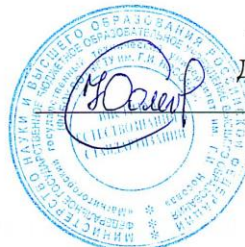




МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»



УТВЕРЖДАЮ
Директор ИЕиС
Ю.В. Сомова

03.02.2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Направление подготовки (специальность)
21.05.04 Горное дело

Направленность (профиль/специализация) программы
Горные машины и оборудование

Уровень высшего образования - специалитет

Форма обучения
очная

Институт/ факультет	Институт естествознания и стандартизации
Кафедра	Прикладной математики и информатики
Курс	1
Семестр	1

Магнитогорск
2025 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - специалитет по специальности 21.05.04 Горное дело (приказ Минобрнауки России от 12.08.2020 г. № 987)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики
14.01.2025, протокол № 5

Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИБИС
03.02.2025 г. протокол № 3

Председатель _____ Ю.В. Сомова

Согласовано:

Зав. кафедрой Горных машин и транспортно-технологических комплексов

_____ А.И. Курочкин

Рабочая программа составлена:

доцент кафедры ПМИИ, канд. пед. наук

_____ С.В. Акманова

Рецензент:

зав. кафедрой Физики, канд. физ.-мат. наук

_____ Д.М. Долгушин

Лист актуализации рабочей программы

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2026 - 2027 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2027 - 2028 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2028 - 2029 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2029 - 2030 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2030 - 2031 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2031 - 2032 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

1 Цели освоения дисциплины (модуля)

Целями освоения дисциплины «Высшая математика» является привитие навыков использования математических методов исследования и основ математического моделирования в будущей профессии по инженерному обеспечению деятельности человека в недрах земли при эксплуатационной разведке, добыче и переработке твердых полезных ископаемых, строительстве и эксплуатации подземных объектов различного назначения.

2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Высшая математика входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Для изучения дисциплины необходимы знания и умения, сформированные в результате изучения дисциплин: «Алгебра и начала анализа», «Геометрия» в объёме программы средней школы.

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Физика

Теоретическая механика

Сопротивление материалов

Прикладная механика

Электротехника

Теория вероятностей и математическая статистика

Анализ данных

Начертательная геометрия

Геодезия и маркшейдерия

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Высшая математика» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции
УК-1	Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий
УК-1.1	Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
УК-1.2	Критически оценивает надежность источников информации, работает с противоречивой информацией из разных источников, определяет пробелы в информации, необходимой для решения проблемной ситуации, и проектирует процессы по их устранению
УК-1.3	Разрабатывает и содержательно аргументирует стратегию решения проблемной ситуации на основе системного и междисциплинарного подходов; строит сценарии реализации стратегии, определяя возможные риски и предлагая пути их устранения

4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц 180 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 76,1 акад. часов;
- аудиторная – 72 акад. часов;
- внеаудиторная – 4,1 акад. часов;
- самостоятельная работа – 68,2 акад. часов;
- в форме практической подготовки – 0 акад. час;
- подготовка к экзамену – 35,7 акад. час

Форма аттестации - экзамен

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа студента	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код компетенции
		Лек.	лаб. зан.	практ. зан.				
1. Элементы линейной, векторной алгебры и аналитической геометрии								
1.1 Линейная алгебра: Действия над матрицами. Определители и их свойства. Методы решения систем линейных уравнений: метод обратной матрицы, по формулам Крамера, метод Гаусса	1	4		4	6	Работа с электронными тестовыми средствами	Проверка индивидуальных заданий. Контрольная работа	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
1.2 Векторная алгебра. Понятие вектора. Проекция вектора на ось. Линейные операции над векторами и их свойства. Разложение вектора по базису. Нелинейные операции над векторами		2		2	4	Работа с тренировочными материалами	Проверка конспектов. Письменный опрос, обсуждение	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
1.3 Аналитическая геометрия. Прямая и кривые второго порядка на плоскости. Взаимное расположение плоскостей, прямых, а также прямой и плоскости в пространстве, Угол между прямой и плоскостью.		5		3	5	Поиск дополнительной информации по заданной теме	Проверка интернет-теста, выполненного в домашних условиях	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
Итого по разделу		11		9	15			
2. Введение в математический анализ								
2.1 Предел и непрерывность функции	1	2		2	6,2	Самостоятельное изучение	Тестирование. Контрольная	УК-1.1, УК-1.2,

одной переменной						учебной литературы; усвоение конспекта	работа	УК-1.3
Итого по разделу		2		2	6,2			
3. Дифференциальное исчисление функции одной и нескольких переменных								
3.1 Понятие производной и дифференциала функции в точке. Геометрический и механический смысл производной и дифференциала. Правила дифференцирования и таблица производных.	1	2		2	7,2	Самостоятельное изучение учебной литературы; усвоение конспекта	Контрольная работа	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
3.2 Производные и дифференциалы высших порядков. Осн. теоремы дифференциального исчисления. Формула Тейлора. Правило Лопиталя		2		2	6	Работа с тренировочными материалами	Тестирование	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
3.3 Применение производной и дифференциала: при исследовании функций и вычислении приближенных значений		3		3	4,8	Самостоятельное изучение учебной и научной литературы. Работа с электронными тестовыми средствами	Проверка индивидуальных заданий.	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
3.4 Дифференцирование ФНП: частные производные и полный дифференциал, экстремумы функции нескольких переменных, элементы теории поля		3		4	5	Подготовка к практическим занятиям. Работа с электронными тестовыми средствами	Устный опрос. Контрольная работа.	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
Итого по разделу		10		11	23			
4. Интегральное исчисление функции одной действительной переменной								
4.1 Первообразная функция. Неопределенный интеграл и его основные свойства. Таблица неопределенных интегралов от основных элементарных функций	1	2		2	4	Подготовка к практическим занятиям. Работа с электронными тестовыми средствами	Контрольная работа	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
4.2 Основные методы интегрирования. Методы непосредственного интегрирования. Интегрирование методом подстановки (заменой переменной) и по частям		2		3	5	Самостоятельное изучение учебной и научной литературы. Подготовка к практическому занятию	Обсуждение. Письменный опрос	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
4.3 Определенный интеграл. Формула		3		3	5	Выполнение тренировочных	Обсуждение, письменный	УК-1.1, УК-1.2,

Ньютона-Лейбница. Свойства. Методы интегрирования. Приложения.						комплексов	опрос	УК-1.3
Итого по разделу		7		8	14			
5. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Системы дифференциальных уравнений.								
5.1 Обыкновенные дифференциальные уравнения 1 порядка. Основные понятия, виды решений. Задача Коши. Методы решения дифференциальных уравнений первого порядка.	1	3		3	4	Работа с конспектами лекций, тренировочными материалами	Контрольная работа	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
5.2 Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Линейные однородные и линейные неоднородные дифференциальные уравнения n -ого порядка с постоянными коэффициентами. Системы дифференциальных уравнений.		3		3	6	Самостоятельное изучение учебной и научной литературы. Подготовка к практическому занятию	Обсуждение, письменный опрос	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
Итого по разделу		6		6	10			
Итого за семестр		36		36	68,2		экзамен	
Итого по дисциплине		36		36	68,2		экзамен	

5 Образовательные технологии

С целью успешного усвоения дисциплины «Высшая математика» и формирования требуемых компетенций предполагается применение различных образовательных технологий (личностно-ориентированные и развивающие), которые обеспечивают достижение планируемых результатов образования согласно основной образовательной программе. В их числе: дифференцированный подход, компетентностный подход, проблемное обучение, эвристическое обучение, использование системы «Интернет-тренажеры» в сфере образования» и др. Интернет-тренажеры могут быть полезны для самообучения, самоконтроля студентов при подготовке их к промежуточным и итоговым аттестациям и позволяют применять дистанционные технологии обучения.

Основными формами занятий являются лекции, практические занятия, контрольно-оценочные занятия, консультации. Лекции строятся на основе сочетания информационной и проблемной составляющих, а также элементов беседы и визуализации. В ходе проведения лекционных занятий предусматривается:

- обсуждение задач, приводящих к тем или иным математическим понятиям;
- изложение теоретического материала в режиме диалога с целью развития критического мышления студентов и привития им исследовательских умений;
- обсуждение и систематизация теоретических вопросов темы с целью лучшего понимания их взаимосвязи и практического применения.

Практические занятия по данной дисциплине направлены на привитие прочных навыков решения задач по каждой теме и сочетают применение методов обучения в сотрудничестве, дифференцированный подход, классические контрольные и тестовые технологии. При этом предполагается проведение некоторых таких занятий в интерактивной форме (деловые и ролевые игры, разбор конкретных ситуаций). Реализация компетентностного подхода предусматривает использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий (компьютерных симуляций, деловых и ролевых игр, разбор конкретных ситуаций, психологические и иные тренинги) в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся.

Выбирая ту или иную технологию работы со студентами, необходимо иметь в виду, что наибольшего эффекта от ее применения можно достичь, если учитывать цели образования, на реализацию которых должна быть направлена избираемая технология, содержание, которое предстоит передать обучающимся с ее помощью, а также условия, в которых она будет использоваться.

6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Представлено в приложении 1.

7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Представлены в приложении 2.

8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) Основная литература:

1. Шипачев, В. С. Высшая математика : учебник / В. С. Шипачев. — Москва : ИНФРА-М, 2024. — 479 с. — (Высшее образование). — DOI 10.12737/5394. - ISBN 978-5-16-010072-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/2085943> (дата обращения: 12.04.2025). — Режим доступа: по подписке.

2. Математика : учебное пособие / Ю. М. Данилов, Л. Н. Журбенко, Г. А. Никонова [и др.] ; под ред. Л. Н. Журбенко, Г. А. Никоновой. — Москва : ИНФРА-М, 2022. — 496 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-010118-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1818645> (дата обращения: 12.04.2025). — Режим доступа: по подписке.

3. Акманова С.В., Малышева Л.Н. Сборник задач и упражнений по курсу математического анализа [Электронный ресурс]: практикум / С.В. Акманова, Л.Н. Малышева; ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова». — Электрон. текстовые данные (2,62 Мб). — Магнитогорск: ФГБОУ ВО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2018. — 1 электрон. опт. диск (CD-R).

б) Дополнительная литература:

1. Математика в примерах и задачах : учеб. пособие / О.М. Дегтярева, Л.Н. Журбенко, Г.А. Никонова, Н.В. Никонова, С.Н. Нуриева. — Москва : ИНФРА-М, 2019.— 372 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-011256-5. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/989802> (дата обращения: 12.04.2025). — Режим доступа: по подписке.

2. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа : учебник : в 2 частях / Г. М. Фихтенгольц. — 11-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, [б. г.]. — Часть 1 —2019. — 444 с. — ISBN 978-5-8114-0190-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/112051> (дата обращения: 12.04.2025). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа : учебник : в 2 частях / Г. М. Фихтенгольц. — 10-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, [б. г.]. — Часть 2 —2019. — 464 с. — ISBN 978-5-8114-0191-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/115730> (дата обращения: 12.04.2025). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

в) Методические указания:

1. Грачева, Л.А. Определенный интеграл: методические указания для студентов Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010 – 12 с.

2. Грачева, Л.А. Элементы линейной алгебры, векторной алгебры и аналитической геометрии: Учебное пособие. - Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010 – 63 с.

3. Максименко, И.А. События и вероятность. Часть 2: Метод. указ. -Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010. – 25 с.

4. Маяченко, Е.П. Производная и дифференциал функции. Практикум.-Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010. – 38 с.

5. Маяченко Е.П. Исследование функций и построение графиков. Практикум. –Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2011. – 20 с.

г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Программное обеспечение

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
MS Office 2007 Professional	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно
7Zip	свободно распространяемое ПО	бессрочно
FAR Manager	свободно распространяемое ПО	бессрочно

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Название курса	Ссылка
Электронная база периодических изданий East View Information Services, ООО «ИВИС»	https://dlib.eastview.com/
Электронные ресурсы библиотеки МГТУ им. Г.И. Носова	https://host.megaprolib.net/MP0109/Web

9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

- 1) Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа. Оснащение: мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации;
- 2) Учебные аудитории для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля, самостоятельной работы обучающихся и промежуточной аттестации. Оснащение: доска, мультимедийный проектор, экран. Комплекс тестовых заданий для проведения промежуточных и рубежных контроля;
- 3) Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Оснащение: шкафы для хранения учебно-методической документации, учебно-наглядных пособий и учебного оборудования;
- 4) Помещения для самостоятельной работы обучающихся. Оснащение: персональные компьютеры с пакетом MS Office и выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

По дисциплине «Высшая математика» предусмотрена аудиторная и внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся.

Аудиторная самостоятельная работа студентов предполагает решение контрольных задач на практических занятиях.

Примерные аудиторные контрольные и проверочные работы (АКР), а так же индивидуальные домашние задания (ИДЗ):

АКР: вариант теста «Матрицы и определители»

1. Если $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, тогда матрица

$C = A \cdot B$ имеет вид...

1) $\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix} 4 & -1 \end{pmatrix}$.

2. Матрица A имеет размер 3×4 , матрица B имеет размер 4×3 , при этом $A \cdot B = C$. Тогда матрица C имеет размер

1) 3×3 ; 2) 4×4 ; 3) 3×4 ; 4) 4×3 .

3. Определитель $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & b_2 & 0 \\ c_1 & 0 & c_3 \end{vmatrix}$ равен...

1) $2b_2c_3 + b_2c_1$; 2) $2b_2c_3 - b_2c_1$;

3) $-2b_2c_3 - b_2c_1$; 4) $-2b_2c_3 + b_2c_1$.

4. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Тогда определитель $|B^T \cdot A|$, где B^T - транспонированная матрица, равен:

1) 2; 2) -2; 3) -5; 4) 5.

5. Алгебраическое дополнение элемента a_{13} матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 0 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ равно...

1) 15; 2) 7; 3) -15; 4) -7.

6. Определитель $\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & 0 & a_{33} \end{vmatrix}$ равен...

1) $-a_{22}(a_{11}a_{33} - a_{31}a_{13})$;

2) $-(a_{11}a_{33} - a_{31}a_{13})$; 3) $a_{11}a_{33} - a_{31}a_{13}$;

4) $a_{22}(a_{11}a_{33} - a_{31}a_{13})$.

7. Определитель

$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 1 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & -1 & 0 \\ -3 & 4 & 0 & 5 \end{vmatrix}$ равен: 1) 0; 2) -10; 3) 6; 4) 10.

8. Матрица $\begin{pmatrix} 1 & 4 + \alpha \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$ не имеет обратной при α равном...

1) 1; 2) -1; 3) -7; 4) 2.

Примерный вариант ИДЗ «Системы линейных уравнений»

Задание 1. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.

$$\begin{cases} 5x_1 + 8x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_1 - 2x_2 + 6x_3 = -7, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -5. \end{cases}$$

Задание 2. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 5, \\ 6x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 1, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 6; \end{cases}$$

Задание 3. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4, \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2; \end{cases}$$

КЕЙСОВЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Предприятие выпускает m видов изделий с использованием k видов сырья. Нормы расхода сырья для производства единицы продукции каждого вида даны матрицей $A_{m \times k}$. Стоимость единицы сырья задана матрицей C . Найти затраты каждого вида сырья при заданном плане выпуска Q и суммарные затраты на сырье. Представить результаты с помощью матриц A , C , Q .

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 0 & 1 \\ 2 & 5 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 5 \end{pmatrix} \quad Q = \begin{pmatrix} 200 & 350 & 100 \end{pmatrix}.$$

2. Имеется n отраслей промышленности, каждая из которых производит свою продукцию. Часть ее идет на внутрипроизводственное потребление данной отраслью и другими отраслями, а другая Y (конечный продукт) предназначена для личного и общественного потребления. Пусть x_i – общий (валовой) объем продукции i –й отрасли ($i = \overline{1, n}$); x_{ij} – объем продукции i –й отрасли, потребляемой j –й отраслью в процессе производства ($i = \overline{1, n}, j = \overline{1, n}$).

В таблице задан баланс n отраслей промышленности за некоторый промежуток времени.

Построить матрицу прямых затрат $A = (a_{ij})_{m \times n}$, где a_{ij} – коэффициенты прямых затрат (доли продукции i –й отрасли, идущих на производство единицы продукции j –й отрасли) и выяснить, является ли она продуктивной. Найти матрицу полных затрат. Найти X_1 – объем валовой продукции каждой отрасли, если конечный продукт должен быть Y_1 . Указать необходимый процент увеличения валовой продукции по каждой отрасли.

Отрасли	Потребление			Валовой выпуск X	Конечный продукт Y_1
	1	2	3		
3. 1	4. 5	5. 10	6. 15	7. 100	8. 60
9. 2	10. 10	11. 10	12. 20	13. 100	14. 80

15. 3	16. 15	17. 5	18. 10	19. 50	20. 30
-------	--------	-------	--------	--------	--------

3. Фирма «Союз» обеспечивает доставку видео- и аудиокассет с четырёх складов, расположенных в разных точках города, в четыре магазина. Запас кассет, имеющихся на складах, объёмы заказов магазинов и тарифы на доставку представлены в таблице.

Склады	Магазины				Запасы, тыс.шт.
	№1	№2	№3	№4	
Склад №1	2	6	4	3	120
Склад №2	5	1	9	2	240
Склад №3	3	2	2	6	80
Склад №4	4	5	10	3	60
Заказы, тыс. шт.	190	170	110	30	

Определите объёмы перевозок, обеспечивающие фирме минимальные затраты.

Примерный вариант ИДЗ «Векторная алгебра»

Задание 1. Дана пирамида ABCD. Средствами векторной алгебры найти:

а) длины рёбер AD и BC; б) угол между ребрами AB и CD; в) площадь грани BCD; г) угол между гранями ABC и ABD; е) объём тетраэдра ABCD, если $A(0,1,0)$, $B(4,2,0)$, $C(-1,3,0)$, $D(1,-2,4)$.

Задание 2. Установите, является ли данная система векторов линейно зависимой.

$$\vec{a}(5,-7,19), \vec{b}(7,5,-7), \vec{c}(7,-8,14);$$

Примерный вариант ИДЗ «Аналитическая геометрия в пространстве»

- Даны уравнения двух сторон параллелограмма $2x - y + 2 = 0$, $x + 3y - 6 = 0$ и точка пересечения диагоналей $O(-1; 4)$. Составить уравнения диагоналей параллелограмма.
- Будут ли прямые $l_1: \begin{cases} x - 2y + z = 3, \\ y + 2z = 1 \end{cases}$ и $l_2: \begin{cases} x = 3t - 1, \\ y = 4, \\ z = -2t \end{cases}$ лежать в одной плоскости?
- При каких значениях a и b плоскость $ax - 4y + bz - 1 = 0$ перпендикулярна прямой, проходящей через две точки $M_1(0;1;2)$, $M_2(1;0;-2)$. Построить эту плоскость.
- Написать параметрические и канонические уравнения прямой $l_1: \begin{cases} 5x - y + 9 = 0, \\ x + y - 2z = 0. \end{cases}$
- Найти угол между плоскостями $2x - y + 3z + 5 = 0$ и $\frac{x}{1} - \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

АКР: Примерный вариант обобщённого теста по математическому анализу:

1. Областью определения функции $y = \frac{3\sqrt{4-x}}{x+1}$ является следующее множество точек:

- $(-1;4)$;
- $(-1;4]$;
- $(-\infty;-1) \cup (-1;4]$;
- $(-\infty;-1) \cup (4;+\infty)$.

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x - 1}{x^2 - 5}$ равен

- 1) ∞ ; 2) 1; 3) $-\frac{2}{5}$; 4) $\exists$.

3. Производная функции $y = \cos(6 + x^3)$ равна

- 1) $-\sin(6 + x^3)$; 2) $-3x^2 \sin(6 + x^3)$;
3) $3x^2 \sin(6 + x^3)$; 4) $\frac{x^4}{4} \sin(6 + x^3)$.

4. Дана функция $f(x) = \begin{cases} x + 2, & x \leq 1, \\ 5 - bx^2, & x > 1 \end{cases}$. Укажите число **b**, при котором данная функция непрерывна на $D(f)$:

- 1) такого числа не существует;
2) $b = 1$;
3) $b = 2$;
4) $b = -2$.
5. $f(x) = \frac{\ln x}{e^x}$, тогда $f'(1)$ равно:

- 1) 0; 2) $-\frac{2}{e}$; 3) $\frac{1}{e}$; 4) $\frac{e-1}{e}$.

6. Выражение $\frac{d(\arcsin x)}{d(\arccos x)}$ равно:

- 1) 1 при $|x| < 1$;
2) -1 при $|x| < 1$;
3) dx при $|x| < 1$;
4) $1 - x^2$ при $|x| < 1$.

7. Угловой коэффициент касательной к параболе $y = x^2 - 2x + 3$ в точке с абсциссой $x = 2$ равен:

- 1) 2; 2) 3; 3) -2; 4) -6

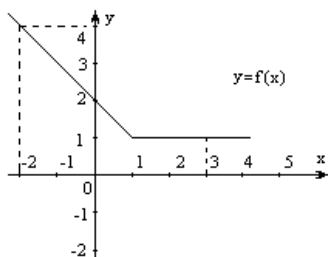
8. Функция $f(x) = x - \sin x$:

- 1) возрастающая на $\mathbf{R}$;
2) убывающая на $\mathbf{R}$;
3) немонотонная на $\mathbf{R}$;
4) возрастает на $\left[-\frac{3\pi}{2} + 2\pi k; -\frac{\pi}{2} + 2\pi k\right], k \in \mathbb{Z}$

9. Интеграл $\int \sqrt{x} \cdot (x^2 + 1) dx$ равен:

- 1) $\frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}} + \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + C$; 2) $-\frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}} - \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + C$; 3) $\frac{7}{2}x^{\frac{7}{2}} + \frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}} + C$; 4) $\frac{1}{5}x^5 + C$.

10. Вычислите $\int_{-2}^3 f(x) dx$, если график функции $y = f(x)$ изображен на рисунке:



1. 8.5;
2. 9;
3. 9.5;
4. 10.

11. Интеграл $\int_1^2 \frac{dx}{x}$ равен:

- 1) $\ln 2 - e$;
- 2) 0;
- 3) $\ln 2 - 1$;
- 4) $\ln 2$.

12. Площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 + 1$, $x = 5$ и осями координат, равна:

- 1) 0;
- 2) $\frac{140}{3}$;
- 3) -14;
- 4) $\frac{110}{3}$.

Примерный вариант ИДЗ «Функции нескольких переменных»

1. Построить функцию, выяснить её область определения $z = \frac{\ln(1 - x^2 - y^2)}{1 - \sqrt{y}}$.

2. Найти значения частных производных функций в заданной точке:

A) $z = x^{\frac{1}{y}}$ (1;1) Б) $z = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{y})$ (1;1).

3. Найти $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, если $u = xy + \sin(x + y)$.

4. Вычислить приближённо $\sqrt{5 \cdot e^{0,02} + 2,03^2}$.

5. Построить поверхность. Найти экстремумы функции $z = x^2 + 2y^2 - 4x - 6y + 2$.

6. Найти экстремальное значение функции $z = 2x + y - y^2 - x^2$ при условии $x + 2y = 1$.

7. Найти наибольшее значение функции в заданной области:

A) $z = x - 2y + 5$ $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 1; \end{cases}$ Б) $z = \ln(x^2 + y^2)$ $\begin{cases} x + 2y \leq 1 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0. \end{cases}$

КЕЙСОВЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Завод выпускает спичечные коробки. Расходы на производство одного коробка 1 руб, а цена продажи равна 5 руб. Сколько нужно производить коробков, чтобы прибыль была наибольшей, если t работников завода может производить в месяц $N = -(t-10)^2 + 500$ коробков.
2. Расходы на производство y автомобилей составляют $Q = 0,5y^2 + y + 7$ миллионов рублей в месяц. Если продавать каждый автомобиль за S тысяч рублей, то при продаже всех произведенных за месяц автомобилей завод получит доход $S \cdot y$, а заработает на этом прибыль (доходы минус расходы) - $S \cdot y - Q$. Какую наименьшую цену продажи S нужно установить, чтобы за 3 месяца завод получил прибыль 75 миллионов рублей?

3. Решить графическим методом задачу на нахождение оптимального значения функции (плана добычи полезных ископаемых):

$$z = 2x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 12 \\ 2x_1 - x_2 \leq 12 \\ 2x_1 - x_2 \geq 0 \\ 2x_1 + x_2 \geq 4 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

АКР: «Обыкновенные дифференциальные уравнения. Системы уравнений»

1. Найти общий интеграл или общее решение дифференциального уравнения первого порядка

1) $\sqrt{4-x^2}y' + xy^2 + x = 0$, 2) $20xdx - 3ydy = 3x^2ydy - 5xy^2dx$, 3) $y' = \frac{x^2 + 2xy - 5y^2}{2x^2 - 6xy}$,

1. Найти общее решение дифференциального уравнения n-ого порядка:

1) $y'''x \ln x = y''$, 2) $(1+x^2)y'' + 2xy' = 12x^2$.

2. Найти решение задачи Коши:
$$\begin{cases} y'' = 2 \sin^3 y \cos y \\ y(1) = \frac{\pi}{2}, y'(1) = 1 \end{cases}$$

3. Найти общее решение дифференциального уравнения (решить задачу Коши):

1) $y'' - 2y' + y = xe^x$, 2) $y'' + 4y' + 5y = x^2$

3) $y''' - 4y'' + 5y' = 6x^2 + 2x - 5$, 4) $y''' + 2y'' - 3y' = (8x+6)e^x$,

5) $y'' - 4y' + 4y = e^{2x}(\cos x + 3\sin x)$, 6) $y''' - 64y' = 128\cos 8x - 64e^{8x}$,

7)
$$\begin{cases} y'' + y = 1/\sin x \\ y(\pi/2) = 1, y'(\pi/2) = \pi/2 \end{cases}$$
;

- 8) Решите систему ДУ первого порядка :

$$\begin{cases} y' = 2x - 5y + e^t, \\ x' = y - 6x + e^{-2t}. \end{cases}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий		
УК-1.1	Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними	Для успешного анализа проблемной ситуации необходимо знание основных понятий и утверждений линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии и математического анализа, умение распознавать математические объекты, понимать связь между ними, анализируя прикладную задачу. Для этого требуется <i>владение основным содержанием дисциплины в рамках следующих теоретических вопросов:</i> 1. Матрицы. Действия над матрицами. 2. Определители матриц, их свойства. 3. Минор, алгебраическое дополнение. Вычисление определителя разложением по строке (столбцу), понижением порядка. 4. Обратная матрица, теорема о существовании и единственности обратной матрицы. 5. Элементарные преобразования матриц. Эквивалентные матрицы. Ранг матрицы. Свойства ранга. Теорема о рангах эквивалентных матриц. 6. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) (определения: совместной, несовместной СЛАУ, решения СЛАУ). Условия совместности СЛАУ. 7. Матричная запись СЛАУ. Решение СЛАУ с помощью обратной матрицы. 8. Формулы Крамера 9. Определенные и неопределенные СЛАУ. Метод Гаусса. 10. Векторы. Линейные операции над векторами. Коллинеарные и компланарные векторы. Деление отрезка в данном отношении. 11. Скалярное произведение векторов, его свойства. Угол между векторами. Условие перпендикулярности двух векторов. Проекция вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b}$. Механический смысл скалярного произведения. 12. Скалярное произведение в базисе $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$. 13. Векторное произведение векторов, его свойства. Геометрический и механический смысл

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		векторного произведения. Условие коллинеарности двух векторов. 14. Векторное произведение в базисе $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$. 15. Смешанное произведение векторов, его свойства. Геометрический смысл смешанного произведения. Условие компланарности трех векторов. 16. Смешанное произведение в базисе $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$. 17. Уравнение прямой на плоскости. Способы задания. Основные задачи. 18. Уравнение плоскости в пространстве. Способы задания. Основные задачи. 19. Уравнение прямой в пространстве. Прямая и плоскость в пространстве. Основные задачи. 20. Предел функции в точке. Предел функции в бесконечности. Односторонние пределы. 21. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, связь между ними. Свойства бесконечно малых функций. 22. Теоремы о пределах. Раскрытие неопределенностей. 23. Замечательные пределы. 24. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции и основные теоремы о них. Применение к вычислению пределов. 25. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва и их классификация. 26. Основные теоремы о непрерывных функциях. Свойства функций непрерывных на отрезке. 27. Производная функции, ее геометрический и физический смысл. 28. Уравнения касательной и нормали к кривой. Дифференцируемость функции в точке. 29. Производная суммы, разности, произведения, частного функций. Производная сложной и обратной функций. 30. Производные высших порядков. 31. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала. Основные теоремы о дифференциалах. 32. Применение дифференциала к приближенным вычислениям. 33. Основные теоремы дифференциального исчисления: Ролля, Лагранжа и Коши. 34. Правило Лопиталя. 35. Условия монотонности функций. Экстремумы функций. Необходимое и достаточное условия экстремума функции. 36. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		37. Выпуклость графика функции. Точки перегиба. Необходимое и достаточное условия точек перегиба. 38. Асимптоты графика функции. 39. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных интегралов. 40. Основные методы интегрирования: замена переменной и интегрирование по частям. 41. Интегрирование различных видов функций. 42. Определенный интеграл как предел интегральной суммы, его свойства. 43. Формула Ньютона – Лейбница. Основные свойства определенного интеграла. 44. Вычисление определенного интеграла (замена переменной, интегрирование по частям).. 45. Геометрические и физические приложения определенного интеграла. 46. Область определения ФНП. Предел, непрерывность. Свойства функций, непрерывных в ограниченной замкнутой области. 47. Частные производные первого порядка, их геометрическое истолкование. 48. Частные производные высших порядков. 49. Дифференцируемость и полный дифференциал функции. 50. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям. Дифференциалы высших порядков. 51. Производная сложной функции. Полная производная. 52. Экстремум функции двух переменных. Необходимое и достаточное условие экстремума. 53. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. 54. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области. 55. Дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решения. 56. Решение линейных однородных уравнений n-ого порядка с постоянными коэффициентами. 57. Решение линейных неоднородных уравнений n-ого порядка с постоянными коэффициентами. 58. Решение систем линейных дифференциальных уравнений.
УК-1.2	Критически оценивает надежность источников информации, работает с	Использование ресурсов Интернета для просмотра, поиска, отбора, визуализации и анализа данных (открытые базы данных, порталы и сайты, напр. Росстат, TAdviser и др.). Примерный вариант задания для оценки:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
	противоречивой информацией из разных источников, определяет пробелы в информации, необходимой для решения проблемной ситуации, и проектирует процессы по их устранению	1) Изучить (узнать) возможности сервисов, цифровых инструментов 1.1. для визуализации, анализа прикладных задач, решаемых средствами линейной и векторной алгебры (напр., транспортной задачи, задачи ЛП – графический метод), 1.2. для визуализации, изучения свойств кривых и поверхностей 2-го порядка (напр., WolframAlpha и др.) 1.3. и т.д. (в каждом разделе курса – для решения конкретных междисциплинарных прикладных задач) 2) Результат (скриншоты или ...?) представить как ответ на задание в Moodle, или в Google документе, или на доске Miro.
УК-1.3	Разрабатывает и содержательно аргументирует стратегию решения проблемной ситуации на основе системного и междисциплинарного подходов; строит сценарии реализации стратегии, определяя возможные риски и предлагая пути их устранения	Умеет решать задачи предметной области: выбирать метод и алгоритм для решения конкретной задачи, аргументировать свой выбор; строить простейшие математические модели реальных процессов и ситуаций; обладает навыками анализа и обработки информации, навыками обобщения результатов решения задач на основе теоретических положений высшей математики Примерные задания Задание 1. Для производства двух видов изделий А и В используется три типа технологического оборудования. На производство единицы изделия А используется 3 часа работы оборудования первого вида, 4 часа работы оборудования второго вида и 5 часов часа работы оборудования третьего вида. Для единицы изделия В – используется 6, 3 и 2 часа соответственно. Существуют ограничения на использование оборудования первого вида – 102 часа в месяц, на использование оборудования второго вида – 91 час в месяц и на использование оборудования третьего вида – 105 часов в месяц. Цена реализации единицы готового изделия А составляет 7 у.е., изделия В – 9 у.е. Составьте план производства изделий А и В на месяц, обеспечивающий максимальную выручку от их реализации. Решить задачу с помощью средств MS Excel. Выяснить, время работы какого оборудования исчерпано не полностью, в каких пределах может меняться время использования всех трех видов оборудования, что бы «ценность» этого

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		ресурса оставалась прежней. В каких пределах можно изменять цены готовых продуктов А и В, что бы план их производства остался прежним. Проверить целесообразность введения в план производства еще одного изделия С, с затратами на единицу продукции 2, 3, 5 часов работы оборудования первого, второго и третьего видов соответственно, если цена реализации составит 8 у.е. Задание 2. Решить транспортную задачу по перевозке песка с трех карьеров на четыре строительных площадки. В день каждый карьер производит 120, 80 и 100 тонн песка, на стройплощадки требуется 85, 65, 90 и 60 тонн соответственно. Известны расстояния между заводами и площадками в километрах: $\begin{pmatrix} 7 & 4 & 15 & 9 \\ 11 & 2 & 7 & 3 \\ 4 & 5 & 12 & 8 \end{pmatrix}$ Определить оптимальный план перевозок, минимизирующий общий километраж перевозок. Задание 3. При построении висячего моста через речку «Тихая» и выяснении надежности сооружения, студенты стройотряда столкнулись с решением следующей задачи: Трос, подвешенный за два конца на одинаковой высоте, имеет форму дуги параболы. Расстояние между точками крепления равно 24 м. Глубина прогиба троса на расстоянии 3 м от точки крепления равна 40 см. Определить глубину прогиба троса посередине между креплениями.

б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:

2. Проведения промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация по дисциплине «Высшая математика» проводится в форме экзамена и включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и владений, проводится в форме экзамена.

Экзамен по данной дисциплине проводится в устной форме по экзаменационным билетам, каждый из которых включает 2 теоретических вопроса и одно практическое задание.

Показатели и критерии оценивания экзамена:

- на оценку **«отлично»** – обучающийся демонстрирует высокий уровень сформированности компетенции УК-1, всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.
- на оценку **«хорошо»** – обучающийся демонстрирует средний уровень сформированности компетенции УК-1: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.
- на оценку **«удовлетворительно»** – обучающийся демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенции УК-1: в ходе контрольных мероприятий допускаются ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.
- на оценку **«неудовлетворительно»** – обучающийся демонстрирует знания не более 20% теоретического материала, допускает существенные ошибки, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач или не может показать знания даже на уровне воспроизведения и объяснения информации.