



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И.
Носова»



УТВЕРЖДАЮ
Директор ИЕиС
Ю.В. Сомова

02.02.2026 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО АНАЛИЗА

Направление подготовки (специальность)
01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль/специализация) программы
Математическое моделирование и цифровые двойники

Уровень высшего образования - магистратура

Форма обучения
очная

| | |
|---------------------|--|
| Институт/ факультет | Институт естествознания и стандартизации |
| Кафедра | Прикладной математики и информатики |
| Курс | 1 |
| Семестр | 1 |

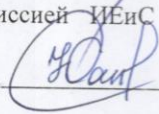
Магнитогорск
2026 год

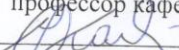
Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - магистратура по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика (приказ Минобрнауки России от 10.01.2018 г. № 13)

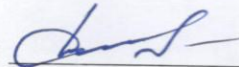
Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики
13.01.2026, протокол № 5

Зав. кафедрой  Ю.А. Извеков

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕиС
02.02.2026 г. протокол № 4

Председатель  Ю.В. Сомова

Рабочая программа составлена:
профессор кафедры ПМИИ, доктор физ-мат. наук
 С.И. Кадченко

Рецензент:
заведующий кафедрой Физики, канд. физ-мат. наук  Д.М.
Долгушин

Лист актуализации рабочей программы

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2027 - 2028 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2028 - 2029 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

1 Цели освоения дисциплины (модуля)

Формирование способностей разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности

2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Дополнительные главы функционального анализа входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Дисциплина Дополнительные главы функционального анализа входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Содержание курса "Функциональный анализ" для бакалавриата.

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Учебная - научно-исследовательская работа

Математическое моделирование

Современные численные методы математической физики

Численные методы решения интегральных уравнений Фредгольма первого рода

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Дополнительные главы функционального анализа» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

| Код индикатора | Индикатор достижения компетенции |
|----------------|--|
| ОПК-3 | Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности |
| ОПК-3.1 | Разрабатывает математические модели и производит их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности |
| ОПК-3.2 | Составляет и оформляет отчеты, выполняет требования нормоконтроля по результатам профессиональной деятельности |
| ОПК-3.3 | Выполняет обзоры научной информации, подготавливает публикации по теме профессиональной деятельности |

4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц 144 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 42,4 акад. часов;
- аудиторная – 36 акад. часов;
- внеаудиторная – 6,4 акад. часов;
- самостоятельная работа – 66,2 акад. часов;
- в форме практической подготовки – 0 акад. час;
- подготовка к экзамену – 35,4 акад. час

Форма аттестации - экзамен

| Раздел/ тема дисциплины | Семестр | Аудиторная контактная работа (в акад. часах) | | | Самостоятельная работа студента | Вид самостоятельной работы | Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | Код компетенции |
|--|---------|--|-----------|-------------|---------------------------------|----------------------------|---|---------------------------|
| | | Лек. | лаб. зан. | практ. зан. | | | | |
| 1. Функциональные пространства и задачи теории приближений | | | | | | | | |
| 1.1 Функциональные пространства. | 1 | 3 | | 6 | 10 | Составление конспектов. | Проверка конспектов | ОПК-3.1, ОПК-3.2, ОПК-3.3 |
| 1.2 Задачи теории приближений | | 3 | | 6 | 11,1 | Составление конспектов. | Проверка конспектов. | ОПК-3.2, ОПК-3.3 |
| Итого по разделу | | 6 | | 12 | 21,1 | | | |
| 2. 2. Линейные операторы и функционалы | | | | | | | | |
| 2.1 Линейные операторы. Свойства линейных операторов. | 1 | 4 | | 6 | 12 | Составление конспектов. | Проверка конспектов. | ОПК-3.2, ОПК-3.3 |
| 2.2 Функционалы. Свойства функционалов. | | 2 | | 6 | 12 | Создание презентации | Защита презентации | ОПК-3.1, ОПК-3.2, ОПК-3.3 |
| Итого по разделу | | 6 | | 12 | 24 | | | |
| 3. Итерационные методы решения операторных уравнений | | | | | | | | |
| 3.1 Общая теория итерационных методов. | 1 | 2 | | 6 | 12 | Составление конспектов | Проверка конспектов | ОПК-3.1, ОПК-3.2, ОПК-3.3 |

| | | | | | | | |
|---|--|----|----|------|----------------------|--------------------|---------------------------|
| 3.2 Чебышевские одношаговые (двучленные) итерационные методы. Чебышевский двухшаговый (трехчленный) итерационный метод. | | 4 | 6 | 12 | Создание презентации | Защита презентации | ОПК-3.1, ОПК-3.2, ОПК-3.3 |
| Итого по разделу | | 6 | 12 | 24 | | | |
| Итого за семестр | | 18 | 36 | 66,1 | | экзамен | |
| Итого по дисциплине | | 18 | 36 | 66,1 | | экзамен | |

5 Образовательные технологии

При проведении занятий и организации самостоятельной работы студентов используются:

- Традиционные технологии обучения, предполагающие передачу информации в готовом виде, формирование учебных умений по образцу: лекция-изложение, лекция-объяснение, практические работы, контрольная работа и др.. Использование традиционных технологий обеспечивает ориентирование студентов в потоке информации, связанной с различными подходами к определению сущности, содержания, методов, форм развития и саморазвития личности; самоопределение в выборе оптимального пути и способов личностно-профессионального развития; систематизацию знаний, полученных студентами в процессе аудиторной и самостоятельной работы. Практические занятия обеспечивают развитие и закрепление умений и навыков определения целей и задач саморазвития, а также принятия наиболее эффективных решений по их реализации

- Интерактивные технологии обучения, предполагающие организацию обучения как продуктивной творческой деятельности в режиме взаимодействия студентов друг с другом и с преподавателем.

6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Представлено в приложении 1.

7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Представлены в приложении 2.

8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) Основная литература:

1. Шаронов, А. В. Прикладной функциональный анализ : учебное пособие / А. В. Шаронов, А. О. Маркарян. — Москва : МИСИС, 2019. — 40 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/129037>

2. Шаронов, А. В. Прикладной функциональный анализ : учебное пособие / А. В. Шаронов, А. О. Маркарян. — Москва : МИСИС, 2019. — 40 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/129037>

3. Лобанов, А. И. Математическое моделирование нелинейных процессов : учебник для вузов / А. И. Лобанов, И. Б. Петров. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 255 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-8897-0. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/452200>

4. Павлов, Е. А. Основы функционального анализа : учебное пособие / Е. А. Павлов. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 88 с. — ISBN 978-5-8114-3635-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/116362>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

б) Дополнительная литература:

1. Леонтьева, Т. А. Задачи по теории функций и функциональному анализу с решениями: Учебное пособие / Т.А. Леонтьева, А.В. Домрина. - Москва : НИЦ Инфра-М, 2013. - 164 с. (Высшее образование: Магистратура). ISBN 978-5-16-006429-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/377270> – Режим доступа: по подписке.

2. Уравнения математической физики. Нелинейные интегрируемые уравнения : учебное пособие для бакалавриата и магистратуры / А. В. Жибер, Р. Д. Муртазина, И. Т. Хабибуллин, А. Б. Шабат. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 375 с. — (Университеты России). — ISBN 978-5-534-03041-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/437563>

3. Шаронов, А. В. Методы функционального анализа в теории систем автоматического управления : учебное пособие / А. В. Шаронов. — Москва : Горная книга, 2005. — 245 с. — ISBN 5-7418-0388-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/3505>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

в) Методические указания:

1. Калиткин, Н. Н. Численные методы: Учебное пособие / Калиткин Н.Н., - 2-е изд., исправленное. - СПб:БХВ-Петербург, 2015. - 587 с. ISBN 978-5-9775-2575-6. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/944508>

2. Пантелеев, А. В. Численные методы. Практикум : учебное пособие / А.В. Пантеле-ев, И.А. Кудрявцева. — Москва : ИНФРА-М, 2020. — 512 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-105242-6. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1028969>

3. Давыдов А.П., Злыднева Т.П. Методы математической физики. Классификация уравнений и постановка задач. Метод Даламбера. Курс лекций [Текст] : учебное пособие / А.П. Давыдов, Т.П. Злыднева. – Магнитогорск: Изд-во Магнитогорск. гос. техн. ун-та им. Г.И. Носова, 2015. – 103 с.

4. Седов А. И. Обратные задачи спектрального анализа. Метод следов : монография / Магнитогорск : [Изд-во МаГУ], 2012. - 113 с.

г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Программное обеспечение

| Наименование ПО | № договора | Срок действия лицензии |
|-----------------|------------------------------|------------------------|
| 7Zip | свободно распространяемое ПО | бессрочно |

| | | |
|-------------------------|------------------------------|-----------|
| Браузер Mozilla Firefox | свободно распространяемое ПО | бессрочно |
| Браузер Yandex | свободно распространяемое | бессрочно |
| Linux Calculate | свободно распространяемое | бессрочно |

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

| Название курса | Ссылка |
|--|---|
| Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования (РИНЦ) | URL: https://elibrary.ru/project_risc.asp |
| Поисковая система Академия Google (Google Scholar) | URL: https://scholar.google.ru/ |
| Российская Государственная библиотека. Каталоги | https://www.rsl.ru/ru/4readers/catalogues/ |
| Электронные ресурсы библиотеки МГТУ им. Г.И. Носова | https://host.megaprolib.net/MP0109/Web |

9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Доска, мультимедийный проектор, экран.

Учебные аудитории для проведения лабораторных занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Персональные компьютеры с пакетом MS Office, вы-ходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

Комплекс тестовых заданий для проведения рубежного и промежуточного контроля.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся.

Персональные компьютеры с пакетом MS Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

Помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования.

Шкафы для хранения учебно-методической документации, учебного оборудования и учебно-наглядных пособий.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

| Раздел/ тема дисциплины | Вид самостоятельной работы | Кол-во часов | Формы контроля |
|--|--|--------------|-------------------------------|
| 1. Функциональные пространства и задачи теории приближений | Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой. | 21,1 | Защита реферата, презентация. |
| 2. Линейные операторы и функционалы | Конспектирование текста учебника для освоения новых знаний. | 24 | Защита реферата, презентация. |
| 3. Итерационные методы решения операторных уравнений | Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой. | 24 | Защита реферата, презентация. |
| Итого по разделу | | 69,1 | |

Список рефератов по дисциплине «Дополнительные главы функционального анализа»

1. Задачи о наилучшем приближении. Ортогональные разложения и ряды Фурье в гильбертовом пространстве.
2. Некоторые экстремальные задачи в нормированном и гильбертовом пространствах.
3. Многочлены Чебышева и их свойства. Многочлены, наименее отклоняющиеся от нуля.
4. Линейные операторы в банаховых пространствах. Обратные операторы. Линейные операторные уравнения.
5. Спектр и спектральный радиус оператора. Условия сходимости ряда Неймана. Теорема о возмущениях.
6. Сопряженные, самосопряженные и симметричные операторы.
7. Компактные (вполне непрерывные) операторы в гильбертовом пространстве.
8. Пространство Соболева. Теоремы вложения.
9. Уравнения метода композиций.
10. Общая теория итерационных методов. О существовании сходящихся итерационных методов и их оптимизация.
11. Чебышевские одношаговые (двучленные) итерационные методы.
12. Чебышевский двухшаговый (трехчленный) итерационный метод.
13. Чебышевские итерационные методы для уравнений с симметризуемыми операторами.
14. Блочный чебышевский метод, итерационный метод решения уравнений метода композиций.
15. Метод спуска.

Темы для обсуждения.

1. Определение метрических пространств. Примеры.
2. Открытые и замкнутые множества. Всюду плотные и совершенные множества.
3. Сходимость. Непрерывные отображения.
4. Компактность.
5. База топологии пространств.
6. Определение топологических пространств. Хаусдорфово топологическое пространство. Примеры.
7. Метрические и топологические пространства.
8. Линейные операторы. Пространство операторов.
9. Банаховы пространства.
10. Выпуклые множества, функционал Минковского.
11. Линейные топологические пространства. Теорема А.Н. Колмогорова.
12. Принцип равномерной ограниченности.
13. Теорема об обратном операторе. Принцип открытости отображений.
14. Продолжение операторов и функционалов. Принцип продолжения Банаха – Хана.
15. Компактные множества, слабая компактность.
16. Теория мер.
17. Измеримые функции.

18. Интеграл Лебега.
19. Геометрия гильбертова пространства. Базисы гильбертова пространства.
20. Ортогональные разложения в гильбертовом пространстве.
21. Биортогональные последовательности.
22. Сопряженные операторы. Вполне непрерывные операторы.
23. Спектр оператора. Симметричные операторы.
24. Вполне непрерывные операторы. Спектральная теорема.
25. Теорема о следе для операторов в p - мерном пространстве.
26. Ядерные операторы.
27. Теорема о следе для ядерного оператора.
28. Следы дифференциальных операторов.
29. Следы дискретных операторов.

Литература

1. Лебедев В.И. Функциональный анализ и вычислительная математика: Учеб. пособие. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 296 с. – ISBN 5-9221-0092-0.
2. Коллатц Л. Функциональный анализ и вычислительная математика. М.: Мир, 1969. – 448.
3. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы функционального анализа. М.: Наука, 1976. – 544.

Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

| Структурный элемент компетенции | Планируемые результаты обучения | Оценочные средства |
|--|--|--|
| ОПК –3 Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности | | |
| ОПК-3.1 | Разрабатывает математические модели и производит их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности | <i>Перечень теоретических вопросов</i> 1. Пространство линейных операторов. 2. Спектр и спектральный радиус. 3. Линейные функционалы. 4. Теорема Рисса. 5. Теорема Хана-Банаха. 6. Собственные значения и собственные функции самосопряженных симметричных операторов. 7. Квадратичные функционалы. 8. Вариационные методы минимизации квадратичных функционалов. 9. Общая теория итерационных методов. 10. О существовании сходящихся итерационных методов и их оптимизация. 11. Метод спуска. 12. Метрические пространства. 13. Компактные множества в метрических пространствах. 14. Принцип сжатых отображений. 15. Линейные пространства. 16. Нормированные, банаховы пространства. 17. Линейные операторы в банаховых пространствах. 18. Пространство линейных операторов. 19. Спектр и спектральный радиус. 20. Линейные функционалы. 21. Теорема Рисса. 22. Теорема Хана-Банаха. |
| ОПК-3.2 | Составляет и оформляет отчеты, выполняет требования нормоконтроля по результатам профессиональной | <i>Практические задания</i> Решать задачи по темам: 1. Задачи о наилучшем приближении. Ортогональные разложения и ряды Фурье в гильбертовом пространстве. |
| Структурный элемент компетенции | Планируемые результаты обучения | Оценочные средства |

| | | |
|---------|--|---|
| | деятельности | <ol style="list-style-type: none"> 2. Метрические пространства. 3. Некоторые экстремальные задачи в нормированном и гильбертовом пространствах. 4. Нормированные, банаховы пространства. 5. Линейные операторы в банаховых пространствах. 6. Пространство линейных операторов. 7. Собственные значения и собственные функции самосопряженных симметричных операторов. 8. Квадратичные функционалы. 9. Вариационные методы минимизации квадратичных функционалов. |
| ОПК-3.3 | Выполняет обзоры научной информации, подготавливает публикации по теме профессиональной деятельности | <p><i>Задания на решение задач из профессиональной области, комплексные задания</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Чебышевские одношаговые (двучленные) итерационные методы. 2. Чебышевский двухшаговый (трехчленный) итерационный метод. 3. Чебышевские итерационные методы для уравнений с симметризуемыми операторами. 4. Блочный чебышевский метод, итерационный метод решения уравнений метода композиций. 5. Метод спуска. 6. Общая теория итерационных методов. 7. О существовании сходящихся итерационных методов и их оптимизация. <p>Подготовка презентации и публичная защита реферата</p> |

б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:

Промежуточная аттестация по дисциплине «Дополнительные главы функционального анализа» включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и

практические задания, выявляющие степень сформированности умений и владений, проводится в форме экзамена.

Экзамен по дисциплине проводится по результатам отчетности на лабораторных работах с опросом в устной форме по билетам экзамена.

Показатели и критерии оценивания экзамена:

– на оценку **«отлично»** (5 баллов) – обучающийся демонстрирует высокий уровень сформированности компетенций, всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.

– на оценку **«хорошо»** (4 балла) – обучающийся демонстрирует средний уровень сформированности компетенций: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.

– на оценку **«удовлетворительно»** (3 балла) – обучающийся демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенций: в ходе контрольных мероприятий допускаются ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков, обучающийся испытывает

значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

– на оценку **«неудовлетворительно»** (2 балла) – обучающийся демонстрирует знания не более 20% теоретического материала, допускает существенные ошибки, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.

– на оценку **«неудовлетворительно»** (1 балл) – обучающийся не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.