



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И.  
Носова»



УТВЕРЖДАЮ  
Директор ИЕиС  
Ю.В. Сомова

02.02.2026 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

**СПЕКТРАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ НА ГРАФАХ**

Научная специальность

1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Уровень высшего образования - подготовка кадров высшей квалификации

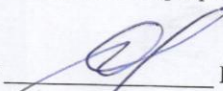
Форма обучения  
очная

Институт/ факультет	Институт естествознания и стандартизации
Кафедра	Прикладной математики и информатики
Курс	2
Семестр	4

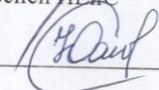
Магнитогорск  
2026 год

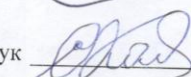
Рабочая программа составлена на основе ФГТ (приказ Минобрнауки России от 20.10.2021 г. № 951)

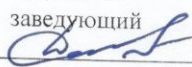
Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики  
13.01.2026, протокол № 5

Зав. кафедрой  Ю.А. Извеков

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕиС  
02.02.2026 г. протокол № 4

Председатель  Ю.В. Сомова

Рабочая программа составлена:  
профессор кафедры ПМИИ, доктор физ-мат. наук  С.И.  
Кадченко

Рецензент:  
заведующий  кафедрой Физики, канд. физ-мат. наук  
Д.М. Долгушин

## Лист актуализации рабочей программы

---

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2027 - 2028 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2028 - 2029 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2029 - 2030 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

### **1 Цели освоения дисциплины (модуля)**

В соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки кадров высшей квалификации по программе аспирантуры 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ курс «Спектральные задачи на графах» направлен на формирование математических методов, алгоритмов, приобретение практических навыков разработки математических моделей физических и технических систем

### **2 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения**

В результате освоения дисциплины (модуля) «Спектральные задачи на графах» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

КНС-1	Способен разрабатывать алгоритмы численного решения задач алгебры, анализа, дифференциальных и интегральных уравнений, математической физики, теории вероятностей и статистики, типичных для приложений математики к различным областям науки и техники
КНС-2	Способен к реализации численных методов в решении прикладных задач, возникающих при математическом моделировании естественнонаучных и научно-технических проблем; устанавливать соответствие выбранных алгоритмов специфике рассматриваемых задач

### 3. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных единиц 72 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 34 акад. часов;
- аудиторная – 34 акад. часов;
- внеаудиторная – 0 акад. часов;
- самостоятельная работа – 38 акад. часов;

Форма аттестации - зачет

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)		Самостоятельная работа студента	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации
		Лек.	практ. зан.		
1. Понятие квантового графа					
1.1 Дифференциальный оператор на каждом ребре графа	4	2	2	5	Устный опрос
1.2 Дифференциальный оператор на каждом ребре графа		2	2	5	Устный опрос, проверка результатов выполнения практических заданий
1.3 Условие склейки		2	2	5	Устный опрос, проверка результатов выполнения практических заданий
1.4 Самосопряженность стандартных условий		2	2	5	Устный опрос, проверка результатов выполнения практических заданий
1.5 Собственные значения и собственные функции		3	3	6	Устный опрос, проверка результатов выполнения практических заданий
Итого по разделу		11	11	26	
2. Спектральные задачи на графах					
2.1 Прямые спектральные задачи	4	3	3	6	Устный опрос, проверка результатов выполнения практических заданий
2.2 Обратные спектральные задачи		3	3	6	Устный опрос, проверка результатов выполнения практических заданий
Итого по разделу		6	6	12	
Итого за семестр		17	17	38	зачёт
Итого по дисциплине		17	17	38	зачет

#### 4 Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестации

Представлены в приложении 1.

#### 5 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

##### а) Основная литература:

Покорный, Ю. В. Дифференциальные уравнения на геометрических графах : учебное пособие / Ю. В. Покорный, О. М. Пенкин, В. Л. Прядиев. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 272 с. — ISBN 5-9221-0425-X. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/2753> (дата обращения: 01.03.2026). — Режим доступа: для авториз. пользователей

##### б) Дополнительная литература:

1. Юрко В.А. О восстановлении операторов Штурма - Лиувилля на графах / В.А. Юрко // Мат. заметки. - 2006. - Т. 79, № 4. - С. 619-630

2. Юрко, В.А. Введение в теорию обратных спектральных задач / В.А. Юрко. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 383 с.

##### в) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

#### Программное обеспечение

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
7Zip	свободно	бессрочно
Maple 14 Classroom License	К-113-11 от 11.04.2011	бессрочно
MathWorks MathLab v.2014 Classroom License	К-89-14 от 08.12.2014	бессрочно
MathCAD v.15 Education University Edition	Д-1662-13 от 22.11.2013	бессрочно
JetBrains PyCharm Community Edition	свободно распространяемое ПО	бессрочно
MS Visual Studio Code	свободно распространяемое ПО	бессрочно
Браузер Yandex	свободно	бессрочно
FAR Manager	свободно	бессрочно

#### Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Название курса	Ссылка
Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс	URL: <a href="https://elibrary.ru/project_risc.asp">https://elibrary.ru/project_risc.asp</a>
Поисковая система Академия Google (Google Scholar)	URL: <a href="https://scholar.google.ru/">https://scholar.google.ru/</a>

Российская Государственная библиотека. Каталоги	<a href="https://www.rsl.ru/ru/4readers/catalogues/">https://www.rsl.ru/ru/4readers/catalogues/</a>
Электронные ресурсы библиотеки МГТУ им. Г.И. Носова	<a href="https://magtu.informsystema.ru/Marc.html?locale=ru">https://magtu.informsystema.ru/Marc.html?locale=ru</a>

## Приложение 1

### Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестации

#### а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Формируемые компетенции	Оценочные средства
<p>КНС-1: Способен разрабатывать алгоритмы численного решения задач алгебры, анализа, дифференциальных и интегральных уравнений, математической физики, теории вероятностей и статистики, типичных для приложений математики к различным областям науки и техники</p>	<p>Примерные темы практических заданий</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Докажите, что число равенств, задаваемых стандартными условиями склейки, совпадает с удвоенным числом ребер для произвольного графа.</li> <li>Докажите, что пространство <math>L_2(G)</math> гильбертово.</li> <li>Докажите, что вектора <math>[y_j(0), y'_j(0), y_j(l_j), y'_j(l_j)]_{j=1}^m</math>, удовлетворяющие стандартным условиям склейки, образуют линейное пространство размерности <math>2m</math></li> <li>Решить задачу Штурма - Лиувилля <math display="block">\begin{cases} y''(x) + \lambda y(x) = 0, \\ y(0) = y(l) = 0. \end{cases} \quad x \in [0, l].</math></li> <li>Решить задачу Штурма - Лиувилля <math display="block">\begin{cases} y''(x) + \lambda y(x) = 0, \\ y'(0) = y'(l) = 0. \end{cases} \quad x \in [0, l].</math></li> </ol> <p>Вопросы к зачету</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Понятие квантового графа.</li> <li>Геометрический граф.</li> <li>Дифференциальные операторы на каждом ребре графа.</li> <li>Условия склейки.</li> <li>Самосопряженность стандартных условий склейки.</li> <li>Собственные значения и собственные функции оператора.</li> <li>Общий вид самосопряженных условий склейки.</li> </ol>
<p>КНС-2: Способен к реализации численных методов в решении прикладных задач, возникающих при математическом моделировании естественнонаучных и научно-технических проблем; устанавливать соответствие выбранных алгоритмов специфике рассматриваемых задач</p>	<p>Вопросы к зачету</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Характеристический определитель.</li> <li>Матрица рассеяния.</li> <li>Примеры прямых спектральных задач на графах.</li> <li>Примеры обратных спектральных задач на графах</li> </ol> <p>Примерные практические задания</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>При каких условиях на константы <math>c_j</math></li> </ol>

	<p>следующие условия склейки в вершине <math>v</math> графа являются самосопряженными?</p> <p>а) <math>y_j(v) + c_j [y'_{j-1}(v) + y'_{j+1}(v)] = 0</math> ,  <math>j = \overline{1, n}</math> ,</p> <p>б) <math>y_j(v) + y_{j+1} + c_j [y'_j(v) - y'_{j+1}(v)] = 0</math> ,  <math>j = \overline{1, n}</math> .</p> <p>Считаем, что <math>y_0 = y_n</math> , <math>y_{n+1} = y_1</math> .</p> <p>2. Найдите матрицу рассеяния в случае произвольного <math>n</math> для стандартного условия склейки.</p>
--	--

**б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:**

Аттестация по дисциплине включает ответы на теоретические вопросы и выполнение практических заданий, выявляющих степень сформированности компетенций, проводится в форме зачета.

Показатели и критерии оценивания зачета:

– на 5 баллов – обучающийся демонстрирует высокий уровень сформированности компетенций, всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.

– на 4 балла – обучающийся демонстрирует средний уровень сформированности компетенций: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.

– на 3 балла – обучающийся демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенций: в ходе контрольных мероприятий допускаются ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

– оценка «зачтено» ставится при наборе учащимся от 3 до 5 баллов

– на оценку «не зачтено» (1-2 балла) – обучающийся не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач