



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»



УТВЕРЖДАЮ
Директор ИЕиС
И.Ю. Мезин

19.02.2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

АЛГЕБРА И ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

Направление подготовки (специальность)
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль/специализация) программы
Математика и физика

Уровень высшего образования - бакалавриат

Форма обучения
очная

Институт/ факультет	Институт естествознания и стандартизации
Кафедра	Прикладной математики и информатики
Курс	1, 2
Семестр	1, 2, 3

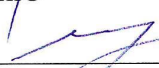
Магнитогорск
2024 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (приказ Минобрнауки России от 22.02.2018 г. № 125)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики
09.02.2024, протокол № 6

Зав. кафедрой  Ю.А. Извеков

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕиС
19.02.2024 г. протокол № 5

Председатель  И.Ю. Мезин

Рабочая программа составлена:

профессор кафедры ПМии, д-р пед. наук  П.Ю. Романов

Рецензент:

зав. кафедрой Физики, канд. физ.-мат. наук  Д.М. Долгушин

Лист актуализации рабочей программы

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2025 - 2026 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2026 - 2027 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2027 - 2028 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2028 - 2029 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2029 - 2030 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

1 Цели освоения дисциплины (модуля)

Формирование основных понятий и методов решения соответствующих классов задач, повышение достигнутого на предыдущей ступени образования уровня математической подготовки, необходимого для изучения других дисциплин, осуществления профессиональной деятельности и дальнейшего самообразования, формирование способности использовать базовые знания естественных наук, математики, основные факты, концепции, принципы теорий; формирование компетенций, сформулированных в ФГОС ВО по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Алгебра и теория чисел входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Алгебра и геометрия в объеме средней общеобразовательной школы

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Геометрия

Дискретная математика

Элементарная математика

Методика обучения математике в школе

Методика подготовки учащихся к итоговой аттестации

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Алгебра и теория чисел» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции
ОПК-8	Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний
ОПК-8.1	Планирует и проводит научные исследования в области педагогической деятельности
ОПК-8.2	Использует специальные научные знания для повышения эффективности педагогической деятельности

Общая трудоемкость дисциплины составляет 10 зачетных единиц 360 акад. часов, в том числе:

- Форма аттестации - зачет с оценкой, экзамен

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа студента	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код компетенции
		Лек.	лаб. зан.	практ. зан.				
1. Алгебра матриц								
1.1 Матрицы. Операции над матрицами. Определители матриц и их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Обратная матрица. Критерий обратимости матрицы. Способы нахождения обратной матрицы	1	12		18	10	Подготовка к практическому занятию. Выполнение практических работ (решение задач, письменных работ). Изучение научно-методической литературы	Устный опрос, проверка индивидуальных заданий, самостоятельная работа, контрольная работа	ОПК-8.1, ОПК-8.2
Итого по разделу		12		18	10			
2. Системы линейных алгебраических уравнений								
2.1 Метод Гаусса. Теорема Крамера. Критерий совместности системы линейных алгебраических уравнений. Матричный способ решения систем линейных алгебраических уравнений	1	12		18	12	Подготовка к практическому занятию. Выполнение практических работ (решение задач, письменных работ). Изучение научно-методической литературы	Устный опрос, проверка индивидуальных заданий, самостоятельная работа, контрольная работа	ОПК-8.1, ОПК-8.2
Итого по разделу		12		18	12			
3. Основы векторной алгебры								

[illegible]

6.1 Делимость чисел. НОД. НОК. Разложение чисел на простые множители. Распределение простых чисел. Позиционные системы счисления. Арифметические операции над систематическими числами. Перевод чисел из одной системы счисления в другую.	3	24		24	16	Подготовка к практическому занятию. Выполнение практических работ (решение задач, письменных работ). Изучение научно-методической литературы	Устный опрос, проверка индивидуальных заданий, самостоятельная работа, контрольная работа	ОПК-8.1, ОПК-8.2
Итого по разделу		24		24	16			
7. Сравнения в кольце целых чисел								
7.1 Основные понятия. Свойства сравнений. Полная и приведенная системы вычетов. Теоремы Эйлера и Ферма. Линейные сравнения. Арифметические приложения теории сравнений.	3	12		12	18,1	Подготовка к практическому занятию. Выполнение практических работ (решение задач, письменных работ). Изучение научно-методической литературы	Устный опрос, проверка индивидуальных заданий, самостоятельная работа, контрольная работа	ОПК-8.1, ОПК-8.2
Итого по разделу		12		12	18,1			
Итого за семестр		36		36	34,1		зао	
Итого по дисциплине		106		124	86,5		зачет с оценкой, экзамен	

5 Образовательные технологии

При проведении занятий и организации самостоятельной работы студентов используются:

ТРАДИЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ, предполагающие передачу информации в готовом виде, формирование учебных умений по образцу: лекция-изложение, лекция-объяснение, практические работы, контрольная работа и др. Использование традиционных технологий обеспечивает ориентирование студента в потоке информации, связанной с различными подходами к определению сущности, содержания, методов, форм развития и саморазвития личности; самоопределение в выборе оптимального пути и способов личностно-профессионального развития; систематизацию знаний, полученных студентами в процессе аудиторной и самостоятельной работы. Практические занятия обеспечивают развитие и закрепление умений и навыков определения целей и задач саморазвития, а также принятия наиболее эффективных решений по их реализации.

ИНТЕРАКТИВНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ, предполагающие организацию обучения как продуктивной творческой деятельности в режиме взаимодействия студентов друг с другом и с преподавателем

6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Представлено в приложении 1.

7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Представлены в приложении 2.

8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) Основная литература:

1. Карнаков В.А. Лекции по линейной алгебре. - Иркутск 2016. – URL: http://physdep.isu.ru/ru/departments/theory/study/Karnakov_lect_lin_algebra.pdf

2. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. – URL: <https://siblec.ru/matematika/linejnaya-algebra-i-analiticheskaya-geometriya>

3. Глухов, М. М. Алгебра : учебник / М. М. Глухов, В. П. Елизаров, А. А. Нечаев. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 608 с. — ISBN 978-5-8114-4775-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/126718> (дата обращения: 20.03.2024).

4. Фаддеев, Д. К. Лекции по алгебре : учебное пособие / Д. К. Фаддеев. — 7-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 416 с. — ISBN 978-5-8114-4867-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/126709> (дата обращения: 20.03.2024).

б) Дополнительная литература:

1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. – URL: <https://siblec.ru/matematika/linejnaya-algebra-i-analiticheskaya-geometriya>

2. Высшая математика для экономистов. Практикум : учеб. пособие для вузов / Кремер Н. Ш. - М. : ЮНИТИ, 2010. - 478 с. - (Золотой фонд российских учебников) - Рек. Мин. обр. РФ (36 экз.)

в) Методические указания:

1. Туганбаев, А.А. Линейная алгебра: учебное пособие / А.А. Туганбаев. — 2-е изд., стер. — Москва: ФЛИНТА, 2017. — 75 с. —Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL:

<https://e.lanbook.com/book/108266>.

2. Иванова, С. А. Линейная алгебра : учебное пособие / С. А. Иванова, В. А. Павский. — Кемерово : КемГУ, 2019. — 125 с. — ISBN 978-5-8383-2359-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/122007> (дата обращения: 20.03.2024).

г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Программное обеспечение

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
7Zip	свободно распространяемое ПО	бессрочно
КРЕДО ТРАНСКОР 3.0	Д-414-08 от 04.07.2008	бессрочно
STATISTICA в.6	К-139-08 от 22.12.2008	бессрочно

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Название курса	Ссылка
Поисковая система Академия Google (Google Scholar)	URL: https://scholar.google.ru/
Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)	URL: https://elibrary.ru/project_risc.asp

9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа

Учебные аудитории для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации

Помещения для самостоятельной работы обучающихся

Помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

По дисциплине «Алгебра» предусмотрена аудиторная и внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся.

Аудиторная самостоятельная работа студентов предполагает решение контрольных задач на практических занятиях. Внеаудиторная самостоятельная работа предполагает выполнение ИДЗ

ИДЗ 1.

1. Решить системы линейных алгебраических уравнений.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8. \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 3. \\ 3x_1 - 6x_2 + 5x_3 = 6; \end{cases}$$

П. Вычислить матрицы AB , BA , A^2 , B^2 , если

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & -2 \\ 3 & -2 & 1 \\ 5 & 1 & -5 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 8 & 2 & -5 \end{pmatrix}$$

ИДЗ 2.

1. По формулам Крамера решить систему уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 3x_4 = 1, \\ 4x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 - x_3 + 4x_4 = -1, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 6x_4 = 2 \end{cases}$$

2. Найти обратную матрицу для матрицы А:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -2 \\ 3 & 8 & 0 & -4 \\ 2 & 2 & -4 & -3 \\ 3 & 8 & -1 & -6 \end{pmatrix}$$

ИДЗ 3.

1. Установите, является ли данная система векторов

$\vec{a}_1(2; -3; 1)$, $\vec{a}_2(3; -1; 5)$, $\vec{a}_3(1; -4; 3)$ линейно зависимой. Ответ обосновать.

2. Найти ранг данной системы векторов, указать всевозможные ее

базисы и выразить через базис все векторы системы $\vec{a}_1(2; 3; 9)$, $\vec{a}_2(7; 5; 4)$, $\vec{a}_3(3; 2; 3)$, $\vec{a}_4(1; 2; 7)$.

ИДЗ 4.

1. Представить число $\frac{1-i}{i^3+2} - \frac{1+2i}{i^5}$ в алгебраической форме и найти его модуль
2. Решить квадратное уравнение: $3x^2 - (2-5i)x + 22 + 4i = 0$.
3. Решить уравнение: $5|z| - 3i = \frac{z+3}{i} + 1$.
4. Изобразить на плоскости множество точек плоскости, удовлетворяющих условию: $\operatorname{Re}(z + (2-5i)) = 5$.

ИДЗ 5.

1. Какие из следующих сравнений являются верными:
 $3 \equiv 111 \pmod{49}$, $-7 \equiv 18 \pmod{5}$, $17 \equiv 239 \pmod{19}$?
2. Записать в виде сравнений следующие утверждения:
 - а) число делится на 14;
 - б) 17 – остаток от деления на 39 на 485;
 - в) число N нечетно;
 - г) число N имеет вид $3k+2$;
 - д) число N имеет вид $12k-7$.
3. Найти остаток от деления на число 37 числа $A =$.
4. Найти остаток от деления:
 - а) числа 11^n на 11 число, где n – любое целое неотрицательное число;
 - б) числа 9^n на 9 число, где n – любое целое неотрицательное число.

Приложение 2

Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация имеет целью определить степень достижения запланированных результатов обучения по дисциплине за определенный период обучения (семестр) и проводится в форме зачета, зачета с оценкой, экзамена

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
ОПК-8: Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний		
ОПК-8.1	Планирует и проводит научные исследования в области педагогической деятельности	1. Системы линейных уравнений. Основные определения. Элементарные преобразования систем линейных уравнений. 2. Изложение метода Гаусса. Возможные варианты количества решений систем линейных алгебраических уравнений 3. Определение определителя. Вычисление определителя второго порядка (ответ подкрепить конкретными примерами). 4. Определение определителя. Вычисление определителя третьего порядка. Правило Саррюса. 5. Определение определителя. Свойства определителей (каждое свойство проиллюстрировать конкретными примерами). 6. Миноры и алгебраические дополнения. Лемма о вычислении определителя матрицы $n - 20$ порядка, содержащей строку (столбец), все элементы которой, за исключением, быть может, одного элемента равны нулю (ответ подкрепить конкретными примерами). 7. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о вычислении определителя матрицы через элементы какой-либо строки (столбца) и их алгебраические дополнения(ответ подкрепить конкретными примерами). 8. Решение систем линейных уравнений при помощи формул Крамера (ответ подкрепить конкретными примерами). 9. Алгебра матриц: основные определения, операции над матрицами, свойства операций над матрицами. Единичная матрица. Обратная и обратимая матрицы. 10. Вырожденная матрица. Достаточный признак обратимости матрицы. На

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		конкретном примере показать нахождение обратной матрицы. 11. Способ нахождения матрицы, обратной данной с использованием единичной матрицы (иллюстрация на конкретном примере). 12. Матричный способ решения систем n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными 13. Векторы. Основные определения теории векторов. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость векторов. 14. Базис системы векторов. Теорема о существовании базиса у всякой ненулевой системы векторов. Правило нахождения базиса системы векторов 15. Базис системы векторов. Теорема о разложении любого вектора через вектора базиса (привести конкретные примеры). 16. Ранг системы векторов. Правило нахождения ранга системы векторов. 17. Ранг системы векторов. Теорема об эквивалентности системы алгебраических уравнений и векторного уравнения. 18. Теорема Кронекера-Капелли. Правило нахождения ранга системы векторов. На конкретном примере проиллюстрировать применимость теоремы Кронекера-Капелли.
ОПК-8.2	Использует специальные научные знания для повышения эффективности педагогической деятельности	1. Решить уравнение: $3(a_1 - 2x) + 5(a_2 + a_3 - 3x) = 2(a_3 - 4x)$, где $a_1 = (4, 3, 1, 2)$, $a_2 = (2, -1, -3, 4)$, $a_2 = (2, -1, -3, 4)$, $a_3 = (-1, 4, -5, 3)$. 2. Установить линейную независимость векторов: а) $a_1 = (3, 1, 1, 1, 1)$, $a_2 = (1, 1, 2, 3, 1)$, $(1, 2, 9, 1, 4)$, $a_4 = (1, 1, 3, 8, 2)$; б) $a_1 = (1, 1, 1, 1)$, $a_2 = (1, -1, 2, -2)$, $(1, 3, 0, 4)$, $a_4 = (1, 5, -1, 7)$. 3. Найти ранг данной системы векторов, указать всевозможные ее базы и выразить через базу все векторы системы: а) $a_1 = (5, 2, -3, 1)$, $a_2 = (4, 1, -2, 3)$,

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		$(1, 1, -1, -2), a_4 = (3, 4, -1, 2);$ 4. Найти матрицу $X = A(B - 2C)$ и вычислить ее определитель, если $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ 5. Решить систему: 1) методом Гаусса; 2) методом Крамера, показав умения находить определители: а) по правилу Саррюса; б) сведением матрицы определителя к треугольному виду; в) получением столбца (строка) со всеми нулевыми элементами, за исключением одного; 3) матричным способом. $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 8, \\ -2x_1 + x_2 + 2x_3 = -6, \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 4; \end{cases}$

Перечень вопросов к зачету (1 семестр)

1. Матрицы. Операции над матрицами.
2. Подстановки. Знак подстановки
3. Определители матриц и их свойства.
4. Миноры и алгебраические дополнения.
5. Обратная матрица. Критерий обратимости матрицы.
6. Способы нахождения обратной матрицы
7. Метод Гаусса.
8. Теорема Крамера.
9. Критерий совместности системы линейных алгебраических уравнений.
10. Матричный способ решения систем линейных алгебраических уравнений
11. Арифметические n-мерные векторы. Операции над векторами.
12. Линейно зависимые (независимые) системы векторов. Свойства систем векторов.
13. Базис и ранг системы векторов.
14. Однородные системы линейных уравнений

Перечень вопросов к экзамену (2 семестр)

1. Группы. Определение, примеры, свойства.
2. Подгруппы. Определение, примеры, критерий.
3. Кольца. Определение, примеры, свойства.
4. Поля. Определение, примеры, свойства.
5. Построение поля комплексных чисел.

6. Алгебраическая форма комплексного числа. Действия с комплексными числами в алгебраической форме.
7. Тригонометрическая форма комплексного числа. Перевод комплексных чисел из алгебраической формы в тригонометрическую.
8. Действия с комплексными числами в тригонометрической форме.
9. Корни n -й степени из 1.
10. Корни n -й степени из отличного от 0 комплексного числа.
11. Решение квадратных уравнений над полем комплексных чисел.

Перечень вопросов к зачету (3 семестр)

1. Определение векторного пространства. Примеры. Свойства.
2. Подпространство. Критерий.
3. Базис и размерность векторного пространства. Теорема о связи размерности с базисом.
4. Теорема о связи базиса с размерностью.
5. Теоремы о построении базиса и о разложении по базису.
6. Матрица перехода от одного базиса к другому. Теорема о связи координатных столбцов вектора в различных базисах.
7. Теорема об обратимости матрицы перехода от одного базиса к другому.
8. Скалярное произведение векторов и его свойства.
9. Ортогональный базис. Нахождение координат вектора в ортогональном базисе.
10. Теорема о линейной независимости ортогональной системы векторов.
11. Построение ортогонального базиса векторного пространства со скалярным умножением.
12. Евклидово пространство. Норма вектора и ее свойства.
13. Ортонормированный базис. Нахождение координат вектора в ортонормированном базисе.
14. Линейные операторы. Примеры. Лемма.
15. Ядро линейного оператора. Теорема о ядре линейного оператора. Дефект линейного оператора.
16. Множество значений линейного оператора. Теорема о множестве значений линейного оператора. Ранг линейного оператора.
17. Теорема о связи дефекта и ранга линейного оператора.
18. Матрица линейного оператора. Теорема о матрице линейного оператора.
19. Теорема о связи координатных столбцов вектора и значения линейного оператора от этого вектора.
20. Теорема о связи матриц линейного оператора в различных базисах.
21. Спектр линейного оператора и его нахождение.
22. Собственные векторы линейного оператора и их нахождение.

23. Лине́йные опера́торы с простым спектром. Теоремы о матрице линейного оператора с простым спектром.

Перечень вопросов к зачету (3 семестр)

1. Делимость чисел. Свойства
2. НОД, НОК.
3. Разложение чисел на простые множители.
4. Распределение простых чисел.
5. Позиционные системы счисления.
6. Арифметические операции над систематическими числами.
7. Основные понятия теории сравнений. Свойства сравнений.
8. Полная и приведенная системы вычетов.
9. Теоремы Эйлера и Ферма.
10. Лине́йные сравнения.
11. Арифметические приложения теории сравнений.