



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И.
Носова»



УТВЕРЖДАЮ
Директор ИЭиАС
В.Р. Храмшин

04.02.2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА И ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

Направление подготовки (специальность)
09.03.01 Информатика и вычислительная техника

Направленность (профиль/специализация) программы
Программное обеспечение средств вычислительной техники и автоматизированных
систем

Уровень высшего образования - бакалавриат

Форма обучения
заочная

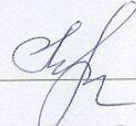
Институт/ факультет	Институт энергетики и автоматизированных систем
Кафедра	Вычислительной техники и программирования
Курс	3

Магнитогорск
2025 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - бакалавриат по направлению подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника (приказ Минобрнауки России от 19.09.2017 г. № 929)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры
Вычислительной техники и программирования
03.02.2025 г, протокол № 5

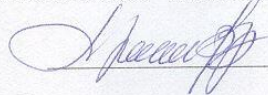
Зав. кафедрой



О.С. Логунова

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЭиАС
04.02.2025 г. протокол № 3

Председатель



В.Р. Храмшин

Рабочая программа составлена:
ст. преподаватель кафедры, ВТиП



Н.А.Квасова

Рецензент:
директор НИИ «Промбезопасность», д-р техн. наук



М.Ю.Наркевич

Лист актуализации рабочей программы

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2026 - 2027 учебном году на заседании кафедры Вычислительной техники и программирования

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ О.С. Логунова

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2027 - 2028 учебном году на заседании кафедры Вычислительной техники и программирования

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ О.С. Логунова

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2028 - 2029 учебном году на заседании кафедры Вычислительной техники и программирования

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ О.С. Логунова

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2029 - 2030 учебном году на заседании кафедры Вычислительной техники и программирования

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ О.С. Логунова

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2030 - 2031 учебном году на заседании кафедры Вычислительной техники и программирования

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ О.С. Логунова

1 Цели освоения дисциплины (модуля)

Целями освоения дисциплины «Математическая логика и дискретная математика» являются: овладение студентами необходимым уровнем общепрофессиональных компетенций, предполагающих формирование систематизированных знаний в области математической логики и дискретной математики, приобретение навыков решения ряда прикладных задач, в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 09.03.01 Информатика и вычислительная техника.

2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Математическая логика и дискретная математика входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Прикладная математика

Информатика

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Моделирование

Учебная - научно-исследовательская работа

Проектная деятельность

Проектирование программных средств

Производственный менеджмент

Выполнение и защита выпускной квалификационной работы

Логическое программирование

Структуры и модели данных

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Математическая логика и дискретная математика» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;
ОПК-1.1	Решает стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования
ОПК-1.2	Решает профессиональные задачи с применением методов теоретического и экспериментального исследования

2.1 Основные понятия теории графов. Теорема о сумме степеней всех вершин графа и ее следствия. Операции над графами. Орграфы. Изоморфизм графов. Решение логических задач при помощи графов.	3	0,25	0,25		15	Самостоятельное изучение учебной и научной литературы Подготовка к лабораторному занятию	Опрос, проверка домашних заданий	ОПК-1.1, ОПК-1.2
2.2 Матричное представление графов. Матрица инцидентности и матрица смежности графа, их свойства. Расстояния в графе. Алгоритмы поиска кратчайшего пути между вершинами графов. Радиус и диаметр графа.		0,25	0,5		15	Самостоятельное изучение учебной и научной литературы Подготовка к лабораторному занятию	Опрос, проверка домашних заданий	ОПК-1.1, ОПК-1.2
2.3 Пути и цепи. Связные графы. Компоненты связности орграфа. Поиск маршрута в графе.		0,1	0,25		15	Самостоятельное изучение учебной и научной литературы Подготовка к лабораторному занятию	Опрос, проверка домашних заданий	ОПК-1.1, ОПК-1.2
2.4 Нагруженные графы. Минимальные пути (маршруты) в нагруженных орграфах (графах).		0,1	0,1		16,4	Самостоятельное изучение учебной и научной литературы Подготовка к лабораторному занятию	Опрос, проверка домашних заданий	ОПК-1.1, ОПК-1.2
2.5 Алгоритмы оптимизации на графах и сетях.		2,3	1,9		17			ОПК-1.1, ОПК-1.2
Итого по разделу		3	3		78,4			
Итого за семестр		4	4		124,4		экзамен	
Итого по дисциплине		4	4		124,4		экзамен	

5 Образовательные технологии

Для реализации предусмотренных видов учебной работы в качестве образовательных технологий в преподавании дисциплины «Дискретная математика» используются:

1. Традиционные образовательные технологии, ориентированные на организацию образовательного процесса и предполагающую прямую трансляцию знаний от преподавателя к аспиранту.

Формы учебных занятий с использованием традиционных технологий:

Информационная лекция – последовательное изложение материала в дисциплинарной логике, осуществляемое преимущественно вербальными средствами (монолог преподавателя).

Лабораторная работа – организация учебной работы с реальными материальными и информационными объектами, экспериментальная работа с аналоговыми моделями реальных объектов.

2. Интерактивные технологии обучения – организация образовательного процесса, которая предполагает активное и нелинейное взаимодействие всех участников, достижение на этой основе личностно значимого для них образовательного результата.

6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Представлено в приложении 1.

7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Представлены в приложении 2.

8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) Основная литература:

1. Судоплатов С.В., Дискретная математика : учебник / Судоплатов С.В. - Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2016. - 280 с. (Серия "Учебники НГТУ") - ISBN 978-5-7782-2820-7 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785778228207.html>.

2. Гашков, С. Б. Дискретная математика: учебник и практикум для вузов / С. Б. Гашков, А. Б. Фролов. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 483 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-11613-7. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/445753>

б) Дополнительная литература:

1. Баврин, И. И. Дискретная математика. Учебник и задачник: для прикладного бакалавриата / И. И. Баврин. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 193 с. — (Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-534-07065-1. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/432994>

2. Дискретная математика [Электронный ресурс]: учеб. пособие / Васильева А. В. - Красноярск : СФУ, 2016. - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785763835113.html>

в) Методические указания:

Викторова, Н.Б. Дискретная математика. Булевы функции: сборник контрольных работ / Викторова Н. Б. - М.: Проспект, 2018. - 80 с. - ISBN 978-5-392-24197-2 - Текст: электронный // ЭБС "Консультант студента": [сайт]. - URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392241972.html>

г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Программное обеспечение

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
7Zip	свободно распространяемое ПО	бессрочно
MS Office 2007 Professional	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно
STATISTICA в.6	К-139-08 от 22.12.2008	бессрочно
FAR Manager	свободно распространяемое ПО	бессрочно
MAXIMA	свободно распространяемое ПО	бессрочно
Linux Calculate	свободно распространяемое ПО	бессрочно

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Название курса	Ссылка
Электронная база периодических изданий East View Information Services, ООО «ИВИС»	https://dlib.eastview.com/
Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)	URL: https://elibrary.ru/project_risc.asp
Федеральное государственное бюджетное учреждение «Федеральный институт промышленной собственности»	URL: http://www1.fips.ru/
Российская Государственная библиотека. Каталоги	https://www.rsl.ru/ru/4readers/catalogues/
Электронные ресурсы библиотеки МГТУ им. Г.И. Носова	https://host.megaprolib.net/M/P0109/Web

9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Учебные аудитории для проведения лекционных занятий: Мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации

Компьютерные классы Центра информационных технологий ФГБОУ ВПО «МГТУ» Персональные компьютеры, объединенные в локальные сети с выходом в Internet, оснащенные современными программно-методическими комплексами для решения задач в области информатики и вычислительной техники

Помещения для самостоятельной работы обучающихся Персональные компьютеры с пакетом MS Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета

Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования Шкафы для хранения учебно-методической документации, учебно-наглядных пособий и учебного оборудования

Учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

По дисциплине «Математическая логика и дискретная математика» предусмотрена аудиторная и внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся.

Аудиторная самостоятельная работа студентов предполагает выполнение лабораторных работ на лабораторных занятиях.

Раздел/ тема дисциплины	Вид самостоятельной работы	Кол-во часов	Формы контроля
Раздел 1. Основы математической логики			
1.1 Логические связи, формулы, интерпретация. Построение доказательств в логике высказываний. Табличный способ доказательства.	Подготовка к лабораторным занятиям. Составить электронные таблицы истинности высказываний.	9	Устный опрос. Защита программы
1.2 Формулы логики высказываний и их интерпретация. Равносильные формулы. Закон двойственности. Таблица равносильностей.	Подготовка к лабораторным занятиям.	9	Устный опрос
1.3 Нормальные формы логических формул (ДНФ, КНФ). Совершенные нормальные формы логических формул (СДНФ, СКНФ).	Подготовка к лабораторным занятиям. Разработка программы получения булевой функции на основе таблицы истинности формулы.	9	Устный опрос Защита программы
1.4 Булевы функции. Представление булевой функции формулой логики высказываний.	Подготовка к лабораторным работам. Разработка презентаций на темы: Нечеткая логика Теория нечетких множеств Принятие решений на основе ТНМ. Разработка программы по ТПР	9	Устный опрос. Защита презентации. Защита программы
Итого по разделу		36	
Раздел 2. Основы теории графов			
2.1 Основные понятия теории графов. Теорема о сумме степеней всех вершин графа и ее следствия. Операции над графами. Орграфы. Изоморфизм графов. Решение логических задач при помощи графов.	Подготовка к лабораторным занятиям. Самостоятельная работа: Решение логических задач на основе теории графов. Подбор и решение логических задач. Разработка программы графического изображения дерева по символу.	9	Устный опрос. Защита презентации
2.2 Матричное представление графов. Матрица инцидентности и матрица смежности графа, их свойства. Расстояния в графе. Алгоритмы поиска кратчайшего пути между вершинами графов. Радиус и диаметр графа.	Подготовка к лабораторным занятиям. Разработка программы поиска кратчайших путей в неориентированном графе	9	Устный опрос. Защита программы
2.3 Пути и цепи. Связные графы. Компоненты связности орграфа. Поиск маршрута в графе.	Подготовка к лекции и лабораторной работе. Разработка программы поиска кратчайшего пути в ориентированном графе.	9	Устный опрос Защита программы

Раздел/ тема дисциплины	Вид самостоятельной работы	Кол-во часов	Формы контроля
2.4 Нагруженные графы. Минимальные пути (маршруты) в нагруженных орграфах (графах).	Подготовка к лабораторным работам. Разработка программы поиска всех кратчайших путей от заданной вершины графа до других вершин	9,1	Защита программы.
2.5. Алгоритмы оптимизации на графах и сетях.	Подготовка к лабораторным работам. Разработка программ поиска максимального и минимального покрывающего дерева на неориентированном и ориентированном графах. Разработка поиска максимального потока в сети.	6	Защита программ
Итого по разделу		42,1	
Итого по дисциплине		78,1	Экзамен.

Примерные аудиторные лабораторные работы (АЛР):

АЛР №1. «Формулы логики высказываний»

Составить таблицу истинности

- а) $(p \Rightarrow q) \vee (r \Rightarrow s) \Rightarrow (p \& s \Rightarrow q \& s)$
б) $p \Rightarrow (\bar{p} \Rightarrow q)$
- а) $(p \Rightarrow q) \& (r \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \vee r \Rightarrow q)$
б) $(p \Rightarrow \bar{q}) \Rightarrow (q \Rightarrow \bar{p})$

Упростить:

- $(p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \& (\bar{t} \vee p) \& \bar{q} \Rightarrow (t \Rightarrow r)$

Доказать:

- $(p \Rightarrow q \& \bar{q}) \Rightarrow \bar{p} \equiv 1$

АЛР №2. « Формулы алгебры логики»

Представить формулу из пункта АЛР 1(1,2) в:

- дизъюнктивной нормальной (совершенной нормальной) форме;
- и конъюнктивной нормальной (совершенной нормальной) форме.

АЛР №3 «Булевы функции»

- Представить булеву функцию в СДНФ и СКНФ с помощью:
а) равносильных преобразований; б) таблицы истинности:

$$x_1 \Leftrightarrow x_2 \Rightarrow x_3 \wedge \overline{x_1} \vee x_2.$$

2. Используя СКНФ, найти наиболее простую из равносильных булеву функцию от трех переменных, которая принимает значение 1 на следующих наборах значений переменных, и только на них:

$$f(0,0,1) = f(0,1,0) = f(1,1,0) = 1.$$

3. Используя СДНФ, найти наиболее простую из равносильных булеву функцию от трех переменных, которая принимает значение 0 на следующих наборах значений переменных, и только на них:

$$f(0,0,0) = f(0,1,0) = f(0,1,1) = f(1,1,1) = 0.$$

АЛР №4 «Элементы нечеткой логики»

Вариант №1

1. Вычислить степень истинности высказывания, если $\mu(P)=0,4$; $\mu(Q)=0,7$

a) $(\neg(P \rightarrow \neg(Q \& P))) \rightarrow (P \vee Q) \& P$

b) $((P \& \neg Q) \rightarrow Q) \leftrightarrow (Q \rightarrow P \& \neg Q)$

2. Упрости формулу

a) $((x \rightarrow \neg y) \vee z) \& (\neg(x \& y) \leftrightarrow \neg z)$

b) $\neg((\neg y \vee \neg z) \leftrightarrow x) \& (\neg x \& (y \rightarrow \neg z))$

3. Следующую формулу преобразуйте так, чтобы она содержала $\neg$ и $\vee$

a) $(\neg x \& \neg y) \rightarrow (x \& y)$

4. Найдите степень равносильности высказывания А и В, если

$$A = x \& y \leftrightarrow z \quad d(x) \in \{0,3;0,2\}$$

$$B = \neg x \& \neg z \quad d(y) \in \{0,1;0,8\}$$

$$d(z) \in 0,7$$

АЛР №6 «Решение логических задач»

Вариант 1

1. Александр, Борис, Виктор, Григорий – друзья: один из них врач, другой – журналист, третий – тренер, четвертый – строитель.

1) Журналист написал статью об Александре и Григорий.

2) Тренер и журналист вместе с Борисом ходили в туристический поход.

3) Александр и Борис были у врача на приеме.

Кто из них кто?

2. Кто в каком классе учится?

Андрей, Борис, Владимир, Георгий, Денис, Евгений, Захар и Петр учатся в разных классах однокомплектной восьмилетней школе, причем по сбору металлолома класс, в котором учится Андрей,

обогнал классы Бориса, Владимира и четвертый, а по сбору макулатуры седьмой класс обогнал классы Георгия и Дениса. Захар на два класса старше Бориса, но на класс ниже Георгия. Денис опередил Андрея на класс. Владимир в первом классе был отличником. Евгений учится в этой школе с третьего класса, а Петр со второго.

Борис и Георгий живут на улице Ленина, Денис и шестиклассник – на улице Горького, а Владимир и ученик второго класса – на улице Фокина.

Кто из них в каком классе учится?

3. Четыре спортсмена Михаил, Николай, Олег и Павел участвовали в соревнованиях по биатлону и заняли четыре призовых места. На вопрос, кто какое место занял, спортсмены дали 3 разных ответа:

- 1) Олег занял первое место, Николай – второе
- 2) Олег – второе, Павел – третье
- 3) Михаил – второе, Павел – четвертое

Потом они признались, что одна часть каждого ответа верна, а другая – неверна. Какое место занял каждый спортсмен?

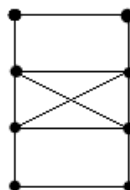
Найти минимальный путь из v_1 в v_7 в орграфе, заданном матрицей смежности:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

АЛР №7 «Метрические характеристики графа»

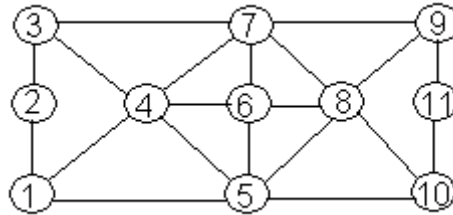
Вариант 1

1. Является ли граф, изображенный на рисунке, эйлеровым или гамильтоновым?



2. Можно ли обвести карандашом, не отрывая его от бумаги и не проходя по одной линии дважды, следующий граф:

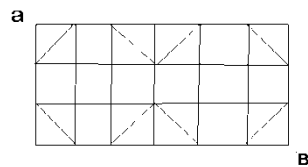
3. Определите диаметр и радиус графа, найдите центр и периферию графа.



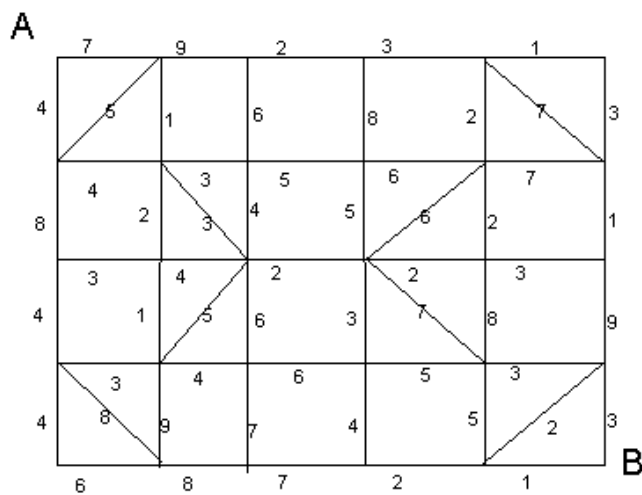
АЛР №8 «Кратчайшие пути в графах»

Вариант 1

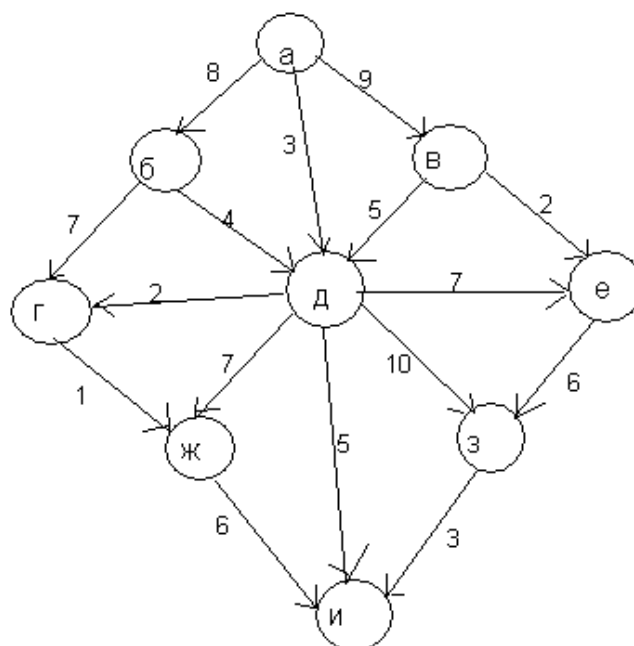
1. Найдите кратчайший путь от А до В.



2. Найдите кратчайший путь от А до В в графе с весом.



3. Найдите кратчайший путь от А до И.



Образец самостоятельных и контрольных работ

АКР № 1

1. Совершенные дизъюнктивные нормальные формы, совершенные конъюнктивные нормальные формы

Построить таблицы истинности для следующих формул алгебры высказываний и привести эти формулы к СДНФ и СКНФ.

1. $((\neg x \vee y) \rightarrow \neg(\neg(x \vee y) \vee z)) \vee \neg(x \wedge y \wedge \neg z)$
2. $((\neg(y \vee z) \vee \neg x) \rightarrow \neg(y \vee \neg z)) \wedge \neg(x \vee \neg y \vee z)$
3. $(\neg x \vee ((x \vee z) \wedge \neg y) \vee (\neg x \wedge y)) \rightarrow (z \wedge \neg(x \wedge y))$
4. $(\neg(y \wedge z) \vee (x \wedge y \wedge z) \vee (\neg z \wedge (\neg x \vee \neg y))) \rightarrow (\neg y \wedge z)$
5. $(\neg x \vee (x \wedge y \wedge \neg z)) \rightarrow (\neg(\neg y \vee z) \wedge (\neg x \vee y))$
6. $((x \wedge \neg y) \vee (y \wedge z)) \rightarrow \neg(x \vee y \vee \neg z)$
7. $(\neg y \vee \neg(z \vee (\neg y \wedge \neg z))) \rightarrow (\neg y \vee (x \wedge \neg y) \vee (\neg x \wedge z))$
8. $(\neg(x \vee \neg y \vee z) \vee z) \rightarrow (x \wedge ((y \wedge z) \vee (\neg y \wedge \neg z)))$
9. $(x \vee y \rightarrow z) \leftrightarrow (\neg z \rightarrow \neg(x \wedge y))$
10. $((\neg x \vee y) \rightarrow \neg(\neg(x \vee y) \vee z)) \vee \neg(x \wedge y \wedge \neg z)$
11. $((\neg(y \vee z) \vee \neg x) \rightarrow \neg(y \vee \neg z)) \wedge \neg(x \vee \neg y \vee z)$
12. $(\neg x \vee ((x \vee z) \wedge \neg y) \vee (\neg x \wedge y)) \rightarrow (z \wedge \neg(x \wedge y))$
13. $(\neg(y \wedge z) \vee (x \wedge y \wedge z) \vee (\neg z \wedge (\neg x \vee \neg y))) \rightarrow (\neg y \wedge z)$
14. $(\neg x \vee (x \wedge y \wedge \neg z)) \rightarrow (\neg(\neg y \vee z) \wedge (\neg x \vee y))$
15. $((x \wedge \neg y) \vee (y \wedge z)) \rightarrow \neg(x \vee y \vee \neg z)$
16. $(\neg y \vee \neg(z \vee (\neg y \wedge \neg z))) \rightarrow (\neg y \vee (x \wedge \neg y) \vee (\neg x \wedge z))$
17. $(\neg(x \vee \neg y \vee z) \vee z) \rightarrow (x \wedge ((y \wedge z) \vee (\neg y \wedge \neg z)))$
18. $\neg(\neg(x \vee z \rightarrow y) \vee (y \wedge \neg z \rightarrow x \vee (\neg y \wedge \neg z)))$
19. $\neg((z \rightarrow y) \rightarrow x) \rightarrow \neg(x \wedge y \wedge \neg z)$
20. $(z \rightarrow x \wedge y) \rightarrow (x \rightarrow y \wedge z) \vee (\neg z \wedge (\neg x \vee \neg y))$

2. Исчисление высказываний

Пусть Φ, Ψ, X, Θ - формулы исчисления высказываний. Построить вывод формулы исчисления высказываний из данного множества гипотез.

1. $\Phi \vdash \Psi \rightarrow (\Phi \wedge \Psi)$;
2. $\Phi \rightarrow \Psi, \Phi \rightarrow X \vdash \Phi \rightarrow \Psi \wedge X$;
3. $\Phi \rightarrow X, \Psi \rightarrow X \vdash \Phi \vee \Psi \rightarrow X$;
4. $\Phi \rightarrow \Psi \vdash (X \rightarrow \Phi) \rightarrow (X \rightarrow \Psi)$;
5. $\Phi \rightarrow \Psi \vdash \Phi \wedge X \rightarrow \Psi \wedge X$;
6. $\Phi \rightarrow \Psi \vdash \Phi \vee X \rightarrow \Psi \vee X$;
7. $\Phi \rightarrow \Psi \vdash \Phi \rightarrow (\Phi \vee \Psi)$
8. $\Phi \vee (\Phi \wedge \Psi) \vdash \Phi$
9. $\Phi \wedge \Psi \vdash \Phi \wedge (\neg \Phi \vee \Psi)$;
10. $\Phi \vee (\neg \Phi \wedge \Psi) \vdash \Phi \vee \Psi$;
11. $X \rightarrow \Phi, \Phi \rightarrow \Psi \vdash X \wedge \Theta \rightarrow \Psi \vee \neg \Theta$;
12. $\Phi \rightarrow X, \Psi \wedge \Phi \vdash \Theta \rightarrow X$;
13. $\Theta \rightarrow \Psi, \Theta \wedge \Phi \vdash (\Phi \wedge \Psi) \vee X$;
14. $\Phi \wedge (\Psi \wedge \Theta) \vdash \Psi \wedge (\Phi \vee \neg \Theta)$;
15. $\Phi \vdash (\Phi \vee \Psi) \wedge (\Phi \vee \neg \Theta)$;
16. $\Psi \wedge (\Phi \wedge \Theta) \vdash (\Phi \wedge \Psi) \wedge \Theta$;
17. $\Phi \vee (\Psi \wedge \Theta) \vdash \Psi \vee (\Phi \vee \neg \Theta)$;
18. $\Phi \wedge \Psi \rightarrow \Theta \vdash X \wedge \Phi \rightarrow (\Psi \rightarrow \Theta \vee \neg \Phi)$;
19. $\Phi \rightarrow \Psi \vdash (\Theta \rightarrow \Phi) \rightarrow (\Theta \wedge \neg \Psi \rightarrow \neg \Phi \vee \Psi)$;
20. $\Phi \vee \Psi \vdash (\Phi \rightarrow \Theta) \rightarrow (\Psi \vee \Theta)$;

АКР № 2

1. Формулы логики предикатов

Выписать все подформулы данной формулы сигнатуры $\Sigma = \{+, \cdot, \leq, 0\}$ и определить свободные и связанные переменные формулы:

1. $\forall x((x + y \leq x) \wedge \neg (x = 0))$;
2. $\exists x(\forall y(x + y = y) \rightarrow (y \leq 0))$;
3. $\forall x \forall y((x \cdot y = 0) \rightarrow (x = 0) \vee (y = 0))$;
4. $\forall x \forall y(((x \leq y) \wedge (y < x) \rightarrow) x = y)$;
5. $\forall x \exists y((x \leq y) \wedge \neg (x = y) \rightarrow \neg (y \leq x))$;
6. $\forall y((x + 0 = x + y) \rightarrow (y = 0))$;
7. $(x + y = 0) \rightarrow (0 \leq x) \vee \exists y(0 \leq y)$;
8. $\forall x \exists y((x \leq y) \rightarrow (x + z \leq y))$;
9. $(x \leq y) \rightarrow \exists z \neg (x + z \leq y)$;
10. $\forall x((x \cdot y \leq y) \vee \neg (0 \leq y))$;
11. $\exists x((x + x = x) \wedge \neg (x \cdot x = x))$;
12. $\forall y((x + y = z) \wedge \neg (x = 0) \rightarrow \neg (y = 0))$;
13. $(x \leq y) \wedge (y \leq z) \rightarrow \forall z \neg (y + z = x)$;
14. $\forall x((x \leq y + x) \rightarrow (0 \leq y)) \vee (x = z)$;
15. $\forall x(x \cdot x \leq x + x) \wedge \exists y(x + y = 0) \rightarrow (z \leq y)$;
16. $\forall x \exists z(z + y = x) \rightarrow (x \cdot y \leq z) \wedge \forall y(x + 0 = y)$;

17. $\forall x \forall y (x \cdot y = 0) \rightarrow (x = 0) \vee (y = 0)$;
18. $\exists z ((x + y \leq z) \vee (x + z = y)) \wedge \neg (x = y)$;
19. $\forall x \forall y ((x + y = x) \vee \exists z (x \cdot z = y))$;
20. $\exists x ((x \cdot y = x + y) \wedge \neg (x = 0) \wedge y \leq x)$.

2. Истинность формулы логики предикатов в алгебраической системе

В следующих задачах предикаты $P(x)$ и $Q(x)$ заданы на множестве всех действительных чисел. Следует определить:

- множество истинности предиката $\neg P(x)$;
- справедливо ли одно из следующих соотношений $P(x) \rightarrow Q(x)$, $Q(x) \rightarrow P(x)$.

Определить также, истинно или ложно каждое из высказываний:

а) $\forall x P(x)$, б) $\exists x P(x)$ в случаях, когда предикат $P(x)$ рассматривается на указанном в соответствующем задании интервале.

1. $P(x)$ задан в виде $x^2 \leq 4x$, $Q(x)$ – в виде $|x| \leq 4$:

- а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале $(0, 4)$;
- б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале $(4, +\infty)$.

2. $P(x)$ задан в виде $|x| \leq 2$, $Q(x)$ – в виде $x^2 < 1$:

- а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале $(-\infty, 2]$;
- б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале $(-2, 2)$.

3. $P(x)$ задан в виде $x^2 > x$, $Q(x)$ – в виде $|x| > 1$:

- а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале $(-1, 0)$;
- б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале $[1, +\infty)$.

4. $P(x)$ задан в виде $x^2 - 5x + 4 = 0$, $Q(x)$ – в виде $|x| < 5$:

- а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале $[1, 4]$;
- б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале $[4, 5]$.

5. $P(x)$ задан в виде $x^2 + 4x + 4 = 0$, $Q(x)$ – в виде $|x| > 1$:

- а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале $[-2, 2]$;
- б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале $[0, 2]$.

6. $P(x)$ задан в виде $x^2 - 6x + 8 < 0$, $Q(x)$ – в виде $|x| < 4$:

- а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале $(2, 4)$;
- б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале $[3, 4]$.

7. $P(x)$ задан в виде $x^2 \geq 16$, $Q(x)$ – в виде $x^2 - 25 > 0$:
- а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале $(-\infty, -4)$;
 - б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале $(-4, 4)$.
8. $P(x)$ задан в виде $x^2 > 3x$, $Q(x)$ – в виде $x^2 - 4x > 0$:
- а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале $[3, +\infty)$;
 - б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале $[0, 3]$.
9. $P(x)$ задан в виде $|x| > 5$, $Q(x)$ – в виде $x^2 \geq 25$:
- а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале $(-6, -5)$;
 - б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале $(-6, 6)$.
10. $P(x)$ задан в виде $4x^2 - 1 > 0$, $Q(x)$ – в виде $x^2 > 1$:
- а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале $[0, 5; 1)$;
 - б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале $(0, 1)$.
11. $P(x)$ задан в виде $x^2 \leq 6x$, $Q(x)$ – в виде $|x| \leq 6$:
- а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале $(0, 6)$;
 - б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале $(6, +\infty)$.
12. $P(x)$ задан в виде $|x| \leq 4$, $Q(x)$ – в виде $x^2 < 1$:
- а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале $(-\infty, 4]$;
 - б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале $(-4, 4)$.
13. $P(x)$ задан в виде $x^2 > 2x$, $Q(x)$ – в виде $|x| > 2$:
- а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале $(-2, 0)$;
 - б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале $[2, +\infty)$.
14. $P(x)$ задан в виде $x^2 - 5x + 6 = 0$, $Q(x)$ – в виде $|x| < 5$:
- а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале $[1, 4]$;
 - б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале $[3, 6]$.
15. $P(x)$ задан в виде $x^2 + 6x + 9 = 0$, $Q(x)$ – в виде $|x| > 2$:
- а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале $[-3, 3]$;
 - б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале $[0, 3]$.
16. $P(x)$ задан в виде $x^2 - 7x + 10 < 0$, $Q(x)$ – в виде $|x| < 5$:
- а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале $(2, 6)$;

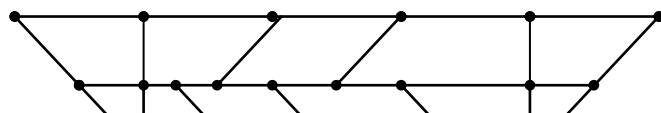


Рис.2

5. Найти кратчайший путь от вершины S до вершины t. (рис. 3)

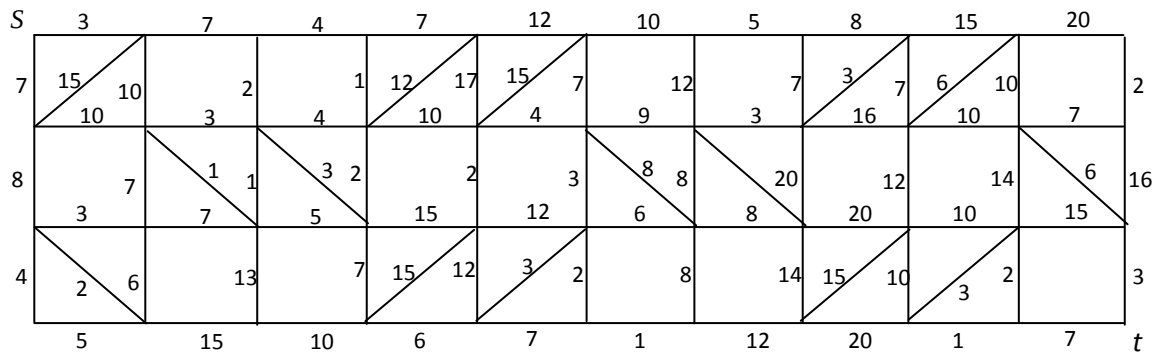


Рис. 3

6. Постройте максимальный покрывающий лес графа (рис. 4)

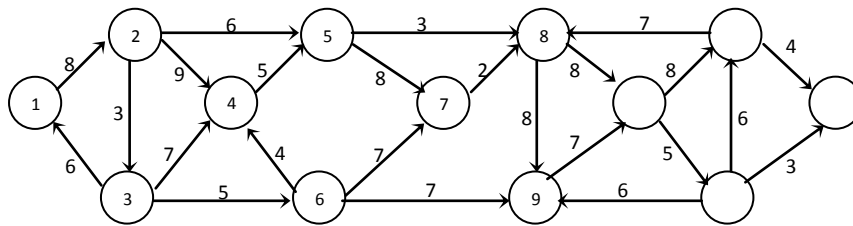


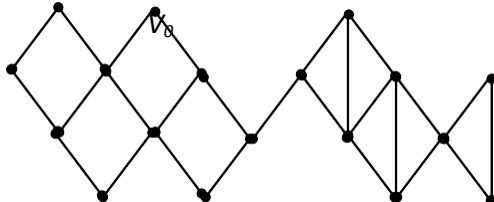
Рис. 4.

7. Постройте минимальное покрывающее дерево графа на рис. 4.

7. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
ОПК-1-Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности		
ОПК-1.1	Решает стандартные профессиональные задачи применения естественнонаучных и общинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования	Перечень теоретических вопросов к экзамену 1. Высказывания и логические операции над ними. Таблицы истинности. 2. Формулы алгебры логики. Тавтология, противоречие, выполнимые формулы. 3. Равносильность формул (определение, теорема). 4. Основные свойства логических операций. 5. Дизъюнктивная нормальная форма формулы (определение, теорема). 6. Конъюнктивная нормальная форма формулы (определение, теорема). 7. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма формулы (определение, теорема). 8. Совершенная конъюнктивная нормальная форма формулы (определение, теорема). 9. Булевы функции. Представление булевых функций формулой, находящейся в СДНФ. 10. Булевы функции. Представление булевых функций формулой, находящейся в СКНФ. 11. Цепи переключателей. Минимизация булевых выражений. 12. Логические сети. Минимизация булевых выражений. 13. Логика предикатов. Кванторы. 14. Графы. Основные понятия. 15. Смежность, инцидентность, степени вершин графа. 16. Изоморфизм графов. 17. Матричное задание графов. 18. Связность графов (основные понятия, отношение связности). 19. Разделяющее множество, разрез, мост в графе. 20. Поиск маршрута в графе. Алгоритм Тэрри. 21. Поиск путей с минимальным числом дуг. 22. Метрические характеристики графов. 23. Минимальные пути в нагруженных графах. Свойства минимальных путей.

		24. Алгоритм нахождения минимального пути в нагруженных графах. 25. Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости и его следствия. Алгоритм Флери поиска эйлеровой цепи.
--	--	---

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		26. Гамильтоновы графы. Задачи, приводящие к поиску гамильтонова цикла. Достаточный признак гамильтоновости. 27. Деревья. Свойства деревьев. Покрывающее дерево. 28. Алгоритм построения максимального и минимального покрывающего дерева.
ОПК-1.2	Решает профессиональные задачи с применением методов теоретического и экспериментального исследования	1. Найти минимальный путь из v_1 в v_7 в графе, заданном матрицей смежности: $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 2. Построить покрывающее дерево графа, начиная с вершины V_0, используя: а) поиск по глубине; б) поиск по ширине;  3. Восстановить дерево по символу: $\alpha(G) = (7, 4, 3, 8, 7, 6, 6, 5, 10, 11, 9, 12, 12, 14, 18, 17, 12, 10)$. 4. Упростить: $(p \Rightarrow q) \& (r \Rightarrow q) \& (t \Rightarrow p \vee r) \& t \Rightarrow q$ 5. Решить с помощью алгебры логики высказываний. Три ученика из различных школ города Новгорода приехали на отдых в один летний лагерь. На вопрос вожатого, в каких школах города они учатся, каждый дал ответ: Петя: «Я учусь в школе №24, а Лёня - в школе №8». Лёня: «Я учусь в школе №24, а Петя в школе №30». Коля: «Я учусь в школе №24, а Петя - в школе №8».

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		Вожатый, удивлённый противоречиями в ответах ребят, попросил их объяснить, где правда, а где ложь. Тогда ребята признались, что в ответах каждого из них одно утверждение верно, а другое ложно. В какой школе учится каждый из мальчиков? 6. Представить булеву функцию в СДНФ и СКНФ с помощью: а) равносильных преобразований; б) таблицы истинности: $x_1 \vee x_2 \Rightarrow x_3 \wedge x_2 \Leftrightarrow x_3.$ 7. Решить с помощью графа. Вчера вечером: 1) Андрей отправился на концерт. 2) Иван провёл время с Ольгой. 3) Василий так и не увиделся с Ириной. 4) Вера побывала в кино. 5) Ира посмотрела спектакль в театре. 6) Какая-то пара посетила художественную выставку. Кроме тех, кого мы уже назвали, постоянными членами той же компании были Олег и Катя. Вместе с каждым юношей на том же виде культурных мероприятий присутствовала одна девушка. Кто с кем были где?

Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:

Промежуточная аттестация по дисциплине включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и владений, проводится в форме экзамена. Экзамен по данной дисциплине проводится в устной форме по экзаменационным билетам, каждый из которых включает 2 теоретических вопроса и одно практическое задание.

Показатели и критерии оценивания экзамена:

— на оценку «отлично» (5 баллов) — обучающийся демонстрирует высокий уровень сформированности компетенций, всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.

— на оценку «хорошо» (4 балла) — обучающийся демонстрирует средний уровень сформированности компетенций: основные знания, умения освоены, допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.

— на оценку «удовлетворительно» (3 балла) — обучающийся демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенций: в ходе контрольных мероприятий допускаются ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков, обучающийся пытается значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

— на оценку «неудовлетворительно» (2 балла) — обучающийся демонстрирует знания не более 20% теоретического материала, допускает существенные ошибки, не может

показать интеллектуальные навыки решения простых задач;

или обучающийся не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.

Теоретические вопросы для экзамена

1. Способы задания множеств.
2. Операции над множествами. Их свойства.
3. Отношения на множествах. Бинарные отношения и способы их задания.
4. Специальные виды бинарных отношений.
5. Мощность конечного множества. Формула включений и исключений.
6. Мощность бесконечного множества. Счетные множества и их свойства.
7. Операции на множествах. Алгебры. Примеры.
8. Бинарные операции. Виды бинарных операций.
10. Полугруппы. Примеры.
11. Группы. Примеры.
12. Булевы алгебры. Примеры.
13. Определение графа. Части графа. Подграфы, остовы.
14. Задание неориентированного графа с помощью матриц.
15. Задание ориентированного графа с помощью матриц.
16. Изоморфизм графов.
17. Маршруты, цепи, циклы связного графа. Расстояния в графе.
18. Диаметр и радиус графа. Центр графа и диаметральная цепь.
19. Кратчайший путь на ненагруженном графе.
20. Кратчайший путь на нагруженном графе.
23. Лес и деревья.
24. Цикломатическое число графа.
25. Деревья с пронумерованными вершинами. Символ дерева.
26. Стандартное изображение дерева с корнем.
27. Каноническое изображение дерева. Последовательность весов.
28. Задача о минимальном соединении.
29. Высказывания и операции над ними. Таблицы истинности.
30. Булевы функции и способы их задания.
31. Булевы функции одной и двух переменных.
32. Формулы алгебры логики. Булевы формулы. Свойства булевых формул.
33. Аналитическое представление булевых функций. СДНФ и ДНФ.
34. СКНФ и КНФ.
35. Контактные схемы. Понятие о минимизации булевых функций.

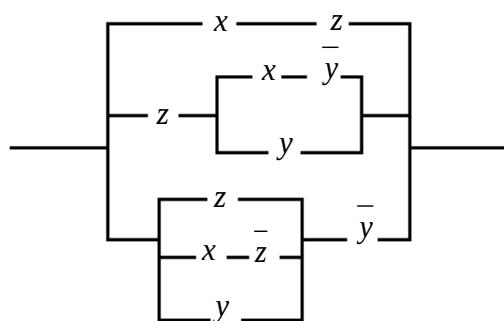
1. Вариант аудиторной контрольной работы (АКР) по теме «Множества»

1. Доказать, что $\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \dots + \frac{n}{2^n} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$.
2. Имеется 30 монет достоинством 1, 2 и 5 рублей. Сколько существует различных комбинаций монет (например, 5 монет по 1 рублю, 18 — по два, 7 — по 5 рублей)?
3. Вычислите $C_6^3 - A_8^2 \cdot P_3$.
4. 27 студентов решили посетить летом местные достопримечательности. В Аркаиме побывало 16 человек, в Каповой пещере — 18 человек, на Арском камне — 19 человек; в Аркаиме и в Каповой пещере — 10 человек, в Каповой пещере и на Арском камне — 13,

- на Арском камне и в Аркаиме — 12. Сколько человек побывало во всех трех местах, если двое решили никуда не ездить?
5. $A = [2; 8]$, $B = (4; 10)$. Изобразите на числовой прямой или плоскости $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \Delta B$, $A \times B$.
 6. На множестве $A = \{1, 2, 3, 4\}$ задано бинарное отношение $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (1, 4)\}$. Проверить является ли оно 1) рефлексивным, 2) антирефлексивным, 3) симметричным, 4) антисимметричным, 5) транзитивным, 6) эквивалентным, 7) отношением порядка. Записать матрицу отношения и построить граф.
 7. Доказать, что множество M многочленов $f(x) = ax^2 + bx + c$, где $a, b, c \in \mathbf{R}$, степени не выше второй с обычной операцией сложения образует группу. Укажите единичный и обратный элементы.
 8. Установите взаимно однозначное соответствие между промежутками $(4; 9]$ и $[7; 12)$.

2. Вариант АКР по теме «Переключательные функции»

1. Построить таблицу значений функции $((x \oplus y) \leftrightarrow z)(x \rightarrow z)$. Указать, является ли функция выполнимой, тождественно истинной или тождественно ложной.
2. Проверить, является ли заключение логическим следствием посылок.
Если капиталовложения останутся постоянными, то возрастут правительственные расходы или возникнет безработица. Если правительственные расходы не возрастут, то налоги будут снижены. Если налоги будут снижены и капиталовложения останутся постоянными, то безработица не возникнет. Следовательно, правительственные расходы возрастут.
3. Минимизировать с помощью карты Карно ДНФ и КНФ функции $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0001\ 0000\ 1100\ 0000)$.
4. Упростить контактную схему, используя эквивалентные преобразования.

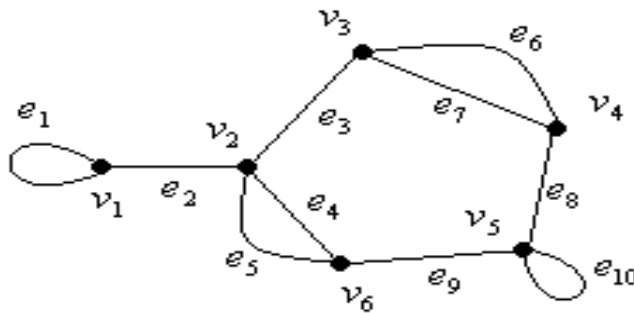


5. Для функции $f(x, y, z) = (1101\ 1011)$ построить 1) СДНФ, 2) СКНФ, 3) полином Жегалкина.
6. Проверить, является ли функционально полной система $\Sigma = \{\bar{x}y, x \rightarrow y\}$. Если система функционально полная, то выяснить, является ли она базисом.

Вариант АКР по теме «Графы»

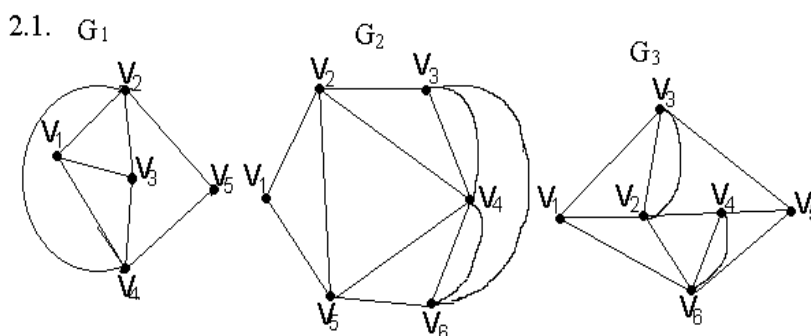
Задача 1. Дан граф.

1. Составить таблицу степеней ρ и ρ' всех вершин графа.
2. Выписать петли, кратные ребра, концевые вершины и ребра, мосты и точки сочленения.
3. Указать какие-нибудь маршрут, цепь и цикл в графе.
4. Записать матрицу смежности.
5. Записать матрицу инцидентности.
6. Определить расстояния между всеми вершинами графа, указать максимальное удаление каждой вершины. Найти центры, радиус, диаметр. Построить какую-нибудь диаметральную цепь.
7. Найти цикломатическое число графа и построить дерево, покрывающее граф (остовное дерево графа).
8. Определить, является ли граф двудольным. Построить максимальную двудольную часть графа.



Задача 2. Даны три графа.

1. Найти среди данных графов эйлеров и указать в нем эйлеров цикл нумерацией ребер.
2. Найти среди данных графов граф с эйлеровой цепью и показать ее нумерацией ребер.
3. Построить в каждом из графов гамильтонов цикл. Проверить для каждого из графов достаточное условие $\rho(V_i) \geq \frac{n}{2}$, где n — число вершин, а ρ подсчитывается после отбрасывания петель и отождествления кратных ребер.



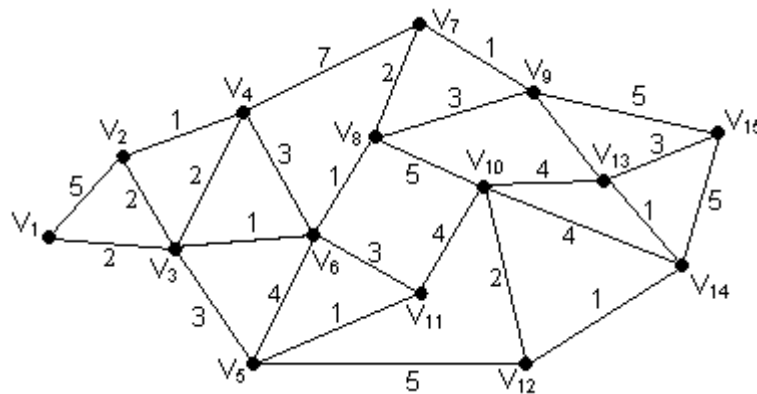
Задача 3.

1. По данной матрице инцидентности построить ориентированный граф (строки соответствуют ребрам, а столбцы вершинам графа).
2. Составить таблицу степеней графа. Проверить, является ли он эйлеровым.
3. Указать какой-нибудь маршрут в графе.
4. Записать матрицу смежности построенного графа.
5. Определить расстояния между всеми вершинами графа.

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Задача 4. Дан нагруженный граф.

1. Построить минимальное соединение графа и найти его длину.
2. Используя алгоритм Дейкстры, найти маршрут минимальной длины, соединяющий вершины V_1 и V_{15} .



Задача 5.

1. По данному символу построить дерево.
2. Определить типы всех вершин дерева. Найти его центр, радиус и диаметр.
3. Построить корневое дерево с корнем а) в вершине 1, б) в центре дерева.
4. В каждом из предыдущих случаев записать последовательность весов вершин.

5	4	4	5	1	3	2	11	11	12	2	2	5
---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	---	---	---

Задача 6. Построить хроматический полином $\pi(G, \lambda)$ графа G и определить его хроматическое число $\chi(G)$.

