МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И.
Носова»

УТВЕРЖДАЮ
Директор ИЕиС
_____ Ю.В. Сомова

02.02.2026 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Направление подготовки (специальность)
21.05.04 Горное дело

Направленность (профиль/специализация) программы
Горные машины и оборудование

Уровень высшего образования - специалитет

Форма обучения
заочная

Институт/ факультет	Институт естествознания и стандартизации
Кафедра	Прикладной математики и информатики
Курс	1

Магнитогорск
2026 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - специалитет по специальности 21.05.04 Горное дело (приказ Минобрнауки России от 12.08.2020 г. № 987)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики
13.01.2026, протокол № 5

Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИБиС
02.02.2026 г. протокол № 4

Председатель _____ Ю.В. Сомова

Согласовано:
Зав. кафедрой Горных машин и транспортно-технологических комплексов

_____ А.И. Курочкин

Рабочая программа составлена:
доцент кафедры кафедры ПМиИ, канд. пед. наук _____ Е.В.Сергеева

Рецензент:
зав. кафедрой Физики, канд. физ.-мат. наук _____ Д.М.Долгушин

Лист актуализации рабочей программы

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2027 - 2028 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от __ _____ 20__ г. № __
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2028 - 2029 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от __ _____ 20__ г. № __
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2029 - 2030 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от __ _____ 20__ г. № __
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2030 - 2031 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от __ _____ 20__ г. № __
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2031 - 2032 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от __ _____ 20__ г. № __
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2032 - 2033 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от __ _____ 20__ г. № __
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2033 - 2034 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от __ _____ 20__ г. № __
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

1 Цели освоения дисциплины (модуля)

Целями освоения дисциплины «Высшая математика» является привитие навыков использования математических методов исследования и основ математического моделирования в будущей профессии по инженерному обеспечению деятельности человека в недрах Земли при эксплуатационной разведке, добыче и переработке твердых полезных ископаемых, строительстве и эксплуатации подземных объектов различного назначения.

2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Высшая математика входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Для изучения дисциплины необходимы знания и умения, сформированные в результате изучении дисциплин: «Алгебра и начала анализа», «Геометрия» в объёме программы средней школы.

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Физика

Теоретическая механика

Сопротивление материалов

Прикладная механика

Электротехника

Теория вероятностей и математическая статистика

Анализ данных

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Высшая математика» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	
УК-1.1	Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
УК-1.2	Критически оценивает надежность источников информации, работает с противоречивой информацией из разных источников, определяет пробелы в информации, необходимой для решения проблемной ситуации, и проектирует процессы по их устранению
УК-1.3	Разрабатывает и содержательно аргументирует стратегию решения проблемной ситуации на основе системного и междисциплинарного подходов; строит сценарии реализации стратегии, определяя возможные риски и предлагая пути их устранения

4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц 180 акад. часов, в том числе:

– контактная работа – 8,6 акад. часов:
– аудиторная – 6 акад. часов;
– внеаудиторная – 2,6 акад. часов;
– самостоятельная работа – 162,7 акад. часов;
– в форме практической подготовки – 0 акад. час;
– подготовка к экзамену – 8,7 акад. час

Форма аттестации - экзамен

Раздел/ тема дисциплины	Курс	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа студента	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код компетенции
		Лек.	лаб. зан.	практ. зан.				
1. Элементы линейной алгебры								
1.1 Линейная алгебра: Матрицы и действия над ними. Определители квадратных матриц, ранг матрицы, обратная матрица. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Однородные системы.	1	0,5		0,5	20	самостоятельное изучение литературы, выполнение РГР	РГР ; тестирование	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
Итого по разделу		0,5		0,5	20			
2. Введение в математический анализ								
2.1 Предел и непрерывность функции одной переменной	1			0,5	10,4	самостоятельное изучение литературы, выполнение РГР	тестирование	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
Итого по разделу				0,5	10,4			
3. Дифференциальное исчисление функции одной и многих переменных								
3.1 Определение производной функции в точке. Дифференциал, его геометрический смысл Геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования и таблица производных.	1			0,5	15	самостоятельное изучение литературы, выполнение РГР	РГР ; тестирование	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
3.2 Производные и дифференциалы высших порядков. Осн. теоремы					15	самостоятельное изучение литературы,	РГР	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3

дифференциального исчисления. Формула Тейлора. Правило Лопиталя						выполнение РГР		
3.3 Применение производной и дифференциала: при исследовании функций и вычислении приближенных значений	1	0,5		0,5	15	самостоятельное изучение литературы, выполнение РГР	РГР	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
3.4 Дифференцирование ФНП: понятие частных производных, полного дифференциала, экстремум ФНП, элементы теории поля		0,5			15	самостоятельное изучение литературы, выполнение РГР	- РГР , - тестирование	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
Итого по разделу		1		1	60			
4. Интегральное исчисление функции одной переменной								
4.1 Первообразная функция. Неопределенный интеграл и его основные свойства. Таблица неопределенных интегралов от основных элементарных функций	1	0,5			6	самостоятельное изучение литературы, выполнение РГР	- РГР ; - тестирование	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
4.2 Основные методы интегрирования. Методы непосредственного интегрирования. Интегрирование заменой переменной и по частям				0,5	6	самостоятельное изучение литературы, выполнение РГР	- РГР ; - тестирование	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
4.3 Основные методы интегрирования. Интегрирование дробей					6	самостоятельное изучение литературы, выполнение РГР	- РГР , - тестирование	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
4.4 Основные методы интегрирования. Интегрирование тригонометрических и иррациональных выражений				0,5	8,3	самостоятельное изучение литературы, выполнение РГР	- РГР ; - тестирование	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
4.5 Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Свойства. Методы интегрирования. Приложения.				0,5	18	самостоятельное изучение литературы, выполнение РГР	- РГР; - тестирование	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
4.6 Несобственные интегралы. Абсолютная сходимость. Признаки сходимости.					10	самостоятельное изучение литературы, выполнение РГР	- РГР; - тестирование	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
Итого по разделу		0,5		1,5	54,3			
5. Обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ): ДУ 1-го и высших порядков. Основные понятия, методы решения. Системы ДУ первого порядка.								
5.1 Обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ): ДУ 1-го	1			0,5	18	- самостоятельное изучение	- РГР ; - тестирование	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3

и высших порядков. самостоятельное изучение литературы, выполнение РГР Основные понятия, методы решения. Системы ДУ первого порядка.						литературы, выполнение РГР		
Итого по разделу				0,5	18			
6. Подготовка к экзамену								
6.1 Теоретическая подготовка к экзамену	1					Решение типовых примеров и подготовка к итоговому тестированию	Экзамен	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
Итого по разделу								
Итого за семестр		2		4	162,7		экзамен	
Итого по дисциплине		2		4	162,7		экзамен	

5 Образовательные технологии

1. Традиционные образовательные технологии. Организация образовательного процесса, предполагает прямую трансляцию знаний от преподавателя к студенту (преимущественно на основе объяснительно-иллюстративных методов обучения). Учебная деятельность студента но-сит в таких условиях, как правило, репродуктивный характер.

Формы учебных занятий:

- информационная лекция – последовательное изложение материала в дисциплинарной логике, осуществляемое преимущественно вербальными средствами.

- практическое занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по предложенному алгоритму.

2. Технологии проектного обучения. Образовательный процесс построен в соответствии с алгоритмом поэтапного решения проблемной задачи или выполнения учебного задания. Проект предполагает совместную учебно-познавательную деятельность группы студентов, направленную на выработку концепции, установление целей и задач, формулировку ожидаемых результатов, определение принципов и методик решения поставленных задач, планирование хо-да работы, поиск доступных и оптимальных ресурсов, поэтапную реализацию плана работы, презентацию результатов работы, их осмысление и рефлексию. Применяется в основном для перехода компетенции на уровень владения.

Основные типы применяемых нами в образовательной деятельности проектов:

Исследовательский проект – структура приближена к формату научного исследования (доказательство актуальности темы, определение научной проблемы, предмета и объекта исследования, целей и задач, методов, источников, выдвижение гипотезы, обобщение результатов, выводы, обозначение новых проблем). Результатом является учебная карта по модулю нашей образовательной программы.

Творческий проект, предполагающий в отличие от предыдущего, конечный продукт в следующих вариантах – газета к исторически значимому «математическому» событию (праздник числа «Пи» и т.п.); «математическая» открытка (своего рода учебная карта, только неформально, красочно оформленная; видеоролик «Я научу вас решать …» и т.п.

Информационный проект – учебно-познавательная деятельность с ярко выраженной эвристической направленностью (поиск, отбор и систематизация информации о каком-то объекте, ознакомление участников проекта с этой информацией, ее анализ и обобщение и, наконец, презентация по практическому приложению).

4. Информационно-коммуникационные образовательные технологии. Организация образовательного процесса с применением специализированных программных сред и технических средств работы с информацией (информационную среду университета МООДУС MOODLE).

6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Представлено в приложении 1.

7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Представлены в приложении 2.

8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) Основная литература:

1. Шипачев, В. С. Высшая математика : учебник / В. С. Шипачев. — Москва : ИНФРА-М, 2024. — 479 с. — (Высшее образование). — DOI 10.12737/5394. - ISBN

978-5-16-010072-2. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/2085943 (дата обращения: 02.04.2026). – Режим доступа: по подписке.

2. Математика : учебное пособие / Ю. М. Данилов, Л. Н. Журбенко, Г. А. Никонова [и др.] ; под ред. Л. Н. Журбенко, Г. А. Никоновой. — Москва : ИНФРА-М, 2022. — 496 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-010118-7. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1818645 (дата обращения: 02.04.2026). – Режим доступа: по подписке.

б) Дополнительная литература:

1. Математика в примерах и задачах : учеб. пособие / О.М. Дегтярева, Л.Н. Журбенко, Г.А. Никонова, Н.В. Никонова, С.Н. Нуриева. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 372 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-011256-5. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/989802 (дата обращения: 02.04.2026). – Режим доступа: по подписке.

2. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа : учебник : в 2 частях / Г. М. Фихтенгольц. — 11-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, [б. г.]. — Часть 1 — 2019. — 444 с. — ISBN 978-5-8114-0190-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/112051 (дата обращения: 02.04.2026). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа : учебник : в 2 частях / Г. М. Фихтенгольц. — 10-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, [б. г.]. — Часть 2 — 2019. — 464 с. — ISBN 978-5-8114-0191-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/115730 (дата обращения: 02.04.2026). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

в) Методические указания:

1. Грачева, Л.А. Определенный интеграл: методические указания для студентов – Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010 – 12 с.

2. Грачева, Л.А. Элементы линейной алгебры, векторной алгебры и аналитической геометрии: Учебное пособие. - Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010 – 63 с.

3. Максименко, И.А. События и вероятность. Часть 2: Метод. указ. - Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010. – 25 с.

4. Маяченко, Е.П. Производная и дифференциал функции. Практикум.- Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010. – 38 с.

5. Маяченко Е.П. Исследование функций и построение графиков. Практикум. – Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2011. – 20 с.

г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Программное обеспечение

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
MS Office 2007 Professional	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно
7Zip	свободно распространяемое ПО	бессрочно
FAR Manager	свободно распространяемое ПО	бессрочно

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Название курса	Ссылка

Электронная база периодических изданий ООО «ИВИС»	https://eivis.ru/
Электронные ресурсы библиотеки МГТУ им. Г.И. Носова	https://host.megaprolib.net/MP0109/Web

9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Доска, мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации.

Учебные аудитории для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Доска, мультимедийный проектор, экран, Комплекс методических разработок (раздаточного материала и методических указаний) и\или комплекс тестовых заданий для подготовки и проведения промежуточных и рубежных контролей.

Помещения для самостоятельной работы учащихся.

Персональные компьютеры с пакетом MSOffice, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования.

Шкафы для хранения учебно-методической документации, учебного оборудования и учебно-наглядных пособий.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

По дисциплине «Математика» предусмотрена аудиторная и внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся.

Аудиторная самостоятельная работа студентов предполагает решение задач на практических занятиях.

Примерные варианты расчетно-графических работ (РГР):

РГР № 1. «Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии в приложениях к прикладным задачам добывающей промышленности»

Задание №1 (уровень компетенции – «знать», «уметь»). При решении задач, воспользуйтесь одним из прикладных пакетов (Mathcad, Microsoft Excel,WolframAlpha Mathematica или др.).

Результат оформите в виде скриншотов страниц с вычислениями в Google Документе (пришлите ссылку преподавателю, в элементе «Задание» на образовательном портале или на доске Miro)

Задача 1. Найдите произведение матриц

1) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$, 2) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 5 & 0 & -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$,

3) $\begin{pmatrix} 3 & 0 & -4 \\ 5 & 7 & 9 \\ -2 & 1 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, 4) $\begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}$,

5) $\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$, 6) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Задача 2. Вычислите определители

1) $\begin{vmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 0 & 7 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$, 2) $\begin{vmatrix} 2 & -4 & 3 \\ 5 & 10 & -1 \\ 0 & 4 & 7 \end{vmatrix}$, 3) $\begin{vmatrix} 11 & 3 & 6 \\ 1 & 4 & 6 \\ -2 & -7 & 2 \end{vmatrix}$,

4) $\begin{vmatrix} 1 & 14 & -8 \\ 5 & 0 & -4 \\ 2 & -7 & 2 \end{vmatrix}$, 5) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$.

Задача 3.Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & -2 & 5 \\ 0 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 5 & 1 \end{pmatrix}$. Найдите

1) A_{12}, 2) A_{24}, 3) $\det A$, 4) придумайте самостоятельно определитель 6-го порядка и также вычислите его.

Задача 4. Найдите обратные для матриц

1) $\begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$, 2) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & -1 \\ 4 & 7 & 1 \end{pmatrix}$, 3) $A = \begin{pmatrix} 2.1 & -3.4 & 5.2 \\ -5.8 & 6.7 & 8.1 \\ 6.3 & 3.2 & 4.1 \end{pmatrix}$

и проверить, что $AA^{-1} = E$.

Задача 5.Решите систему а) матричным способом и
б) по формулам Крамера.

$$\begin{cases} x + 3y + 2z = -7, \\ 3x + 2y + 5z = 6, \\ 4x + 3y + z = 1. \end{cases}$$

Задача 6. Решите системы методом Гаусса, указывая в каждом случае ранги матриц A и $(A|B)$. В однородных системах выпишите фундаментальную систему решений там, где она есть.

1. $\begin{cases} 2x + 4y + 3z = 5, \\ -x + 2z = -3, \\ 6x + 5y + z = 21. \end{cases}$ 2. $\begin{cases} 3x + 7y - 3z = 14, \\ x + 3y + 4z = 2, \\ 2x + 8y + 23z = -4. \end{cases}$

3. $\begin{cases} x + 3y - 2z = 5, \\ 2x + 5y - 4z = 8, \\ 4x + 11y - 8z = 3. \end{cases}$ 4. $\begin{cases} x + 2y + z = 0, \\ -x + 3y + z = 0, \\ 2x + 5y + 3z = 0. \end{cases}$

5. $\begin{cases} 3.4x + 5.3y + 6.1z = 9.2 \\ 6.4x + 2.5y + 8.1z = 3.4 \\ 7.2x + 6.2y + 6.9z = 8.2 \end{cases}$ 6. $\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0, \\ 4x_1 + 7x_2 + 10x_3 - 7x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0, \\ x_1 - 8x_3 + 7x_4 = 0. \end{cases}$

Задача 7. Определить тип и построить линию на плоскости и поверхность в пространстве:

А) $x^2 - 9y^2 + 2x + 18y + 73 = 0$,

Б) $2x^2 + 3y^2 - 4x + 6y - 7 = 0$,

В) $y^2 - 4x - 2y - 3 = 0$.

Г) Определить тип поверхности и построить:

1. $z = 4 - x^2$; 2. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{25} = 1$; 3. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{25} = 1$; 4. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{25} = -1$; 5. $\frac{x^2}{9} = \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{25}$; 6. $x^2 - y^2 = z$.

Задача 8. Постройте кривую в полярной системе координат по точкам с шагом $\Delta\varphi = \frac{\pi}{8}$

$\rho = 4 + 2\cos 2\varphi$.

Задание №2 (уровень компетенции «владение» - КЕЙСОВЫЕ ЗАДАНИЯ для групп)

1. Предприятие выпускает m видов изделий с использованием k видов сырья. Нормы расхода сырья для производства единицы продукции каждого вида даны матрицей

$A_{m\times k}$. Стоимость единицы сырья задана матрицей С. Найти затраты каждого вида сырья при заданном плане выпуска Q и суммарные затраты на сырье. Представить результаты с помощью матриц A,C,Q.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 0 & 1 \\ 2 & 5 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad C = (2 \quad 3 \quad 1 \quad 5) \qquad Q = (200 \quad 350 \quad 100).$$

2. Имеется n отраслей промышленности, каждая из которых производит свою продукцию. Часть ее идет на внутрипроизводственное потребление данной отраслью и другими отраслями, а другая Y (конечный продукт) предназначена для личного и общественного потребления. Пусть x_i – общий (валовой) объем продукции i –й отрасли ($i = \overline{1,n}$); x_{ij} – объем продукции i –й отрасли, потребляемой j –й отраслью в процессе производства ($i = \overline{1,n},\ j = \overline{1,n}$).

   В таблице задан баланс n отраслей промышленности за некоторый промежуток времени.

   Построить матрицу прямых затрат $A=(a_{ij})_{m\times n}$, где a_{ij} – коэффициенты прямых затрат (доли продукции i –й отрасли, идущих на производство единицы продукции j –й отрасли) и выяснить, является ли она продуктивной. Найти матрицу полных затрат. Найти X_1 – объем валовой продукции каждой отрасли, если конечный продукт должен быть Y_1. Указать необходимый процент увеличения валовой продукции по каждой отрасли.

Отрасли	Потребление			Валовой выпуск X	Конечный продукт Y_1
	1	2	3		
3. 1	4. 5	5. 10	6. 15	7. 100	8. 60
9. 2	10. 10	11. 10	12. 20	13. 100	14. 80
15. 3	16. 15	17. 5	18. 10	19. 50	20. 30

3.Фирма «Союз» обеспечивает доставку видео- и аудиокассет с четырёх складов, расположенных в разных точках города, в четыре магазина. Запас кассет, имеющихся на складах, объёмы заказов магазинов и тарифы на доставку представлены в таблице.

Склады	Магазины				Запасы, тыс.шт.
	№1	№2	№3	№4	
Склад №1	2	6	4	3	120
Склад №2	5	1	9	2	240
Склад №3	3	2	2	6	80
Склад №4	4	5	10	3	60
Заказы, тыс. шт.	190	170	110	30	

Определите объёмы перевозок, обеспечивающие фирме минимальные затраты.

РГР №2 «Методы дифференциального исчисления функции одной и многих переменных при решении задач прикладного характера»

Задание №1 (знания и умения). При решении задач, воспользуйтесь одним из прикладных пакетов (Mathcad, Microsoft Excel,WolframAlpha Mathematica или др.).

Результат оформите в виде скриншотов страниц с вычислениями в Google Документе (пришлите ссылку преподавателю, в элементе «Задание» на образовательном портале или на доске Miro)

1. Найти производные и дифференциалы первого порядка

1) $y=\frac{7\cos x}{5x+1}$,

2) $y=(2+5x)^4-3\cos 7x$,

3) $y=\frac{7}{3}-4x\cdot \arcsin x$,

4) $y=(\cos x)^{tgx}$.

2. Найти производную функции, заданной неявно $e^y-5xe^x-2xy+11=0$.

3.Найти производную функции, заданной параметрически $\begin{cases} x=3\cos t-5, \\ y=4t^3+5. \end{cases}$

4. Найти производные первого порядка функции $y=x^2e^{2x}$.

5. Найдите $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$ функций: а) $\begin{cases} x=3t-t^3, \\ y=3t^2; \end{cases}$ б) $y=5^{\sqrt{x}}$.

6. Напишите уравнение касательной к параболе $y=x^2-4x+2$ в точке с абсциссой $x_0=0$. Постройте график и касательную.

7. Постройте график данной функции. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке: $f(x)=2x^3-6x^2-18x+7$, $x\in[-2;2]$.

8. Постройте график функции $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2$ и исследуйте её на экстремум.

9. Постройте график функции и укажите по графику её асимптоты: $y=\frac{x^3}{(x+1)^2}$.

10. Проведите полное исследование функции с помощью построенного предварительно графика $y=\frac{(x-1)^2}{x^2}$.

11. Зависимость пути от времени при прямолинейном движении точки задается уравнением $s=\frac{1}{3}t^3+2t^2-3$, где s — путь в м, а t — время в с. Вычислите ее скорость и ускорение в момент времени $t=4c$.

Функции нескольких переменных:

1. Построить функцию, выяснить её область определения $z=\frac{\ln(1-x^2-y^2)}{1-\sqrt{y}}$.

2. Найти значения частных производных функций в заданной точке:

А) $z=x^{\frac{1}{y}}$ $(1;1)$ Б) $z=\ln\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)$ $(1;1)$.

3. Найти $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, если $u=xy+\sin(x+y)$.

4. Вычислить приближённо $\sqrt{5\cdot e^{0,02}+2,03^2}$.

5. Построить поверхность. Найти экстремумы функции $z=x^2+2y^2-4x-6y+2.$

6. Найти экстремальное значение функции $z=2x+y-y^2-x^2$ при условии $x+2y=1.$

7. Найти наибольшее значение функции в заданной области:

А) $z=x-2y+5$ $\begin{cases} x\geq 0 \\ y\geq 0 \\ x+y\leq 1; \end{cases}$ Б) $z=\ln\left(x^2+y^2\right)$ $\begin{cases} x+2y\leq 1 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0. \end{cases}$

Задание №2 (уровень компетенции «владение» - КЕЙСОВЫЕ ЗАДАНИЯ для групп)

1. Завод выпускает спичечные коробки. Расходы на производство одного коробка 1 руб, а цена продажи равна 5 руб. Сколько нужно производить коробков, чтобы прибыль была наибольшей, если t работников завода может производить в месяц $N=-(t-10)^2+500$ коробков.
2. Расходы на производство y автомобилей составляют $Q=0,5y^2+y+7$ миллионов рублей в месяц. Если продавать каждый автомобиль за S тысяч рублей, то при продаже всех произведенных за месяц автомобилей завод получит доход $S*y$, а заработает на этом прибыль (доходы минус расходы) - $S*y-Q$. Какую наименьшую цену продажи S нужно установить, чтобы за 3 месяца завод получил прибыль 75 миллионов рублей?
3. В двух областях есть по 20 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 10 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,2 кг алюминия или 0,2 кг никеля. Во второй области для добычи x кг алюминия в день требуется x^2 человеко-часов труда, а для добычи y кг никеля в день требуется y^2 человеко-часов труда. Обе области поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 1 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этом области договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?
   (Источник: https://shkolkovo.net/catalog/slozhnye_zadachi_prikladnogo_haraktera/naibolshego_naimenshego_znacheniya_velichiny/page-2
   © shkolkovo.net)
4. Решить графическим методом задачу на нахождение оптимального значения функции (плана добычи полезных ископаемых):

$z=2x_1+x_2\rightarrow$ min

$$\begin{cases} x_1+x_2\leq 12 \\ 2x_1-x_2\leq 12 \\ 2x_1-x_2\geq 0 \\ 2x_1+x_2\geq 4 \\ x_2\geq 0 \end{cases}$$

5. Задана таблица значений x и y и указан вид зависимости $y=f(x,a,b)$. Найдите параметры a и b, используя метод наименьших квадратов.

$f(x,a,b)=ax^2+b$

x	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2
y	2,3	2,5	5,8	9,8	10,6

РГР №3 «Методы интегрального исчисления при решении прикладных задач»

Задание (уровень компетенции – «знать», «уметь»). При решении задач, воспользуйтесь одним из прикладных пакетов (Mathcad, Microsoft Excel,WolframAlpha Mathematica или др.).

Результат оформите в виде скриншотов страниц с вычислениями в Google Документе (пришлите ссылку преподавателю, в элементе «Задание» на образовательном портале или на доске Miro)

1). Вычислить неопределенные интегралы

1. $\int\left(\frac{1}{3\sqrt{x}}-\frac{x\sqrt[3]{x}}{5}+1\right)dx$ 2. $\int\left(\frac{2}{3+x^2}-\frac{1}{2\sqrt{x^2-3}}\right)dx$, 3. $\int\left(\frac{3}{\sqrt{2-7x}}-\frac{4}{\sin\left(\frac{2x}{5}-1\right)}\right)dx$

4. $\int\frac{ctg^3x-6}{\sin^2 x}dx$ 5. $\int x\left(3x^2+1\right)^4dx$ 6. $\int\frac{2x-1}{x^2+2x+10}dx$, 7. $\int\sqrt{1-e^x}e^xdx$

8. $\int\frac{4x+3}{(x-2)^3}dx,$ 9. $\int xe^{-3}dx,$ 10. $\int\frac{dx}{x(x^2+1)},$ 11. $\int\frac{dx}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}+2\sqrt[4]{x}},$

12. $\int\frac{dx}{\cos x\sin^3 x},$ 13 $\int\frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+2x-1.}}$

2) Вычислить определенные интегралы

1. $\int_1^2(x^2+\frac{1}{x^4})dx.$ 2. $\int_2^\pi\ln\sin xdx$ 3. $\int_3^5\frac{x^2-3x+7}{x^4+7x^2+8}dx$, 4. $\int_1^\infty\frac{x^2-2x+5}{x^4+8x^2+9}dx$.

3). Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

1) $3x-y=4$, $y^2=6x$

2) $r=\cos 2\varphi,\quad 0\le\varphi\le\frac{\pi}{6}$

3) $\begin{cases}x=2\cos t,\\ y=6\sin t;\ y=3(y\ge 3).\end{cases}$

4). Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением

1) $y=\ln x,\qquad \sqrt{3}\le x\le\sqrt{15}.$

2) $\rho=3e^{3\varphi/4},\ -\pi/2\le\varphi\le\pi/2$

3) $\begin{cases}x=e^t(\cos t+\sin t),\\ x=e^t(\cos t-\sin t),\ \pi/2\le t\le\pi.\end{cases}$

5). Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Оу фигуры, ограниченной графиками функций $x=3-y^2$, $x=y^2+1$

РГР №4 «Дифференциальные уравнения»

Задание. При решении задач, воспользуйтесь одним из прикладных пакетов (Mathcad, Microsoft Excel,WolframAlpha Mathematica или др.).

Результат оформите в виде скриншотов страниц с вычислениями в Google Документе (пришлите ссылку преподавателю, в элементе «Задание» на образовательном портале или на доске Miro)

1. Найти общий интеграл или общее решение дифференциального уравнения первого порядка (в примерах г), д) решить задачу Коши):

1) $\sqrt{4-x^2}\,y' + xy^2 + x = 0$, 2) $20xdx - 3ydy = 3x^2ydy - 5xy^2dx$, 3) $y' = \dfrac{x^2 + 2xy - 5y^2}{2x^2 - 6xy}$,

4) $\begin{cases} y' - y\cos x = \sin 2x \\ y(0) = -1 \end{cases}$, 5) $\begin{cases} xy' + y = xy^2 \\ y(1) = 1 \end{cases}$, 6) $\dfrac{y}{x^2}dx - \dfrac{xy+1}{x}dy = 0$.

2. Найти общее решение дифференциального уравнения:

1) $y'''x\ln x = y''$, 2) $(1+x^2)y'' + 2xy' = 12x^2$.

3. Найти решение задачи Коши: $\begin{cases} y'' = 2\sin^3 y\cos y \\ y(1) = \dfrac{\pi}{2},\ y'(1) = 1 \end{cases}$.

4. Найти общее решение дифференциального уравнения (и если задано- решить задачу Коши):

1) $y'' - 2y' + y = xe^x$, 2) $y'' + 4y' + 5y = x^2$

3) $y''' - 4y'' + 5y' = 6x^2 + 2x - 5$, 4) $y''' + 2y'' - 3y' = (8x+6)e^x$,

5) $y'' - 4y' + 4y = e^{2x}(\cos x + 3\sin x)$, 6) $y''' - 64y' = 128\cos 8x - 64e^{8x}$,

7) $\begin{cases} y'' + y = 1/\sin x \\ y(\pi/2) = 1,\ y'(\pi/2) = \pi/2 \end{cases}$ 8) $y' = y^3x^2$, $y(0) = 3$.

5. Решите систему ДУ первого порядка двумя способами - подстановки и методом Эйлера

$$\begin{cases} y' = 2x - 5y + e^t \\ x' = y - 6x + e^{-2t} \end{cases}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Кодиндикатора	Индикатордостижениякомпетенции	Оценочные средства
УК-1Способеносуществлятькритическийанализпроблемныхситуацийнаосновесистемногоподхода,вырабатыватьстратегиюдействий		
УК-1.1	Анализируетпроблемнуюситуациюкаксистему,выявляяе	Знает возможности прикладных сервисов и пакетов для математического моделирования и решения задач прикладного характера средствами (методами) алгебры,

Кодиндикатора	Индикатордостижениякомпетенции	Оценочные средства
	есоставляющиеисвязимеждуними	геометрии и математического анализа. Для достижения индикатора: -знает основные определения и понятия алгебры, геометрии и математического анализа, используемые для отбора и обработки данных в соответствии с поставленной прикладной задачей; - воспроизводит основные математические модели: распознает математические объекты; понимает связь между различными математическими объектами, позволяющими смоделировать и решить задачу. ***Оценочные средства достижение индикатора***: - Расчетно-графические работы (РГР) по разделам курса (примерные варианты РГР представлены в Приложении 1). - Вопросы для самопроверки и подготовки к защите РГР (представлены в Приложении 1): 1. Формулировки основных теорем (свойств, признаков изучаемых понятий, необходимые и достаточные условия) в изучаемых разделах курса, 2. Методы раскрытия неопределенностей, выяснения непрерывности функции одной переменной, 3. Алгоритм приближенного вычисления функции с помощью дифференциала; написания уравнения касательной прямой (плоскости). 4. Алгоритм полного исследования функции. 5. Алгоритм нахождения экстремума функции одной и многих переменных. 6. Методы выяснения классов интегрируемых функций, а также методы интегрирования основных классов функций. 7. Основные приложения определенных интегралов. 8. Способы выяснения сходимости несобственных интегралов. - Представить обзор сервисов, цифровых инструментов для визуализации, изучения свойств, анализа прикладных задач, решаемых средствами линейной алгебры и математического анализа – результат (скриншоты или …?) представить как ответ на задание в Moodle, или в Google документе, или на доске Miro.
УК-1.2	Критическиоцениваетнадежностьисточниковинформации,работаетспротиворечивойинформациейизразныхисточников,определяетпробелывинформ	- использует ресурсы интернета для просмотра, поиска, отбора, визуализации и анализа данных (открытые базы данных, порталы и сайты, напр. Росстат, TAdviser и др.). *Оценочные средства достижение индикатора*: ***Примерный вариант задания:*** 1) Изучить (узнать) возможности сервисов, цифровых инструментов

Кодиндикатора	Индикатордостижениякомпетенции	Оценочные средства
	ации,необходимойдлярешенияпроблемнойситуации,ипроектируетпроцессыпоихустранению	1.1. для визуализации, анализа прикладных задач, решаемых средствами линейной и векторной алгебры (напр., транспортной задачи, задачи ЛП – графический метод), 1.2. для визуализации, изучения свойств кривых и поверхностей 2-го порядка (напр., WolframAlpha и др.) 1.3. и т.д. (в каждом разделе курса – для решения конкретных междисциплинарных прикладных задач) 2) Результат (скриншоты или …?) представить как ответ на задание в Moodle, или в Google документе, или на доске Miro.
УК-1.3	Разрабатываетисодержательноаргументируетстратегиюрешенияпроблемнойситуациинаосновесистемногоимеждисциплинарногоподходов;строитсценарииреализациистратегии,определяявозможныериски ипредлагаяпутиихустранения	Умеет решать задачи предметной области: выбирать метод и алгоритм для решения конкретной задачи, аргументировать свой выбор; строить простейшие математические модели реальных процессов и ситуаций; применять компьютерные математические программы для решения задач: - обладает навыками отбора и обработки информации, - навыками и методиками обобщения результатов решения задач на основе теоретических положений высшей математики ***Примерные задания*** **Задание 1.**Для производства двух видов изделий А и В используется три типа технологического оборудования. На производство единицы изделия А используется 3 часа работы оборудования первого вида, 4 часа работы оборудования второго вида и 5 часов часа работы оборудования третьего вида. Для единицы изделия В – используется 6, 3 и 2 часа соответственно. Существуют ограничения на использование оборудования первого вида – 102 часа в месяц, на использование оборудования второго вида – 91 час в месяц и на использование оборудования третьего вида – 105 часов в месяц. Цена реализации единицы готового изделия А составляет 7 у.е., изделия В – 9 у.е. Составьте план производства изделий А и В на месяц, обеспечивающий максимальную выручку от их реализации. Решить задачу с помощью средств MSExcel. . Выяснить, время работы какого оборудования исчерпано не полностью, в каких пределах может меняться время использования всех трех видов оборудования, что бы «ценность» этого ресурса оставалась прежней. В каких пределах можно изменять цены готовых продуктов А и В, что бы план их производства остался прежним. Проверить целесообразность введения в план производства еще одного изделия С, с затратами на единицу продукции 2, 3, 5 часов работы оборудования первого, второго и третьего

Кодиндикатора	Индикатордостижениякомпетенции	Оценочные средства
		видов соответственно, если цена реализации составит 8 у.е. **Задание 2.**Решить транспортную задачу по перевозке песка с трех карьеров на четыре строительные площадки. В день каждый карьер производит 120, 80 и 100 тонн песка, на стройплощадки требуется 85, 65, 90 и 60 тонн соответственно. Известны расстояния между заводами и площадками в километрах: $\begin{pmatrix} 7 & 4 & 15 & 9 \\ 11 & 2 & 7 & 3 \\ 4 & 5 & 12 & 8 \end{pmatrix}$ Определить оптимальный план перевозок, минимизирующий общий километраж перевозок. **Задание 3.** При построении висячего моста через речку «Тихая» и выяснении надежности сооружения, студенты стройотряда столкнулись с решением следующей задачи: Трос, подвешенный за два конца на одинаковой высоте, имеет форму дуги параболы. Расстояние между точками крепления равно 24 м. Глубина прогиба троса на расстоянии 3 м от точки крепления равна 40 см. Определить глубину прогиба троса посередине между креплениями.

б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:

2. Проведения промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация по дисциплине «Высшая математика» проводится в форме экзамена и включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и владений, проводится в форме экзамена.

Экзамен по данной дисциплине проводится в устной форме по экзаменационным билетам, каждый из которых включает 2 теоретических вопроса и одно практическое задание.

Показатели и критерии оценивания экзамена:

– на оценку **«отлично»** – обучающийся демонстрирует высокий уровень сформированности компетенции УК-1, всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.

– на оценку **«хорошо»** – обучающийся демонстрирует средний уровень сформированности компетенции УК-1: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.

– на оценку **«удовлетворительно»** – обучающийся демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенции УК-1: в ходе контрольных мероприятий допускаются ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

– на оценку **«неудовлетворительно»**– обучающийся демонстрирует знания не более 20% теоретического материала, допускает существенные ошибки, не может показать

интеллектуальные навыки решения простых задач или не может показать знания даже на уровне воспроизведения и объяснения информации.