



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И.  
Носова»



УТВЕРЖДАЮ  
Директор ИЕиС  
Ю.В. Сомова

02.02.2026 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

**СОВРЕМЕННЫЕ ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ  
ФИЗИКИ**

Направление подготовки (специальность)  
01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль/специализация) программы  
Математическое моделирование и цифровые двойники

Уровень высшего образования - магистратура

Форма обучения  
очная

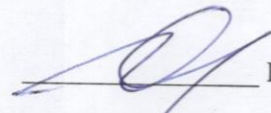
Институт/ факультет	Институт естествознания и стандартизации
Кафедра	Прикладной математики и информатики
Курс	2
Семестр	3

Магнитогорск  
2026 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - магистратура по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика (приказ Минобрнауки России от 10.01.2018 г. № 13)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики  
13.01.2026, протокол № 5

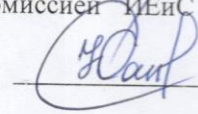
Зав. кафедрой



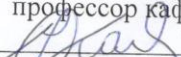
Ю.А. Извеков

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕиС  
02.02.2026 г. протокол № 4

Председатель

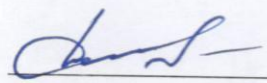


Ю.В. Сомова

Рабочая программа составлена:  
профессор кафедры ПМИИ, доктор физ-мат. наук  
 С.И. Кадченко

Рецензент:

заведующий кафедрой Физики, канд. физ-мат. наук  
Долгушин



Д.М.

## Лист актуализации рабочей программы

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2027 - 2028 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2028 - 2029 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

### **1 Цели освоения дисциплины (модуля)**

Освоение обучающимися основных понятий и методов вычислительной математики, связанных с решением краевых и начально-краевых задач для уравнений математической физики. Формирования у обучающихся представления о современных методах решения уравнений математической физики, как конечно-разностных методов, так и вариационных и проекционных методах. Формирование компетенций, предусмотренных ФГОС ВО по направлению 01.04.02 ПМиИ

### **2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы**

Дисциплина Современные численные методы математической физики входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Дополнительные главы уравнений математической физики

Математическое моделирование

Численные методы решения начально-краевых задач

Дополнительные главы функционального анализа

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Выполнение и защита выпускной квалификационной работы

### **3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения**

В результате освоения дисциплины (модуля) «Современные численные методы математической физики» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции
ОПК-3	Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности
ОПК-3.1	Разрабатывает математические модели и производит их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности
ОПК-3.2	Составляет и оформляет отчеты, выполняет требования нормоконтроля по результатам профессиональной деятельности
ОПК-3.3	Выполняет обзоры научной информации, подготавливает публикации по теме профессиональной деятельности

#### 4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц 216 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 40,6 акад. часов;
- аудиторная – 36 акад. часов;
- внеаудиторная – 4,6 акад. часов
- самостоятельная работа – 140 акад. часов;
- подготовка к экзамену – 35,4 акад. часа

Форма аттестации - экзамен

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа студента	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код компетенции
		Лек.	лаб. зан.	практ. зан.				
1. Элементы теории и методы решения разностных схем								
1.1 Построение разностных схем	3		5		20	Изучение литературы, выполнение лабораторной работы	Устный опрос, беседа, проверка выполнения лабораторной работы	ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3
1.2 Теория устойчивости разностных схем. Методы решения разностных уравнений			5		18	Изучение литературы, выполнение лабораторной работы	Устный опрос, беседа, проверка выполнения лабораторной работы	ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3
Итого по разделу			10		38			
2. Численные методы решения начально-краевых и обратных задач								
2.1 Решение начально-краевых задач методом Галеркина	3		5		20	Изучение литературы, выполнение лабораторной работы	Устный опрос, беседа, проверка выполнения лабораторной работы	ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3
2.2 Решение начально-краевых задач методом наименьших квадратов			5		20	Изучение литературы, выполнение лабораторной работы	Устный опрос, беседа, проверка выполнения лабораторной работы	ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3
2.3 Решение начально-краевых задач методом конечных элементов			6		20	Изучение литературы, выполнение лабораторной работы	Устный опрос, беседа, проверка выполнения лабораторной работы	ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3

2.4 Численные методы решения обратных задач			9		26	Изучение литературы, выполнение лабораторной работы	Устный опрос, беседа, проверка выполнения лабораторной работы	ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3
Итого по разделу			26		86			
Итого за семестр			36		140		экзамен	
Итого по дисциплине			36		140		экзамен	

## 5 Образовательные технологии

В ходе изучения дисциплины используются образовательные и информационные технологии:

1. Традиционные технологии обучения, предполагающие передачу информации в готовом виде, формирование учебных умений по образцу: лабораторные работы, семинары.

Использование традиционных технологий обеспечивает ориентирование студента в потоке информации, связанной с различными подходами к определению сущности, содержания, методов, форм развития и саморазвития личности; самоопределение в выборе оптимального пути и способов личностно-профессионального развития; систематизацию знаний, полученных студентами в процессе аудиторной и самостоятельной работы. Лабораторные занятия обеспечивают развитие и закрепление умений и навыков определения целей и задач саморазвития, а также принятия наиболее эффективных решений по их реализации.

2. Информационно-коммуникационные образовательные технологии – организация образовательного процесса, основанная на применении специализированных программных сред и технических средств работы с информацией.

Лабораторные занятия проводятся в компьютерных классах вычислительного центра ФГБОУ ВО «МГТУ». В ходе проведения лекционных занятий предусматривается:

– использование электронного демонстрационного материала по темам, требующим иллюстрации работы программных продуктов: MS Word, MS Excel.

- в ходе проведения лабораторных работ предусматривается использование среды программирования PASCAL ABC, MS Visual C, математического пакета MAPLE при выполнении индивидуальных заданий.

- использование образовательного портала ФГБОУ ВО «МГТУ».

3. Интерактивные формы обучения, предполагающие организацию обучения как продуктивной творческой деятельности в режиме взаимодействия студентов друг с другом и с преподавателем

Использование интерактивных образовательных технологий способствует повышению интереса и мотивации учащихся, активизации мыслительной деятельности и творческого потенциала студентов, делает более эффективным усвоение материала, позволяет индивидуализировать обучение и ввести экстренную коррекцию знаний.

### 4. Проблемная технология обучения

Методика ориентирована на лабораторные работы поисково-исследовательского типа, семинары проблемно-информационного характера и подготовку презентаций.

Лабораторные работы поисково-исследовательского типа

Обмен информацией, полученной студентами в ходе самостоятельного поиска и исследования по поставленной проблеме, рекомендуется организовать в рамках лабораторных работ. Ценность данной формы занятий в том, что в процессе обсуждения можно высказать собственное мнение и попытаться доказать его правильность.

При изучении дисциплины для каждого раздела предлагается перечень вопросов для самоконтроля. Возможны три варианта использования данных вопросов при изучении теоретического материала: либо для контроля полученных студентами знаний по окончании изучения раздела, либо для обсуждения каждого вопроса как мини-проблемы в ходе лабораторной работы, либо то и другое в определенном сочетании. Допускается иная постановка вопросов преподавателем, а самостоятельная формулировка студентами вопросов для обсуждения при выполнении лабораторной работы только приветствуется. Лабораторные работы поисково-исследовательского типа не только способствуют углубленной проработке теоретического материала

предмета на протяжении всего изучения курса, но и развивают творческую самостоятельность студентов, способность к обобщениям, укрепляя их интерес к исследованиям, содействуя выработке практических навыков работы.

#### **6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Представлено в приложении 1.

#### **7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации**

Представлены в приложении 2.

#### **8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

##### **а) Основная литература:**

Зализняк, В. Е. Численные методы. Основы научных вычислений : учебник и практикум для вузов / В. Е. Зализняк. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 356 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02714-3. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/449891>.

Магомедов, К. М. Сеточно-характеристические численные методы : учебное пособие для вузов / К. М. Магомедов, А. С. Холодов. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 313 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-04220-7. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/452202>.

##### **б) Дополнительная литература:**

Зайцев, В. Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 1 : справочник для вузов / В. Ф. Зайцев, А. Д. Полянин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 385 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02685-6. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/452277>.

Королев, А. В. Дифференциальные и разностные уравнения : учебник и практикум для вузов / А. В. Королев. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 280 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-9896-2. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/451251>.

##### **в) Методические указания:**

Емельянов, В. Н. Численные методы: введение в теорию разностных схем : учебное пособие для вузов / В. Н. Емельянов. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 188 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-06617-3. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/453264>.

Пименов, В. Г. Численные методы в 2 ч. Ч. 2 : учебное пособие для вузов / В. Г. Пименов, А. Б. Ложников. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 107 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10891-0. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/454053>.

##### **г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:**

#### **Программное обеспечение**

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии

7Zip	свободно распространяемое ПО	бессрочно
Maple 14 Classroom License	К-113-11 от 11.04.2011	бессрочно
NotePad++	свободно распространяемое ПО	бессрочно

MS Visual Studio Code	свободно распространяемое ПО	бессрочно
ABC Pascal	свободно распространяемое ПО	бессрочно

### **Профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

Название курса	Ссылка
Международная справочная система «Полпред» polpred.com отрасль «Образование, наука»	URL: <a href="http://education.polpred.com/">http://education.polpred.com/</a>
Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)	URL: <a href="https://elibrary.ru/project_risc.asp">https://elibrary.ru/project_risc.asp</a>
Поисковая система Академия Google (Google Scholar)	URL: <a href="https://scholar.google.ru/">https://scholar.google.ru/</a>

### **9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Учебные аудитории для проведения лабораторных занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации  
Персональные компьютеры с пакетом MS Office, вы-ходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета;

Комплекс тестовых заданий для проведения рубежного и промежуточного контроля

Помещения для самостоятельной работы обучающихся  
Персональные компьютеры с пакетом MS Office, вы-ходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета

Помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования  
Шкафы для хранения учебно-методической документации, учебного оборудования и учебно-наглядных пособий

## Приложение 1. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

### Перечень контрольных вопросов и заданий для самостоятельной работы

1. Классификация уравнений математической физики.
2. Сетки и сеточные функции.
3. Аппроксимация разностных схем.
4. Понятие сходимости разностных схем.
5. Устойчивость разностных схем.
6. Методы составления разностных схем. Метод разностной аппроксимации. Интегро - интерполяционный метод.
7. Разностная аппроксимация задачи Дирихле для уравнения Пуассона
8. Принцип максимума и его следствия.
9. Устойчивость по граничным условиям разностной задачи Дирихле.
10. Примеры применения принципа максимума.
11. Монотонные разностные схемы.
12. Разностная задача на собственные значения.
13. Схема с весами для уравнения теплопроводности
14. Применение метода Якоби к решению сеточных уравнений.
15. Применение метода Зейделя к решению сеточных уравнений.
16. Метод верхней и нижней релаксации.
17. Самосопряженные и положительно определенные операторы. Метод Рунге.
18. Метод Галеркина.
19. Метод наименьших квадратов.
20. Метод наискорейшего спуска.
21. Метод конечных элементов.
22. Решение обратных эволюционных задач методом рядов Фурье.
23. Постановка обратных задач на основе методов теории возмущений.

### 2. Перечень вопросов к экзамену

1. Дискретизация. Точность процесса дискретизации
2. Сетки и сеточные функции.
3. Аппроксимация производных.
4. Сходимость разностных схем.
5. Устойчивость разностных схем. Связь устойчивости и аппроксимации со сходимостью.
6. Метод разностной аппроксимации. Интегро - интерполяционный метод.
7. Методы составления разностных схем. Метод неопределенных коэффициентов.
8. Разностная аппроксимация задачи Дирихле для уравнения Пуассона
9. Принцип максимума и его следствия.
10. Теорема сравнения. Устойчивость по граничным условиям.
11. Устойчивость по граничным условиям разностной задачи Дирихле.
12. Устойчивость по правой части и сходимость разностной задачи Дирихле.
13. Примеры применения принципа максимума.
14. Монотонные разностные схемы.
15. Разностная задача на собственные значения.
16. Задача на собственные значения для пятиточечного разностного оператора Лапласа.

17. Схема с весами для уравнения теплопроводности.
18. Исследование устойчивости по начальным данным схемы с весами для уравнения теплопроводности
19. Исследование устойчивости по правой части и сходимости схемы с весами для уравнения теплопроводности
20. Модельная задача.
21. Применение методов Якоби и Зейделя к решению сеточных уравнений.
22. Метод неполной релаксации.
23. Применение попеременно треугольного метода к модельной задаче.
24. Метод Рунге.
25. Метод Галеркина.
26. Метод наименьших квадратов.
27. Метод наискорейшего спуска.
28. Метод конечных элементов. Основные понятия метода.
29. Решение обратных эволюционных задач методом рядов Фурье.
30. Постановка обратных задач на основе методов теории возмущений.

**Примерное задание к лабораторным работам**

Найти численные решения задачи Коши

$$\frac{d\bar{y}}{dx} - \bar{y} = 0, \quad 0 < x < 1,$$

$$\bar{y}(0) = 1$$

методом Галеркина и методом наименьших квадратов. Сравнить полученные решения.

## Приложение 2. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
Код и содержание компетенции		
ОПК-3.1:	Разрабатывает математические модели и производит их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	<p>Найти распределения тепла в тонком стержне длины <math>l</math>. Температура <math>u = u(x, t)</math> при <math>0 &lt; x &lt; l</math> удовлетворяет уравнению</p> $\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}.$ <p>Начальное условие имеет вид</p> $u(x, 0) = f(x).$ <p>Температура стержня на концах стержня определяется по закону Ньютона</p> $k \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right _{x=0} = h_0 (u_0 - u),$ $-k \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right _{x=l} = h_l (u_l - u).$ <p>Здесь <math>k</math> - коэффициент теплопроводности стержня, <math>h_0</math> и <math>h_l</math> - коэффициенты теплообмена на торцах стержня, <math>u_0</math> и <math>u_l</math> - температуры концов стержня.</p> <p><i>Построить дискретизацию области конечно - разностным методом. Для нахождения вычислительного решения использовать чисто неявную схему.</i></p> <p>Сравнить результаты вычислений, с точными решениями приведенные в книге И.Г. Араманович, В.И. Левин Уравнения математической физики.</p> $f(x) = Ax(l - x), \quad A = 200 \div 350 \text{ C}^0.$ $k = 50 \frac{\text{вт}}{\text{м} \cdot \text{град}} \text{ (для стали 20),}$ $h = 25 \frac{\text{вт}}{\text{м}^2 \text{град}}.$
ОПК-3.2:	Составляет и оформляет отчеты, выполняет требования нормоконтроля по результатам профессиональной деятельности	<p>Найти распределения тепла в тонком стержне длины <math>l</math>. Температура <math>u = u(x, t)</math> при <math>0 &lt; x &lt; l</math> удовлетворяет уравнению</p> $\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}.$ <p>Начальное условие имеет вид</p> $u(x, 0) = f(x).$ <p>Температура стержня на концах стержня определяется по закону Ньютона</p>

		$k \frac{\partial u}{\partial x} \Big _{x=0} = h \left( u \Big _{x=0} - u_0 \right),$ $-k \frac{\partial u}{\partial x} \Big _{x=l} = h \left( u \Big _{x=l} - u_l \right).$ <p>Здесь <math>k</math> - коэффициент теплопроводности стержня, <math>h_0</math> и <math>h_l</math> - коэффициенты теплообмена на торцах стержня, <math>u_0</math> и <math>u_l</math> - температуры концов стержня.</p> <p><i>Построить дискретизацию области конечно - разностным методом. Для нахождения вычислительного решения использовать чисто явную схему.</i></p> <p>Сравнить результаты вычислений, с точными решениями приведенные в книге И.Г. Араманович, В.И. Левин Уравнения математической физики.</p> $f(x) = Ax(l - x), \quad A = 200 \div 350 \text{ } ^\circ\text{C}^0.$ $k = 50 \frac{\text{вт}}{\text{м} \cdot \text{град}} \text{ (для стали 20),}$ $h = 25 \frac{\text{вт}}{\text{м}^2 \text{ град}}.$
ОПК-3.3:	Выполняет обзоры научной информации, подготавливает публикации по теме профессиональной деятельности	<p>Найти численные решения задачи Коши</p> $\frac{d\bar{y}}{dx} - \bar{y} = 0, \quad 0 < x < 1,$ $\bar{y}(0) = 1$ <p>методом Галеркина и методом наименьших квадратов Сравнить полученные решения.</p>

б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:

Промежуточная аттестация по дисциплине включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и владений, проводится в форме экзамена.

Экзамен по дисциплине проводится по результатам отчетности на лабораторных работах с опросом в устной форме по билетам экзамена.

**Показатели и критерии оценивания экзамена:**

– на оценку **«отлично»** (5 баллов) – обучающийся демонстрирует высокий уровень сформированности компетенций, всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.

– на оценку **«хорошо»** (4 балла) – обучающийся демонстрирует средний уровень сформированности компетенций: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.

– на оценку **«удовлетворительно»** (3 балла) – обучающийся демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенций: в ходе контрольных мероприятий допускаются ошибки,

проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

– на оценку **«неудовлетворительно»** (2 балла) – обучающийся демонстрирует знания не более 20% теоретического материала, допускает существенные ошибки, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.

– на оценку **«неудовлетворительно»** (1 балл) – обучающийся не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.