



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»



УТВЕРЖДАЮ
Директор ИЭиАС
В.Р. Храмшин

03.02.2026 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ ЭКСПЕРИМЕНТА

Направление подготовки (специальность)
13.03.02 Электроэнергетика и электротехника

Направленность (профиль/специализация) программы
Электроснабжение

Уровень высшего образования - бакалавриат

Форма обучения
заочная

| | |
|---------------------|---|
| Институт/ факультет | Институт энергетики и автоматизированных систем |
| Кафедра | Электроснабжения промышленных предприятий |
| Курс | 3 |

Магнитогорск
2026 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - бакалавриат по направлению подготовки 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника (приказ Минобрнауки России от 28.02.2018 г. № 144)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры
Электроснабжения промышленных предприятий
22.01.2026, протокол № 4

Зав. кафедрой _____ А.В. Варганова

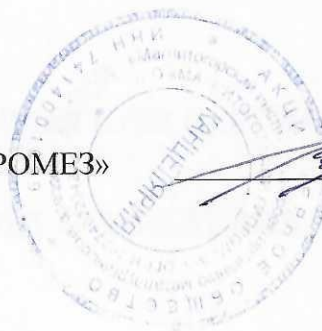
Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЭиАС
03.02.2026 г. протокол № 5

Председатель _____ В.Р. Храмшин

Рабочая программа составлена:
доцент кафедры ЭПП, канд. техн. наук

_____ Е.А. Панова

Рецензент:
зам. начальника ЭТО
АО «МАГНИТОГОРСКИЙ ГИПРОМЕЗ»



_____ А.Ю. Литвинов

Лист актуализации рабочей программы

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2027 - 2028 учебном году на заседании кафедры Электроснабжения промышленных предприятий

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ А.В. Варганова

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2028 - 2029 учебном году на заседании кафедры Электроснабжения промышленных предприятий

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ А.В. Варганова

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2029 - 2030 учебном году на заседании кафедры Электроснабжения промышленных предприятий

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ А.В. Варганова

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2030 - 2031 учебном году на заседании кафедры Электроснабжения промышленных предприятий

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ А.В. Варганова

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2031 - 2032 учебном году на заседании кафедры Электроснабжения промышленных предприятий

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ А.В. Варганова

1 Цели освоения дисциплины (модуля)

Целью освоения дисциплины «Введение в теорию эксперимента» является изучение основ экспериментальных исследований и математического моделирования, а также применение методов теории планирования эксперимента при анализе режимов работы электроэнергетических систем. Изучение дисциплины также позволит студентам выполнять математическое моделирование режимов работы электроэнергетических систем и обработку экспериментальных данных при написании выпускной квалификационной работы бакалавра. В дальнейшем, в процессе профессиональной деятельности, знания, полученные в процессе изучения данной дисциплины, позволят специалисту-бакалавру определять эффективные производственно-технологические режимы работы объектов электроэнергетики и электротехники. Также эти знания будут полезны для различных видов научно-исследовательской деятельности.

2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Введение в теорию эксперимента» входит в часть учебного плана, формируемую участниками образовательных отношений образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Математика

Информатика

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Математическое моделирование в электроэнергетических системах

Подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы

Надежность систем электроснабжения

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Введение в теорию эксперимента» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

| Код индикатора | Индикатор достижения компетенции |
|----------------|--|
| ПК-1 | Способен участвовать в планировании, подготовке и выполнении типовых экспериментальных исследований по заданной методике и обрабатывать результаты экспериментов |
| ПК-1.1 | Разрабатывает план мероприятий по повышению надежности и экономичности работы электротехнического оборудования |

4 Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц 108 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 6,4 акад. часов;
- аудиторная – 6 акад. часов;
- внеаудиторная – 0,4 акад. часов;
- самостоятельная работа – 97,7 акад. часов;
- в форме практической подготовки – 0 акад. час;

– подготовка к зачёту – 3,9 акад. час

Форма аттестации – зачет.

| Раздел/ тема дисциплины | Курс | Аудиторная контактная работа (в акад. часах) | | | Самостоятельная работа студента | Вид самостоятельной работы | Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | Код компетенции |
|--|------|--|-----------|-------------|---------------------------------|---|---|-----------------|
| | | Лек. | лаб. зан. | практ. зан. | | | | |
| 1. Основы научных исследований в энергетических расчетах и методы экспериментальных исследований | | | | | | | | |
| 1.1 Основы научных исследований в энергетике | 3 | | | | 5 | самостоятельное изучение учебной литературы; конспектирование | Конспект | ПК-1.1 |
| Итого по разделу | | | | | 5 | | | |
| 2. Теория подобия и моделирования | | | | | | | | |
| 2.1 Основные положения теории подобия | | | | | 5 | самостоятельное изучение учебной литературы; конспектирование | Конспект | ПК-1.1 |
| 2.2 Теоремы подобия и их применение при определении критериев подобия | 3 | 0,5 | | 1 | 5 | самостоятельное изучение учебной литературы; конспектирование; выполнение задачи 1 контрольной работы | Конспект Контрольная работа (задача 1) | ПК-1.1 |
| Итого по разделу | | 0,5 | | 1 | 10 | | | |
| 3. Теория планирования эксперимента | | | | | | | | |
| 3.1 Основные понятия теории планирования эксперимента | 3 | | | | 5 | самостоятельное изучение учебной литературы; конспектирование | Конспект | ПК-1.1 |

| | | | | | | | | | |
|---|--|---|-----|--|---|----|---|---|--------|
| 3.2 | Статистическое оценивание экспериментальных данных | | 0,5 | | 1 | 5 | самостоятельное изучение учебной литературы; конспектирование; выполнение задачи 2 контрольной работы | Конспект Контрольная работа (задача 2) | ПК-1.1 |
| Итого по разделу | | | 0,5 | | 1 | 10 | | | |
| 4. Планирования и обработка результатов однофакторных экспериментов | | | | | | | | | |
| 4.1 | Метод наименьших квадратов | | | | | 5 | самостоятельное изучение учебной литературы; конспектирование | Конспект | ПК-1.1 |
| 4.2 | Симметричный равномерный план однофакторного эксперимента | 3 | | | | 5 | самостоятельное изучение учебной литературы; конспектирование | Конспект | ПК-1.1 |
| 4.3 | Проверка адекватности регрессионного уравнения | | | | | 5 | самостоятельное изучение учебной литературы; конспектирование | Конспект | ПК-1.1 |
| Итого по разделу | | | | | | 15 | | | |
| 5. Элементы матричной алгебры в регрессионном анализе | | | | | | | | | |
| 5.1 | Элементы матричной алгебры в регрессионном анализе | 3 | | | | 7 | самостоятельное изучение учебной литературы; конспектирование | Конспект | ПК-1.1 |
| Итого по разделу | | | | | | 7 | | | |
| 6. Двухуровневые планы многофакторных экспериментов | | | | | | | | | |
| 6.1 | Двухуровневый план полного факторного эксперимента типа 2 ⁿ | | 0,5 | | | 5 | самостоятельное изучение учебной литературы; конспектирование | Конспект | ПК-1.1 |
| 6.2 | Применение метода наименьших квадратов для составления регрессионного уравнения. Оценка значимости его коэффициентов, адекватности и работоспособности | 3 | 0,5 | | 2 | 7 | самостоятельное изучение учебной литературы; конспектирование; выполнение задачи 3 контрольной работы | Конспект Контрольная работа (задача 3) | ПК-1.1 |

| | | | | | | | |
|---|---|--|---|------|---|----------|--------|
| 6.3 Дробный факторный эксперимент | | | | 10 | самостоятельное изучение учебной литературы; конспектирование | Конспект | ПК-1.1 |
| 6.4 Ортогональный центральный композиционный план второго порядка | | | | 10 | самостоятельное изучение учебной литературы; конспектирование | Конспект | ПК-1.1 |
| Итого по разделу | 1 | | 2 | 32 | | | |
| 7. Зачет | | | | | | | |
| 7.1 Зачет | 3 | | | 18,7 | Подготовка к зачету | Зачет | ПК-1.1 |
| Итого по разделу | | | | 18,7 | | | |
| Итого за семестр | 2 | | 4 | 97,7 | | зачёт | |
| Итого по дисциплине | 2 | | 4 | 97,7 | | зачет | |

5 Образовательные технологии

Для реализации предусмотренных видов учебной работы в качестве образовательных технологий в преподавании дисциплины «Введение в теорию эксперимента» используются традиционная и модульно-компетентностная технологии.

Передача необходимых теоретических знаний и формирование основных представлений по курсу «Введение в теорию эксперимента» происходит с использованием мультимедийного оборудования.

Лекции проходят в традиционной форме, в форме лекций-консультаций и проблемных лекций. Теоретический материал на проблемных лекциях является результатом усвоения полученной информации посредством постановки проблемного вопроса и поиска путей его решения. В ходе проведения лекционных занятий предусматривается: 1) использование электронного демонстрационного материала по темам; 2) использование электронных учебников по отдельным темам занятий; 3) активные и интерактивные формы обучения: вариативный опрос, дискуссии, устный опрос и т.д.

При проведении практических занятий используются работа в команде и методы ИТ.

Самостоятельная работа стимулирует студентов при работе на практических занятиях и при подготовке к итоговой аттестации.

6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Представлено в приложении 1.

7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Представлены в приложении 2.

8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) Основная литература:

1. Степанов, П. Е. Планирование эксперимента : учебно-методическое пособие / П. Е. Степанов. – Москва : МИСИС, 2017. – 22 с. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/108113> (дата обращения: 21.01.2026). – Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Челноков, М. Б. Основы научного творчества / М. Б. Челноков. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 172 с. — ISBN 978-5-507-45764-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/282731> (дата обращения: 21.01.2026). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Панова, Е. А. Введение в теорию эксперимента : учебное пособие / Е. А. Панова. – Магнитогорск : МГТУ им. Г.И. Носова, 2020. – 55 с. – ISBN 978-5-9967-1922-8. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/162480> (дата обращения: 21.01.2026). – Режим доступа: для авториз. пользователей.

б) Дополнительная литература:

1. Берикашвили, В. Ш. Статистическая обработка данных, планирование эксперимента и случайные процессы : учебник для вузов / В. Ш. Берикашвили, С. П. Оськин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 164 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-09216-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/585944> (дата обращения: 21.01.2026).

в) Методические указания:

Методические указания для студентов приведены в Приложении 3 к РПД.

г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:**Программное обеспечение**

| Наименование ПО | № договора | Срок действия лицензии |
|---|------------------------------|------------------------|
| MS Office 2007 Professional | № 135 от 17.09.2007 | бессрочно |
| MathCAD v.15 Education University Edition | Д-1662-13 от 22.11.2013 | бессрочно |
| LibreOffice | свободно распространяемое ПО | бессрочно |
| Adobe Reader | свободно распространяемое ПО | бессрочно |
| FAR Manager | свободно распространяемое ПО | бессрочно |
| Linux Calculate | свободно распространяемое ПО | бессрочно |

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

| Название курса | Ссылка |
|--|---|
| Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования (РИНЦ) | https://elibrary.ru/project_risc.asp |
| Электронная база периодических изданий ООО «ИВИС» | https://eivis.ru/ |
| Федеральное государственное бюджетное учреждение «Федеральный институт промышленной собственности» | http://www1.fips.ru/ |
| Российская Государственная библиотека. Каталоги | https://www.rsl.ru/ru/4readers/catalogues/ |
| Электронные ресурсы библиотеки МГТУ им. Г.И. Носова | https://host.megaprolib.net/MP0109/Web |

9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

1. Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа – мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации.
2. Учебные аудитории для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации – доска, мультимедийный проектор, экран.
3. Помещения для самостоятельной работы обучающихся – персональные компьютеры с пакетом MS Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.
4. Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования – стеллажи, сейфы для хранения учебного оборудования.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

(обязательное)

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Аудиторная самостоятельная работа студентов на лекционных и практических занятиях включает в себя:

1) решение задач на практических занятиях.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов включает в себя:

- 1) чтение и проработка лекционного материала и рекомендованной литературы;
- 2) конспектирование;
- 3) выполнение контрольной работы;
- 4) подготовку к зачету.

Задания к практическим занятиям:

Тема 2.2

1. Найти критерии подобия для определения параметров модели турбогенератора со следующими характеристиками:

$$U_{\text{ном}} = 20 \text{ кВ};$$

$$P_{\text{ном}} = 320 \text{ МВт};$$

$$I_{\text{ном}} = 10,2 \text{ кА};$$

$$R_{\text{ном.ст}} = 0,0013 \text{ Ом};$$

$$J = 7,5 \text{ т} \cdot \text{м}^2;$$

$$m = 257 \text{ т}.$$

Начальные условия $t_0 = 1 \text{ с}$, $\omega_0 = 3141/\text{с}$.

Тема 3.2

1. Рассчитать дисперсию единичного $S^2(y_k)$ и среднего $S^2(\bar{y})$ результата по 9 повторностям опыта.

| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| $U_k, \text{кВ}$ | 35 | 36 | 37 | 40 | 36 | 39 | 35 | 38 | 37 |

2. В таблице приведены результаты замера напряжения, эталонным значением которого является $\bar{U}=35 \text{ кВ}$. Найти дисперсию единичного $S^2(y_k)$ и среднего $S^2(\bar{y})$ результата.

| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $U_k, \text{кВ}$ | 36,9 | 37,2 | 38,4 | 39,2 | 36,8 | 37,4 | 33,8 | 39,0 |

3. Для выборки из задачи №1 определить доверительный интервал генерального математического ожидания и дисперсии с вероятностью 90%.

4. Рассчитать оценки дисперсии единичного и среднего результата. Для выборки I проверить с вероятностью 0,95 равно ли генеральное математическое ожидание значению X (число букв в фамилии $\times 10$). Для выборки II поверить гипотезу о равенстве генеральной дисперсии Y (величину Y принять равной номеру компьютера, за которым Вы работаете).

| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|----|
| y_{kI} | 120 | 115 | 122 | 117 | 119 | 125 | 121 | 124 | 117 | 118 | — | — | — | — | — | — |

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|
| y_{kII} | 25 | 28 | 32 | 31 | 30 | 27 | 26 | 29 | 32 | 30 | 26 | 29 | 28 | 29 | 30 | 32 |
| y_{kIII} | 120 | 125 | 130 | 115 | 120 | 110 | 140 | 130 | 135 | 125 | 120 | 115 | 135 | 125 | — | — |
| y_{kIV} | 68 | 72 | 73 | 69 | 70 | 72 | 71 | 69 | 72 | 74 | 73 | 69 | 68 | — | — | — |

5. Оценить с вероятностью 95% однородны ли дисперсии.

| | | | | | | |
|--------------------|-----|-----|-----|-----|----|-----|
| u | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| $S^2(y_{ku}), B^2$ | 240 | 140 | 180 | 212 | 80 | 150 |
| f_u | 24 | 12 | 10 | 8 | 16 | 30 |

6. Определить с надежностью $p=0,95$ нет ли в представленных экспериментальных данных грубых ошибок. После исключения возможных ошибок получить оценки математического ожидания и дисперсии для каждой выборки.

| | | | | | | | | | | | | | |
|-----|-----------------|------|------|------|------|------|------|------|-----|-----|-----|----|-----|
| u | k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| I | y_{kI}, B_T | 39,6 | 37,2 | 38,4 | 39,2 | 38,6 | 37,4 | 38,8 | — | — | — | — | — |
| II | y_{kII}, B_T | 120 | 80 | 115 | 125 | 130 | 115 | 120 | 130 | 125 | — | — | — |
| II | y_{kIII}, B_T | 100 | 28 | 105 | 50 | 95 | 100 | 110 | 105 | 100 | 110 | 95 | 100 |

7. Определить число повторностей опыта для получения доверительной ошибки, равной $\varepsilon(\bar{y})=2\%$, если $S^2(y_k)=8,2; f=1200$.

8. Дать заключение о возможном преимуществе одного коммутационного аппарата перед другим по току электродинамической стойкости на основе следующих результатов испытаний

| | | | | | | | | | | |
|----------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| $i_{kI}, \text{кА}$ | 88 | 92 | 89 | 93 | 90 | 91 | 90 | 88 | 90 | — |
| $i_{kII}, \text{кА}$ | 93 | 92 | 89 | 94 | 95 | 95 | 94 | 98 | 96 | 95 |

Тема 6.2

1. Построить план ПФЭ 2^n в безразмерном выражении и в натуральной размерности факторов по следующим параметрам:

$$X_{10} = 38 \text{ кВ}; X_{20} = 24 \%; X_{30} = 0,6 \text{ м}; X_{40} = 500 \text{ об/мин};$$

$$\lambda_1 = 6 \text{ кВ}; \lambda_2 = 4 \%; \lambda_3 = 0,15 \text{ м}; \lambda_4 = 50 \text{ об/мин}.$$

2. По построенному в предыдущей задаче плану выполнена серия опытов. Результаты представлены в табл. Рассчитать коэффициенты регрессионного уравнения.

По результатам ПФЭ 2^4 можно получить регрессионное уравнение следующего вида:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{14}x_1x_4 + b_{23}x_2x_3 + b_{24}x_2x_4 + b_{34}x_3x_4 + b_{123}x_1x_2x_3 + b_{124}x_1x_2x_4 + b_{234}x_2x_3x_4 + b_{134}x_1x_3x_4 + b_{1234}x_1x_2x_3x_4.$$

Результаты эксперимента

| u | y_{1u} | y_{2u} | y_{3u} | y_{4u} |
|-----|----------|----------|----------|----------|
| 1 | 46,5 | 45,5 | 46,6 | 45,5 |
| 2 | 61 | 63,3 | 62,5 | 61,6 |
| 3 | 67,7 | 67 | 64 | 65,7 |
| 4 | 64,1 | 63,7 | 65,1 | 63,6 |
| 5 | 53,4 | 53,3 | 53,6 | 52,6 |
| 6 | 70,2 | 68,9 | 68,9 | 70 |
| 7 | 71,3 | 69,1 | 68,6 | 69,1 |
| 8 | 91,7 | 88,8 | 90 | 88,6 |
| 9 | 71,6 | 70,1 | 70,4 | 69,8 |
| 10 | 84,9 | 85,8 | 85,8 | 86,4 |
| 11 | 88,8 | 89 | 89,2 | 89,7 |
| 12 | 107,3 | 105,7 | 106 | 104,4 |
| 13 | 77,9 | 78,3 | 78,9 | 78,4 |
| 14 | 98,7 | 94,4 | 94,5 | 93,7 |
| 15 | 93,3 | 93,5 | 93,4 | 92,1 |
| 16 | 98,2 | 98,7 | 98,2 | 98,8 |

Вопросы для конспектирования:

1. Что такое наука? На какие разделы подразделяется современная наука?
2. Чем характеризуется научное исследование?
3. Общелогические, теоретические и эмпирические методы познания.
4. Что такое эксперимент? Какие особенности присущи эксперименту?
5. Перечислите стадии осуществления эксперимента. Какие виды экспериментов существуют?
6. Что такое моделирование?
7. Что понимается под оригиналом и моделью? Назовите условия существования модели.
8. Что такое подобие. Виды подобия.
9. Какие задачи решает теория подобия?
10. Что такое критерий подобия?
11. Виды факторов в эксперименте.
12. Схема эксперимента («черный ящик»).
13. Чем отличаются интерполяционный и оптимизационный эксперимент?
14. Какие требования предъявляются к функции цели и факторам?
15. Что называется случайным фактором в эксперименте?
16. Как при обработке экспериментальных данных используется критерий Стьюдента?
17. Как оценивается однородность дисперсий результатов опытов?
18. Какой критерий используется для выявления ошибок в результатах эксперимента?
19. На основе какой оценки можно судить о влиянии изменившихся условий проведения опытов на результаты эксперимента?
20. Как используется метод наименьших квадратов для определения коэффициентов регрессионного уравнения?
21. Как составляется план однофакторного эксперимента?
22. Что такое адекватность регрессионного уравнения и как она оценивается?
23. Метод наименьших квадратов в матричной форме.
24. Как определить коэффициенты регрессионного уравнения используя матричную форму записи метода наименьших квадратов?
25. Что такое симметричность плана эксперимента?
26. Что такое ортогональность плана эксперимента?

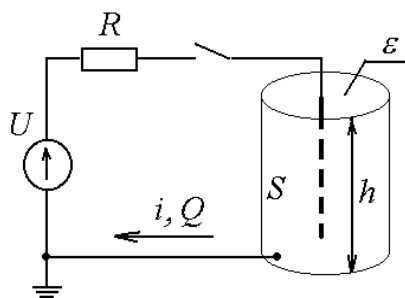
27. Алгоритм составления плана полного факторного эксперимента типа 2^n при любом числе факторов.
28. Общий вид регрессионного уравнения, полученного по плану полного факторного эксперимента типа 2^n .
29. Какое регрессионное уравнение считается работоспособным?
30. Что такое дробный факторный эксперимент?
31. В каком случае целесообразно применять планы дробного факторного эксперимента?
32. Как составляется план дробного факторного эксперимента?
33. Как определить коэффициенты регрессионного уравнения на основе плана дробного факторного эксперимента?
34. Что такое генерирующее соотношение?
35. Какие коэффициенты регрессионного уравнения считаются значимыми?
36. Как оценить адекватность регрессионного уравнения?
37. Как составить ортогональный центральный композиционный план второго порядка?
38. Что такое «звездные точки» ортогонального центрального композиционного плана второго порядка и как найти их координаты?

Контрольная работа:

Вариант – 1

Задача №1. Тема: «Теория подобия»

Исследуется электрический фильтр для очистки газов, который содержит проходной канал в виде трубы (высота h , площадь S), через который пропускается задымленный газ с абсолютной диэлектрической проницаемостью ε . Внутри канала находится стержневой электрод. При подключении высокого постоянного напряжения U происходит ионизация газа, частицы загрязнений приобретают заряд и притягиваются к внутренней стенке канала. В электрическую цепь включено токоограничивающее сопротивление R на случай пробоя газового промежутка.



Параметры натурной установки:

$$\begin{aligned}U_n &= 110 \text{ кВ}; \\R_n &= 10 \text{ кОм}; \\h_n &= 5 \text{ м}; \\S_n &= 60 \text{ м}^2; \\\varepsilon_n &= 10^{-10} \text{ Ф/м}.\end{aligned}$$

Начальные условия (параметры процесса):

При подключении установки в момент времени $t_n(0) = 0,1 \text{ с}$ ток $i_n(0) = 0,01 \text{ А}$ и заряд $Q_n(0) = 10^{-3} \text{ Кл}$.

Определить:

- критерии подобия методом анализа размерностей для следующего списка существенных величин: U ; i ; R ; t ; S ; ε .
- параметры модели, подобной натуральной установке.

Задача №2. Тема: «Проверка статистических гипотез»

Имеется две выборки:

| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
|----------|------|------|------|------|------|-----|-----|------|------|------|-----|-----|------|------|
| X_{1k} | 12,5 | 11,2 | 10,3 | 9,0 | 10,7 | 9,1 | 9,8 | 9,8 | 11,3 | 10,5 | 9,6 | 8,3 | 10,6 | 10,1 |
| X_{2k} | 17,2 | 9,6 | 10,1 | 10,8 | 8,8 | 8,8 | 9,1 | 10,6 | 12,6 | 10,7 | 7,8 | 9,7 | 12,0 | 11,4 |

Необходимо:

- проверить каждую выборку на наличие грубых ошибок;
- проверить выборки на однородность и найти наилучшую дисперсию;
- оценить генеральное мат. ожидание $\mu(x)$ с вероятностью 95%;
- проверить гипотезу о том, генеральное мат. ожидание $\mu(x)$ равно номеру варианта;
- найти доверительный интервал генеральной дисперсии $\sigma(x)$ с вероятностью 90%;
- проверить гипотезу о том, генеральная дисперсия $\sigma(x)$ равна номеру варианта.

Задача №3. Тема: «Регрессионный анализ и планирование экспериментов»

Рассчитать параметры математической модели на основании таблицы экспериментальных данных и оценить ее достоверность.

| № опыта | Варьируемые факторы | | | Значения функции отклика | |
|---------|---------------------|-------|-------|--------------------------|-------|
| | X_0 | X_1 | X_2 | Y_1 | Y_2 |
| 1 | 1 | 10 | 15 | 260 | 264 |
| 2 | 1 | 2 | 15 | 420 | 418 |
| 3 | 1 | 10 | 5 | -40 | -44 |
| 4 | 1 | 2 | 5 | 120 | 124 |

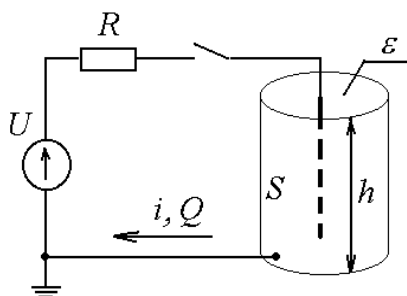
для этого:

- 1) построить кодированную матрицу планирования эксперимента;
- 2) рассчитать коэффициенты уравнения регрессии в кодированной форме;
- 3) проверить адекватность модели на основании дублирования опытов;
- 4) оценить значимость коэффициентов уравнения с доверительной вероятностью 95%.

Вариант – 2

Задача №1. Тема: «Теория подобия»

Исследуется электрический фильтр для очистки газов, который содержит проходной канал в виде трубы (высота h , площадь S), через который пропускается задымленный газ с абсолютной диэлектрической проницаемостью ε . Внутри канала находится стержневой электрод. При подключении высокого постоянного напряжения U происходит ионизация газа, частицы загрязнений приобретают заряд и притягиваются к внутренней стенке канала. В электрическую цепь включено токоограничивающее сопротивление R на случай пробоя газового промежутка.



Параметры натурной установки:

$$U_n = 120 \text{ кВ};$$

$$R_n = 20 \text{ кОм};$$

$$h_n = 6 \text{ м};$$

$$S_n = 60 \text{ м}^2;$$

$$\varepsilon_n = 10^{-10} \text{ Ф/м}.$$

Начальные условия (параметры процесса):

При подключении установки в момент времени $t_n(0) = 0,1 \text{ с}$ ток $i_n(0) = 0,01 \text{ А}$ и заряд $Q_n(0) = 10^{-3} \text{ Кл}$.

Определить:

1) критерии подобия методом анализа размерностей для следующего списка существенных величин: U ; R ; t ; i ; h ; S .

2) параметры модели, подобной натуральной установке.

Задача №2. Тема: «Проверка статистических гипотез»

Имеется две выборки:

| | | | | | | | | | | | | | | |
|----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| X_{1k} | 7,1 | 6,4 | 5,8 | 5,0 | 5,2 | 2,3 | 3,7 | 5,4 | 3,0 | 4,6 | 6,7 | 4,7 | 4,1 | 4,7 |
| X_{2k} | 6,7 | 4,9 | 7,0 | 5,5 | 3,2 | 3,8 | 3,5 | 5,4 | 3,9 | 5,0 | 5,5 | 5,1 | 2,6 | 5,4 |

Необходимо:

- 1) проверить каждую выборку на наличие грубых ошибок;
- 2) проверить выборки на однородность и найти наилучшую дисперсию;
- 3) оценить генеральное мат. ожидание $\mu(x)$ с вероятностью 95%;
- 4) проверить гипотезу о том, генеральное мат. ожидание $\mu(x)$ равно номеру варианта;
- 5) найти доверительный интервал генеральной дисперсии $\sigma(x)$ с вероятностью 90%;
- 6) проверить гипотезу о том, генеральная дисперсия $\sigma(x)$ равна номеру варианта.

Задача №3. Тема: «Регрессионный анализ и планирование экспериментов»

Рассчитать параметры математической модели на основании таблицы экспериментальных данных и оценить ее достоверность.

| № опыта | Варьируемые факторы | | | Значения функции отклика | |
|---------|---------------------|-------|-------|--------------------------|-------|
| | X_0 | X_1 | X_2 | Y_1 | Y_2 |
| 1 | 1 | 16 | 6 | 127 | 129 |
| 2 | 1 | 4 | 6 | 79 | 75 |
| 3 | 1 | 16 | 2 | 95 | 91 |
| 4 | 1 | 4 | 2 | 47 | 45 |

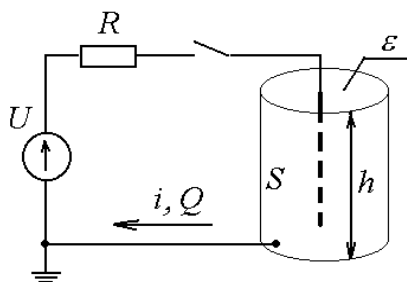
для этого:

- 1) построить кодированную матрицу планирования эксперимента;
- 2) рассчитать коэффициенты уравнения регрессии в кодированной форме;
- 3) проверить адекватность модели на основании дублирования опытов;
- 4) оценить значимость коэффициентов уравнения с доверительной вероятностью 95%.

Вариант – 3

Задача №1. Тема: «Теория подобия»

Исследуется электрический фильтр для очистки газов, который содержит проходной канал в виде трубы (высота h , площадь S), через который пропускается задымленный газ с абсолютной диэлектрической проницаемостью ε . Внутри канала находится стержневой электрод. При подключении высокого постоянного напряжения U происходит ионизация газа, частицы загрязнений приобретают заряд и притягиваются к внутренней стенке канала. В электрическую цепь включено токоограничивающее сопротивление R на случай пробоя газового промежутка.



Параметры натурной установки:

$$\begin{aligned}
 U_n &= 100 \text{ кВ}; \\
 R_n &= 5 \text{ кОм}; \\
 h_n &= 4 \text{ м}; \\
 S_n &= 60 \text{ м}^2; \\
 \varepsilon_n &= 10^{-10} \text{ Ф/м}.
 \end{aligned}$$

Начальные условия (параметры процесса):

При подключении установки в момент времени $t_n(0) = 0,1 \text{ с}$ ток $i_n(0) = 0,01 \text{ А}$ и заряд $Q_n(0) = 10^{-3} \text{ Кл}$.

Определить:

- 1) критерии подобия методом анализа размерностей для следующего списка существенных величин: i ; R ; t ; Q ; S ; h .
- 2) параметры модели, подобной натуральной установке.

Задача №2. Тема: «Проверка статистических гипотез»

Имеется две выборки:

| | | | | | | | | | | | | | | |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| X_{1k} | 222,4 | 220,7 | 223,8 | 237,3 | 235,4 | 215,6 | 223,0 | 217,1 | 216,8 | 228,0 | 227,0 | 200,1 | 221,7 | 206,7 |
| X_{2k} | 207,5 | 215,1 | 218,1 | 218,8 | 209,4 | 241,6 | 218,0 | 224,7 | 231,2 | 228,3 | 213,6 | 214,8 | 236,8 | 222,9 |

Необходимо:

- 1) проверить каждую выборку на наличие грубых ошибок;
- 2) проверить выборки на однородность и найти наилучшую дисперсию;
- 3) оценить генеральное мат.ожидание $\mu(x)$ с вероятностью 95%;
- 4) проверить гипотезу о том, генеральное мат.ожидание $\mu(x)$ равно номеру варианта;
- 5) найти доверительный интервал генеральной дисперсии $\sigma(x)$ с вероятностью 90%;
- 6) проверить гипотезу о том, генеральная дисперсия $\sigma(x)$ равна номеру варианта.

Задача №3. Тема: «Регрессионный анализ и планирование экспериментов»

Рассчитать параметры математической модели на основании таблицы экспериментальных данных и оценить ее достоверность.

| № опыта | Варьируемые факторы | | | Значения функции отклика | |
|---------|---------------------|-------|-------|--------------------------|-------|
| | X_0 | X_1 | X_2 | Y_1 | Y_2 |
| 1 | 1 | 25 | 14 | 240 | 238 |
| 2 | 1 | 15 | 14 | 160 | 158 |
| 3 | 1 | 25 | 6 | 224 | 220 |
| 4 | 1 | 15 | 6 | 144 | 146 |

для этого:

- 1) построить кодированную матрицу планирования эксперимента;
- 2) рассчитать коэффициенты уравнения регрессии в кодированной форме;
- 3) проверить адекватность модели на основании дублирования опытов;
- 4) оценить значимость коэффициентов уравнения с доверительной вероятностью 95%.

Вопросы для проведения зачета:

1. Понятие научного знания.
2. Методы, используемые на теоретическом и эмпирическом уровне исследования.
3. Теория эксперимента и ее составные части: моделирование, теория планирования эксперимента, обработка результатов.
4. Моделирование в научных исследованиях; понятие модели; виды моделирования.
5. Понятие обобщенной переменной. Критерии подобия. Представление результатов эксперимента в критериальной форме.
6. Первая теорема подобия (теорема Ньютона-Бертрана).
7. Вторая теорема подобия (π -теорема).
8. Третья теорема подобия.
9. Определение критериев подобия по известным уравнениям физического процесса. Метод интегральных аналогов.
10. Правила преобразования критериев подобия.
11. Определение критериев подобия по списку существенных величин изучаемого физического процесса. Анализ размерностей. Метод Рэлея.
12. Единицы измерения и размерности физических величин. Система СИ. Первичные и вторичные величины.
13. Определительные уравнения и формулы размерностей вторичных величин системы СИ.
14. Эксперимент и факторы эксперимента (неизменные, варьируемые и случайные). Функции цели. Воспроизводимость эксперимента.
15. Уровни фактора. Факторное пространство. Поверхность отклика. Однофакторные и многофакторные эксперименты. Пассивный и активный эксперимент.
16. Задачи, решаемые с помощью эксперимента: интерполяционные и экстремальные. Требования, предъявляемые к факторам и функции цели.
17. Случайные величины. Функции распределения. Параметры распределения случайных величин.
18. Статистические совокупности. Стандартное нормальное распределение. Решение основных задач математической статистики.
19. Критерий Фишера.
20. Распределение Стьюдента.
21. Распределение Пирсона.
22. Критерий Кохрена
23. Проверка выборки на подозрительность.
24. Полный факторный эксперимент. Кодирование факторов. Построение планов типа 2^n . Матрица планирования ПФЭ 2^n .
25. Основные свойства матрицы ПФЭ.
26. Вычисление коэффициентов регрессии в ПФЭ.
27. Проверка адекватности моделей ПФЭ.
28. Ортогональное центральное композиционное планирование (ОЦКП). Матрица планирования ОЦКП. Основные свойства. Обработка результатов ОЦКП.
29. Рототабельное центральное композиционное планирование (РЦКП).
30. Дробный факторный эксперимент (ДФЭ).
31. Планирование экстремального эксперимента.
32. Симплексный метод.
33. Метод наименьших квадратов.
34. Уравнение регрессии. Определение коэффициентов регрессии N-факторного эксперимента.
35. Регрессионный анализ. Проверка коэффициентов регрессии на значимость.
36. Проверка адекватности модели.

37. Оценка предсказательных свойств уравнения регрессии. Дисперсионный анализ.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

(обязательное)

Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

| Код индикатора | Индикатор достижения компетенции | Оценочные средства |
|---|--|--|
| ПК-1: Способен участвовать в планировании, подготовке и выполнении типовых экспериментальных исследований по заданной методике и обрабатывать результаты экспериментов | | |
| ПК-1.1 | Разрабатывает план мероприятий по повышению надежности и экономичности работы электротехнического оборудования | <p>Вопросы для конспектирования:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Что такое наука? На какие разделы подразделяется современная наука? 2. Чем характеризуется научное исследование? 3. Общелогические, теоретические и эмпирические методы познания. 4. Что такое эксперимент? Какие особенности присущи эксперименту? 5. Перечислите стадии осуществления эксперимента. Какие виды экспериментов существуют? 6. Что такое моделирование? 7. Что понимается под оригиналом и моделью? Назовите условия существования модели. 8. Что такое подобие. Виды подобия. 9. Какие задачи решает теория подобия? 10. Что такое критерий подобия? 11. Виды факторов в эксперименте. 12. Схема эксперимента («черный ящик»). 13. Чем отличаются интерполяционный и оптимизационный эксперимент? 14. Какие требования предъявляются к функции цели и факторам? 15. Что называется случайным фактором в эксперименте? 16. Как при обработке экспериментальных данных используется критерий Стьюдента? 17. Как оценивается однородность дисперсий результатов опытов? 18. Какой критерий используется для выявления ошибок в результатах эксперимента? 19. На основе какой оценки можно судить о влиянии изменившихся условий проведения опытов на результаты эксперимента? 20. Как используется метод наименьших квадратов для определения коэффициентов регрессионного уравнения? |

| | | |
|--|--|--|
| | | <p>21. Как составляется план однофакторного эксперимента?</p> <p>22. Что такое адекватность регрессионного уравнения и как она оценивается?</p> <p>23. Метод наименьших квадратов в матричной форме.</p> <p>24. Как определить коэффициенты регрессионного уравнения используя матричную форму записи метода наименьших квадратов?</p> <p>25. Что такое симметричность плана эксперимента?</p> <p>26. Что такое ортогональность плана эксперимента?</p> <p>27. Алгоритм составления плана полного факторного эксперимента типа 2^n при любом числе факторов.</p> <p>28. Общий вид регрессионного уравнения, полученного по плану полного факторного эксперимента типа 2^n.</p> <p>29. Какое регрессионное уравнение считается работоспособным?</p> <p>30. Что такое дробный факторный эксперимент?</p> <p>31. В каком случае целесообразно применять планы дробного факторного эксперимента?</p> <p>32. Как составляется план дробного факторного эксперимента?</p> <p>33. Как определить коэффициенты регрессионного уравнения на основе плана дробного факторного эксперимента?</p> <p>34. Что такое генерирующее соотношение?</p> <p>35. Какие коэффициенты регрессионного уравнения считаются значимыми?</p> <p>36. Как оценить адекватность регрессионного уравнения?</p> <p>37. Как составить ортогональный центральный композиционный план второго порядка?</p> <p>38. Что такое «звездные точки» ортогонального центрального композиционного плана второго порядка и как найти их координаты?</p> <p>Практические задания:</p> <p>1. Найти критерии подобия для определения параметров модели турбогенератора со следующими характеристиками:</p> |
|--|--|--|

$U_{\text{ном}} = 20 \text{ кВ};$
 $P_{\text{ном}} = 320 \text{ МВт};$
 $I_{\text{ном}} = 10,2 \text{ кА};$
 $R_{\text{ном.ст}} = 0,0013 \text{ Ом};$
 $J = 7,5 \text{ Т} \cdot \text{м}^2;$
 $m = 257 \text{ т}.$

Начальные условия $t_0 = 1 \text{ с}, \omega_0 = 314 \text{ 1/с}.$

2. Рассчитать дисперсию единичного $S^2(y_k)$ и среднего $S^2(\bar{y})$ результата по 9 повторностям опыта.

| | | | | | | | | | |
|------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| $U_k, \text{кВ}$ | 35 | 36 | 37 | 40 | 36 | 39 | 35 | 38 | 37 |

3. В таблице приведены результаты замера напряжения, эталонным значением которого является $\bar{U} = 35 \text{ кВ}$. Найти дисперсию единичного $S^2(y_k)$ и среднего $S^2(\bar{y})$ результата.

| | | | | | | | | |
|------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| $U_k, \text{кВ}$ | 36,9 | 37,2 | 38,4 | 39,2 | 36,8 | 37,4 | 33,8 | 39,0 |

4. Для выборки из задачи №3 определить доверительный интервал генерального математического ожидания и дисперсии с вероятностью 90%.

5. Рассчитать оценки дисперсии единичного и среднего результата. Для выборки I проверить с вероятностью 0,95 равно ли генеральное математическое ожидание значению X (число букв в фамилии $\times 10$). Для выборки II поверить гипотезу о равенстве генеральной дисперсии Y (величину Y принять равной номеру компьютера, за которым Вы работаете).

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|----|
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| y_{kI} | 120 | 115 | 122 | 117 | 119 | 125 | 121 | 124 | 117 | 118 | — | — | — | — | — | — |
| y_{kII} | 25 | 28 | 32 | 31 | 30 | 27 | 26 | 29 | 32 | 30 | 26 | 29 | 28 | 29 | 30 | 32 |

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|---|---|
| y_{kIII} | 120 | 125 | 130 | 115 | 120 | 110 | 140 | 130 | 135 | 125 | 120 | 115 | 135 | 125 | — | — |
| y_{kIV} | 68 | 72 | 73 | 69 | 70 | 72 | 71 | 69 | 72 | 74 | 73 | 69 | 68 | — | — | — |

6. Оценить с вероятностью 95% однородны ли дисперсии.

| | | | | | | |
|--------------------|-----|-----|-----|-----|----|-----|
| u | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| $S^2(y_{ku}), B^2$ | 240 | 140 | 180 | 212 | 80 | 150 |
| f_u | 24 | 12 | 10 | 8 | 16 | 30 |

7. Определить с надежностью $p=0,95$ нет ли в представленных экспериментальных данных грубых ошибок. После исключения возможных ошибок получить оценки математического ожидания и дисперсии для каждой выборки.

| | | | | | | | | | | | | | |
|-----|----------------|------|------|------|------|------|------|------|-----|-----|-----|----|-----|
| u | k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| I | $y_{kI}, BГ$ | 39,6 | 37,2 | 38,4 | 39,2 | 38,6 | 37,4 | 38,8 | — | — | — | — | — |
| II | $y_{kII}, BГ$ | 120 | 80 | 115 | 125 | 130 | 115 | 120 | 130 | 125 | — | — | — |
| II | $y_{kIII}, BГ$ | 100 | 28 | 105 | 50 | 95 | 100 | 110 | 105 | 100 | 110 | 95 | 100 |

8. Определить число повторностей опыта для получения доверительной ошибки, равной $\varepsilon(\bar{y})=2\%$, если $S^2(y_k)=8,2; f=1200$.

9. Дать заключение о возможном преимуществе одного коммутационного аппарата перед другим по току электродинамической стойкости на основе следующих результатов испытаний.

| | | | | | | | | | | |
|---------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| $i_{kI}, кА$ | 88 | 92 | 89 | 93 | 90 | 91 | 90 | 88 | 90 | — |
| $i_{kII}, кА$ | 93 | 92 | 89 | 94 | 95 | 95 | 94 | 98 | 96 | 95 |

17. Построить план ПФЭ 2^n в безразмерном выражении и в натуральной размерности факторов по следующим параметрам:

$X_{10} = 38$ кВ; $X_{20} = 24$ %; $X_{30} = 0,6$ м; $X_{40} = 500$ об/мин;
 $\lambda_1 = 6$ кВ; $\lambda_2 = 4$ %; $\lambda_3 = 0,15$ м; $\lambda_4 = 50$ об/мин.

18. По построенному в предыдущей задаче плану выполнена серия опытов. Результаты представлены в табл. Рассчитать коэффициенты регрессионного уравнения.

По результатам ПФЭ 2^4 можно получить регрессионное уравнение следующего вида:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{14}x_1x_4 + b_{23}x_2x_3 + b_{24}x_2x_4 + b_{34}x_3x_4 + b_{123}x_1x_2x_3 + b_{124}x_1x_2x_4 + b_{234}x_2x_3x_4 + b_{134}x_1x_3x_4 + b_{1234}x_1x_2x_3x_4.$$

Результаты эксперимента

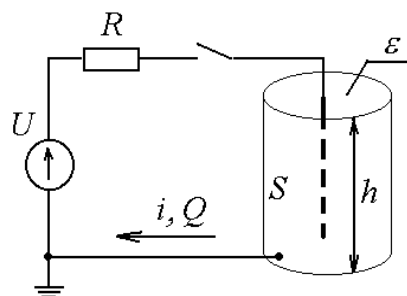
| u | y_{1u} | y_{2u} | y_{3u} | y_{4u} |
|-----|----------|----------|----------|----------|
| 1 | 46,5 | 45,5 | 46,6 | 45,5 |
| 2 | 61 | 63,3 | 62,5 | 61,6 |
| 3 | 67,7 | 67 | 64 | 65,7 |
| 4 | 64,1 | 63,7 | 65,1 | 63,6 |
| 5 | 53,4 | 53,3 | 53,6 | 52,6 |
| 6 | 70,2 | 68,9 | 68,9 | 70 |
| 7 | 71,3 | 69,1 | 68,6 | 69,1 |
| 8 | 91,7 | 88,8 | 90 | 88,6 |
| 9 | 71,6 | 70,1 | 70,4 | 69,8 |
| 10 | 84,9 | 85,8 | 85,8 | 86,4 |
| 11 | 88,8 | 89 | 89,2 | 89,7 |
| 12 | 107,3 | 105,7 | 106 | 104,4 |
| 13 | 77,9 | 78,3 | 78,9 | 78,4 |
| 14 | 98,7 | 94,4 | 94,5 | 93,7 |
| 15 | 93,3 | 93,5 | 93,4 | 92,1 |
| 16 | 98,2 | 98,7 | 98,2 | 98,8 |

Контрольная работа:

Вариант – 1

Задача №1. Тема: «Теория подобия»

Исследуется электрический фильтр для очистки газов, который содержит проходной канал в виде трубы (высота h , площадь S), через который пропускается задымленный газ с абсолютной диэлектрической проницаемостью ε . Внутри канала находится стержневой электрод. При подключении высокого постоянного напряжения U происходит ионизация газа, частицы загрязнений приобретают заряд и притягиваются к внутренней стенке канала. В электрическую цепь включено токоограничивающее сопротивление R на случай пробоя газового промежутка.



Параметры натурной установки:

$$U_n = 110 \text{ кВ};$$

$$R_n = 10 \text{ кОм};$$

$$h_n = 5 \text{ м};$$

$$S_n = 60 \text{ м}^2;$$

$$\varepsilon_n = 10^{-10} \text{ Ф/м}.$$

Начальные условия (параметры процесса):

При подключении установки в момент времени $t_n(0) = 0,1 \text{ с}$ ток $i_n(0) = 0,01 \text{ А}$ и заряд $Q_n(0) = 10^{-3} \text{ Кл}$.

Определить:

- 1) критерии подобия методом анализа размерностей для следующего списка существенных величин: U ; i ; R ; t ; S ; ε .
- 2) параметры модели, подобной натуральной установке.

Задача №2. Тема: «Проверка статистических гипотез»

Имеется две выборки:

| | | | | | | | | | | | | | | |
|----------|------|------|------|-----|------|-----|-----|-----|------|------|-----|-----|------|------|
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| X_{1k} | 12,5 | 11,2 | 10,3 | 9,0 | 10,7 | 9,1 | 9,8 | 9,8 | 11,3 | 10,5 | 9,6 | 8,3 | 10,6 | 10,1 |

| | | | | | | | | | | | | | | |
|----------|------|-----|------|------|-----|-----|-----|------|------|------|-----|-----|------|------|
| X_{2k} | 17,2 | 9,6 | 10,1 | 10,8 | 8,8 | 8,8 | 9,1 | 10,6 | 12,6 | 10,7 | 7,8 | 9,7 | 12,0 | 11,4 |
|----------|------|-----|------|------|-----|-----|-----|------|------|------|-----|-----|------|------|

Необходимо:

- 1) проверить каждую выборку на наличие грубых ошибок;
- 2) проверить выборки на однородность и найти наилучшую дисперсию;
- 3) оценить генеральное мат.ожидание $\mu(x)$ с вероятностью 95%;
- 4) проверить гипотезу о том, генеральное мат.ожидание $\mu(x)$ равно номеру варианта;
- 5) найти доверительный интервал генеральной дисперсии $\sigma(x)$ с вероятностью 90%;
- 6) проверить гипотезу о том, генеральная дисперсия $\sigma(x)$ равна номеру варианта.

Задача №3. Тема: «Регрессионный анализ и планирование экспериментов»

Рассчитать параметры математической модели на основании таблицы экспериментальных данных и оценить ее достоверность.

| № опыта | Варьируемые факторы | | | Значения функции отклика | |
|---------|---------------------|-------|-------|--------------------------|-------|
| | X_0 | X_1 | X_2 | Y_1 | Y_2 |
| 1 | 1 | 10 | 15 | 260 | 264 |
| 2 | 1 | 2 | 15 | 420 | 418 |
| 3 | 1 | 10 | 5 | - 40 | - 44 |
| 4 | 1 | 2 | 5 | 120 | 124 |

для этого:

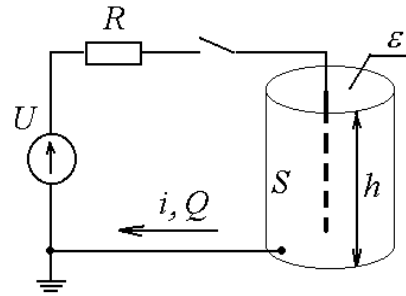
- 1) построить кодированную матрицу планирования эксперимента;
- 2) рассчитать коэффициенты уравнения регрессии в кодированной форме;
- 3) проверить адекватность модели на основании дублирования опытов;
- 4) оценить значимость коэффициентов уравнения с доверительной вероятностью 95%.

Вариант – 2

Задача №1. Тема: «Теория подобия»

Исследуется электрический фильтр для очистки газов, который содержит проходной канал в виде трубы (высота h , площадь S), через который пропускается задымленный газ с абсолютной

диэлектрической проницаемостью ε . Внутри канала находится стержневой электрод. При подключении высокого постоянного напряжения U происходит ионизация газа, частицы загрязнений приобретают заряд и притягиваются к внутренней стенке канала. В электрическую цепь включено токоограничивающее сопротивление R на случай пробоя газового промежутка.



Параметры натурной установки:

- $U_n = 120 \text{ кВ};$
- $R_n = 20 \text{ кОм};$
- $h_n = 6 \text{ м};$
- $S_n = 60 \text{ м}^2;$
- $\varepsilon_n = 10^{-10} \text{ Ф/м}.$

Начальные условия (параметры процесса):

При подключении установки в момент времени $t_n(0) = 0,1 \text{ с}$ ток $i_n(0) = 0,01 \text{ А}$ и заряд $Q_n(0) = 10^{-3} \text{ Кл}.$

Определить:

- 1) критерии подобия методом анализа размерностей для следующего списка существенных величин:
 $U; R; t; i; h; S.$
- 2) параметры модели, подобной натуральной установке.

Задача №2. Тема: «Проверка статистических гипотез»

Имеется две выборки:

| | | | | | | | | | | | | | | |
|----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| X_{1k} | 7,1 | 6,4 | 5,8 | 5,0 | 5,2 | 2,3 | 3,7 | 5,4 | 3,0 | 4,6 | 6,7 | 4,7 | 4,1 | 4,7 |
| X_{2k} | 6,7 | 4,9 | 7,0 | 5,5 | 3,2 | 3,8 | 3,5 | 5,4 | 3,9 | 5,0 | 5,5 | 5,1 | 2,6 | 5,4 |

Необходимо:

- 1) проверить каждую выборку на наличие грубых ошибок;

- 2) проверить выборки на однородность и найти наилучшую дисперсию;
- 3) оценить генеральное мат. ожидание $\mu(x)$ с вероятностью 95%;
- 4) проверить гипотезу о том, генеральное мат. ожидание $\mu(x)$ равно номеру варианта;
- 5) найти доверительный интервал генеральной дисперсии $\sigma(x)$ с вероятностью 90%;
- 6) проверить гипотезу о том, генеральная дисперсия $\sigma(x)$ равна номеру варианта.

Задача №3. Тема: «Регрессионный анализ и планирование экспериментов»

Рассчитать параметры математической модели на основании таблицы экспериментальных данных и оценить ее достоверность.

| № опыта | Варьируемые факторы | | | Значения функции отклика | |
|---------|---------------------|-------|-------|--------------------------|-------|
| | X_0 | X_1 | X_2 | Y_1 | Y_2 |
| 1 | 1 | 16 | 6 | 127 | 129 |
| 2 | 1 | 4 | 6 | 79 | 75 |
| 3 | 1 | 16 | 2 | 95 | 91 |
| 4 | 1 | 4 | 2 | 47 | 45 |

для этого:

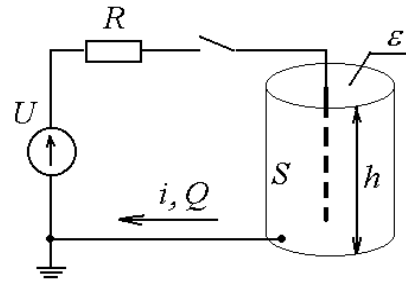
- 1) построить кодированную матрицу планирования эксперимента;
- 2) рассчитать коэффициенты уравнения регрессии в кодированной форме;
- 3) проверить адекватность модели на основании дублирования опытов;
- 4) оценить значимость коэффициентов уравнения с доверительной вероятностью 95%.

Вариант – 3

Задача №1. Тема: «Теория подобия»

Исследуется электрический фильтр для очистки газов, который содержит проходной канал в виде трубы (высота h , площадь S), через который пропускается задымленный газ с абсолютной диэлектрической проницаемостью ε . Внутри канала находится стержневой электрод. При подключении высокого постоянного напряжения U происходит ионизация газа, частицы загрязнений приобретают заряд и притягиваются к внутренней стенке канала. В электрическую цепь

включено токоограничивающее сопротивление R на случай пробоя газового промежутка.



Параметры натурной установки:

$$U_n = 100 \text{ кВ};$$

$$R_n = 5 \text{ кОм};$$

$$h_n = 4 \text{ м};$$

$$S_n = 60 \text{ м}^2;$$

$$\epsilon_n = 10^{-10} \text{ Ф/м}.$$

Начальные условия (параметры процесса):

При подключении установки в момент времени $t_n(0) = 0,1 \text{ с}$ ток $i_n(0) = 0,01 \text{ А}$ и заряд $Q_n(0) = 10^{-3} \text{ Кл}$.

Определить:

1) критерии подобия методом анализа размерностей для следующего списка существенных величин: i ; R ; t ; Q ; S ; h .

2) параметры модели, подобной натуральной установке.

Задача №2. Тема: «Проверка статистических гипотез»

Имеется две выборки:

| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| X_{1k} | 222,4 | 220,7 | 223,8 | 237,3 | 235,4 | 215,6 | 223,0 | 217,1 | 216,8 | 228,0 | 227,0 | 200,1 | 221,7 | 206,7 |
| X_{2k} | 207,5 | 215,1 | 218,1 | 218,8 | 209,4 | 241,6 | 218,0 | 224,7 | 231,2 | 228,3 | 213,6 | 214,8 | 236,8 | 222,9 |

Необходимо:

- 1) проверить каждую выборку на наличие грубых ошибок;
- 2) проверить выборки на однородность и найти наилучшую дисперсию;
- 3) оценить генеральное мат.ожидание $\mu(x)$ с вероятностью 95%;

- 4) проверить гипотезу о том, генеральное мат.ожидание $\mu(x)$ равно номеру варианта;
- 5) найти доверительный интервал генеральной дисперсии $\sigma(x)$ с вероятностью 90%;
- 6) проверить гипотезу о том, генеральная дисперсия $\sigma(x)$ равна номеру варианта.

Задача №3. Тема: «Регрессионный анализ и планирование экспериментов»

Рассчитать параметры математической модели на основании таблицы экспериментальных данных и оценить ее достоверность.

| № опыта | Варьируемые факторы | | | Значения функции отклика | |
|---------|---------------------|-------|-------|--------------------------|-------|
| | X_0 | X_1 | X_2 | Y_1 | Y_2 |
| 1 | 1 | 25 | 14 | 240 | 238 |
| 2 | 1 | 15 | 14 | 160 | 158 |
| 3 | 1 | 25 | 6 | 224 | 220 |
| 4 | 1 | 15 | 6 | 144 | 146 |

для этого:

- 1) построить кодированную матрицу планирования эксперимента;
- 2) рассчитать коэффициенты уравнения регрессии в кодированной форме;
- 3) проверить адекватность модели на основании дублирования опытов;
- 4) оценить значимость коэффициентов уравнения с доверительной вероятностью 95%.

Вопросы для проведения зачета:

1. Понятие научного знания.
2. Методы, используемые на теоретическом и эмпирическом уровне исследования.
3. Теория эксперимента и ее составные части: моделирование, теория планирования эксперимента, обработка результатов.
4. Моделирование в научных исследованиях; понятие модели; виды моделирования.
5. Понятие обобщенной переменной. Критерии подобия. Представление результатов эксперимента в критериальной форме.
6. Первая теорема подобия (теорема Ньютона-Бертрана).
7. Вторая теорема подобия (π -теорема).

| | | |
|--|--|--|
| | | <p>8. Третья теорема подобия.</p> <p>9. Определение критериев подобия по известным уравнениям физического процесса. Метод интегральных аналогов.</p> <p>10. Правила преобразования критериев подобия.</p> <p>11. Определение критериев подобия по списку существенных величин изучаемого физического процесса. Анализ размерностей. Метод Рэлея.</p> <p>12. Единицы измерения и размерности физических величин. Система СИ. Первичные и вторичные величины.</p> <p>13. Определительные уравнения и формулы размерностей вторичных величин системы СИ.</p> <p>14. Эксперимент и факторы эксперимента (неизменные, варьируемые и случайные). Функции цели. Воспроизводимость эксперимента.</p> <p>15. Уровни фактора. Факторное пространство. Поверхность отклика. Однофакторные и многофакторные эксперименты. Пассивный и активный эксперимент.</p> <p>16. Задачи, решаемые с помощью эксперимента: интерполяционные и экстремальные. Требования, предъявляемые к факторам и функции цели.</p> <p>17. Случайные величины. Функции распределения. Параметры распределения случайных величин.</p> <p>18. Статистические совокупности. Стандартное нормальное распределение. Решение основных задач математической статистики.</p> <p>19. Критерий Фишера.</p> <p>20. Распределение Стьюдента.</p> <p>21. Распределение Пирсона.</p> <p>22. Критерий Кохрена</p> <p>23. Проверка выборки на подозрительность.</p> <p>24. Полный факторный эксперимент. Кодирование факторов. Построение планов типа 2^n. Матрица планирования ПФЭ 2^n.</p> <p>25. Основные свойства матрицы ПФЭ.</p> <p>26. Вычисление коэффициентов регрессии в ПФЭ.</p> <p>27. Проверка адекватности моделей ПФЭ.</p> <p>28. Ортогональное центральное композиционное планирование (ОЦКП). Матрица планирования ОЦКП. Основные свойства. Обработка результатов ОЦКП.</p> <p>29. Рототабельное центральное композиционное планирование (РЦКП).</p> |
|--|--|--|

| | | |
|--|--|--|
| | | <p>30. Дробный факторный эксперимент (ДФЭ).</p> <p>31. Планирование экстремального эксперимента.</p> <p>32. Симплексный метод.</p> <p>33. Метод наименьших квадратов.</p> <p>34. Уравнение регрессии. Определение коэффициентов регрессии N-факторного эксперимента.</p> <p>35. Регрессионный анализ. Проверка коэффициентов регрессии на значимость.</p> <p>36. Проверка адекватности модели.</p> <p>37. Оценка предсказательных свойств уравнения регрессии. Дисперсионный анализ.</p> |
|--|--|--|

б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:

Промежуточная аттестация по дисциплине «Введение в теорию эксперимента» включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие сформированность компетенций, проводится в форме зачета.

Зачет по данной дисциплине проводится в устной форме по индивидуальным заданиям, которые включают в себя 2 теоретических вопроса.

Критерии оценки:

– **«зачтено»** – студент должен знать математический аппарат теории вероятностей и математической статистики, методы планирования экспериментальных исследований и уметь их применять в решении конкретной задачи;

– **«не зачтено»** – студент не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.

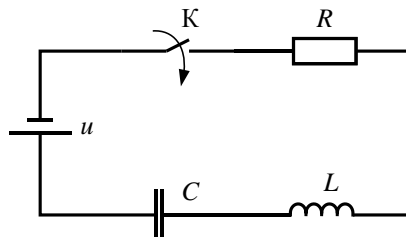
ПРИЛОЖЕНИЕ 3

(обязательное)

Методические указания для студентов

1. Алгоритм определения критериев подобия методом интегральных аналогов

Рассмотрим в качестве примера переходный процесс изменения тока $i(t)$ в электрической цепи (рис. 2.4), образованной последовательным соединением активного сопротивления $R = 40$ Ом, индуктивности $L = 20$ Гн и емкости $C = 0,5$ мкФ, которые подключены к источнику постоянного напряжения $u = 100$ В. Начальные условия: $t = 1$ с, $Q = 2 \cdot 10^{-5}$ Кл, $\omega = 2$ рад/с.



Для определения критериев подобия и расчета параметров модели рассматриваемого колебательного контура используя метод интегральных аналогов целесообразно придерживаться следующей последовательности действий:

1. Записать уравнение, описывающее переходный процесс:

$$L \frac{d^2 Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{1}{C} Q = U_0 \sin \omega t.$$

2. Опустить символы связи (+, -, =) между членами уравнения:

$$\varphi_1 = L \frac{d^2 Q}{dt^2}; \varphi_2 = R \frac{dQ}{dt}; \varphi_3 = \frac{1}{C} Q; \varphi_4 = U_0 \sin \omega t.$$

3. Исключить из полученных выражений неоднородные функции. К неоднородным относятся функции суммы и разности, логарифмические, тригонометрические и показательные функции.

В полученных в п.3 выражениях содержится неоднородная функция $\sin \omega t$. Исключим её из выражения φ_4 заменив эту функцию её интегральным аналогом φ_4^* . Аргумент неоднородной функции запишем как дополнительный критерий подобия.

$$\varphi_4^* = U_0; \pi_{\text{доп}} = \sin \omega t.$$

4. Во всех полученных выражениях опустить символы дифференцирования, интегрирования и другие однородные функции, заменив их простыми степенными функциями

$$\varphi_1^* = L \frac{Q}{t^2}; \varphi_2^* = R \frac{Q}{t}; \varphi_3^* = \frac{Q}{C}.$$

5. Разделить полученные функции на один из членов уравнения и записать критерии подобия в виде безразмерных степенных комплексов:

$$\pi_1 = \frac{\varphi_1^*}{\varphi_4^*} = \frac{LQ}{U_0 t^2}; \pi_2 = \frac{\varphi_2^*}{\varphi_4^*} = \frac{RQ}{U_0 t}; \pi_3 = \frac{\varphi_3^*}{\varphi_4^*} = \frac{Q}{U_0 C}.$$

Дополнить полученную систему основных критериев подобия дополнительным, полученном в п. 3.

$$\pi_4 = \sin \omega t.$$

6. Вычислить величины масштабных коэффициентов:

$$\pi_1 = \frac{LQ}{U_0 t^2} = \frac{20 \cdot 2 \cdot 10^{-5}}{100 \cdot 1^2} = 4 \cdot 10^{-6};$$

$$\pi_2 = \frac{RQ}{U_0 t} = \frac{40 \cdot 2 \cdot 10^{-5}}{100 \cdot 1^2} = 8 \cdot 10^{-6};$$

$$\pi_3 = \frac{Q}{U_0 C} = \frac{2 \cdot 10^{-5}}{100 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6}} = 0,4;$$

$$\pi_4 = \omega t = 2 \cdot 1 = 2.$$

7. Зададим параметры модели. Число параметров модели, которые можно задать произвольно, определяется числом степеней свободы:

$$f = n - m,$$

где n – общее число переменных, характеризующих исследуемый процесс;
 m – число критериев подобия.

Рассматриваемый в примере процесс описывается $m = 7$ переменными. В п.6 были определены $n = 4$ критерия подобия. Тогда число степеней свободы получится:

$$f = 7 - 4 = 3.$$

Т.е. 3 параметра модели могут быть определены произвольно, а остальные нужно определить с помощью критериев подобия.

Примем следующие параметры модели:

$$U_M = 220 \text{ В}; C_M = 10^{-8} \text{ Ф}; L_M = 2 \text{ Гн}.$$

9. Зная критерии подобия и параметры модели, принятые в п. 8, определим остальные параметры модели.

$$Q_M = \pi_3 U_M C_M = 0,4 \cdot 10 \cdot 10^{-8} = 4 \cdot 10^{-8} \text{ Кл};$$

$$t_M = \sqrt{\frac{L_M Q_M}{U_M \pi_1}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4 \cdot 10^{-8}}{10 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}} = 0,045 \text{ с};$$

$$R_M = \frac{\pi_2 U_M t_M}{Q_M} = \frac{8 \cdot 10^{-6} \cdot 10 \cdot 0,045}{4 \cdot 10^{-8}} = 90 \text{ Ом}.$$

$$\omega_M = \frac{\pi_4}{t} = \frac{2}{0,045} = 44,4 \text{ рад/с}.$$

$$\pi_4 = \omega t = 2 \cdot 1 = 2.$$

2. Алгоритм определения критериев подобия методом анализа размерностей

Выявить параметры, характеризующие рассматриваемый процесс

$$f(i, t, R, L, C, u, \omega) = 0; \quad m = 7.$$

1. Составить полную матрицу размерностей \mathbf{A} для параметров.

$$\begin{aligned} [i] &= [L^0 M^0 T^0 I^1] \\ [u] &= [L^2 M^1 T^{-3} I^{-1}] \\ [R] &= [L^2 M^1 T^{-3} I^{-2}] \\ [L] &= [L^2 M^1 T^{-2} I^{-2}] \\ [C] &= [L^{-2} M^{-1} T^4 I^2] \\ [t] &= [L^0 M^0 T^1 I^0] \\ [\omega] &= [L^0 M^0 T^{-1} I^0] \end{aligned} \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -3 & -1 \\ 2 & 1 & -3 & -2 \\ 2 & 1 & -2 & -2 \\ -2 & -1 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \rightarrow [i] \\ \rightarrow [u] \\ \rightarrow [R] \\ \rightarrow [L] \\ \rightarrow [C] \\ \rightarrow [t] \\ \rightarrow [\omega] \end{array}$$

2. Определить число независимых параметров и числа критериев подобия.

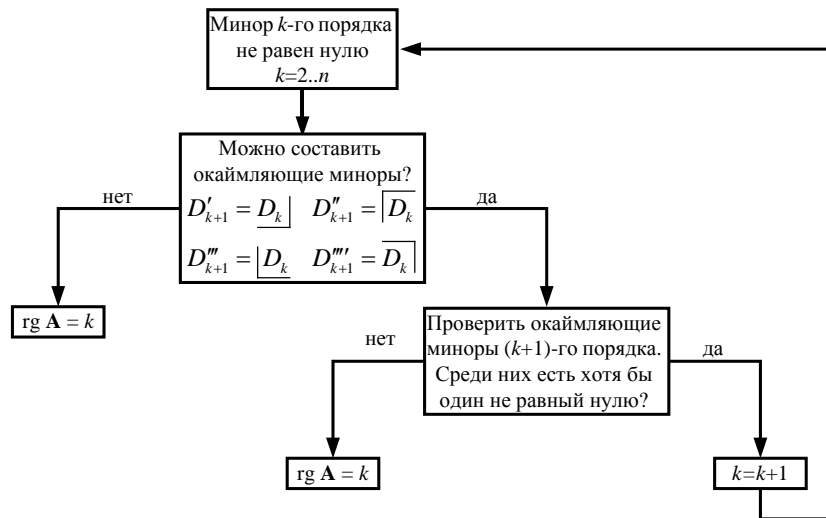
2.1. Для этого исключить из матрицы \mathbf{A} пропорциональные и линейно зависимые строки и столбцы.

Первая строка получается вычитанием третьей из второй. Шестая строка – сумма третьей и пятой. Шестая и седьмая строки пропорциональны. Вычеркиваем по одной строке из каждой получившейся группы зависимых строк. Аналогично поступаем со столбцами.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -3 & -1 \\ 2 & 1 & -3 & -2 \\ 2 & 1 & -2 & -2 \\ -2 & -1 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \rightarrow [i] \\ \rightarrow [u] \\ \rightarrow [R] \\ \rightarrow [L] \\ \rightarrow [C] \\ \rightarrow [t] \\ \rightarrow [\omega] \end{array} \quad \mathbf{A}' = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 & -1 \\ 2 & 1 & -3 & -2 \\ 2 & 1 & -2 & -2 \\ -2 & -1 & 4 & 2 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \rightarrow [u] \\ \rightarrow [R] \\ \rightarrow [L] \\ \rightarrow [C] \end{array}$$

2.2. Определить максимальное число линейно независимых строк (столбцов), т.е. ранг матрицы.

$$\mathbf{A}^* = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 \\ 1 & -3 & -2 \\ 1 & -2 & -2 \\ -1 & 4 & 2 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \rightarrow [u] \\ \rightarrow [R] \\ \rightarrow [L] \\ \rightarrow [C] \end{array}$$



Алгоритм определения ранга матрицы

Алгоритм определения ранга матрицы приведен на рисунке. В соответствии с ним выделим в матрице \mathbf{A}^* минор размерностью $k=2$ не равный нулю.

$$D_2 = \begin{vmatrix} -3 & -2 \\ -2 & -2 \end{vmatrix} = 6 - 4 = 2 \neq 0.$$

К данному минору можно составить окаймляющие миноры размерностью $k+1=3$ и проверить их на равенство нулю:

$$D_3'' = \begin{vmatrix} 1 & -3 & -1 \\ 1 & -3 & -2 \\ 1 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 1 \neq 0.$$

Можно также составить окаймляющий минор D_3''' , но так как минор D_3'' оказался не равным нулю, то это действие не имеет смысла.

Составить окаймляющие миноры четвертого порядка невозможно, значит, в соответствии с алгоритмом, ранг матрицы $\text{rg} \mathbf{A}^* = 3$.

Найденный ранг матрицы определяет число независимых параметров. В нашем случае это будут u , R и L , которым соответствуют первые три строки матрицы \mathbf{A}^* .

3. Определить число критериев подобия:

$$k_\pi = m - k = 7 - 3 = 4,$$

где m – общее число параметров; k – число независимых параметров.

4. Записать выражения для определения критериев подобия. В общем виде:

$$\pi_i = \frac{P_{k+1}}{P_1^{x_1} \dots P_k^{x_k}},$$

где $P_1 \dots P_k$ – независимые параметры; P_{k+1} – остальные параметры.

$$\pi_1 = \frac{i}{u^{x_1} R^{y_1} L^{z_1}}, \quad \pi_2 = \frac{C}{u^{x_2} R^{y_2} L^{z_2}},$$

$$\pi_3 = \frac{R}{u^{x_3} R^{y_3} L^{z_3}}, \quad \pi_4 = \frac{\omega}{u^{x_4} R^{y_4} L^{z_4}}.$$

5. Определить показатели степеней x_i , y_i и z_i .

Так как критерий подобия является безразмерным, то размерности числителя и знаменателя в выражениях критериев подобия должны быть равны. Так для критерия подобия π_1

$$[i] = [u]^{x_i} [R]^{y_i} [L]^{z_i}$$

или

$$[L^0 M^0 T^0 I^1] = [L^2 M^1 T^{-3} I^{-1}]^{x_i} [L^2 M^1 T^{-3} I^{-2}]^{y_i} [L^2 M^1 T^{-2} I^{-2}]^{z_i}.$$

Приравняв показатели степеней при одноименных единицах измерения в левой и правой частях уравнения получим систему уравнений

$$\begin{cases} 0 = 2x_1 + 2y_1 + 2z_1; \\ 0 = x_1 + y_1 + z_1; \\ 0 = -3x_1 - 3y_1 - 2z_1; \\ 1 = -x_1 - 2y_1 - 2z_1. \end{cases}$$

Решив эту систему уравнений получим $x_1 = 1$; $y_1 = -1$; $z_1 = 0$. Тогда критерий подобия π_1

$$\pi_1 = \frac{i}{u^1 R^{-1} L^0} = \frac{iR}{u}.$$

Остальные критерии подобия определяются аналогично.

3. Статистическая обработка экспериментальных данных

Имеется две выборки

| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----------|----|----|----|----|----|
| y_{1k} | 12 | 11 | 10 | 9 | 10 |
| y_{2k} | 17 | 9 | 10 | 10 | 8 |

Необходимо:

- 1) проверить каждую выборку на наличие грубых ошибок;
- 2) проверить выборки на однородность и найти наилучшую дисперсию;
- 3) оценить генеральное математическое ожидание $\mu(y)$ с вероятностью 95%;
- 4) проверить гипотезу о том, генеральное математическое ожидание $\mu(y)$ равно 5;
- 5) найти доверительный интервал генеральной дисперсии $\sigma(y)$ с вероятностью 90%;
- 6) проверить гипотезу о том, генеральная дисперсия $\sigma(y)$ равна 5.

Определим математическое ожидание случайной величины каждой выборки по (3.3):

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum_{k=1}^n x_{k1}}{n} = \frac{12 + 11 + 10 + 9 + 10}{5} = 10,4;$$

$$\bar{x}_2 = \frac{17 + 9 + 10 + 10 + 8}{5} = 10,8.$$

Рассчитаем дисперсию случайной величины по (3.7). Для этого определим отклонения случайной величины от среднего значения по (3.12). Для первой выборки получим:

$$\Delta y_{1.1} = y_{1.1} - \bar{y}_1 = 12 - 10,4 = 1,6$$

и т.д. Остальные значения сведем в таблицу.

| | | | | | |
|-----------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| y_{1k} | 12 | 11 | 10 | 9 | 10 |
| Δy_{1k} | 1,6 | 0,6 | -0,4 | -1,4 | -0,4 |

Рассчитаем квадраты отклонений случайной величины от среднего значения

$$(\Delta y_{1.1})^2 = 1,6^2 = 2,56$$

и т.д. Остальные значения сведем в таблицу.

| | | | | | |
|---------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| y_{1k} | 12 | 11 | 10 | 9 | 10 |
| Δy_{1k} | 1,6 | 0,6 | -0,4 | -1,4 | -0,4 |
| $(\Delta y_{1k})^2$ | 2,56 | 0,36 | 0,16 | 1,96 | 0,16 |

Определим дисперсию по (3.17):

$$S^2(y_{1k}) = \frac{\sum_{k=1}^n (y_{1.k})^2}{n-1} = \frac{2,56 + 0,36 + 0,16 + 1,96 + 0,16}{4} = 1,3.$$

Аналогично определим дисперсию второй выборки. Расчет представлен в таблице.

| | | | | | |
|---------------------|--------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| y_{2k} | 17 | 9 | 10 | 10 | 8 |
| Δy_{2k} | 6,2 | -1,8 | -0,8 | -0,8 | -2,8 |
| $(\Delta y_{2k})^2$ | 38,44 | 3,24 | 0,64 | 0,64 | 7,84 |

$$S^2(y_{2k}) = \frac{\sum_{k=1}^n (\Delta y_{2.k})^2}{n-1} = \frac{38,44 + 3,24 + 0,64 + 0,64 + 7,84}{4} = 12,7.$$

Проверку выборок на наличие грубых ошибок проведем по критерию максимального отклонения. Для этого выделим «подозрительные» значения. В первой выборке это $y_{1.1}=12$ (т.к. его отклонение от среднего по модулю является максимальным $\Delta y_{1.\max}=\Delta y_{1.1}=1,6$). Во второй выборке «подозрительное» значение $y_{2.1}=17$ ($\Delta y_{2.\max}=\Delta y_{2.1}=6,2$).

Расчетное значение критерия максимального отклонения для первой выборки по (3.13)

$$r = \frac{|\Delta y_{1.\max}|}{S(y_{1k})} \sqrt{\frac{n}{n-1}} = \frac{1,6}{\sqrt{1,3}} \sqrt{\frac{5}{5-1}} = 1,56.$$

Справочное значение критерия максимального отклонения для выборки из 5 значений при $\alpha=0,95$ по табл. 3.3 составляет $r_{\max}=1,87$.

Получим $r=1,56 < r_{\max}=1,87 \Rightarrow$ ошибок в данной выборке нет.

Проверим вторую выборку. Для нее

$$r = \frac{|\Delta y_{2\max}|}{S(y_{2k})} \sqrt{\frac{n}{n-1}} = \frac{6,2}{\sqrt{12,7}} \sqrt{\frac{5}{5-1}} = 1,94.$$

Данная выборка имеет тот же объем, что и первая, а значит $r_{\max}=1,87$.

Получим $r=1,94 > r_{\max}=1,87 \Rightarrow$ значение $x_{2,1}=17$ является ошибкой и должно быть исключено.

| | | | | | |
|----------|---|---|----|----|---|
| k | – | 2 | 3 | 4 | 5 |
| y_{2k} | – | 9 | 10 | 10 | 8 |

Пересчитаем для получившейся выборки математическое ожидание и дисперсию.
Математическое ожидание:

$$\bar{y}_2 = \frac{9+10+10+8}{5} = 9,25.$$

Дисперсия

$$S^2(y_{2k}) = \frac{0,0625 + 0,5625 + 0,5625 + 1,5625}{3} = 0,92.$$

| | | | | | |
|-------------------|---|--------|--------|--------|--------------|
| k | – | 2 | 3 | 4 | 5 |
| X_{2k} | – | 9 | 10 | 10 | 8 |
| Δ_{1k} | – | -0,25 | 0,75 | 0,75 | -1,25 |
| $(\Delta_{1k})^2$ | – | 0,0625 | 0,5625 | 0,5625 | 1,5625 |

Проверим, не осталось ли в выборке ошибок. «Подозрительным» в данном случае является $y_{1,5}=7$ (т.к. его отклонение от среднего по модулю является максимальным $\Delta y_{1,\max}=|\Delta y_{1,5}|=1,25$). Критерий максимального отклонения:

$$r = \frac{|1,25|}{\sqrt{0,92}} \sqrt{\frac{4}{4-1}} = 0,3.$$

Справочное значение критерия максимального отклонения для выборки из 4 значений при $\alpha=0,95$ $r_{\max}=1,69$.

Получим $r=0,3 < r_{\max}=1,69 \Rightarrow$ ошибок в данной выборке нет.

После исключения грубых ошибок проверим выборки на однородность.

| | | | | | |
|----------|----|----|----|----|----|
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| X_{1k} | 12 | 11 | 10 | 9 | 10 |
| X_{2k} | - | 9 | 10 | 10 | 8 |

Так как выборки теперь имеют разное число значений, то для анализа однородности воспользуемся критерием Фишера. Его расчетное значение по (3.18):

$$F = \frac{S^2(y_{uk})_{\max}}{S^2(y_{uk})_{\min}} = \frac{S^2(y_{1k})}{S^2(y_{2k})} = \frac{1,3}{0,92} = 1,42.$$

Табличное значение критерия Фишера для $\alpha=0,95$ и числа степеней свободы числителя $f_1=4$ и знаменателя $f_2=3$ по табл. 3.5 $F_T=9,1$.

Т.к. $F=1,42 < F_T=9,1$, дисперсии однородны и выборки можно объединить.

| | | | | | | | | | |
|----------|----|----|----|---|----|---|----|----|---|
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| y_{1k} | 12 | 11 | 10 | 9 | 10 | 9 | 10 | 10 | 8 |

Рассчитаем наилучшую дисперсию по (3.15) и математическое ожидание:

$$S^2(y_k) = \frac{\sum_{u=1}^N S^2(y_{uk}) f_u}{\sum_{u=1}^N f_u} = \frac{1,3 \cdot 4 + 0,92 \cdot 3}{4 + 3} = 1,14.$$

$$\bar{x} = \frac{12 + 11 + 10 \cdot 4 + 9 \cdot 2 + 8}{9} = 9,9.$$

Оценим доверительный интервал генерального математического ожидания с вероятностью 95% по (3.4). Критерий Стьюдента по табл. 3.1 для $f=8$ и $\alpha=0,95$ равен $t_{0,95;8}=2,31$.

Тогда:

$$\mu(y) = 9,9 \pm \frac{2,31 \cdot \sqrt{0,92}}{\sqrt{9}} = 9,9 \pm 1,12;$$

$$9,9 - 1,24 \leq \mu(x) \leq 9,9 + 1,24.$$

$$8,76 \leq \mu(x) \leq 11,01.$$

Оценим доверительный интервал генерального математического ожидания с вероятностью 90% по (3.11). По справочным данным из табл. 3.2 определим критерий Пирсона. Т.к. $\alpha=0,9$, то $\beta=1-\alpha=1-0,9=0,1$. Тогда для $f=8$ и $\beta/2=0,05$ получим $\chi_{8,0,05}^2 = 15,5$, а для $1-\beta/2=0,95$ получим $\chi_{8,0,95}^2 = 2,73$.

$$\frac{1,14 \cdot 8}{15,5} \leq \sigma^2(y_k) \leq \frac{1,14 \cdot 8}{2,73};$$

$$0,59 \leq \sigma^2(y_k) \leq 2,09.$$

Теперь проверим, равно ли генеральное математическое ожидание 5. Для этого примем гипотезы:

$$H_0: \mu(y)=5$$

$$H_0: \mu(y) \neq 5$$

Определим расчетное значение критерия Стьюдента:

$$t_p = \frac{|\bar{y} - \mu(y)|}{\sqrt{\frac{S^2(y)}{n}}} = \frac{|9,9 - 5|}{\sqrt{\frac{1,14}{8}}} = 12,98.$$

Если выполняется неравенство

$$-t_{\alpha, f} \leq t_p \leq t_{\alpha, f},$$

то гипотеза H_0 принимается. В противном случае она отвергается.

Т.к. $t_{0,95,8} = 2,31$ и неравенство

$$-2,31 \leq 12,98 \leq 2,31,$$

является неверным, то гипотеза H_0 отвергается. с вероятностью 95% генеральное математическое ожидание не равно 5.

Проверим, равна ли генеральная дисперсия 5. Для этого необходимо также принять гипотезы

$$H_0: \sigma(y)=5$$

$$H_0: \sigma(y) \neq 5$$

Проверим следующее неравенство

$$\chi_{f,1-\beta/2}^2 \leq \frac{S^2(y) \cdot f}{\sigma^2(y)} \leq \chi_{f,\beta/2}^2;$$

$$2,73 \leq \frac{1,14 \cdot 8}{5} \leq 15,5;$$

$$2,73 \leq 1,84 \leq 15,5.$$

Очевидно, что неравенство не выполняется, а значит генеральная дисперсия не равна 5.

4. Планирование эксперимента

Рассчитать параметры математической модели на основании таблицы экспериментальных данных и оценить ее достоверность.

| № опыта | Варьируемые факторы | | | Значения функции отклика | |
|---------|---------------------|-------|-------|--------------------------|-------|
| | X_0 | X_1 | X_2 | Y_1 | Y_2 |
| 1 | 1 | 4 | 12 | 24 | 26 |
| 2 | 1 | 1 | 12 | 14 | 19 |
| 3 | 1 | 4 | 3 | -16 | -15 |
| 4 | 1 | 1 | 3 | 2 | 5 |

для этого:

- 1) построить кодированную матрицу планирования эксперимента;
- 2) рассчитать коэффициенты уравнения регрессии в кодированной форме;
- 3) проверить адекватность модели на основании дублирования опытов;
- 4) оценить значимость коэффициентов уравнения с доверительной вероятностью 95%.

1. Составим матрицу планирования эксперимента в которой все факторы представлены в кодированном виде.

Таблица 1

| № | x_0 | x_1 | x_2 | x_1x_2 | y_1 | y_2 | \bar{y} |
|---|-------|-------|-------|----------|-------|-------|-----------|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 24 | 26 | 25 |
| 2 | 1 | -1 | 1 | -1 | 14 | 19 | 16,5 |
| 3 | 1 | 1 | -1 | -1 | 16 | 15 | 15,5 |
| 4 | 1 | -1 | -1 | 1 | 2 | 5 | 3,5 |

В табл. 1 для каждого из четырех опытов определено среднее значение функции отклика \bar{y} как

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2}{2}.$$

Так в первом опыте получим:

$$\bar{y} = \frac{24 + 26}{2} = 25.$$

Остальные значения определены аналогично.

2. Рассчитаем коэффициенты линейного регрессионного уравнения вида $\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_{12}x_1x_2$ по формуле

$$b_j = \frac{\sum_{u=1}^N x_{iu} \bar{y}_u}{N}.$$

Получим:

$$b_0 = \frac{1 \cdot 25 + 1 \cdot 16,5 + 1 \cdot 15,5 + 1 \cdot 3,5}{4} = 15,125,$$

$$b_1 = \frac{1 \cdot 25 - 1 \cdot 16,5 + 1 \cdot 15,5 - 1 \cdot 3,5}{4} = 5,125,$$

$$b_2 = \frac{1 \cdot 25 + 1 \cdot 16,5 - 1 \cdot 15,5 - 1 \cdot 3,5}{4} = 5,625,$$

$$b_{12} = \frac{1 \cdot 25 - 1 \cdot 16,5 - 1 \cdot 15,5 + 1 \cdot 3,5}{4} = -0,875.$$

Получим регрессионное уравнение:

$$\hat{y} = 15,125 + 5,125x_1 + 5,625x_2 - 0,875x_1x_2.$$

3. Оценим значимость коэффициентов регрессионного уравнения.

Значимыми считаются те коэффициенты, величина которых по модулю больше ошибки, с которой эти коэффициенты были определены. Для выполнения проверки значимости коэффициентов необходимо сделать следующее:

а) для каждого u -го опыта рассчитать дисперсию результатов

$$S^2(y_{ku}) = \frac{\sum_{k=1}^m (y_{ku} - \bar{y}_u)^2}{m-1},$$

где m – число повторов каждого опыта;

$$S^2(y_{k1}) = \frac{(24 - 25)^2 + (26 - 25)^2}{2 - 1} = 2,$$

$$S^2(y_{k2}) = \frac{(14-16,5)^2 + (19-16,5)^2}{2-1} = 12,5, \quad S^2(y_{k3}) = \frac{(16-15,5)^2 + (15-15,5)^2}{2-1} = 0,5,$$

$$S^2(y_{k4}) = \frac{(2-3,5)^2 + (5-3,5)^2}{2-1} = 4,5.$$

Результаты сведем в табл. 2.

Таблица 2

| № | x_0 | x_1 | x_2 | x_1x_2 | y_1 | y_2 | \bar{y} | $S^2(y_k)$ |
|---|-------|-------|-------|----------|-------|-------|-----------|------------|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 24 | 26 | 25 | 2 |
| 2 | 1 | -1 | 1 | -1 | 14 | 19 | 16,5 | 12,5 |
| 3 | 1 | 1 | -1 | -1 | 16 | 15 | 15,5 | 0,5 |
| 4 | 1 | -1 | -1 | 1 | 2 | 5 | 3,5 | 4,5 |

б) Проверим полученные дисперсии на однородность. Для этого воспользуемся критерием Кохрена, так как дисперсии имеют одинаковое число степеней свободы.

Расчетное значение критерия

$$G_p = \frac{S^2(y_k)_{\max}}{\sum_{k=1}^N S^2(y_k)} = \frac{12,5}{2+12,5+0,5+4,5} = 0,64.$$

По справочным данным для четырех дисперсий с числом степеней свободы $f=1$ критерий Кохрена $G_T=0,999$.

$$G_p = 0,64 < G_T = 0,999,$$

значит дисперсии однородны.

в) Определим средневзвешенную дисперсию

$$S^2(y_k) = \frac{\sum_{u=1}^N S^2(y_{ku})}{N} = \frac{2+12,5+0,5+4,5}{4} = 4,875,$$

$$f = N(m-1) = 4(2-1) = 4.$$

г) Рассчитаем дисперсию воспроизводимости

$$S^2(\bar{y}) = \frac{S^2(y_k)}{m} = \frac{4,875}{2} = 2,44. ;$$

д) Определим дисперсию коэффициентов

$$S^2(b_i) = \frac{S^2(\bar{y})}{N} = \frac{2,44}{4} = 0,609.$$

е) Ошибка определения коэффициентов регрессионного уравнения

$$\varepsilon(b_i) = t_{\alpha, f} \cdot S(b_i) = 2,78 \cdot \sqrt{0,609} = 2,167. ;$$

$$t_{0,95,4} = 2,78$$

Все коэффициенты регрессионного уравнения, которые по модулю оказались меньше $\varepsilon(b_i)$, считаются незначимыми и должны быть исключены из уравнения.

В нашем случае незначимым оказался $|b_{12}| = 0,875 < \varepsilon(b_i) = 2,167$.

После его исключения регрессионное уравнение примет вид:

$$\hat{y} = 15,125 + 5,125x_1 + 5,625x_2.$$

4. После исключения незначимых коэффициентов проверим адекватность полученного регрессионного уравнения. Для этого:

а) определим дисперсию адекватности. Для этого необходимо рассчитать значения функции отклика, полученные по регрессионному уравнению:

$$\hat{y}_1 = 15,125 + 5,125 \cdot 1 + 5,625 \cdot 1 = 25,875;$$

$$\hat{y}_2 = 15,125 + 5,125 \cdot (-1) + 5,625 \cdot 1 = 15,625;$$

$$\hat{y}_3 = 15,125 + 5,125 \cdot 1 + 5,625 \cdot (-1) = 14,625;$$

$$\hat{y}_4 = 15,125 + 5,125 \cdot (-1) + 5,625 \cdot (-1) = 4,375.$$

Дисперсии адекватности:

$$S_{ад}^2 = \frac{\sum_{k=1}^N (\hat{y}_k - \bar{y}_k)^2}{N - N'} =$$

$$= \frac{(25,875 - 25)^2 + (15,625 - 16,5)^2 + (14,625 - 15,5)^2 + (4,375 - 4,5)^2}{4 - 3} =$$

$$= 3,0625.$$

где N' – число значимых коэффициентов регрессионного уравнения.

Число степеней свободы дисперсии адекватности

$$f_{ад} = N - N' = 4 - 3 = 1.$$

б) проверим однородность дисперсии адекватности и дисперсии воспроизводимости по критерию Фишера. Если они окажутся однородными, то уравнение адекватно.

$$F_p = \frac{S_{ад}^2}{S^2(\bar{y})} = \frac{3,0625}{2,44} = 1,26. .$$

По справочным данным для $f_{ад}=1$ и $f=4$ $F_{\tau}=244,583$.

$F_p = 1,26 < F_{\tau} = 244,583$, значит уравнение адекватно.