



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И.  
Носова»

УТВЕРЖДАЮ  
Директор ИЕиС  
Ю.В. Сомова

02.02.2026 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

***АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ***

Направление подготовки (специальность)  
10.05.03 Информационная безопасность автоматизированных систем

Направленность (профиль/специализация) программы  
10.05.03 специализация N 8 "Разработка автоматизированных систем в защищенном  
исполнении"

Уровень высшего образования - специалитет

Форма обучения  
очная

Институт/ факультет	Институт естествознания и стандартизации
Кафедра	Прикладной математики и информатики
Курс	1
Семестр	1

Магнитогорск  
2026 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - специалитет по специальности 10.05.03 Информационная безопасность автоматизированных систем (приказ Минобрнауки России от 26.11.2020 г. № 1457)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

13.01.2026, протокол № 5

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕиС

02.02.2026 г. протокол № 4

Председатель \_\_\_\_\_ Ю.В. Сомова

Согласовано:

Зав. кафедрой Информатики и информационной безопасности

\_\_\_\_\_ И.И. Баранкова

Рабочая программа составлена:

ст. преподаватель кафедры кафедры ПМИИ,

\_\_\_\_\_ Л.А. Грачева

Рецензент:

зав. кафедрой Физики, канд. физ.-мат. наук \_\_\_\_\_ Д.М.

Долгушин

## Лист актуализации рабочей программы

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2027 - 2028 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2028 - 2029 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2029 - 2030 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2030 - 2031 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2031 - 2032 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2032 - 2033 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

### **1 Цели освоения дисциплины (модуля)**

- развитие математического мышления;
- формирование навыков решения геометрических задач в различных системах координат;
- ознакомление с основами классической и современной алгебры;
- ознакомление с различными алгебраическими структурами (полями, векторными пространствами) и их приложениями в решении различных практических задач;
- обучение основным алгебраическим методам решения задач, возникающих в других математических дисциплинах и в практике;
- воспитание у студентов математической и технической культуры, которая предполагает четкое осознание необходимости и важности математической подготовки для современного специалиста.

### **2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы**

Дисциплина Алгебра и геометрия входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин: «Алгебра и начала анализа», «Геометрия» в объеме программы средней школы.

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Дискретная математика

Теория вероятностей, математическая статистика

Математический анализ

Основы теории оптимизации

Математическое моделирование распределенных систем

### **3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения**

В результате освоения дисциплины (модуля) «Алгебра и геометрия» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции
ОПК-3	Способен использовать математические методы, необходимые для решения задач профессиональной деятельности;
ОПК-3.1	Применяет математические методы для решения задач профессиональной деятельности
ОПК-3.2	Владеет навыками типовых расчетов различных разделов высшей математики
ОПК-3.3	Строит математические модели процессов в профессиональной деятельности

#### 4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц 144 академических часов, в том числе:

- контактная работа – 76,1 академических часов;
- аудиторная – 72 академических часов;
- внеаудиторная – 4,1 академических часов;
- самостоятельная работа – 32,2 академических часов;
- в форме практической подготовки – 0 академических часов;
- подготовка к экзамену – 35,7 академических часов

Форма аттестации - экзамен

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в академических часах)			Самостоятельная работа студента	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код компетенции
		Лек.	лаб. зан.	практ. зан.				
1. Линейная алгебра								
1.1 Матрицы. Определители. Системы линейных алгебраических уравнений.	1	6		11/2,9 И	4	- подготовка к практическим занятиям, - выполнение ТР №1 «Матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений»	- проверка индивидуальных заданий, - консультации по решению задач ТР, - защита ТР	
1.2 Линейные пространства. Базис. Евклидовы пространства.		4		14/9И	4	- подготовка к практическим занятиям, - выполнение ИДЗ № 1 «Линейные пространства и операторы. Квадратичные формы»	- проверка индивидуальных заданий, - консультации по решению ИДЗ	
1.3 Линейные операторы.		4		2/2И	6	- подготовка к практическим занятиям, - выполнение ИДЗ № 1 «Линейные пространства и операторы. Квадратичные формы»	- проверка индивидуальных заданий, - консультации по решению ИДЗ	
1.4 Квадратичные формы.		2		2/2И	4	- подготовка к практическим занятиям,	- проверка индивидуальных заданий, -	

						- выполнение ИДЗ № 1 «Линейные пространства и операторы. Квадратичные формы»	консультации по решению ИДЗ	
Итого по разделу		16		29/15,9 И	18			
2. Векторная алгебра								
2.1 Векторы и операции над ними. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.	1	4		2/2И	4	- подготовка к практическим занятиям, - подготовка к АКР №1 «Векторная алгебра»	- проверка АКР	
Итого по разделу		4		2/2И	4			
3. Аналитическая геометрия								
3.1 Системы координат на плоскости. Прямая на плоскости. Кривые на плоскости.	1	2		1/1И	2	- подготовка к практическим занятиям, - выполнение ИДЗ № 2 «Аналитическая геометрия на плоскости»	- проверка ИДЗ, - консультации по решению ИДЗ	
3.2 Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола.		4		1	4,2	- подготовка к практическим занятиям, - выполнение ИДЗ № 3 «Кривые второго порядка»	- проверка ИДЗ, - консультации по решению ИДЗ	
3.3 Преобразование координат: параллельный перенос, поворот. Классификация линий 2-го порядка. Приведение уравнений линий 2-го порядка к каноническому виду		2		1	2	- подготовка к практическим занятиям, - выполнение ИДЗ № 3 «Кривые второго порядка»	- проверка ИДЗ, - консультации по решению ИДЗ	
3.4 Поверхности второго порядка: цилиндрические, конические и поверхности вращения. Эллипсоид, гиперboloиды, параболоиды.		4		1		- подготовка к практическим занятиям, - выполнение ИДЗ № 4 «Поверхности второго порядка»	- консультации по решению ИДЗ	
3.5 Классификация поверхностей второго порядка. Приведение к каноническому виду общего уравнения поверхности второго порядка.		4		1	2	- подготовка к практическим занятиям, - выполнение ИДЗ № 4 «Поверхности 2-го порядка»	- проверка индивидуальных заданий, - консультации по решению ИДЗ	
Итого по разделу		16		5/1И	10,2			

Итого за семестр	36		36/18,9 И	32,2		экзамен	
Итого по дисциплине	36		36/18,9 И	32,2		экзамен	

## 5 Образовательные технологии

Реализация компетентного подхода предусматривает использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся.

1. Традиционные образовательные технологии. Организация образовательного процесса, предполагает прямую трансляцию знаний от преподавателя к студенту (преимущественно на основе объяснительно-иллюстративных методов обучения). Учебная деятельность студента носит в таких условиях, как правило, репродуктивный характер.

Формы учебных занятий:

- - информационная лекция – последовательное изложение материала в дисциплинарной логике, осуществляемое преимущественно вербальными средствами.
- - семинар (защита ТР) – беседа преподавателя и студентов, обсуждение заранее подготовленных сообщений по каждому вопросу плана занятия с единым для всех перечнем рекомендуемой обязательной и дополнительной литературы.
- - практическое занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по предложенному алгоритму.

2. Технологии проблемного обучения. Организация образовательного процесса предполагает постановку проблемных вопросов, создание учебных проблемных ситуаций для стимулирования активной познавательной деятельности студентов.

Формы учебных занятий:

- - проблемная лекция – изложение материала, предполагающее постановку проблемных и дискуссионных вопросов, освещение различных научных подходов, авторские комментарии, связанные с различными моделями интерпретации изучаемого материала.
- - лекция «вдвоем» (бинарная лекция) – изложение материала в форме диалогического общения двух студентов (заранее подготовившихся) или студента и преподавателя (например, реконструкция диалога исторических личностей – свидетелей открытия какого-либо научного факта; «ученого» и «практика» и т.д.).
- - практическое занятие в форме практикума – организация учебной работы, направленная на решение комплексной учебно-познавательной задачи, требующей от студента применения как научно-теоретических знаний, так и практических навыков.
- - самостоятельная работа (с консультациями преподавателя) на основе кейс-метода – обучение в контексте моделируемой ситуации, воспроизводящей реальные условия научной, производственной. Обучающиеся должны проанализировать ситуацию, разобраться в сути проблем, предложить возможные решения и выбрать лучшее из них. Кейсы базируются на реальном фактическом материале или же приближены к реальной ситуации.

3. Информационно-коммуникационные образовательные технологии.

Организация образовательного процесса с применением специализированных программных сред и технических средств работы с информацией (информационную среду университета МОДУС MOODLE).

Формы учебных занятий с использованием информационно-коммуникационных технологий:

- Лекция-визуализация – изложение содержания сопровождается презентацией (демонстрацией учебных материалов, представленных в различных знаковых системах, в т.ч. иллюстративных, графических, аудио- и видеоматериалов).

• Практическое занятие в форме презентации – представление результатов проектной или исследовательской деятельности с использованием специализированных программных сред.

## **6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Представлено в приложении 1.

## **7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации**

Представлены в приложении 2.

## **8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **а) Основная литература:**

1. Кремер, Н. Ш. Линейная алгебра : учебник и практикум для бакалавриата и специалитета / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 422 с. — (Бакалавр и специалист). — ISBN 978-5-534-08547-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/book/lineynaya-algebra-582873> (дата обращения: 09.03.2026) — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Привалов, И. И. Аналитическая геометрия : учебник для вузов / И. И. Привалов. — 40-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 233 с. — (Бакалавр и специалист). — ISBN 978-5-534-01262-0. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/book/analiticheskaya-geometriya-598531> (дата обращения: 09.03.2026) . — Режим доступа: для авториз. пользователей.

### **б) Дополнительная литература:**

1. Ефимов, Н. В. Краткий курс аналитической геометрии: Учебник/ Ефимов Н. В., 14-е изд., исправ. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2014. - 240 с. ISBN 978-5-9221-1419-6, 500 экз. - Текст : электронный. - URL: <https://new.znaniium.com/catalog/product/537806> (дата обращения: 09.03.2026) - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Ефимов, Н. В. Квадратичные формы и матрицы / Н.В. Ефимов. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2012. - 168 с. ISBN 978-5-9221-1049-5, 500 экз. - Текст : электронный. - URL: <https://new.znaniium.com/catalog/product/414063> (дата обращения: 09.03.2026) - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Шафаревич, И. Р. Линейная алгебра и геометрия / И. Р. Шафаревич, А. О. Ремизов. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 512 с. - ISBN 978-5-9221-1139-3. - Текст : электронный. - URL: <https://new.znaniium.com/catalog/product/544772> (дата обращения: 09.03.2026) - Режим доступа: для авториз. пользователей.
4. Шевцов, Г. С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты: Учебное пособие / Г.С. Шевцов. - 3-е изд., испр. и доп. - М.: Магистр: НИЦ ИНФРА-М, 2019. - 544 с. - ISBN 978-5-16-100523-1. - Текст : электронный. - URL: <https://new.znaniium.com/catalog/product/1015326> (дата обращения: 09.03.2026) - Режим доступа: для авториз. пользователей.
5. Резниченко, С. В. Аналитическая геометрия в примерах и задачах в 2 ч. Часть 2 : учебник и практикум для академического бакалавриата / С. В. Резниченко. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 288 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02938-3. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: : <https://www.biblio-online.ru/bcode/438307> (дата обращения: 09.03.2026)- Режим доступа: для авториз. пользователей.
6. Бугров, Я. С. Высшая математика в 3 т. Т. 2. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии : учебник для академического бакалавриата / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. — 7-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 281 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-03009-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: : <https://www.biblio-online.ru/bcode/431960> (дата обращения: 09.03.2026) - Режим доступа: для авториз. пользователей.

7. Лубягина, Е. Н. Линейная алгебра : учебное пособие для вузов / Е. Н. Лубягина, Е. М. Вечтомов. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 150 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10594-0. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/456440> (дата обращения: 09.03.2026) - Режим доступа: для авториз. пользователей.

8. Резниченко, С. В. Аналитическая геометрия в примерах и задачах в 2 ч. Часть 1 : учебник и практикум для академического бакалавриата / С. В. Резниченко. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 302 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02936-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/436999> (дата обращения: 26.04.2024) - Режим доступа: для авториз. пользователей.

9. Рудык, Б. М. Линейная алгебра : учеб. пособие / Б.М. Рудык. - М. : ИНФРА-М, 2019. - 318 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN . - Текст : электронный. - URL: <https://new.znaniium.com/catalog/product/101010> (дата обращения: 09.03.2026) - Режим доступа: для авториз. пользователей.

#### **в) Методические указания:**

1. Абрамова, И.М. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии: Методические указания для студентов I курса всех специальностей. – МГТУ, 2008. – 16 с.

2. Вахрушева, И.А. Кривые и поверхности 2 порядка. Полярная система координат. Практикум – Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2009. – 19 с.

3. Грачева, Л.А. Элементы линейной алгебры, векторной алгебры и аналитической геометрии: Учебное пособие. - Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010 – 63 с.

#### **г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:**

##### **Программное обеспечение**

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
MS Office 2007 Professional	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно
7Zip	свободно распространяемое ПО	бессрочно
MathWorks MathLab v.2014 Classroom License	К-89-14 от 08.12.2014	бессрочно
MathCAD v.15 Education University Edition	Д-1662-13 от 22.11.2013	бессрочно

##### **Профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

Название курса	Ссылка
Электронная база периодических изданий ООО «ИВИС»	<a href="https://eivis.ru/">https://eivis.ru/</a>
Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)	URL: <a href="https://elibrary.ru/project_risc.asp">https://elibrary.ru/project_risc.asp</a>

Российская Государственная библиотека. Каталоги	<a href="https://www.rsl.ru/ru/4readers/catalogues/">https://www.rsl.ru/ru/4readers/catalogues/</a>
Электронные ресурсы библиотеки МГТУ им. Г.И. Носова	<a href="https://host.megaprolib.net/MP0109/Web">https://host.megaprolib.net/MP0109/Web</a>
Международная реферативная и полнотекстовая справочная база данных научных изданий «Springer Nature»	<a href="https://www.nature.com/siteindex">https://www.nature.com/siteindex</a>
Информационная система - Банк данных угроз безопасности информации ФСТЭК России	<a href="https://bdu.fstec.ru/?ysclid=lujkqy7cnw630508962">https://bdu.fstec.ru/?ysclid=lujkqy7cnw630508962</a>

### 9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

- Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа
- Учебные аудитории для проведения лабораторных занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации
- Аудитории для самостоятельной работы: компьютерные классы; читальные залы библиотеки (персональные компьютеры с пакетом MS Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета )
- Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования

### Приложение 1

#### Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

По дисциплине «Алгебра и геометрия» предусмотрена аудиторная и внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся.

Аудиторная самостоятельная работа студентов предполагает решение контрольных задач на практических занятиях.

#### **Примерные аудиторные контрольные работы (АКР):**

##### **АКР №1 « Векторная алгебра»**

1. Сторона ромба равна  $5\sqrt{10}$ , две его противоположные вершины – P(4; 9) и Q(-2; 1). Вычислить площадь этого ромба.
2. Даны векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ . Найти длины векторов  $\vec{c}$  и  $\vec{d}$ , построенных по векторам  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ ; косинус угла между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{d}$ . Проверить коллинеарность векторов  $\vec{c}$  и  $\vec{b}$ .  

$$\vec{a} = (4; 3; -1) \text{ и } \vec{b} = (2; 2; -2), \quad \vec{c} = \vec{a} - 4\vec{b} \text{ и } \vec{d} = 3\vec{a} - 2\vec{b},$$
3. Найти координаты вектора  $\vec{x}$ , перпендикулярный векторам  $\vec{a} = (3; -1; 1)$  и  $\vec{b} = (2; -3; 2)$ , и удовлетворяющий условию  $\vec{x} \cdot (\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}) = 1$ .
4. Даны вершины  $\triangle ABC$ . Вычислить его площадь и длину высоты, опущенной из вершины B на сторону AC.  

$$A(-1; 2; 3), B(6; 2; -2), C(-1; 2; 0)$$

5. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{p}$  и  $\vec{q}$ , если  $\vec{p} = \vec{a} - 5\vec{b}$  и  $\vec{q} = 2\vec{a} + \vec{b}$ , где  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  – единичные взаимно перпендикулярные векторы.
6. Доказать, что точки А, В, С и D лежат в одной плоскости.  $A(-1; -2; 0)$ ,  $B(0; -4; 1)$ ,  $C(2; -1; -2)$ ,  $D(6; 12; -13)$

**Примерные индивидуальные домашние задания (ИДЗ):**

**ИДЗ №1 «Линейные пространства и операторы. Квадратичные формы»**

**Задача 1.** Для указанного множества векторов определить, является ли это множество линейным пространством над полем действительных чисел относительно обычных операций сложения векторов и умножения вектора на число. В случае отрицательного ответа указать, какие именно аксиомы линейного пространства не выполняются.

- Все векторы плоскости, каждый из которых лежит на одной из осей координат  $Ox$  или  $Oy$ .

**Задача 2.** Проверить линейность оператора  $A\vec{x}$ , где  $\vec{x} = (x_1; x_2; x_3)$

$$A\vec{x} = (6x_1 - 5x_2x_3; -3x_1; 2x_3),$$

**Задача 4.** Найти собственные числа и собственные векторы оператора А. Записать матрицу оператора в базисе из собственных векторов

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

**Задача 5.** Дана матрица линейного оператора А в базисе  $(\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3)$ :  $\vec{e}_1 = (1; 0; 0)$ ,  $\vec{e}_2 = (0; 1; 0)$ ,  $\vec{e}_3 = (0; 0; 1)$ . Найти матрицу этого оператора в новом базисе  $(\vec{e}_1'; \vec{e}_2'; \vec{e}_3')$ , если

$$\vec{e}_1' = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3; \vec{e}_2' = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3; \vec{e}_3' = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3, \quad A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 4 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

**Задача 6.** Пусть  $x = (x_1, x_2, x_3)$ ,  $Ax = (x_1 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$ ,  $Bx = (x_2, 2x_3, x_1)$ . Найти результат работы составного оператора  $(A^2 - B)x$  и матрицу этого составного оператора.

**Задача 7.** Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа.

$$x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3 + 4x_3^2.$$

**Задача 8.** Привести квадратичную форму к каноническому виду ортогональным преобразованием. Выписать это преобразование.

$$4x_2^2 - 3x_3^2 + 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + 8x_2x_3.$$

**ИДЗ №2 «Аналитическая геометрия на плоскости»**

1. Даны уравнения двух сторон параллелограмма  $2x - y + 2 = 0$ ,  $x + 3y - 6 = 0$  и точка пересечения диагоналей  $O(-1; 4)$ . Составить уравнения диагоналей параллелограмма.
2. Дано:  $M_1(-2; 2)$ ;  $M_2(2; 6)$ ;  $\varphi = 45^\circ$ ;  $\vec{S} = (5; -3)$ ;  $\vec{n} = (7; 2)$ ;  
 $L_1: x - 3y - 7 = 0$ ;  $L_2: x + 3y + 5 = 0$ .

(а) Написать общие уравнения прямых, проходящих через

- 1) точку  $M_1$  под углом  $\varphi$  к оси  $OX$ ;
- 2) точки  $M_1$  и  $M_2$ ;
- 3) точку  $M_1$  параллельно вектору  $\vec{S}$ ;
- 4) точку  $M_2$  перпендикулярно вектору  $\vec{n}$ ;
- 5) точку  $M_1$  параллельно прямой  $L_1$ ;
- 6) точку  $M_2$  перпендикулярно прямой  $L_2$ .

(б) Найти расстояние от точки  $M_1$  до прямой  $L_2$

(в) Найти точку пересечения прямых 5) и 6), найти угол между ними с точностью до  $0,1^\circ$ .

3. Построить линию в полярной системе координат  $\rho = 4 + \sin \varphi$

**ИДЗ №3 «Кривые второго порядка»**

**Задача 1.** Постройте фигуру, ограниченную линиями

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1, \quad x \geq 0, \quad y^2 = -x + 5$$

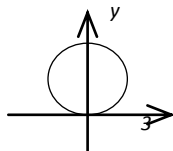
**Задача 2.** Приведите уравнения к каноническому виду и постройте кривые. Найдите, если есть, фокусы, эксцентриситеты, вершины линий, директрисы, асимптоты.

- 1)  $x^2 + y^2 - 5y = 0$ ;
- 2)  $4x^2 + 3y^2 - 8x + 12y - 32 = 0$ ;
- 3)  $4x^2 - y^2 - 16x + 6y + 23 = 0$ ;
- 4)  $2x^2 + 8x - y + 1 = 0$ ;
- 5)  $4x^2 - y^2 + 24x + 10y + 11 = 0$ ;
- 6)  $x = -1 + \sqrt{4(y+2)}$ ;
- 7)  $y = \frac{2}{3}\sqrt{x^2 + 9}$ ;
- 8)  $y = \frac{8x+3}{2x-4}$ .

**Задача 3.** Запишите уравнение кривой  $\rho = \rho(\varphi)$  в декартовой системе координат. Выбрав удобную систему, постройте линию.

$$\rho = \frac{-3}{2 \sin \varphi + 5 \cos \varphi}.$$

**Задача 4.** Запишите уравнение данной окружности в декартовой системе координат и полярной системе координат.



**Задача 5.** Построить область, ограниченную линиями

$$\rho \leq 5 - 3\cos \varphi; \rho \geq 2\sin \varphi,$$

**ИДЗ №4 «Поверхности второго порядка»**

1. Выделением полных квадратов и переносом начала координат упростить уравнение поверхности  $x^2 - 2y^2 + 4z^2 + 2x - 12y + 8z - 3 = 0$ .

2. Найти преобразованное уравнение поверхности

$$3x^2 + 2y^2 + 9z^2 + 4xy - 2xz - 4x + 8z = 0$$

при перенесении начала координат в точку  $O_1 = (-1, 2, -1)$ .

3. Привести к каноническому виду уравнения поверхностей, определить вид поверхностей, изобразить ее схематически

(а)  $y^2 + 2z^2 + 4xy - 4yz + 2 = 0,$  (б)

$$x^2 - 2y^2 + z^2 + 4xy - 8xz - 4yz - 14x - 4y + 14z + 16 = 0.$$

**Примерные варианты типовых расчетов (ТР):**

**ТР №1 «Матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений»**

1. Вычислить определитель 4-го порядка двумя способами:

а) Разложением по элементам строки или столбца

б) С помощью элементарных преобразований

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & -3 & 0 \\ 7 & 0 & 5 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & -4 \\ 5 & -2 & -5 & -1 \end{vmatrix}$$

2. Решить систему линейных уравнений тремя способами:

а) По формулам Крамера.

б) Матричным методом.

в) Методом Гаусса

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 4; \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 = -3; \\ x_1 + 4x_2 + 4x_3 = 5. \end{cases}$$

3. Исследовать систему линейных алгебраических уравнений на совместность. Решить системы уравнений методом Гаусса. В неопределенных системах найти общее и одно частное решения, сделать проверку.

$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4 \\ 6x_1 - x_2 - x_3 + 5x_4 = -2 \end{cases}$$

4. Найти общее решение и фундаментальную систему решений, если она существует.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 8x_2 + 24x_3 - 19x_4 = 0 \\ x_1 - 8x_3 + 7x_4 = 0 \end{cases}$$

5. Решить матричное уравнение (найти матрицу  $X$ ).

$$\left[ 4E - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right] X \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 17 \\ 10 & -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^2$$

6. Исследовать на линейную зависимость систему векторов

$$\bar{a} = (1, 4, 6), \quad \bar{b} = (1, -1, 1), \quad \bar{c} = (1, 1, 3).$$

7. Найти координаты вектора  $\vec{x}$  в базисе  $(e'_1, e'_2, e'_3)$ , если он задан в стандартном базисе  $(e_1, e_2, e_3)$ .

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + 2e_3, \\ e'_2 = 2e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3, \\ x = (6, -1, 3) \end{cases}$$

### **ТР №2 «Плоскость и прямая в пространстве»**

1. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку  $A(1, 3, -4)$  параллельно:

а) прямой  $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{-1}$ ;

б) вектору  $a(1, -4, 3)$ ;

в) оси  $Ox$ ;

г) оси  $Oy$ .

2. Будут ли прямые  $l_1: \begin{cases} x-2y+z=3, \\ y+2z=1 \end{cases}$  и  $l_2: \begin{cases} x=3t-1, \\ y=4, \\ z=-2t \end{cases}$  лежать в одной плоскости?
3. При каких значениях  $a$  и  $b$  плоскость  $ax-4y+bz-1=0$  перпендикулярна прямой, проходящей через две точки  $M_1(0;1;2)$ ,  $M_2(1;0;-2)$ . Построить эту плоскость.
4. Написать параметрические и канонические уравнения прямой  $l_1: \begin{cases} 5x-y+9=0, \\ x+y-2z=0. \end{cases}$
5. Найти угол между плоскостями  $2x-y+3z+5=0$  и  $\frac{x}{1}-\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$ .

## Приложение 2

### а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Промежуточная аттестация имеет целью определить степень достижения запланированных результатов обучения по дисциплине за определенный период обучения (семестр) и проводится в форме зачета, зачета с оценкой, экзамена.

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
<b>ОПК- 3: Способен использовать математические методы, необходимые для решения задач профессиональной деятельности;</b>		
ОПК-3.1	Применяет математические методы для решения задач профессиональной деятельности	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Системы линейных уравнений. Основные определения. Элементарные преобразования систем линейных уравнений.</li> <li>2. Изложение метода Гаусса. Возможные варианты количества решений систем линейных алгебраических уравнений</li> <li>3. Определение определителя. Вычисление определителя второго порядка (ответ подкрепить конкретными примерами).</li> <li>4. Определение определителя. Вычисление определителя третьего порядка. Правило Саррюса.</li> <li>5. Определение определителя. Свойства определителей (каждое свойство проиллюстрировать конкретными примерами).</li> <li>6. Миноры и алгебраические дополнения. Лемма о вычислении определителя матрицы <math>n-го</math> порядка, содержащей строку (столбец), все элементы которой, за исключением, быть может, одного элемента равны нулю (ответ подкрепить конкретными примерами).</li> <li>7. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о вычислении определителя матрицы через элементы какой-либо</li> </ol>



Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		22. Ключевые задачи в координатах. 23. Деление отрезка в данном отношении. Середина отрезка. Площадь треугольника. 24. Приложение метода координат к решению задач элементарной геометрии. 25. Различные способы задания прямой на плоскости. Геометрический смысл знака трехчлена. 26. Взаимное расположение прямых на плоскости. 27. Расстояние от точки до прямой. Угол между прямыми. 28. Эллипс. Гипербола. Парабола. Общее уравнение кривой второго порядка. 29. Угол между прямыми. Угол между прямой и плоскостью. 30. Приложение теории прямой к решению задач элементарной геометрии. 31. Окружность, ее уравнение, задачи на множества точек, определяющих окружность. 32. Эллипс, его уравнение, задачи на множества точек, определяющих эллипс. 33. Парабола, ее уравнение, задачи на множества точек, определяющих параболу. 34. Гипербола, ее уравнение, задачи на множества точек, определяющих гиперболу. 35. Поверхности второго порядка: цилиндрические, конические и поверхности вращения. 36. Классификация поверхностей второго порядка 37. Приведение уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду
ОПК-3.2	Владеет навыками типовых расчетов различных разделов высшей математики	1. 1. Решить систему линейных алгебраических уравнений $\begin{cases} x - 4y - 2z = -3, \\ 3x + y + z = 5, \\ 3x - 5y - 6z = -7. \end{cases}$ 2. Решить систему линейных алгебраических уравнений $\begin{cases} x + y + z = 0, \\ 2x - y - z = 0, \\ 3x + 4y + z = 0. \end{cases}$ 3. Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(1,2)$ параллельной прямой $5x + 2y + 20 = 0$ .

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		<p>4. Вычислить <math>\bar{a} \cdot \bar{b}</math> и <math>\bar{a} \times \bar{b}</math>, если <math>\bar{a} = (1,1,1)</math>, <math>\bar{b} = (0,2,1)</math>.</p> <p>5. Решить уравнение:  <math>3(a_1 - 2x) + 5(a_2 + a_3 - 3x) = 2(a_3 - 4x)</math>,  где <math>a_1 = (4,3,1,2)</math>, <math>a_2 = (2,-1,-3,4)</math>,  <math>a_2 = (2,-1,-3,4)</math>, <math>a_3 = (-1,4,-5,3)</math>.</p> <p>6. Установить линейную независимость векторов:  <b>а)</b> <math>a_1 = (3,1,1,1,1)</math>,  <math>a_2 = (1,1,2,3,1)</math>, <math>a_3 = (1,2,9,1,4)</math>,  <math>a_4 = (1,1,3,8,2)</math>;  <b>б)</b> <math>a_1 = (1,1,1,1)</math>, <math>a_2 = (1,-1,2,-2)</math>,  <math>(1,3,0,4)</math>, <math>a_4 = (1,5,-1,7)</math>.</p> <p>7. Найти ранг данной системы векторов, указать всевозможные ее базы и выразить через базу все векторы системы:  <b>а)</b> <math>a_1 = (5,2,-3,1)</math>, <math>a_2 = (4,1,-2,3)</math>,  <math>(1,1,-1,-2)</math>, <math>a_4 = (3,4,-1,2)</math>;</p> <p>8. Написать уравнение прямой <math>AB</math>, если <math>A(-1,2)</math>, <math>B(2,-1)</math></p> <p>9. Написать уравнение прямой, проходящей через точку <math>M(1,0)</math> параллельной прямой <math>\frac{x-2}{3} = \frac{y-4}{-1}</math>.</p> <p>10. Показать, что прямые <math>2x - y - 20 = 0</math> и <math>-x - 2y - 3 = 0</math> перпендикулярны.</p> <p>11. Показать, что прямые <math>2x - y + 4 = 0</math> и <math>-4x + 2y - 10 = 0</math> параллельны.</p> <p>12. Написать уравнение прямой, отсекающей на осях координат отрезки 2 и 3.</p> <p>10. В какой точке прямая, проходящая через точки <math>A(3,-2)</math> и <math>B(-1,2)</math>, пересекает ось <math>Oy</math>.</p> <p>11. Найти расстояние между прямыми <math>4x - 3y - 7 = 0</math> и <math>4x - 3y + 3 = 0</math>.</p> <p>12. Написать канонические и параметрические уравнения прямой, проходящей через точки <math>M(2,1,-1)</math> и <math>K(3,3,-1)</math>.</p> <p>13. Провести прямую через точку <math>A(2,0,-1)</math> перпендикулярно плоскости <math>3x + 4y - z + 4 = 0</math>.</p> <p>14. Провести плоскость через точку <math>A(2,0,-1)</math> параллельно плоскости <math>3x + 4y - z + 4 = 0</math>.</p>

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		<p>15. Провести плоскость через точки А (1,0,2), В (-1,2,0), С(3,3,2).</p> <p>16. Доказать, что прямые взаимно перпендикулярны:  <math>\frac{x}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{3}</math> и <math>\begin{cases} 3x + y - 5z + 1 = 0, \\ 2x + 3y - 8z + 3 = 0. \end{cases}</math></p> <p>17. Доказать, что прямые параллельны:  <math>\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1}</math> и <math>\begin{cases} x + y - z = 0 \\ x - y - 5z - 8 = 0. \end{cases}</math></p> <p>18. Найти угол между прямой, проходящей через точку А (-1,0,-5) и точку В (1,2,0), и плоскостью <math>x-3y+z+5=0</math>.</p> <p>19. Определить тип и построить линию:  <math>x^2 - 9y^2 + 2x + 18y + 73 = 0,</math>  <math>2x^2 + 3y^2 - 4x + 6y - 7 = 0.,</math>  <math>y^2 - 4x - 2y - 3 = 0, \quad y = \frac{3x-3}{2x+5},</math>  <math>y = -6 + \sqrt{4(x-3)^2 - 100}</math></p> <p>20. Привести к каноническому виду уравнение поверхности. Определить ее вид.  <math>y^2 + 2z^2 + 4xy - 4yz - 4yz + 2 = 0.</math></p>
ОПК-1.3	Применяет фундаментальные междисциплинарные знания для решения задач в профессиональной деятельности	<p>1. В некоторой отрасли <math>m</math> заводов выпускают <math>n</math> видов продукции. Матрица <math>A_{m \times n}</math> задает объемы продукции на каждом заводе в первом квартале, матрица <math>B_{m \times n}</math> – соответственно во втором; <math>(a_{ij}, b_{ij})</math> – объемы продукции <math>j</math>-го типа на <math>i</math>-ом заводе в 1-м и 2-м кварталах соответственно:</p> $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 7 \\ 1 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix};$ $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 7 \\ 1 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$ <p>2. Предприятие производит <math>n</math> типов</p>

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства																							
		<p>продукции, объемы выпуска заданы матрицей <math>A_{1 \times n}</math>. Цена реализации единицы <math>i</math>-го типа продукции в <math>j</math>-ом регионе задана матрицей <math>B_{n \times k}</math>, где <math>k</math> – число регионов, в которых реализуется продукция. Найдите матрицу <math>C</math> выручки по регионам, если (для <math>n = 3; k = 4</math>)</p> $A_{1 \times 3} = (100 \quad 2000 \quad 100);$ $B_{3 \times 4} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$ <p>3. Предприятие специализируется по выпуску изделий трех видов: А, В, С; при этом используется сырье трех типов: <math>S_1, S_2, S_3</math>. Нормы расхода каждого вида сырья на единицу изделия каждого вида и объем расхода сырья на 1 день заданы таблицей:</p> <table border="1" data-bbox="858 920 1445 1263"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Вид сырья</th> <th colspan="3">Расходы сырья на единицу продукции, усл. ед.</th> <th rowspan="2">Запасы сырья на один день, усл. ед.</th> </tr> <tr> <th>А</th> <th>В</th> <th>С</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>S_1</math></td> <td>2</td> <td>3</td> <td>1</td> <td>1400</td> </tr> <tr> <td><math>S_2</math></td> <td>4</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>1300</td> </tr> <tr> <td><math>S_3</math></td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>1100</td> </tr> </tbody> </table> <p>Найти ежедневный объем выпуска изделий каждого вида.</p> <p>4. Получить систему уравнений и решить ее тремя способами: по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса. Предприятие выпускает <math>m</math> видов изделий с использованием <math>k</math> видов сырья. Нормы расхода сырья для производства единицы продукции каждого вида даны матрицей <math>A_{m \times k}</math>. Стоимость единицы сырья задана матрицей <math>C</math>. Найти затраты каждого вида сырья при заданном плане выпуска <math>Q</math> и суммарные затраты на сырье. Представить результаты с помощью матриц <math>A, C, Q</math>.</p> $A = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 1 & 0 \\ 6 & 7 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad C = (1 \quad 2 \quad 3 \quad 8)$ $Q = (20 \quad 100 \quad 50 \quad 100)$ <p>5. Найдите матрицу <math>X = A(B - 2C)</math> и вычислите ее определитель, если</p>	Вид сырья	Расходы сырья на единицу продукции, усл. ед.			Запасы сырья на один день, усл. ед.	А	В	С	$S_1$	2	3	1	1400	$S_2$	4	1	2	1300	$S_3$	1	2	3	1100
Вид сырья	Расходы сырья на единицу продукции, усл. ед.			Запасы сырья на один день, усл. ед.																					
	А	В	С																						
$S_1$	2	3	1	1400																					
$S_2$	4	1	2	1300																					
$S_3$	1	2	3	1100																					

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ <p>6. Решить систему: 1) методом Гаусса; 2) методом Крамера, показав умения находить определители: а) по правилу Саррюса; б) сведением матрицы определителя к треугольному виду; в) получением столбца (строка) со всеми нулевыми элементами, за исключением одного; 3) матричным способом.</p> $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 8, \\ -2x_1 + x_2 + 2x_3 = -6, \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 4; \end{cases}$ <p>7. Написать программу для выполнения действий над матрицами</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- сложение матриц;</li> <li>- умножение матрицы на число;</li> <li>- умножение двух матриц.</li> </ul>

**б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:**

Промежуточная аттестация по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений, проводится в форме зачета с оценкой.

**Показатели и критерии оценивания зачета с оценкой:**

– на оценку «**отлично**» (5 баллов) – обучающийся демонстрирует высокий уровень сформированности компетенции, всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.

– на оценку «**хорошо**» (4 балла) – обучающийся демонстрирует средний уровень сформированности компетенции: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.

– на оценку «**удовлетворительно**» (3 балла)– обучающийся демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенции: в ходе контрольных мероприятий допускаются ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

– на оценку «**неудовлетворительно**» (2 балла)– обучающийся демонстрирует знания не более 20% теоретического материала, допускает существенные ошибки, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач или не может показать знания даже на уровне воспроизведения и объяснения информации.