



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»



УТВЕРЖДАЮ
Директор ИЕиС
Ю.В.Сомова

03.02.2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ НАЧАЛЬНО-КРАЕВЫХ ЗАДАЧ

Направление подготовки (специальность)
01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль/специализация) программы
Математическое моделирование и цифровые двойники

Уровень высшего образования - магистратура

Форма обучения
очная

Институт/ факультет	Институт естествознания и стандартизации
Кафедра	Прикладной математики и информатики
Курс	1
Семестр	2

Магнитогорск
2025 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - магистратура по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика (приказ Минобрнауки России от 10.01.2018 г. № 13)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

14.01.2025, протокол № 5

Зав. кафедрой  Ю.А. Извеков

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕиС
03.02.2025 г. протокол № 3

Председатель  Ю.В. Сомова

Рабочая программа составлена:
профессор кафедры ПМИИ, д-р физ.-мат. наук  С.И.
Кадченко

Рецензент:

зав. кафедрой Физики, канд. физ.-мат. наук  Д.М. Долгушин

Лист актуализации рабочей программы

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2026 – 2027 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от ____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2027 - 2028 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от ____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

1 Цели освоения дисциплины (модуля)

формирование у студентов знаний математических методов, алгоритмов, приобретение практических навыков разработки математических моделей физических и технических систем. Формирование компетенций в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и информатика»

2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Численные методы решения начально-краевых задач входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Дополнительные главы функционального анализа

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Выполнение и защита выпускной квалификационной работы

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Численные методы решения начально-краевых задач» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции
ОПК-2	Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач
ОПК-2.1	Производит научные исследования для совершенствования и реализации новых математических методов решения прикладных задач
ОПК-2.2	Оценивает результаты новых научных разработок по совокупности методологических признаков для выбора оптимальных решений прикладных задач
ОПК-2.3	Систематизирует и обобщает опыт для обоснования выбора оптимального решения прикладных задач

4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц 144 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 23,6 акад. часов;
- аудиторная – 17 акад. часов;
- внеаудиторная – 6,6 акад. часов
- самостоятельная работа – 85 акад. часов;
- подготовка к экзамену – 35,4 акад. часа

Форма аттестации - курсовая работа, экзамен

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа студента	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код компетенции
		Лек.	лаб. зан.	практ. зан.				
1. Основные подходы и методы решения начально-краевых задач								
1.1 Основные понятия теории сеток. Аппроксимация простейших параболических и гиперболических задач.	2		4		23	изучение литературы. выполнение лабораторной работы	Устный опрос, собеседование, проверка выполнения лабораторной работы	ОПК 2.1 ОПК 2.2 ОПК 2.3
1.2 Численные методы решения задачи Коши. Методы Рунге-Кутты. Методы с контролем погрешности на временном шаге			7		28	изучение литературы, проверка выполнения лабораторной работы	устный опрос, собеседование. проверка выполнения лабораторной работы.	ОПК 2.1 ОПК 2.2 ОПК 2.3
1.3 Примеры решения начально-краевых задач для уравнения диффузии.			6		34	Изучение литературы, выполнение лабораторной работы	Устный опрос, собеседование. Проверка выполнения лабораторной работы	ОПК 2.1 ОПК 2.2 ОПК 2.3
Итого по разделу			17		85			
Итого за семестр			17		85		экзамен,кр	
Итого по дисциплине			17		85		курсовая работа, экзамен	

5 Образовательные технологии

В ходе изучения дисциплины используются образовательные и информационные технологии:

1. Традиционные технологии обучения, предполагающие передачу информации в готовом виде, формирование учебных умений по образцу: лабораторные работы.

Использование традиционных технологий обеспечивает ориентирование студента в потоке информации, связанной с различными подходами к определению сущности, содержания, методов, форм развития и саморазвития личности; самоопределение в выборе оптимального пути и способов личностно-профессионального развития; систематизацию знаний, полученных студентами в процессе аудиторной и самостоятельной работы. Лабораторные занятия обеспечивают развитие и закрепление умений и навыков определения целей и задач саморазвития, а также принятия наиболее эффективных решений по их реализации.

2. Информационно-коммуникационные образовательные технологии – организация образовательного процесса, основанная на применении специализированных программных сред и технических средств работы с информацией.

Лабораторные занятия проводятся в компьютерных классах вычислительного центра ФГБОУ ВО «МГТУ». В ходе проведения лекционных занятий предусматривается:

- использование электронного демонстрационного материала по темам, требующим иллюстрации работы программных продуктов: MS Word, MS Excel, MS PowerPoint.

- в ходе проведения лабораторных работ предусматривается использование математического пакета MAPLE при выполнении индивидуальных заданий.

- использование образовательного портала ФГБОУ ВО «МГТУ».

4. Проблемная технология обучения

Методика ориентирована на лабораторные работы поисково-исследовательского типа

Обмен информацией, полученной студентами в ходе самостоятельного поиска и исследования по поставленной проблеме, рекомендуется организовать в рамках лабораторных работ. Ценность данной формы занятий в том, что в процессе обсуждения можно высказать собственное мнение и попытаться доказать его правильность.

При изучении дисциплины для каждого раздела предлагается перечень вопросов для самоконтроля. Возможны три варианта использования данных вопросов при изучении теоретического материала: либо для контроля полученных студентами знаний по окончании изучения раздела, либо для обсуждения каждого вопроса как мини-проблемы в ходе лабораторной работы, либо то и другое в определенном сочетании. Допускается иная постановка вопросов преподавателем, а самостоятельная формулировка студентами вопросов для обсуждения при выполнении лабораторной работы только приветствуется. Лабораторные работы поисково-исследовательского типа не только способствуют углубленной проработке теоретического материала предмета на протяжении всего изучения курса, но и развивают творческую самостоятельность студентов, способность к обобщениям, укрепляя их интерес к исследованиям, содействуя выработке практических навыков работы.

6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Представлено в приложении 1.

7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Представлены в приложении 2.

8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) Основная литература:

Лобанов, А. И. Математическое моделирование нелинейных процессов : учебник для вузов / А. И. Лобанов, И. Б. Петров. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 255 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-8897-0. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/452200>.

б) Дополнительная литература:

1. Зализняк, В. Е. Численные методы. Основы научных вычислений : учебник и практикум для вузов / В. Е. Зализняк. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 356 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02714-3. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/>.

2. Крылов В.И. Вычислительные методы. Т. II / В.И. Крылов, В.В. Бобков, П.И. Монастырский. Главная редакция физико-математической литературы изд-во «Наука», М., 1977.

3. Березин И.С. Методы вычислений. Т. II / И.С. Березин, Н.П. Жидков. Государственное издательство физико-математической литературы. М. 1960.

4. Хайрер Э. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи / Э. Хайкер, С. Нерсетт, Г. Ваннер. Пер. с англ. — М.: Мир, 1990. — 512 с.

5. Хайрер Э. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жесткие и дифференциально-алгебраические задачи. Пер. с англ. — М.: Мир, 1999. — 685 с.

6. Новиков Е.А. Явные методы для жестких систем. Новосибирск: Наука, 1997. 195 с.

7. Хайнер Э., Нерсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений, Нежесткие задачи: Пер. с англ. М.: Мир, 1990. 512 с.

8. Новиков Е.А. Контроль устойчивости метода Фельберга седьмого порядка точности / Е.А. Новиков, Ю.В. Шорников. Вычислительные технологии. — 2006. Т. 11, № 4. С. 65-72.

9. Новиков Е.А. Разработка алгоритмов переменной структуры для решения жестких задач: дис. ... канд. физ.-мат. наук / Е.А. Новиков, 2014. — 123 с.

в) Методические указания:

Емельянов, В. Н. Численные методы: введение в теорию разностных схем : учебное пособие для вузов / В. Н. Емельянов. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 188 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-06617-3. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/453264>

Пименов, В. Г. Численные методы в 2 ч. Ч. 2 : учебное пособие для вузов / В. Г. Пименов, А. Б. Ложников. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 107 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10891-0. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/454053>.

г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Программное обеспечение

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
MS Office 2007 Professional	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно
7Zip	свободно распространяемое ПО	бессрочно
Maple 14 Classroom License	К-113-11 от 11.04.2011	бессрочно
NotePad++	свободно распространяемое ПО	бессрочно
Adobe Reader	свободно распространяемое ПО	бессрочно

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Название курса	Ссылка
Международная справочная система «Полпред» polpred.com отрасль «Образование, наука»	URL: http://education.polpred.com/
Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)	URL: https://elibrary.ru/project_risc.asp
Поисковая система Академия Google (Google Scholar)	URL: https://scholar.google.ru/

9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Учебные аудитории для проведения лабораторных занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации
Персональные компьютеры с пакетом MS Office, вы-ходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета;

Комплекс тестовых заданий для проведения рубежного и промежуточного контроля

Помещения для самостоятельной работы обучающихся
Персональные компьютеры с пакетом MS Office, вы-ходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета

Помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования
Шкафы для хранения учебно-методической документации, учебного оборудования и учебно-наглядных пособий

Приложение 1. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Перечень вопросов для подготовки к экзамену:

1. Конечно-разностные методы.
2. Явные схемы.
3. Решение задачи Коши с помощью формулы Тейлора.
4. Методы Рунге-Кутты.
5. Оценка погрешности и сходимости методов Рунге-Кутты.
6. Практическая оценка погрешности и выбор длины шага.
7. Методы с проверкой погрешности на временном шаге.
8. Методы использующие старшие производные.
9. Решение начально-краевой задачи для уравнения диффузии.
10. Многошаговые методы. Экстраполяционные методы Адамса.
11. Интерполяционные методы Адамса.
12. Методы с контролем погрешности на шаге.

Примерное задание к лабораторной работе

Решить начально-краевую задачу для дифференциального уравнения

$$13. \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2}, \quad a^2 = 0,1, \quad 0 < x < l$$

при следующих начальных и граничных условиях $T(x,0) = 20\left(1 + \frac{x}{l}\right) + 10x(l-x)$ и $T(0,t) = 20$,

$T(l,t) = 40$ условиях.

Построить дискретизацию области конечно - разностным методом.

Для нахождения вычислительного решения использовать чисто явную схему

$$T_{j,n+1} = T_{j,n} + s(T_{j-1,n} - 2T_{j,n} + T_{j+1,n}), \quad s = \frac{a^2 \Delta t}{\Delta x^2}.$$

Проверить, при каких значениях s схема будет устойчивой?

Приложение 2. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
Код и содержание компетенции		
ОПК-2.1:	Производит научные исследования для совершенствования и реализации новых математических методов решения прикладных задач	Решить начально-краевую задачу для дифференциального уравнения $\frac{\partial u(x,y,t)}{\partial t} = \alpha^2 \left(\frac{\partial^2 u(x,y,t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x,y,t)}{\partial y^2} \right), \quad 0 < x < a, \\ 0 < y < b$ при следующих начальных $u(x,y,0) = u_0(x,y) \quad 0 \leq x \leq a, \quad 0 \leq y \leq b \quad \text{и}$ граничных $u(0,y,t) = Y_0(y,t), \\ u(a,y,t) = Y_a(y,t), \quad 0 \leq y \leq b, \quad t > 0, \\ u(x,0,t) = X_0(x,t), \\ u(x,b,t) = X_b(x,t), \quad 0 \leq x \leq a, \quad t > 0$ условиях. Построить дискретизацию области конечно - разностным методом. Для нахождения вычислительного решения использовать явную схему $u_{i,j}^{n+1} = u_{i,j}^n + s_x u_{i-1,j}^n - 2(s_x + s_y) u_{i,j}^n + s_x u_{i+1,j}^n + s_y u_{i,j-1}^n + s_y u_{i,j+1}^n,$ $s_x = \frac{a^2 \Delta t}{\Delta x^2}, \quad s_y = \frac{\alpha^2 \Delta t}{\Delta y^2}.$ Для вычислительных экспериментов надо задать: $a = b = 1, \quad u_0 = xy(a-x)(b-y), \\ Y_0 = 20, \quad Y_a = 40, \\ X_0 = 30, \quad X_b = 50.$
ОПК-2.2:	Оценивает результаты новых научных разработок по совокупности методологических признаков для выбора оптимальных решений	Решить начально-краевую задачу для дифференциального уравнения $\frac{\partial T(x,y,t)}{\partial t} = a^2 \left(\frac{\partial^2 T(x,y,t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x,y,t)}{\partial y^2} \right), \quad a^2 = 0,1, \quad 0 < x < l, \\ 0 < y < b$ при следующих начальных $T(x,0) = (l-x)(b-y) \quad \text{и}$ граничных $T(0,y,t) = \sin(y), \\ T(l,y,t) = \cos(y), \quad T(x,0,t) = \sin(x), \quad T(x,b,t) = \cos(x)$

	прикладных задач	условиях. <i>Построить дискретизацию области конечно - разностным методом.</i> <i>Для нахождения вычислительного решения использовать чисто явную схему</i> $T_{j,n+1} = T_{i,j,n} + s_x T_{i-1,j,n} - 2(s_x + s_y) T_{i,j,n} + s_x T_{i+1,j,n} + s_y T_{i,j-1,n} + s_y T_{i,j+1,n}$ $s_x = \frac{a^2 dt}{dx^2}, \quad s_y = \frac{a^2 dt}{dy^2}.$ <i>Проверить, при каких значениях s схема будет устойчивой?</i>
ОПК-2.3:	Систематизирует и обобщает опыт для обоснования выбора оптимального решения прикладных задач	Решить начально-краевую задачу для дифференциального уравнения $\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = a^2 \left(\frac{\partial^2 T(x,y,t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x,y,t)}{\partial y^2} \right), \quad a^2 = 0,1, \quad 0 < x < l, \quad 0 < y < b$ при следующих начальных $T(x,0) = (l-x)(b-y)$ и граничных $T(0,y,t) = \sin(y)$, $T(l,y,t) = \cos(y)$, $T(x,0,t) = \sin(x)$, $T(x,b,t) = \cos(x)$ условиях. <i>Построить дискретизацию области конечно - разностным методом.</i> <i>Для нахождения вычислительного решения использовать явную схему</i> $-s_x T_{i-1,j,n+1} - s_y T_{i,j-1,n+1} + [1 + 2(s_x + s_y)] T_{i,j,n+1} - s_x T_{i+1,j,n+1} - s_y T_{i,j+1,n+1} = T_{i,j,n}$ $s_x = \frac{a^2 \Delta t}{\Delta x^2}, \quad s_y = \frac{a^2 \Delta t}{\Delta y^2}.$

б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:

Промежуточная аттестация по дисциплине включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и владений, проводится в форме экзамена.

Экзамен по дисциплине проводится по результатам отчетности на лабораторных работах с опросом в устной форме по билетам экзамена.

Показатели и критерии оценивания экзамена:

- на оценку **«отлично»** (5 баллов) – обучающийся демонстрирует высокий уровень сформированности компетенций, всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.
- на оценку **«хорошо»** (4 балла) – обучающийся демонстрирует средний уровень сформированности компетенций: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.
- на оценку **«удовлетворительно»** (3 балла) – обучающийся демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенций: в ходе контрольных мероприятий допускаются ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.
- на оценку **«неудовлетворительно»** (2 балла) – обучающийся демонстрирует знания не более 20% теоретического материала, допускает существенные ошибки, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.

– на оценку **«неудовлетворительно»** (1 балл) – обучающийся не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.