательной и отрезками, отсекаемыми ею на осях координат.</p> <p><b>Задача 7.</b> В парке аттракционов города <math>N</math> один из отрезков траектории движения поезда в «Американских горках» представляет собой синусоиду: <math>s(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0)</math>, где <math>A</math>, <math>\varphi_0</math> и <math>\omega</math> – известные числа. Определить угол наклона к горизонту посетителя аттракциона <math>D</math>. в момент времени <math>t_1</math> его движения по этому отрезку.</p>

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		<p><b>Задание 8.</b> Подумайте, с помощью средств какого раздела математики можно решить следующую задачу.</p> <p>«Для уборки снега на улицах города используются снегоуборочные машины. Они работают в течение светлого времени суток с 6 до 18 часов с постоянной скоростью уборки снега 400 (м<sup>3</sup>/ч). Изменение объема снега, выпадающего на улицы города в городе в течение суток, можно описать уравнением</p> $\frac{dS}{dt} = 120t - 5t^2,$ <p>где <math>S(t)</math> – объем снега (в м<sup>3</sup>), выпавшего за время <math>t</math> (в часах), <math>0 \leq t \leq 24</math>. В момент времени <math>t = 0</math> на улицах города лежит 1000 м<sup>3</sup> снега. Установите соответствие между временем <math>t</math> и объемом снега, лежащего на улицах города <math>S(t)</math>»</p> <p>Составьте математическую модель этой задачи и решите её.</p>

**б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:**

Промежуточная аттестация по дисциплине «Математика» включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и владений, проводится в форме экзамена и в форме зачета с оценкой.

Экзамен по данной дисциплине проводится в устной форме по экзаменационным билетам, каждый из которых включает 1 теоретический вопрос и три практических задания.

**Показатели и критерии оценивания зачета:**

- для сдачи зачета с оценкой обучающийся показывает сформированность компетенции ОПК-1; т.е. студент должен показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, интеллектуальные навыки решения задач;

- зачет не сдан, если результат обучения не достигнут, обучающийся не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.

– на оценку «отлично» (5 баллов) – обучающийся демонстрирует высокий уровень сформированности компетенции, всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.

– на оценку «хорошо» (4 балла) – обучающийся демонстрирует средний уровень сформированности компетенции: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.

– на оценку «удовлетворительно» (3 балла)– обучающийся демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенции: в ходе контрольных мероприятий допускаются ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

**Показатели и критерии оценивания экзамена:**

– на оценку «отлично» (5 баллов) – обучающийся демонстрирует высокий уровень сформированности компетенции, всестороннее, систематическое и глубокое знание

учебного материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.

– на оценку **«хорошо»** (4 балла) – обучающийся демонстрирует средний уровень сформированности компетенции: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.

– на оценку **«удовлетворительно»** (3 балла)– обучающийся демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенции: в ходе контрольных мероприятий допускаются ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

– на оценку **«неудовлетворительно»** (2 балла)– обучающийся демонстрирует знания не более 20% теоретического материала, допускает существенные ошибки, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач или не может показать знания даже на уровне воспроизведения и объяснения информации.

– на оценку **«неудовлетворительно»** (1 балл) – обучающийся не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.