МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И.
Носова»

УТВЕРЖДАЮ
Директор ИЕиС
Ю.В. Сомова

02.02.2026 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Направление подготовки (специальность)
21.05.04 Горное дело

Направленность (профиль/специализация) программы
Горные машины и оборудование

Уровень высшего образования - специалитет

Форма обучения
заочная

Институт/ факультет	Институт естествознания и стандартизации
Кафедра	Прикладной математики и информатики
Курс	1

Магнитогорск
2026 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - специалитет по специальности 21.05.04 Горное дело (приказ Минобрнауки России от 12.08.2020 г. № 987)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики
14.01.2025, протокол № 5

Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕиС
02.02.2026 г. протокол № 4

Председатель _____ Ю.В. Сомова

Согласовано:
Зав. кафедрой Горных машин и транспортно-технологических комплексов

_____ А.И. Курочкин

Рабочая программа составлена:
доцент кафедры ПМиИ, канд. физ.-мат. наук _____ В.В. Дубровский

Рецензент:
зав. кафедрой Физики, канд. физ.-мат. наук _____ Д.М. Долгушин

Лист актуализации рабочей программы

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2027 - 2028 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от __ _____ 20__ г. № __
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2028 - 2029 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от __ _____ 20__ г. № __
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2029 - 2030 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от __ _____ 20__ г. № __
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2030 - 2031 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от __ _____ 20__ г. № __
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2031 - 2032 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от __ _____ 20__ г. № __
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2032 - 2033 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от __ _____ 20__ г. № __
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2033 - 2034 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от __ _____ 20__ г. № __
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

1 Цели освоения дисциплины (модуля)

Целями освоения дисциплины (модуля) «Теория вероятностей и математическая статистика» являются:

ознакомление студентов с базовыми понятиями и результатами теории вероятностей и математической статистики,

ознакомление студентов с пакетами прикладных программ, направленными на решение вероятностных и статистических задач,

формирование компетенций, направленных на использование вероятностных и статистических методов при решении задач по сбору, обработке, анализу и обмену данными например, в геолого-промышленной оценке запасов месторождений твердых полезных ископаемых и горных отводов, при проведении анализа затрат на реализацию технологических процессов при проектировании, строительстве и эксплуатации предприятий по эксплуатационной разведке, добыче и переработке твердых полезных ископаемых и др. Особое внимание при этом уделяется развитию цифровых компетенций при работе с информацией и обработке данных (вводные компетенции, относящиеся к технологии Big Data).

2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Теория вероятностей и математическая статистика входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Высшая математика

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Анализ данных

Инвестиционный анализ и управление рисками

Математическая обработка результатов измерений

Анализ точности маркшейдерских работ

Экономика предприятия

Производственный менеджмент

Теория ошибок и уравнительные вычисления

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Теория вероятностей и математическая статистика» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	
УК-1.1	Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
УК-1.2	Критически оценивает надежность источников информации, работает с противоречивой информацией из разных источников, определяет пробелы в информации, необходимой для решения проблемной ситуации, и проектирует процессы по их устранению
УК-1.3	Разрабатывает и содержательно аргументирует стратегию решения проблемной ситуации на основе системного и междисциплинарного подходов; строит сценарии реализации стратегии, определяя возможные риски и предлагая пути их

	устранения

4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц 108 акад. часов, в том числе:

– контактная работа – 6,4 акад. часов:

– аудиторная – 6 акад. часов;

– внеаудиторная – 0,4 акад. часов;

– самостоятельная работа – 97,7 акад. часов;

– в форме практической подготовки – 0 акад. час;

– подготовка к зачёту – 3,9 акад. час

Форма аттестации - зачет

Раздел/ тема дисциплины	Курс	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа студента	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код компетенции
		Лек.	лаб. зан.	практ. зан.				
1. Случайные события								
1.1 Элементы комбинаторики. Алгебра событий. Классическое, геометрическое и статистическое определение вероятности	1				20	Подготовка к практическому занятию; Выполнение ИДЗ № 1 "Случайные события"	Устный опрос	
1.2 Теоремы сложения и умножения. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема Бернулли.					20	Подготовка к практическому занятию. Выполнение ИДЗ № 1 "Случайные события". Подготовка к контрольной работе № 1 "Случайные события	ИДЗ № 1 "Случайные события" АКР № 1 "Случайные события"	
Итого по разделу					40			
2. Случайные величины								
2.1 Дискретные и непрерывные случайные величины. Ряд распределения, функция распределения и плотность. Числовые характеристики случайных величин.	1				20	Подготовка к практическому занятию. Выполнение ИДЗ № 2 "Случайные величины"	Устный опрос	
2.2 Основные законы распределения случайных величин. Нормальный закон распределения.					20	Подготовка к практическому занятию. Выполнение	Тест	

						ИДЗ № 2 "Случайные величины"		
2.3 Системы случайных величин	1				5,7	Подготовка к практическому занятию. Выполнение ИДЗ № 2 "Случайные величины". Подготовка к контрольной работе	ИДЗ № 2"Случайные величины" АКР № 2 "Случайные величины"	
Итого по разделу					45,7			
3. Математическая статистика								
3.1 Генеральная совокупность и выборка. Статистическое распределение, эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма. Использование пакета STATISTIKA	1				1	Подготовка к занятию. Выполнение РГР	Защита РГР	
3.2 Статистические точечные и интервальные оценки параметров распределения. Методы получения статистических оценок. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Использование пакета STATISTIKA				2	1	Подготовка к занятию. Выполнение РГР	Защита РГР	
3.3 Статистическая гипотеза и общая схема ее проверки. Ошибки 1 и 2 рода. Уровень значимости и мощность критерия. Критерии значимости и критерии согласия Критерий согласия Пирсона для проверки гипотезы о нормальном распределении. Использование пакета STATISTIKA		2		1	3	Подготовка к занятию. Выполнение РГР	Защита РГР	
3.4 Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Линейная парная корреляция, коэффициент корреляции. Использование пакета STATISTIKA				1	7	Подготовка к занятию. Выполнение РГР	Защита РГР	
Итого по разделу		2		4	12			
Итого за семестр		2		4	97,7		зачёт	
Итого по дисциплине		2		4	97,7		зачет	

5 Образовательные технологии

С целью успешного усвоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» и формирования требуемой компетенции предполагается применение различных образовательных технологий, которые обеспечивают достижение планируемых результатов образования согласно основной образовательной программе. В их числе:

 традиционные технологии обучения, предполагающие передачу информации в готовом виде, формирование учебных умений по образцу: лекция-изложение, лекция -объяснение, лабораторные работы, контрольная работа и др. Использование традиционных технологий обеспечивает ориентирование студента в потоке информации, связанной с различными подходами к определению сущности, содержания, методов, форм развития и саморазвития личности; самоопределение в выборе оптимального пути и способов личностно-профессионального развития; систематизацию знаний, полученных студентами в процессе аудиторной и самостоятельной работы. Практические занятия обеспечивают развитие и закрепление умений и навыков определения целей и задач саморазвития, а также принятия наиболее эффективных решений по их реализации и проводятся в компьютерных классах университета.

 интерактивные технологии обучения, предполагающие организацию обучения как продуктивной творческой деятельности в режиме взаимодействия студентов друг с другом и с преподавателем.

Основными формами занятий являются лекции, практические занятия, консультации, самостоятельная работа студентов.

Лекции строятся на основе сочетания информационной и проблемной составляющих, а также элементов беседы и дискуссии.

В ходе проведения лекционных занятий предусматривается:

– обсуждение задач, приводящих к тем или иным математическим понятиям;

– изложение теоретического материала в режиме диалога с целью развития критического мышления студентов и привития им исследовательских умений;

– обсуждение и систематизация теоретических вопросов темы с целью лучшего понимания их взаимосвязи и практического применения.

Практические занятия по данной дисциплине направлены на привитие навыков решения прикладных задач по каждой теме и сочетают применение методов обучения в сотрудничестве, классические контрольные и тестовые технологии.

Выбирая ту или иную технологию работы с обучающимися, необходимо иметь в виду, что наибольшего эффекта от ее применения можно достичь, если учитывать цели образования, на реализацию которых должна быть направлена избираемая технология, содержание, которое предстоит передать обучающимся с ее помощью, а также условия, в которых она будет использоваться.

Обязательным является организация образовательного процесса с применением специализированных программных сред и технических средств работы с информацией (информационная среда университета МООДУС MOODLE, работа с прикладными пакетами STATISTICA и EXCEL).

6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Представлено в приложении 1.

7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Представлены в приложении 2.

8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) Основная литература:

1. Коган, Е. А.. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / Е. А. Коган, А. А. Юрченко. — Москва : ИНФРА-М, 2020. — 250 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-014235-7. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1052969 (дата обращения: 05.04.2024).– Режим доступа: по подписке.

2. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 271 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-9888-7. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL:

б) Дополнительная литература:

1. Ананьевский, С. М. Теория вероятностей с примерами и задачами: Учебное пособие / Ананьевский С.М., Невзоров В.Б. - СПб:СПбГУ, 2013. - 240 с.: ISBN 978-5-288-05491-4. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/940734 (дата обращения: 05.04.2024). – Режим доступа: по подписке.

2. Березинец, И. В. Практикум по теории вероятностей и математической статистике / И. В. Березинец ; Высшая школа менеджмента СПбГУ. — 9-е изд., испр. и доп. — Санкт-Петербург : Высшая школа менеджмента, 2013 — 163 с. - ISBN 978-5-9924-0088-5. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/492718 (дата обращения: 05.04.2024). – Режим доступа: по подписке.

3. Бычков, А. Г. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и методам оптимизации : учеб. пособие / А.Г. Бычков. — Москва : Форум : ИНФРА-М, 2019. — 192 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-00091-566-0. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/961820 (дата обращения: 05.04.2024). – Режим доступа: по подписке.

4. Джабраилов, А. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебно-методическое пособие / Джабраилов А.Ш. - Волгоград:Волгоградский государственный аграрный университет, 2017. - 72 с.: ISBN. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1007877 ((дата обращения: 05.04.2024). – Режим доступа: по подписке.

5. Корчагин, В. В. Теория вероятностей и математическая статистика : практикум / В. В. Корчагин, С. В. Белокуров, Р. В. Кузьменко. - Воронеж : Воронежский институт ФСИН России, 2019. - 162 с. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1086219 (дата обращения: 05.04.2024). – Режим доступа: по подписке.

6. Постовалов, С. Н. Математическая статистика : конспект лекций / С. Н. Постовалов, Е. В. Чимитова, В. С. Карманов. - Новосибирск : НГПУ, 2014. - 140 с. - ISBN 978-5-7782-2531-2. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/546037 (дата обращения: 05.04.2024). – Режим доступа: по подписке.

7. Практикум по теории вероятностей: случайные события и величины / Ю.А. Костиков, А.В. Мокряков, В.Ю. Павлов и др. - Москва : НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 63 с.ISBN 978-5-16-103255-8. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/515183 (дата обращения: 05.04.2024). – Режим доступа: по подписке.

8. Сапожников, П. Н. Теория вероятностей, математическая статистика в примерах, задачах и тестах : учебное пособие / П. Н. Сапожников, А. А. Макаров, М. В. Радионова. — Москва : КУРС : ИНФРА-М, 2020. - 496 с. - ISBN 978-5-906818-47-8. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1027404 (дата обращения: 25.06.2022). – Режим доступа: по подписке.

9. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие / Бирюкова Л.Г., Бобрик Г.И., Матвеев В.И., - 2-е изд. - Москва :НИЦ ИНФРА-М, 2017. - 289 с. (Высшее образование: Бакалавриат) ISBN 978-5-16-011793-5. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/370899 (дата обращения: 05.04.2024). – Режим доступа: по подписке.

10. Элементы теории вероятностей и математической статистики: Учебное пособие / Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Жукова В.А. - Ставрополь:Сервисшкола, 2017. - 116 с.: ISBN. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/977002 (дата обращения: 05.04.2024). – Режим доступа: по подписке.

11. Хуснутдинов, Р. Ш. Математическая статистика: Учебное пособие / Хуснутдинов Р.Ш. - М.:НИЦ ИНФРА-М, 2019. - 205 с. (Высшее образование: Бакалавриат) (Обложка. КБС)ISBN 978-5-16-009520-2. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1002159 (дата обращения: 05.04.2024). – Режим доступа: по подписке.

в) Методические указания:

1. Гугина Е.М. Лабораторный практикум по статистике с применением EXCEL: Метод. указ. для лабораторных работ по математической статистике.- Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2009 – 40 с.

2. Максименко, И.А. События и вероятность. Часть 2: Метод. указ. - Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010. – 25 с.

3. Савушкина Н.Ф. Комбинаторика. Событие и вероятность. Часть I: Комбинаторика. Алгебра событий: Метод. указания по дисциплине «Математика» для студентов I курса всех специальностей. – МГТУ, 2007. – 17 с.

г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Программное обеспечение

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
MS Office 2007 Professional	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно
7Zip	свободно распространяемое	бессрочно
STATISTICA в.6	К-139-08 от 22.12.2008	бессрочно
MathCAD v.15 Education University Edition	Д-1662-13 от 22.11.2013	бессрочно
Браузер Mozilla Firefox	свободно распространяемое ПО	бессрочно
Браузер Yandex	свободно распространяемое	бессрочно

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Название курса	Ссылка
Международная база полнотекстовых журналов Springer Journals	http://link.springer.com/
Электронные ресурсы библиотеки МГТУ им. Г.И. Носова	https://host.megaprolib.net/MP0109/Web
Российская Государственная библиотека. Каталоги	https://www.rsl.ru/ru/4readers/catalogues/
Поисковая система Академия Google (Google Scholar)	URL: https://scholar.google.ru/

Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)	URL: https://elibrary.ru/project_risc.asp

9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа Доска, мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации

Учебные аудитории для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации Доска, мультимедийный проектор, экран

Комплекс методических разработок (раздаточного материала и методических указаний) и\или комплекс тестовых заданий для подготовки и проведения промежуточных и рубежных контролей

Помещения для самостоятельной работы учащихся Персональные компьютеры с пакетом MSOffice, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета

Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования Шкафы для хранения учебно-методической документации, учебного оборудования и учебно-наглядных пособий

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

По дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» предусмотрена аудиторная и внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся.

Аудиторная самостоятельная работа студентов предполагает решение задач на практических занятиях.

При решении задач ИДЗ, воспользуйтесь одним из прикладных пакетов (Mathcad, Microsoft Excel, WolframAlpha Mathematica или др.).

Результат оформите в виде скриншотов страниц с вычислениями в Google Документе (пришлите ссылку преподавателю, в элементе «Задание» на образовательном портале или на доске Miro)

Примерный вариант
аудиторной контрольной работы №1 «Случайные события»

1. Для некоторой местности среднее число дождливых дней в августе равно 11. Чему равна вероятность того, что первые три дня августа будут дождливыми?

2. Лифт начинает движение с 7 пассажирами и останавливается на 10 этажах. Какова вероятность того, что на пятом этаже выйдет только один пассажир?

3. В урне 4 белых и 5 черных шаров. Из урны наудачу один за другим без возвращения в урну извлекают шары до тех пор, пока не появится черный шар. Найти вероятность появления трех белых шаров при извлечении.

4. Три машины производят болты, причем первая машина производит 20%, вторая – 30%, третья – 50% всей продукции. Доля брака в продукции первой машины 5%, в продукции второй – 2%, третьей – 1%. А) Чему равна вероятность того, что наудачу взятый болт окажется дефектным? Б) Наудачу взятый болт оказался дефектным. Какова вероятность, что он оказался изготовлен второй машиной?

5. Пассажир общественного транспорта подвергается штрафу с вероятностью 0,3, если он не приобрел билета. Какова вероятность того, что за 10 безбилетных проездов «заяц» будет оштрафован 7 раз?

Примерный вариант ДЗ по комбинаторике

1. В первенстве страны по футболу участвуют 16 команд. Сколькими способами могут распределиться 3 медали (золотая, серебряная, бронзовая)?
2. В аудитории имеется 10 лампочек. Сколько существует разных способов ее освещения, при которых горит ровно 3 лампочки?
3. Сколькими способами можно распределить 10 различных задач по комбинаторике между 10 студентами?
4. В группе из 10 юношей и 15 девушек нужно выбрать делегацию из 5 человек. Сколькими способами это можно сделать, если: а) выбираются 2 юноши и 3 девушки, б) должны быть выбраны хотя бы две девушки?
5. Найдите коэффициент при x^2 в разложении $\left(3x-\frac{2}{x^2}\right)^{11}$.

Примерный вариант индивидуального задания (ИДЗ) №1
по теме «Случайные события»

(исходные числовые данные по вариантам выдает преподаватель)

Задача 1. Бросаются две игральные кости. Определить вероятность того, что: а) сумма числа очков не превосходит N; б) произведение числа очков не превосходит N; в) произведение числа очков делится на N.

Задача 2. Имеются изделия n сортов, причем число изделий i-го сорта равно n_i, $i=1,2,3,4$. Для контроля наудачу берутся m изделий. Определить вероятность того, что среди них m_1 первосортных, m_2, m_3, m_4 второго, третьего и четвертого сорта соответственно ($\sum_{i=1}^{4} m_i = m$).

Задача 3. Среди n лотерейных билетов k выигрышных. Наудачу взяли m билетов. Определить вероятность того, что среди них l выигрышных.

Задача 4. В лифт k-этажного дома сели n пассажиров ($n < k$). Каждый независимо от других с одинаковой вероятностью может выйти на любом (начиная со второго) этаже. Определить вероятность того, что а) все вышли на разных этажах; б) по крайней мере, двое сошли на одном этаже.

Задача 5. В круг радиуса R наудачу бросается точка. Определить вероятность того, что она попадет водну из двух непересекающихся фигур, площади которых равны S_1 и S_2 (фигуры лежат в круге).

Задача 6. В двух партиях k_1 и k_2 % доброкачественных изделий соответственно. Наудачу вбирают по одному изделию из каждой партии. Какова вероятность обнаружить среди них: а) хотя бы одно бракованное; б) два бракованных; в) одно доброкачественное и одно бракованное?

Задача 7. Вероятность того, что цель поражена при одном выстреле первым стрелком, равна p_1, вторым – p_2 . Первый сделал n_1, второй – n_2 выстрелов. Определить вероятность того, что цель не поражена.

Задача 8. Два игрока A и B поочередно бросают монету. Выигравшим считается тот, у кого раньше выпадет герб. Первый бросок делает игрок A, второй – B, третий – A и т.д.

1. Найти вероятность указанного ниже события.
   Варианты 1-8. Выиграл A до k-го броска.
   Варианты 9-15. Выиграл A не позднее k-го броска.
   Варианты 16-23. Выиграл B до k-го броска.
   Варианты 24-31. Выиграл B не позднее k-го броска.
2. Каковы вероятности выигрыша для каждого игрока при сколь угодно длительной игре?

Задача 9. Урна содержит M занумерованных шаров с номерам от 1 до M. Шары извлекаются по одному без возвращения. Рассматриваются следующие события:

A – номера шаров в порядке поступления образуют последовательность $1, 2, \ldots M$;

B – хотя бы один раз совпадет номер шара и порядковый номер извлечения;

C – нет ни одного совпадения номера шара и порядкового номера извлечения.

Определить вероятности событий A, B, C. Найти предельные значения вероятностей при $M \to \infty$.

Задача 10. Из 1000 ламп n_i принадлежит i-й партии, $i=1,2,3$, $\sum_{i=1}^{3} n_i = 1000$. В первой партии 6%, во второй – 5%, в третьей – 4% бракованных ламп. Наудачу выбирается одна лампа. Определить вероятность того, что выбранная лампа – бракованная.

Примерный вариант
аудиторной контрольной работы №2 «Случайные величины»

1. Один раз брошены две игральные кости. Случайная величина X - сумма очков, выпавших на верхних гранях. Составить ряд распределения данной случайной величины, вычислить её математическое ожидание и дисперсию.
2. Дан ряд распределения дискретной случайной величины X:

X	2	4	6	8	10
P	0,1	0,4	0,2	c	0,1

Найти значение параметра «с». вычислить математическое ожидание, среднее квадратическое отклонение случайной величины X. Построить график функции распределения и многоугольник распределения. Найти вероятность того, что случайная величина X не превосходит 5.

3. Случайная величина X задана своей функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}\cdot e^{\frac{X-1}{2}}, & x<1;\\ 1-\frac{1}{2}e^{\frac{X-1}{2}}, & x\geq 1.\end{cases}$$

Найти плотность распределения. Построить графики функции и плотности распределения. Вычислить математическое ожидание и дисперсию.

4. Случайная величина X подчинена закону распределения с плотностью:

$$f(x)=\begin{cases}0, & x<0;\\ \dfrac{ax}{(1+x^2)^2}, & x\geq 0.\end{cases}$$

Найти значение параметра «а», функцию распределения, определить математическое ожидание, дисперсию и вероятность того, что случайная величина X попадает в промежуток (0, 2).

Примерный вариант ИДЗ №2
по теме «Случайные величины»

1. Случайное отклонение размера детали от номинала распределено по нормальному закону с параметрами a и σ. Стандартными являются те детали, для которых отклонения от номинала лежат в интервале $(a-\alpha,\ a+\alpha)$. Запишите формулу плотности распределения и постройте график плотности распределения.

   Сколько необходимо изготовить деталей, чтобы с вероятностью не менее β среди них была хотя бы одна стандартная?

   $$a=0{,}2,\quad \sigma=0{,}1,\quad \alpha=0{,}1,\quad \beta=0{,}99.$$

2. Случайные величины X и Y независимы:

   $$f_1(x)=\begin{cases}c, & x\in[0;4],\\ 0, & x\notin[0;4],\end{cases}\quad f_2(y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{\frac{(y-2)^2}{2}}.$$

   Найдите $M(2X+5Y+1)$, $M(X-3Y^2)$, $D(2X-3Y+4)$, $D(XY)$.

   Найдите законы распределения случайных величин $Z_1=5X-30$ и $Z_2=5Y-30$.

3. Среднее значение длины детали равно 50 см, а дисперсия равна 0,1. Пользуясь неравенством Чебышева, оцените вероятность того, что приготовленная деталь окажется по своей длине не менее 49,5 и не более 50,5 см.

4. Закон распределения системы дискретных случайных величин (X,Y) задан таблицей. Найдите а) законы распределения составляющих, б) их математические ожидания и дисперсии, в) корреляционный момент и коэффициент корреляции $r_{x,y}$, г) вероятность попадания случайной величины (X,Y) в область D $D=\{-\infty<x<\infty,\ \ -1<y<3\}$.

X	1	2	3	4
-2	0,03	0,02	0,06	0,04
0	0,03	0,1	0,1	0,09
2	0,05	0,08	0,2	0,2

6. Задана плотность распределения $f(x,y)$ системы двух случайных величин (X,Y). Найдите а) коэффициент A, б) $M(X)$ и $M(Y)$, $D(X)$ и $D(Y)$, в) корреляционный момент и коэффициент корреляции r_{xy}.

$$f(x,y)=\begin{cases}A(2x+y),\ в\ \ обл.D,\\ 0,\ вне\ \ обл.D.\end{cases}\qquad D=\{0\le x\le 2,\ \ 0\le y\le 2\}.$$

7. Известно, что $Y=5X-30$, $M(X)=4$, $D(X)=9$. Найдите $M(Y)$, $D(Y)$, K_{xy}, r_{xy}.

8. Известны законы распределения случайных величин X, Y $f_1(x)=\begin{cases}c, & x\in[0;4],\\ 0, & x\notin[0;4],\end{cases}$

$f_2(y)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(y-2)^2}{2}}$ и $r_{xy}=0{,}6$. Найдите $M\left(Y^2-2XY+5X-2\right)$, $D(X-3Y+4)$.

Примерный вариант РГР по статистике

1. Найти выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X, используя данные пяти наблюдений. Построить точки и выборочную линию регрессии.

x	2,3	3,5	3,9	4,9	6,4
y	2,2	4,3	6,1	6,7	7,5

2.. По корреляционной таблице построить эмпирические линии регрессии Y по X, X по Y и обе выборочные прямые линейной регрессии. Вычислить коэффициент корреляции и корреляционное отношение.

X / Y	1	2	3	4
-2	3	2	6	4
0	3	10	10	9
2	5	8	20	20

3.. Вычислите выборочные множественные и частные коэффициенты корреляции по найденным парным коэффициентам $r_{12}=0{,}71$, $r_{13}=0{,}28$, $r_{23}=0{,}51$.

4 Для изучения количественного признака X из генеральной совокупности извлечена выборка $x_1, \cdots, x_n$ объема n, имеющая данное статистическое распределение.

1). Постройте полигон частот.

2). Постройте эмпирическую функцию распределения.

3). Постройте гистограмму относительных частот.

4). Найдите выборочное среднее $\bar{x}$, выборочную дисперсию $D_в$, выборочное среднее квадратическое отклонение $\sigma_в$, исправленную дисперсию s^2 и исправленное среднее квадратическое отклонение s.

5). При данном уровне значимости α проверьте по критерию Пирсона гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности.

6). В случае принятия гипотезы о нормальном распределении найдите доверительные интервалы для математического ожидания a и среднего квадратического отклонения σ при данном уровне надежности $\gamma = 1 - \alpha$.

x_i	9	13	17	21	25	29	33	37
n_i	5	10	19	23	25	19	12	7

$\alpha = 0{,}01$

5. По выборке объема $n = 35$ найден средний вес $\bar{x} = 190$ г изделий, изготовленных на первом станке; по выборке объема $m = 40$ найден средний вес $\bar{y} = 180$ г изделий, изготовленных на втором станке. Генеральные дисперсии известны: $D(X) = 70\ г^2$, $D(Y) = 80\ г^2$. Требуется при уровне значимости $\alpha = 0{,}01$ проверить нулевую гипотезу $H_0 : M(X) = M(Y)$ при конкурирующей гипотезе

а) $H_1 : M(X) \neq M(Y)$,

б) $H_1 : M(X) > M(Y)$.

6. Из нормальной генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 15$:

143, 121, 135, 132, 120, 116, 115, 143, 115, 120, 138, 133, 148, 133, 134.

Требуется при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверить нулевую гипотезу $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 = 55$, приняв в качестве конкурирующей гипотезы: а) $H_1 : \sigma^2 \neq 55$, б) $H_1 : \sigma^2 > 55$ или $H_1 : \sigma^2 < 55$ в зависимости от полученного значения σ^2.

7. Найдите выборочные коэффициенты ранговой корреляции Спирмена и Кендалла по данным ранга объектов выборки объема $n = 10$:

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_i	7	6	5	4	1	2	3	10	8	9.

Проверьте гипотезы о значимости выборочных коэффициентов ранговой корреляции Спирмена и Кендалла, предварительно описав схему и правило проверки гипотезы.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий		
УК-1.1	Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними	Знает возможности прикладных сервисов и пакетов для математического моделирования и решения задач прикладного характера средствами (методами) математической статистики. Для достижения индикатора: -знает основные определения и понятия теории вероятностей и математической статистики, используемые для отбора и обработки данных в соответствии с поставленной прикладной задачей; - воспроизводит основные математические модели: распознает статистические объекты; понимает связь между различными статистическими объектами, позволяющими смоделировать и решить задачу. ***Оценочные средства достижение индикатора*:** - Индивидуальные домашние задания и расчетно-графические работы (РГР) по разделам курса (примерные варианты представлены в Приложении 1). - Вопросы для подготовки к зачету: 1. Элементы комбинаторики: перестановки, размещения, сочетания. 2. Основные понятия теории вероятностей: испытание, событие, вероятность события. 3. Действия над событиями. Алгебра событий. 4. Теоремы сложения и умножения вероятностей. 5. Вероятность появления хотя бы одного события. 6. Формула полной вероятности и формула Байеса. 7. Схема Бернулли, формула Бернулли, наивероятнейшее число появлений события А в схеме Бернулли. 8. Приближенные формулы в схеме Бернулли. 9. Дискретная случайная величина и способы её задания. Функция распределения. 10. Математическое ожидание дискретной случайной величины и его свойства. 11. Дисперсия дискретной случайной величины и её свойства. Среднее квадратическое отклонение. 12. Непрерывная случайная величина. Свойства функции распределения. 13. Плотность вероятности непрерывной случайной величины и её свойства. 14. Числовые характеристики непрерывных случайных величин.

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		15. Равномерный и показательный законы распределения непрерывных случайных величин. 16. Нормальный закон распределения и его свойства 17. Понятие о законе больших чисел. Теорема Бернулли. 18. Задачи математической статистики. Генеральная совокупность и выборка. 19. Статистическое распределение. Полигон и гистограмма. 20. Эмпирическая функция распределения. 21. Точечные оценки неизвестных параметров распределения. Требования, предъявляемые к точечным оценкам. 22. Метод максимума правдоподобия для получения точечных оценок. 23. Выборочная средняя и дисперсия. 24. Интервальные оценки параметров распределения. 25. Доверительный интервал для математического ожидания нормально распределенной случайной величины. 26. Доверительный интервал для среднего квадратического отклонения нормально распределенной случайной величины. 27. Оценка вероятности биномиального распределения по относительной частоте. 28. Статистические проверки статистических гипотез. Ошибки первого и второго рода. 29. Понятие о критериях проверки статистических гипотез. Критерии значимости и критерии согласия. 30. Критическая область, уровень значимости, мощность критерия. 31. Сравнение двух дисперсий нормальных генеральных совокупностей. 32. Сравнение исправленной выборочной дисперсии с гипотетической нормальной дисперсией генеральной совокупности. 33. Сравнение двух средних генеральных совокупностей. 34. Сравнение выборочной средней с гипотетической нормальной средней генеральной совокупности. 35. Сравнение наблюдаемой относительной частоты с гипотетической вероятностью появления события. 36. Критерий согласия Пирсона для проверки гипотезы о нормальном распределении. 37. Функциональная зависимость и регрессия. Кривые регрессии. 38. Выборочный коэффициент корреляции. 39. Корреляционная зависимость, выборочные прямые регрессии. 40. Определение параметров линейной регрессии методом наименьших квадратов.

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		- Представить обзор сервисов, цифровых инструментов для визуализации, изучения свойств, анализа прикладных задач, решаемых средствами линейной алгебры и математического анализа – результат (скриншоты или …?) представить как ответ на задание в Moodle, или в Google документе, или на доске Miro.
УК-1.2	Критически оценивает надежность источников информации, работает с противоречивой информацией из разных источников, определяет пробелы в информации, необходимой для решения проблемной ситуации, и проектирует процессы по их устранению	- использует ресурсы интернета для просмотра, поиска, отбора, визуализации и анализа данных (открытые базы данных, порталы и сайты, напр. Росстат, TAdviser и др.). *Оценочные средства достижение индикатора*: ***Примерный вариант задания:*** Изучить (узнать) возможности сервисов, цифровых инструментов для визуализации, анализа прикладных задач, решаемых средствами математической статистики: ***Задача 1***. По выборке объемом n=100 1) Построить интервальный вариационный ряд. 2) Построить графики: полигон частот; гистограмму относительных частот (графическую оценку плотности распределения); полигон накопленных относительных частот (эмпирическую функцию распределения). 3) Определить выборочные характеристики распределения: - выборочное среднее - выборочную дисперсию - выборочное среднее квадратическое отклонение - выборочный коэффициент асимметрии - выборочный эксцесс - выборочные моду и медиану - коэффициент вариации 4) Исходя из полученных в ходе работы данных, охарактеризовать распределение исследуемого признака. Ответить на вопрос: каков смысл полученных характеристик? (в сноске ячейки с номером варианта --- в первой строке --- указано, какая харакеристика измерена). ***Задача 2.*** По данным задачи 1 выполнить следующие задания: 1) Проверить гипотезу о нормальном распределении случайной величины X с помощью критерия Пирсона (хи-квадрат) на 5% -ном уровне значимости; 2) Построить теоретическую кривую нормального распределения гистограмме выборочных (эмпирических) частот. 3) Записать формулу плотности распределения данных. Результат (скриншоты или …?) представить как ответ на задание в Moodle, или в Google документе, или на доске Miro.
УК-1.3	Разрабатывает и содержательно	Умеет решать задачи предметной области: выбирать метод и алгоритм для решения конкретной задачи,

<table>
<tr><th>Код индикатора</th><th>Индикатор достижения компетенции</th><th>Оценочные средства</th></tr>
<tr><td></td><td>аргументирует стратегию решения проблемной ситуации на основе системного и междисциплинарного подходов; строит сценарии реализации стратегии, определяя возможные риски и предлагая пути их устранения</td><td>
аргументировать свой выбор; строить простейшие математические модели реальных процессов и ситуаций; применять компьютерные математические программы для решения задач:
- обладает навыками отбора и обработки информации,
- навыками и методиками обобщения результатов решения задач на основе теоретических положений теории вероятностей и математической статистики.

Примерное задание
Исследуется СВЯЗЬ между расходами по компании по добыче (разработке) сырья (X, тыс. руб.) и объемами продаж сырья перерабатывающим заводам (Y, тыс. руб.) и ЗАВИСИМОСТЬ объема продаж Y от расходов на добычу X. Сведения по 60 случайно отобранным компаниям сгруппированы в корреляционную таблицу
<table>
<tr><th>Y / X</th><th>[0; 0,3)</th><th>[0,3; 0,6)</th><th>[0,6;0,9)</th><th>[0,9; 1,2)</th><th>[1,2; 1,5)</th><th>n_x</th></tr>
<tr><td>[0,9; 1,8)</td><td>2</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td>3</td></tr>
<tr><td>[1,8; 2,7)</td><td></td><td>11</td><td>6</td><td>1</td><td></td><td>18</td></tr>
<tr><td>[2,7; 3,6)</td><td></td><td>1</td><td>20</td><td>2</td><td></td><td>23</td></tr>
<tr><td>[3,6; 4,5)</td><td></td><td></td><td>1</td><td>9</td><td></td><td>10</td></tr>
<tr><td>[4,5; 5,4)</td><td></td><td></td><td></td><td>4</td><td></td><td>4</td></tr>
<tr><td>[5,4; 6,3)</td><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>n_y</td><td>2</td><td>13</td><td>27</td><td>17</td><td>1</td><td>60</td></tr>
</table>
Требуется:
1) Построить диаграмму рассеяния выборки.
2) Вычислить ковариацию и коэффициент корреляции.
3) Проверить значимость линейного коэффициента корреляции при уровне значимости α=0,05.
4) Определить доверительный интервал и стандартную ошибку линейного коэффициента корреляции.
5) Сделать вывод о силе и направлении связи расходов по добыче с объемами продаж.
6) Найти уравнение линейной регрессии Y на X: Y=b0+b1 X; построить на графике поля корреляций линию регрессии.
7) Вычислить коэффициент детерминации R^2.
8) Проверить адекватность построенной модели исходным данным. Для этого проверить:
- значимость уравнения регрессии в целом (значимость коэффициента детерминации R^2 по F-критерию Фишера;
- значимость коэффициентов регрессии b0 и b1 с помощью критерия Стьюдента;
- построить на уровне значимости α доверительные интервалы для коэффициентов b0 и b1 уравнения регрессии.
9) Дать содержательную интерпретацию:
- коэффициентов регрессии b0 и b1;
</td></tr>
</table>

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		- коэффициента детерминации; - качества модели на основании показателя R^2 и относительной ошибки аппроксимации MAPE. 10) Рассчитать по построенной модели прогнозное значение объема продаж Y_np для расходов по добыче, больших среднего значения X на 10%.

б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:

Промежуточная аттестация по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» проводится в форме зачета и включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и владений.

Показатели и критерии оценивания зачета:

- для **сдачи зачета** обучающийся показывает сформированность компетенции УК-1, т.е. студент должен показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, интеллектуальные навыки решения задач;
- **зачет не сдан**, если результат обучения не достигнут, обучающийся не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа Доска, мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации

Учебные аудитории для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации

Доска, мультимедийный проектор, экран.

Комплекс методических разработок (раздаточного материала и методических указаний) и\или комплекс тестовых заданий для подготовки и проведения промежуточных и рубежных контролей.

Помещения для самостоятельной работы учащихся Персональные компьютеры с пакетом MSOffice, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно

-образовательную среду университета.

Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования.

Шкафы для хранения учебно-методической документации, учебного оборудования и учебно-наглядных пособий.

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа Доска, мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации

Учебные аудитории для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации

Доска, мультимедийный проектор, экран.

Комплекс методических разработок (раздаточного материала и методических указаний) и\или комплекс тестовых заданий для подготовки и проведения промежуточных и рубежных контролей.

Помещения для самостоятельной работы учащихся Персональные компьютеры с пакетом MSOffice, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно

-образовательную среду университета.

Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования.

Шкафы для хранения учебно-методической документации, учебного оборудования и учебно-наглядных пособий.