



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И.  
Носова»



УТВЕРЖДАЮ  
Директор ИЕиС  
Ю.В. Сомова

02.02.2026 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

***ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА***

Направление подготовки (специальность)  
01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль/специализация) программы  
Математическое моделирование и цифровые двойники

Уровень высшего образования - магистратура

Форма обучения  
очная

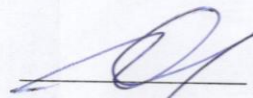
Институт/ факультет	Институт естествознания и стандартизации
Кафедра	Прикладной математики и информатики
Курс	1
Семестр	1

Магнитогорск  
2026 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - магистратура по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика (приказ Минобрнауки России от 10.01.2018 г. № 13)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики  
13.01.2026, протокол № 5

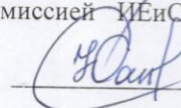
Зав. кафедрой



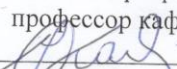
Ю.А. Извеков

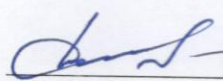
Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕиС  
02.02.2026 г. протокол № 4

Председатель



Ю.В. Сомова

Рабочая программа составлена:  
профессор кафедры ПМИИ, доктор физ-мат. наук  
 С.И. Кадченко

Рецензент:  
заведующий кафедрой Физики, канд. физ-мат. наук  Д.М.  
Долгушин

## Лист актуализации рабочей программы

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2027 - 2028 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2028 - 2029 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

### **1 Цели освоения дисциплины (модуля)**

Освоение обучающимися основных понятий и методов вычислительной математики, связанных с решением обратных задач спектрального анализа. Формирование компетенций, предусмотренных ФГОС ВО по направлению 01.04.02 ПМиИ

### **2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы**

Дисциплина Обратные задачи спектрального анализа входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Освоение дисциплин предыдущей ступени обучения (бакалавриата направления 01.03.02 ПМиИ): математического анализа, алгебры, функционального анализа.

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Спектральная теория дифференциальных операторов

Выполнение и защита выпускной квалификационной работы

### **3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения**

В результате освоения дисциплины (модуля) «Обратные задачи спектрального анализа» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1	Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики
ОПК-1.1	Решает профессиональные задачи с области фундаментальной и прикладной математики
ОПК-1.2	Владеет способами и приемами решения исследовательских задач в области фундаментальной и прикладной математики
ОПК-1.3	Применяет фундаментальные междисциплинарные знания для решения задач в профессиональной деятельности

#### 4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц 108 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 42,4 акад. часов;
- аудиторная – 36 акад. часов;
- внеаудиторная – 6,4 акад. часов
- самостоятельная работа – 30,2 акад. часов;
- подготовка к экзамену – 35,4 акад. часа

Форма аттестации - экзамен

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа студента	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код компетенции
		Лек.	лаб. зан.	практ. зан.				
1. Обратная задача спектрального анализа для линейного дискретного самосопряженного оператора в гильбертовом пространстве								
1.1 Понятие о корректно и некорректно поставленных задачах	1	4	4		5	Изучение литературы, выполнение лабораторной работы	Опрос, обсуждение. Проверка выполнения лабораторной работы	ОПК 1.1 ОПК-1.2 ОПК 1.3
1.2 Метод регуляризации А.Н. Тихонова для уравнения Фредгольма 1-го рода		3	3		5	Изучение литературы, выполнение лабораторной работы	Опрос, обсуждение. Проверка выполнения лабораторной работы	ОПК 1.1 ОПК-1.2 ОПК 1.3
1.3 Выбор параметра регуляризации		3	3		5	Изучение литературы, выполнение лабораторной работы	Опрос, обсуждение. Проверка выполнения лабораторной работы	ОПК 1.1 ОПК-1.2 ОПК 1.3
Итого по разделу		10	10		15			
2. Обратные коэффициентные задачи для упругого стержня								
2.1 Задача об определении модуля	1	4	4		8	Изучение литературы, выполнение лабораторной работы	Опрос, обсуждение. Проверка выполнения лабораторной работы	ОПК 1.1 ОПК-1.2 ОПК 1.3
2.2 Задача об определении плотности		2	2		6,1	Изучение литературы, выполнение лабораторной работы	Опрос, обсуждение. Проверка выполнения лабораторной работы	ОПК 1.1 ОПК-1.2 ОПК 1.3

2.3 Задача об определении формы поперечного сечения		2	2		4	Изучение литературы, выполнение лабораторной работы	Опрос, обсуждение. Проверка выполнения лабораторной работы	ОПК 1.1 ОПК-1.2 ОПК 1.3
Итого по разделу		8	8		18,1			
Итого за семестр		18	18		30,2		экзамен	
Итого по дисциплине		18	18		30,2		экзамен	

## 5 Образовательные технологии

В ходе изучения дисциплины используются образовательные и информационные технологии:

1. Традиционные технологии обучения, предполагающие передачу информации в готовом виде, формирование учебных умений по образцу: лабораторные работы, семинары.

Использование традиционных технологий обеспечивает ориентирование студента в потоке информации, связанной с различными подходами к определению сущности, содержания, методов, форм развития и саморазвития личности; самоопределение в выборе оптимального пути и способов личностно-профессионального развития; систематизацию знаний, полученных студентами в процессе аудиторной и самостоятельной работы. Лабораторные занятия обеспечивают развитие и закрепление умений и навыков определения целей и задач саморазвития, а также принятия наиболее эффективных решений по их реализации.

2. Информационно-коммуникационные образовательные технологии – организация образовательного процесса, основанная на применении специализированных программных сред и технических средств работы с информацией.

Лабораторные занятия проводятся в компьютерных классах вычислительного центра ФГБОУ ВО «МГТУ». В ходе проведения лекционных занятий предусматривается:

– использование электронного демонстрационного материала по темам, требующим иллюстрации работы программных продуктов: MS Word, MS Excel, MS PowerPoint.

- в ходе проведения лабораторных работ предусматривается использование среды программирования PASCAL ABC, TurboDelphi, графических пакетов Inkscape, GIMP, Blender

- использование образовательного портала ФГБОУ ВО «МГТУ» .

3. Интерактивные формы обучения, предполагающие организацию обучения как продуктивной творческой деятельности в режиме взаимодействия студентов друг с другом и с преподавателем

Использование интерактивных образовательных технологий способствует повышению интереса и мотивации учащихся, активизации мыслительной деятельности и творческого потенциала студентов, делает более эффективным усвоение материала, позволяет индивидуализировать обучение и ввести экстренную коррекцию знаний.

В рамках дисциплины предусматривается 66 часа аудиторных занятий (лекций, лабораторных работ), проводимых в семинара-дискуссии, беседы, межгруппового диалога.

### 4. Проблемная технология обучения

Методика ориентирована на лабораторные работы поисково-исследовательского типа, семинары проблемно-информационного характера и подготовку презентаций.

Лабораторные работы поисково-исследовательского типа

Обмен информацией, полученной студентами в ходе самостоятельного поиска и исследования по поставленной проблеме, рекомендуется организовать в рамках лабораторных работ. Ценность данной формы занятий в том, что в процессе обсуждения можно высказать собственное мнение и попытаться доказать его правильность.

При изучении дисциплины «Компьютерная графика» для каждого раздела предлагается перечень вопросов для самоконтроля. Возможны три варианта использования данных вопросов при изучении теоретического материала: либо для контроля полученных студентами знаний по окончании изучения раздела, либо для

обсуждения каждого вопроса как мини-проблемы в ходе лабораторной работы, либо то и другое в определенном сочетании. Допускается иная постановка вопросов преподавателем, а самостоятельная формулировка студентами вопросов для обсуждения при выполнении лабораторной работы только приветствуется. Лабораторные работы поисково-исследовательского типа не только способствует углубленной проработке теоретического материала предмета на протяжении всего изучения курса, но и развивают творческую самостоятельность студентов, способность к обобщениям, укрепляя их интерес к исследованиям, содействуя выработке практических навыков работы.

## **6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Представлено в приложении 1.

## **7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации**

Представлены в приложении 2.

## **8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

### **а) Основная литература:**

Ефремов, Ю. С. Методы математической физики в пакете символьной математики Maple : учебное пособие для вузов / Ю. С. Ефремов, М. Д. Петропавловский. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 302 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05278-7. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/454021>

Сборник задач по высшей математике в 4 ч. Часть 1 : учебное пособие для вузов / А. С. Поспелов [и др.] ; под редакцией А. С. Поспелова. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 355 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02075-5. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/451975>

### **б) Дополнительная литература:**

1. Дубровский, В. В. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений : учебное пособие / В. В. Дубровский, С. И. Кадченко, Дубровский В. В. мл. ; МГТУ. - [3-е изд., подгот. по печ. изд. 2011 г.]. - Магнитогорск : МГТУ, 2018. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - URL: <https://magtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=3116.pdf&show=dcatalogues/1/1527090/3116.pdf&view=true> (дата обращения: 04.04.2024). - Макрообъект. - Текст : электронный. - Сведения доступны также на CD-ROM.

2. Радыно Я. В. Лекции о спектральной теореме : Курс лекций - Минск : Изд-во БГУ, 2002. - 138 с. Кол-во экземпляров: 10

3. Терентьев С. А. Оператор Лапласа-Бельтрами и его регуляризованные следы / Терентьев А. Г. - Магнитогорск : [Изд-во МаГУ], 2011. - 97 с.

### **в) Методические указания:**

1. Какушкин, С. Н. Методы вычисления спектров операторов : учебное пособие / С. Н. Какушкин, Л. С. Рязанова ; МГТУ. - [2-е изд.]. - Магнитогорск : МГТУ, 2016. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - Загл. с титул. экрана. - URL: <https://magtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=2690.pdf&show=dcatalogues/1/1131637/2690.pdf&view=true> (дата обращения: 04.04.2024). - Макрообъект. - Текст : электронный. - Сведения доступны также на CD-ROM.

### **г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:**

### Программное обеспечение

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
7Zip	свободно распространяемое ПО	бессрочно
Maple 14 Classroom License	К-113-11 от 11.04.2011	бессрочно
NotePad++	свободно распространяемое ПО	бессрочно
ABC Pascal	свободно распространяемое ПО	бессрочно

### Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Название курса	Ссылка
Международная справочная система «Полпред» polpred.com отрасль «Образование, наука»	URL: <a href="http://education.polpred.com/">http://education.polpred.com/</a>
Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)	URL: <a href="https://elibrary.ru/project_risc.asp">https://elibrary.ru/project_risc.asp</a>
Поисковая система Академия Google (Google Scholar)	URL: <a href="https://scholar.google.ru/">https://scholar.google.ru/</a>

### 9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа: Доска, мультимедийный проектор, экран

Учебные аудитории для проведения лабораторных занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации: Персональные компьютеры с пакетом MS Office, вы-ходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета; Комплекс тестовых заданий для проведения рубежного и промежуточного контроля

Помещения для самостоятельной работы обучающихся: Персональные компьютеры с пакетом MS Office, вы-ходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета

Помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования: Шкафы для хранения учебно-методической документации, учебного оборудования и учебно-наглядных пособий

## **Приложение 1 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

### ***Примерный перечень тем и заданий для подготовки к экзамену:***

1. Обратные задачи для операторов Штурма-Лиувилля на конечном интервале
2. Обратные задачи для сингулярных операторов Штурма-Лиувилля.
3. Обратные задачи для дифференциальных операторов произвольных порядков.
4. Обратные задачи для уравнений в частных производных
5. Обратные задачи для уравнений соболевского типа
6. Собственные значения и собственные функции. Постановка обратных задач. Теоремы единственности. Метод оператора преобразования. Метод спектральных отображений. Метод эталонных значений. Устойчивость решения обратной задачи. Обратные задачи на геометрических графах.
7. Операторы Штурма-Лиувилля на полуоси. Обратная задача на полуоси для суммируемых потенциалов. Операторы Штурма-Лиувилля на оси. Обратная задача рассеяния на оси
8. Свойства спектральных характеристик. Восстановление дифференциальных операторов на конечном интервале. Самосопряженный случай
9. Резольвентный метод
10. Постановка обратных спектральных задач для уравнений соболевского типа

## Приложение 2. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
Код и содержание компетенции		
ОПК-1.1:	Решает профессиональные задачи с области фундаментальной и прикладной математики	<b>Примерный перечень тем и заданий для подготовки к экзамену:</b>  Обратные задачи для операторов Штурма-Лиувилля на конечном интервале; Обратные задачи для сингулярных операторов Штурма-Лиувилля; Обратные задачи для дифференциальных операторов произвольных порядков; Обратные задачи для уравнений в частных производных; Обратные задачи для уравнений соболевского типа.
ОПК-1.2:	Владеет способами и приемами решения исследовательских задач в области фундаментальной и прикладной математики	Используя метод Галеркина найти первые 15 собственных значений спектральной задачи $-\frac{d^2 u(s)}{ds^2} + p(s)u(s) = \mu u(s), 0 < s < \pi.$ $u(0) = u(\pi) = 0$ для $p(s) = s^5 + 18s^4 - 2 + e^s.$
ОПК-1.3:	Применяет фундаментальные междисциплинарные знания для решения задач в профессиональной деятельности	По известным значениям первые 15 собственных чисел спектральной задачи $-\frac{d^2 u(s)}{ds^2} + p(s)u(s) = \mu u(s), 0 < s < \pi.$ $u(0) = u(\pi) = 0$ найденных в первой лабораторной работе восстановить значения функции $p(s)$ в 15 узловых точках отрезка $[0, \pi]$ .

**б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:**

Промежуточная аттестация по дисциплине включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и владений, проводится в форме экзамена.

Экзамен по дисциплине проводится по результатам отчетности на лабораторных работах с опросом в устной форме по билетам экзамена.

**Показатели и критерии оценивания экзамена:**

– на оценку «отлично» (5 баллов) – обучающийся демонстрирует высокий уровень сформированности компетенций, всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.

– на оценку «хорошо» (4 балла) – обучающийся демонстрирует средний уровень сформированности компетенций: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.

- на оценку **«удовлетворительно»** (3 балла) – обучающийся демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенций: в ходе контрольных мероприятий допускаются ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.
- на оценку **«неудовлетворительно»** (2 балла) – обучающийся демонстрирует знания не более 20% теоретического материала, допускает существенные ошибки, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.
- на оценку **«неудовлетворительно»** (1 балл) – обучающийся не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.