



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.М. Носова»



УТВЕРЖДАЮ
Директор ИЕиС
И.Ю. Менин

19.02.2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ

Направление подготовки (специальность)

01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль/специализация) программы

Математическое моделирование и цифровые двойники

Уровень высшего образования - магистратура

Форма обучения

очная

Институт/факультет	Институт естественных и стандартизации
Кафедра	Прикладной математики и информатики
Курс	1
Семестр	1, 2

Магнитогорск
2024 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - магистратура по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика (принят Минобрнауки России от 10.01.2018 г. № 13)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

09.02.2024, протокол № 6

Зав. кафедрой  Ю.А. Извеков

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕиС

19.02.2024 г. протокол № 5

Председатель  И.Ю. Мезин

Рабочая программа составлена:

доцент кафедры ПМИн, канд. физ.-мат. наук  О.А. Торшина

Рецензент:

зав. кафедрой Физики, канд. физ.-мат. наук  Д.М. Долгушин

Лист актуализации рабочей программы

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2025 - 2026 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от ____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2026 - 2027 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от ____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

1 Цели освоения дисциплины (модуля)

Подготовка студентов по курсу «Вычислительные методы линейной алгебры» в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и информатика» магистерской программы. Данный курс направлен на формирование математических методов, алгоритмов, приобретение практических навыков численного решения задач линейной алгебры.

2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Вычислительные методы линейной алгебры входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Спектральная теория дифференциальных операторов

Выполнение и защита выпускной квалификационной работы

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Вычислительные методы линейной алгебры» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции
ОПК-2	Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач
ОПК-2.1	Производит научные исследования для совершенствования и реализации новых математических методов решения прикладных задач
ОПК-2.2	Оценивает результаты новых научных разработок по совокупности методологических признаков для выбора оптимальных решений прикладных задач
ОПК-2.3	Систематизирует и обобщает опыт для обоснования выбора оптимального решения прикладных задач

4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц 252 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 57 акад. часов;
- аудиторная – 53 акад. часов;
- внеаудиторная – 4 акад. часов;
- самостоятельная работа – 195 акад. часов;
- в форме практической подготовки – 0 акад. час;

Форма аттестации - курсовая работа, зачет

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа студента	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код компетенции
		Лек.	лаб. зан.	практ. зан.				
1. Погрешности приближенных вычислений и основные теоремы								
1.1 Погрешности приближенных вычислений	1	2	2		6	Изучение учебной и научной литературы	Опрос,обсуждение.	ОПК-2.1, ОПК-2.2
1.2 Обусловленность системы линейных алгебраических уравнений		2	2		3,1	Изучение литературы.	Устный опрос. Проверка алгоритма	ОПК-2.1, ОПК-2.3
Итого по разделу		4	4		9,1			
2. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений								
2.1 Метод Халецкого	1	2	2		6	Самостоятельное изучение учебной и научной литературы. Подготовка к лабораторной работе.	Устный опрос. Проверка алгоритма	ОПК-2.1, ОПК-2.2
2.2 Метод квадратных корней			2		6	Подготовка к лабораторной работе.	Устный опрос.	ОПК-2.1, ОПК-2.2
2.3 Метод прогонки			2		10	Самостоятельное изучение учебной и научной литературы.	Опрос, обсуждение.	ОПК-2.1, ОПК-2.2
Итого по разделу		2	6		22			
3. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений								

3.1 Метод простой итерации	1	1	1		4	Самостоятельное изучение учебной и научной литературы.	Проверка лабораторной работы.	ОПК-2.1
3.2 Метод Зейделя		1	1		7	Самостоятельное изучение учебной и научной литературы. Подготовка к лабораторной работе.	Беседа - обсуждение	ОПК-2.1
3.3 Метод релаксации		1	1		6,1	Подготовка к лабораторному занятию.	Опрос, обсуждение. Отчет о выполнении лабораторных работ.	ОПК-2.1
3.4 Каноническая форма двухслойных итерационных методов		2	1		6	Подготовка к лабораторному занятию.	Опрос, обсуждение. Отчет о выполнении лабораторных работ.	ОПК-2.1
3.5 Теоремы двухслойных итерационных методов		2	1		8	Подготовка к лабораторному занятию.	Опрос, обсуждение. Отчет о выполнении лабораторных работ.	ОПК-2.1
3.6 Метод минимальных невязок		1	1		12	Изучение учебной и научной литературы.	Проверка изучения основной и дополнительной литературы.	ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3
3.7 Метод скорейшего спуска		2	1		15	Изучение учебной и научной литературы.	Проверка изучения основной и дополнительной литературы.	ОПК-2.1, ОПК-2.3
3.8 Обобщенный метод Якоби		2	1		17	Подготовка к лабораторному занятию.	Опрос, обсуждение. Отчет о выполнении лабораторных работ.	ОПК-2.1, ОПК-2.3
Итого по разделу		12	8		75,1			
Итого за семестр		18	18		106,2			
4. Методы решения задач на собственные значения и собственные вектора								
4.1 Устойчивость задачи на собственные значения	2		2		2	Решение задач.	Проверка изучения основной и дополнительной литературы.	ОПК-2.1
4.2 Метод вращения Якоби			4		2	Подготовка к лабораторному занятию.	Опрос, обсуждение. Отчет о выполнении лабораторных работ.	ОПК-2.1, ОПК-2.2

4.3 Степенной метод		2		2	Решение задач.	Проверка изучения основной и дополнительной литературы.	ОПК-2.1
4.4 Обратный степенной метод		2		2	Подготовка к лабораторному занятию.	Опрос, обсуждение. Отчет о выполнении лабораторных работ.	ОПК-2.1
4.5 Итерационный метод				9	Подготовка к лабораторному занятию.	Опрос, обсуждение. Отчет о выполнении лабораторных работ.	ОПК-2.1, ОПК-2.2
4.6 Методы для матриц, не принадлежащих к специальному классу		4		4	Изучение учебной и научной литературы.	Проверка изучения основной и дополнительной литературы.	ОПК-2.1
4.7 Стандартные алгоритмы LU-разложения		4		12	Решение задач.	Проверка изучения основной и дополнительной литературы.	ОПК-2.1
4.8 Векторно-ориентированные алгоритмы LU-разложения		4		6	Подготовка к лабораторному занятию.	Опрос, обсуждение. Отчет о выполнении лабораторных работ.	ОПК-2.1, ОПК-2.2
4.9 Алгоритмы окаймления в LU-разложении				6	Изучение учебной и научной литературы.	Проверка изучения основной и дополнительной литературы.	ОПК-2.1
4.10 Разреженные формы LU-разложения		4		6	Подготовка к лабораторному занятию.	Опрос, обсуждение. Отчет о выполнении лабораторных работ.	ОПК-2.1
4.11 Разложения Холецкого				4	Подготовка к лабораторному занятию.	Опрос, обсуждение. Отчет о выполнении лабораторных работ.	ОПК-2.1
4.12 QR – алгоритм		1		4	Изучение учебной и научной литературы.	Проверка изучения основной и дополнительной литературы.	ОПК-2.1, ОПК-2.2
4.13 Обобщенная задача на собственные значения		2		10	Подготовка к лабораторному занятию.	Опрос, обсуждение. Отчет о выполнении лабораторных работ.	ОПК-2.1
4.14 Метод приведения обобщенной задачи к стандартной		5		2,8	Изучение учебной и научной литературы.	Проверка изучения основной и дополнительной литературы.	ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3

Итого по разделу		34		71,8			
Итого за семестр		34		71,8		зачёт,кр	
Итого по дисциплине	18	52		178		курсовая работа, зачет	

5 Образовательные технологии

1. Традиционные технологии обучения, предполагающие передачу информации в готовом виде, формирование учебных умений по образцу: лекция-изложение, лекция-объяснение, практические (семинарские) занятия.

Использование традиционных технологий обеспечивает ориентирование студента в потоке информации, связанной с различными подходами к определению сущности, содержания, методов, форм развития и саморазвития личности; самоопределение в выборе оптимального пути и способов личностно-профессионального развития; систематизацию знаний, полученных студентами в процессе аудиторной и самостоятельной работы. Лекционные занятия проводятся с использованием мультимедийных средств. Лабораторные занятия обеспечивают развитие и закрепление умений и навыков определения целей и задач саморазвития, а также принятия наиболее эффективных решений по их реализации. Практические занятия проводятся в компьютерных классах вычислительного центра ФГБОУ ВО «МГТУ».

В ходе проведения лекционных занятий предусматривается: использование электронного демонстрационного материала по темам, требующим иллюстрации работы программных продуктов: MS Word, MS Excel.

В ходе проведения лабораторных занятий предусматривается использование средств вычислительной техники при выполнении индивидуальных заданий и тестирования.

2. Интерактивные формы обучения, предполагающие организацию обучения как продуктивной творческой деятельности в режиме взаимодействия студентов друг с другом и с преподавателем

Использование интерактивных образовательных технологий способствует повышению интереса и мотивации учащихся, активизации мыслительной деятельности и творческого потенциала студентов, делает более эффективным усвоение материала, позволяет индивидуализировать обучение и ввести экстренную коррекцию знаний.

При проведении лабораторных занятий используются групповая работа, технология коллективной творческой деятельности, технология сотрудничества, обсуждение проблемы в форме дискуссии, дебаты, круглый стол. Данные технологии обеспечивают высокий уровень усвоения студентами знаний, эффективное и успешное овладение умениями и навыками в предметной области, формируют познавательную потребность и необходимость дальнейшего самообразования, позволяют активизировать исследовательскую деятельность, обеспечивают эффективный контроль усвоения знаний.

3. Возможности образовательного портала ФГБОУ ВО «МГТУ» для предоставления студентам графика самостоятельной работы, расписания консультаций, заданий для самостоятельного выполнения и рекомендуемых тем для самостоятельного изучения.

Методика, предлагаемая для изучения курса «Вычислительные методы линейной алгебры» ориентирована на лекции проблемно-информационного характера, семинарские занятия исследовательского типа и подготовку рефератов.

Используемые образовательные технологии позволяют активно применять в учебном процессе интерактивные формы проведения занятий (компьютерная симуляция, разбор конкретных ситуаций), что способствует формированию и развитию профессиональных навыков обучающихся. Применяемые в процессе изучения дисциплины поисковый и исследовательский методы в полной мере соответствуют требованиям ФГОС по реализации компетентностного подхода.

6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Представлено в приложении 1.

7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Представлены в приложении 2.

8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) Основная литература:

1. Бурмистрова, Е. Б. Линейная алгебра : учебник и практикум для академического бакалавриата / Е. Б. Бурмистрова, С. Г. Лобанов. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 421 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-3588-2. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/425852>

2. Кадченко С.И., Торшина О.А. Численные методы решения нелинейных алгебраических уравнений [Электронный ресурс] : учебное пособие; МГТУ. - Магнитогорск : МГТУ, 2016. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - Режим доступа: <https://magtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=2684.pdf&show=dcatalogues/1/1131509/2684.pdf&view=true>. - Макрообъект.

б) Дополнительная литература:

1. Лубягина, Е. Н. Линейная алгебра : учебное пособие для вузов / Е. Н. Лубягина, Е. М. Вечтомов. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 150 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10594-0. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/456440>

в) Методические указания:

1. Сухарев, А. Г. Численные методы оптимизации : учебник и практикум для академического бакалавриата / А. Г. Сухарев, А. В. Тимохов, В. В. Федоров. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 367 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-04449-2. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/427001>

г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Программное обеспечение

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
Maple 14 Classroom License	К-113-11 от 11.04.2011	бессрочно
MathWorks MathLab v.2014 Classroom License	К-89-14 от 08.12.2014	бессрочно
MathCAD v.15 Education University Edition	Д-1662-13 от 22.11.2013	бессрочно
7Zip	свободно распространяемое ПО	бессрочно
MS Office 2007 Professional	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Название курса	Ссылка
Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)	URL: https://elibrary.ru/project_risc.asp
Поисковая система Академия Google (Google Scholar)	URL: https://scholar.google.ru/
Федеральное государственное бюджетное учреждение «Федеральный институт промышленной собственности»	URL: http://www1.fips.ru/
Электронные ресурсы библиотеки МГТУ им. Г.И. Носова	https://host.megaprolib.net/MP0109/Web

9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Лекционная аудитория. Оснащение аудитории: доска, мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации

Учебные аудитории для проведения лабораторных занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации: компьютерный класс. Оснащение аудитории: персональные компьютеры с пакетом MS Office, Maple 14 Classroom License 10-29 Users (per User) Academic, MathLab, Mathcad Education - University Edition (200 pack) и выходом в Интернет.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся. Оснащение аудитории: персональные компьютеры с пакетом MS Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Оснащение аудитории: стеллажи для хранения учебно-наглядных пособий и учебно-методической документации.

По дисциплине «Вычислительные методы линейной алгебры» предусмотрена аудиторная и внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся.

Аудиторная самостоятельная работа студентов предполагает выполнение заданий лабораторных работ.

Примерные аудиторные задания:

1. Дана СЛАУ (N – номер студента в журнале):

$$\begin{cases} 100(1+0,5N)x^1 + 100(1+0,5N)x^2 + 100(1+0,5N)x^3 = 100(3+1,5N); \\ 100,1 \cdot (1+0,5N)x^1 + 99,9 \cdot (1+0,5N)x^2 + 100(1+0,5N)x^3 = 100(3+1,5N); \\ 99,9 \cdot (1+0,5N)x^1 + 100 \cdot (1+0,5N)x^2 + 100,1 \cdot (1+0,5N)x^3 = 100(3+1,5N). \end{cases}$$

Предполагается, что ошибка в матрице этой СЛАУ достаточно мала и относительная ошибка в её правой части равна 0,01. Приближённая СЛАУ имеет вид:

$$\begin{cases} 100(1+0,5N)x^1 + 100(1+0,5N)x^2 + 100(1+0,5N)x^3 = 100(3+1,5N)(1+0,0I); \\ 100,1 \cdot (1+0,5N)x^1 + 99,9 \cdot (1+0,5N)x^2 + 100(1+0,5N)x^3 = 100(3+1,5N)(1-0,0I); \\ 99,9 \cdot (1+0,5N)x^1 + 100 \cdot (1+0,5N)x^2 + 100,1 \cdot (1+0,5N)x^3 = 100(3+1,5N)(1+0,0I). \end{cases}$$

Требуется найти число обусловленности матрицы рассматриваемой СЛАУ и относительную погрешность в решении приближённой СЛАУ. Затем, прокомментировать получившиеся результаты.

2. Сгенерировать квадратную матрицу A порядка $n = 7+N$, N -номер студента, и столбец свободных членов b и решить систему $A \cdot x = b$ методом вращений. Найти невязку решения. Решить данную систему методом отражений. Найти невязку решения.

Примерные задания для лабораторных работ:

Методом Гаусса решить системы линейных алгебраических уравнений. Для матрицы СЛАУ вычислить определитель и обратную матрицу.

$$1. \begin{cases} x_1 + 2 \cdot x_2 - 2 \cdot x_3 + 6 \cdot x_4 = 24 \\ -3x_1 - 5x_2 + 14x_3 + 13x_4 = 41 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 0 \\ -2x_1 - 4x_2 + 5x_3 + 10x_4 = 20 \end{cases} \quad 2. \begin{cases} 2 \cdot x_1 + 7 \cdot x_2 - 8 \cdot x_3 + 6 \cdot x_4 = -39 \\ 4 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 - 7 \cdot x_4 = 41 \\ -x_1 - 3 \cdot x_2 + 6 \cdot x_3 + 3 \cdot x_4 = 4 \\ 9 \cdot x_1 - 7 \cdot x_2 - 2 \cdot x_3 - 8 \cdot x_4 = 113 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 9 \cdot x_1 - 5 \cdot x_2 - 6 \cdot x_3 + 3 \cdot x_4 = -8 \\ x_1 - 7 \cdot x_2 + x_3 = 38 \\ 3 \cdot x_1 - 4 \cdot x_2 + 9 \cdot x_3 = 47 \\ 6 \cdot x_1 - x_2 + 9 \cdot x_3 + 8 \cdot x_4 = -8 \end{cases} \quad 4. \begin{cases} -x_1 - 7 \cdot x_2 - 3 \cdot x_3 - 2 \cdot x_4 = -12 \\ -8 \cdot x_1 + x_2 - 9 \cdot x_3 = -60 \\ 8 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 - 5 \cdot x_3 - 3 \cdot x_4 = -91 \\ -5 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 + 5 \cdot x_3 - 9 \cdot x_4 = -43 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 3 \cdot x_1 - 8 \cdot x_2 + x_3 - 7 \cdot x_4 = 96 \\ 6 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 8 \cdot x_3 + 5 \cdot x_4 = -13 \\ -x_1 + x_2 - 9 \cdot x_3 - 3 \cdot x_4 = -54 \\ -6 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 + 9 \cdot x_3 - 4 \cdot x_4 = 82 \end{cases} \quad 6. \begin{cases} x_1 + 2 \cdot x_2 - x_3 - 7 \cdot x_4 = -23 \\ 8 \cdot x_1 - 9 \cdot x_3 - 3 \cdot x_4 = 39 \\ 2 \cdot x_1 - 3 \cdot x_2 + 7 \cdot x_3 + x_4 = -7 \\ x_1 - 5 \cdot x_2 - 6 \cdot x_3 + 8 \cdot x_4 = 30 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x_1 - 5 \cdot x_2 - 7 \cdot x_3 + x_4 = -75 \\ x_1 - 3 \cdot x_2 - 9 \cdot x_3 - 4 \cdot x_4 = -41 \\ -2 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 + x_4 = 18 \\ -9 \cdot x_1 + 9 \cdot x_2 + 5 \cdot x_3 + 3 \cdot x_4 = 29 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} -4 \cdot x_1 - 9 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 + 3 \cdot x_4 = -51 \\ 2 \cdot x_1 + 7 \cdot x_2 + 9 \cdot x_3 + 8 \cdot x_4 = 76 \\ 4 \cdot x_1 - 4 \cdot x_2 - 2 \cdot x_4 = 26 \\ -8 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 + 9 \cdot x_4 = -73 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} -7 \cdot x_1 - 9 \cdot x_2 + x_3 - 9 \cdot x_4 = 29 \\ -6 \cdot x_1 - 8 \cdot x_2 - 5 \cdot x_3 + 2 \cdot x_4 = 42 \\ -3 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 + 5 \cdot x_3 - 9 \cdot x_4 = 11 \\ -2 \cdot x_1 - 5 \cdot x_3 - 9 \cdot x_4 = 75 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} -7 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 - 4 \cdot x_3 + 7 \cdot x_4 = -126 \\ 8 \cdot x_1 - x_2 - 7 \cdot x_3 + 6 \cdot x_4 = 29 \\ 9 \cdot x_1 + 9 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3 - 6 \cdot x_4 = 27 \\ -7 \cdot x_1 - 9 \cdot x_2 - 8 \cdot x_3 - 5 \cdot x_4 = 34 \end{cases}$$

Методом прогонки решить СЛАУ.

$$1. \begin{cases} -11 \cdot x_1 - 9 \cdot x_2 = -122 \\ 5 \cdot x_1 - 15 \cdot x_2 - 2 \cdot x_3 = -48 \\ -8 \cdot x_2 + 11 \cdot x_3 - 3 \cdot x_4 = -14 \\ 6 \cdot x_3 - 15 \cdot x_4 + 4 \cdot x_5 = -50 \\ 3 \cdot x_4 + 6 \cdot x_5 = 42 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 10 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 = -120 \\ 3 \cdot x_1 + 10 \cdot x_2 - 2 \cdot x_3 = -91 \\ 2 \cdot x_2 - 9 \cdot x_3 - 5 \cdot x_4 = 5 \\ 5 \cdot x_3 + 16 \cdot x_4 - 4 \cdot x_5 = -74 \\ -8 \cdot x_4 + 16 \cdot x_5 = -56 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 13 \cdot x_1 - 5 \cdot x_2 = -66 \\ -4 \cdot x_1 + 9 \cdot x_2 - 5 \cdot x_3 = -47 \\ -x_2 - 12 \cdot x_3 - 6 \cdot x_4 = -43 \\ 6 \cdot x_3 + 20 \cdot x_4 - 5 \cdot x_5 = -74 \\ 4 \cdot x_4 + 5 \cdot x_5 = 14 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} -14 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 = -78 \\ -9 \cdot x_1 + 15 \cdot x_2 - x_3 = -73 \\ x_2 - 11 \cdot x_3 + x_4 = -38 \\ -7 \cdot x_3 + 12 \cdot x_4 + 3 \cdot x_5 = 77 \\ 6 \cdot x_4 - 7 \cdot x_5 = 91 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 8 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 = 48 \\ -5 \cdot x_1 + 22 \cdot x_2 + 8 \cdot x_3 = 125 \\ -5 \cdot x_2 - 11 \cdot x_3 + x_4 = -43 \\ -9 \cdot x_3 - 15 \cdot x_4 + x_5 = 18 \\ x_4 + 7 \cdot x_5 = -23 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 6 \cdot x_1 - 5 \cdot x_2 = -58 \\ -6 \cdot x_1 + 16 \cdot x_2 + 9 \cdot x_3 = 161 \\ 9 \cdot x_2 - 17 \cdot x_3 - 3 \cdot x_4 = -114 \\ 8 \cdot x_3 + 22 \cdot x_4 - 8 \cdot x_5 = -90 \\ 6 \cdot x_4 - 13 \cdot x_5 = -55 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 15 \cdot x_1 + 8 \cdot x_2 = 92 \\ 2 \cdot x_1 - 15 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 = -84 \\ 4 \cdot x_2 + 11 \cdot x_3 + 5 \cdot x_4 = -77 \\ -3 \cdot x_3 + 16 \cdot x_4 + -7 \cdot x_5 = 15 \\ 3 \cdot x_4 + 8 \cdot x_5 = -11 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} -11 \cdot x_1 - 8 \cdot x_2 = 99 \\ 9 \cdot x_1 - 17 \cdot x_2 + x_3 = -75 \\ -4 \cdot x_2 + 20 \cdot x_3 + 9 \cdot x_4 = 66 \\ -4 \cdot x_3 - 14 \cdot x_4 + 3 \cdot x_5 = 54 \\ -6 \cdot x_4 + 14 \cdot x_5 = 8 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 8 \cdot x_1 - 4 \cdot x_2 = 32 \\ -2 \cdot x_1 + 12 \cdot x_2 - 7 \cdot x_3 = 15 \\ 2 \cdot x_2 - 9 \cdot x_3 + x_4 = -10 \\ -8 \cdot x_3 + 17 \cdot x_4 - 4 \cdot x_5 = 133 \\ -7 \cdot x_4 + 13 \cdot x_5 = -76 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} -7 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 = -75 \\ 6 \cdot x_1 + 12 \cdot x_2 = 126 \\ -3 \cdot x_2 + 5 \cdot x_3 = 13 \\ -9 \cdot x_3 + 21 \cdot x_4 + 8 \cdot x_5 = -40 \\ -5 \cdot x_4 - 6 \cdot x_5 = -24 \end{cases}$$

Методом простых итераций и методом Зейделя решить СЛАУ с точностью $\varepsilon = 0.01$.

$$1. \begin{cases} 19 \cdot x_1 - 4 \cdot x_2 - 9 \cdot x_3 - x_4 = 100 \\ -2 \cdot x_1 + 20 \cdot x_2 - 2 \cdot x_3 - 7 \cdot x_4 = -5 \\ 6 \cdot x_1 - 5 \cdot x_2 - 25 \cdot x_3 + 9 \cdot x_4 = 34 \\ -3 \cdot x_2 - 9 \cdot x_3 + 12 \cdot x_4 = 69 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 24 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 - 9 \cdot x_4 = -9 \\ -6 \cdot x_1 - 27 \cdot x_2 - 8 \cdot x_3 - 6 \cdot x_4 = -76 \\ -4 \cdot x_1 + 8 \cdot x_2 + 19 \cdot x_3 + 6 \cdot x_4 = -79 \\ 4 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 - 3 \cdot x_3 - 13 \cdot x_4 = -70 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} -23 \cdot x_1 - 7 \cdot x_2 + 5 \cdot x_3 + 2 \cdot x_4 = -26 \\ -7 \cdot x_1 - 21 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 + 9 \cdot x_4 = -55 \\ 9 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 - 31 \cdot x_3 - 8 \cdot x_4 = -58 \\ x_2 - 2 \cdot x_3 + 10 \cdot x_4 = -24 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 26 \cdot x_1 - 9 \cdot x_2 - 8 \cdot x_3 + 8 \cdot x_4 = 20 \\ 9 \cdot x_1 - 21 \cdot x_2 - 2 \cdot x_3 + 8 \cdot x_4 = -164 \\ -3 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 - 18 \cdot x_3 + 8 \cdot x_4 = 140 \\ x_1 - 6 \cdot x_2 - x_3 + 11 \cdot x_4 = -81 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 20 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 + 7 \cdot x_3 + x_4 = -117 \\ -x_1 + 13 \cdot x_2 - 7 \cdot x_4 = -1 \\ 4 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 + 17 \cdot x_3 + 5 \cdot x_4 = 49 \\ -9 \cdot x_1 + 8 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 - 25 \cdot x_4 = -21 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 23 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 - 5 \cdot x_3 + 9 \cdot x_4 = 232 \\ 8 \cdot x_1 + 22 \cdot x_2 - 2 \cdot x_3 + 5 \cdot x_4 = -82 \\ 7 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 + 18 \cdot x_3 - x_4 = 202 \\ 3 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 + 5 \cdot x_3 - 19 \cdot x_4 = -57 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 29 \cdot x_1 + 8 \cdot x_2 + 9 \cdot x_3 - 9 \cdot x_4 = 197 \\ -7 \cdot x_1 - 25 \cdot x_2 + 9 \cdot x_4 = -226 \\ x_1 + 6 \cdot x_2 + 16 \cdot x_3 - 2 \cdot x_4 = -95 \\ -7 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 - 2 \cdot x_3 + 17 \cdot x_4 = -58 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} -7 \cdot x_1 - x_2 + 2 \cdot x_3 + 2 \cdot x_4 = -24 \\ 3 \cdot x_1 - 20 \cdot x_2 - 8 \cdot x_4 = -47 \\ -9 \cdot x_1 + x_2 + 18 \cdot x_3 - 6 \cdot x_4 = 28 \\ -x_1 - x_3 - 6 \cdot x_4 = -50 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 12 \cdot x_1 - 3 \cdot x_2 - x_3 + 3 \cdot x_4 = -31 \\ 5 \cdot x_1 + 20 \cdot x_2 + 9 \cdot x_3 + x_4 = 90 \\ 6 \cdot x_1 - 3 \cdot x_2 - 21 \cdot x_3 - 7 \cdot x_4 = 119 \\ 8 \cdot x_1 - 7 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3 - 27 \cdot x_4 = 71 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 28 \cdot x_1 + 9 \cdot x_2 - 3 \cdot x_3 - 7 \cdot x_4 = -159 \\ -5 \cdot x_1 + 21 \cdot x_2 - 5 \cdot x_3 - 3 \cdot x_4 = 63 \\ -8 \cdot x_1 + x_2 - 16 \cdot x_3 + 5 \cdot x_4 = -45 \\ -2 \cdot x_2 + 5 \cdot x_3 + 8 \cdot x_4 = 24 \end{cases}$$

Примерные задания для аудиторных контрольных работ (АКР):

Используя метод простой итерации с нулевым начальным вектором, найти приближённое решение СЛАУ, с матрицей, имеющей диагональное преобладание. Абсолютная погрешность приближённого решения не должна превышать величины 0,1. Кроме того найти в методе простой итерации число шагов, необходимое для того чтобы гарантировать абсолютную погрешность приближённого решения не более 0,1. Сравнить это расчётное количество шагов с реальным количеством шагов, обеспечившим заданную погрешность.

Используя метод Зейделя с нулевым начальным вектором, найти приближённое решение СЛАУ, с матрицей, имеющей диагональное преобладание. Абсолютная погрешность приближённого решения не должна превышать величины 0,1. Сравнить в методах простой итерации и Зейделя количество шагов для достижения абсолютной погрешности, не превышающей величины 0,1.

LU-разложение матрицы. Сгенерировать квадратную матрицу A с преобладанием диагональных элементов порядка $n = 7 + N$, N-номер студента. 1. Построить LU-разложение матрицы A. 2. Сгенерировать столбец свободных членов b и решить систему $A \cdot x = b$ с использованием LU-разложение матрицы A. Найти невязку решения. 3. Вычислить определитель матрицы A и найти для нее обратную матрицу, используя LU-разложение матрицы A.

Сгенерировать симметричную квадратную матрицу A порядка $n = 7 + N$, Nномер студента, и столбец свободных членов b и решить систему $A \cdot x = b$ методом квадратных корней. Найти невязку решения.

Вопросы для итоговой оценки качества освоения курса:

Перечень тем для подготовки к зачету:

1. Обусловленность матриц.
2. Прямые методы решения СЛАУ.
3. Общая характеристика прямых методов решения СЛАУ.
4. Теорема об LU-разложении. Схема единственного деления и. ее связь с теоремой об LU-разложении.
5. Метод Гаусса Постановка задачи. алгоритм. Пример.
6. Метод Гаусса с выбором главного элемента. Постановка задачи, алгоритм. Пример.
7. Вычисление определителей и обращение матриц с помощью метода Гаусса.
8. Алгоритм вычисления определителя матрицы.
9. Алгоритм вычисления обратной матрицы.
10. Метод прогонки. Постановка задачи. алгоритм. Пример.
11. Решения СЛАУ с трехдиагональной матрицей.
12. Методы, основанные на разложении матрицы. Метод Халецкого. Постановка задачи, алгоритм. Пример.
13. Метод квадратного корня. Постановка задачи, алгоритм. Пример.

14. Методы, основанные на построении вспомогательной системы векторов. Метод ортогонализации. Постановка задачи, алгоритм. Пример.
15. Метод сопряженных градиентов.
16. Метод отражений. Постановка задачи. алгоритм. Пример.
17. Метод вращений. Постановка задачи. алгоритм. Пример.
18. Итерационные методы решения СЛАУ. Метод простой итерации. Постановка задачи. алгоритм. Пример.
19. О сходимости итерационных процессов для СЛАУ. Метод Зейделя. Постановка задачи. алгоритм. Пример.
20. О сходимости итерационных процессов для систем линейных алгебраических уравнений Метод релаксации.

Промежуточная аттестация имеет целью определить степень достижения запланированных результатов обучения по дисциплине за семестр. Проводиться за 2 семестр в форме зачета.

а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
ОПК-2: Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач		
ОПК-2.1	Производит научные исследования для совершенствования и реализации новых математических методов решения прикладных задач	Перечень теоретических вопросов к зачету: 1. Алгоритм вычисления определителя матрицы. 2. Алгоритм вычисления обратной матрицы. 3. Решения СЛАУ с трехдиагональной матрицей. 4. Методы, основанные на разложении матрицы. 5. Методы, основанные на построении вспомогательной системы векторов.. 6. Метод основанный на сопряженных градиентах. Примерные практические задания для зачета: Решить СЛАУ заданным методом с точностью $\varepsilon = 0.01$. $\begin{cases} 19 \cdot x_1 - 4 \cdot x_2 - 9 \cdot x_3 - x_4 = 100 \\ -2 \cdot x_1 + 20 \cdot x_2 - 2 \cdot x_3 - 7 \cdot x_4 = -5 \\ 6 \cdot x_1 - 5 \cdot x_2 - 25 \cdot x_3 + 9 \cdot x_4 = 34 \\ -3 \cdot x_2 - 9 \cdot x_3 + 12 \cdot x_4 = 69 \end{cases}$

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		Примерные задания для КР: 1. LU-разложение матрицы. Сгенерировать квадратную матрицу A с преобладанием диагональных элементов порядка $n = 7 + N$, N-номер студента. 2. Построить LU-разложение матрицы A. 3. Сгенерировать столбец свободных членов b и решить систему $A \cdot x = b$ с использованием LU-разложение матрицы A. Найти невязку решения. 4. Вычислить определитель матрицы A и найти для нее обратную матрицу, используя LU-разложение матрицы A.

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
ОПК-2.2	Оценивает результаты новых научных разработок по совокупности методологических признаков для выбора оптимальных решений прикладных задач	Перечень теоретических вопросов к зачету: 1. Методы, основанные на построении вспомогательной системы векторов. 2. Метод сопряженных градиентов. 3. Метод отражений. Постановка задачи. алгоритм. Пример. 4. Метод вращений. Постановка задачи. алгоритм. Пример. Примерные практические задания для зачета: 1. Используя преобразование Хаусхолдера, построить QR - разложение матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$. 2. Методом простых итераций с точностью $\varepsilon = 0,01$ решить СЛАУ. $\begin{cases} 10x_1 + x_2 + x_3 = 12 \\ 2x_1 + 10x_2 + x_3 = 13 \\ 2x_1 + 2x_2 + 10x_3 = 14 \end{cases}$ Примерные задания для КР: Сгенерировать квадратную матрицу A порядка $n = 7+N$, N-номер студента, и столбец свободных членов b и решить систему $A \cdot x = b$ методом вращений. Найти невязку решения. Решить данную систему методом отражений. Найти невязку решения.

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
ОПК-2.3	Систематизирует и обобщает опыт для обоснования выбора оптимального решения прикладных задач	Перечень теоретических вопросов к зачету: 1. Итерационные методы решения СЛАУ. Метод простой итерации. Постановка задачи. алгоритм. Пример. 2. О сходимости итерационных процессов для СЛАУ. Метод Зейделя. Постановка задачи. алгоритм. Пример. 3. О сходимости итерационных процессов для систем линейных алгебраических уравнений Метод релаксации. Примерные задания для СР: 1. Сгенерировать матрицу A порядка $m \times n$, $m = 7 + N > n = 7$, N-номер студента, и столбец свободных членов b и найти обобщенное решение системы $A \cdot x = b$ 2. Сгенерировать матрицу A порядка $m \times n$, $n = 7 + N > m = 7$, N-номер студента, и столбец свободных членов b и найти нормальное решение системы $A \cdot x = b$. 3. Найти псевдообратную матрицу для заданной матрицы. Примерные практические задания для зачета: QR-разложение. Решение полной проблемы собственных значений произвольной матрицы. Сгенерировать квадратную матрицу A порядка $n = 7 + N$, N-номер студента, и найти все собственные значения матрицы A, применяя QR-разложение.

б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:

Промежуточная аттестация по дисциплине «Вычислительные методы линейной алгебры» включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и владений, проводится в форме зачета (2 семестр).

Показатели и критерии оценивания экзамена:

- на оценку **«отлично»** (5 баллов) – обучающийся демонстрирует высокий уровень сформированности компетенций, всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.
- на оценку **«хорошо»** (4 балла) – обучающийся демонстрирует средний уровень сформированности компетенций: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.
- на оценку **«удовлетворительно»** (3 балла) – обучающийся демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенций: в ходе контрольных мероприятий допускаются ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.
- на оценку **«неудовлетворительно»** (2 балла) – обучающийся демонстрирует знания не более 20% теоретического материала, допускает существенные ошибки, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.
- на оценку **«неудовлетворительно»** (1 балл) – обучающийся не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.
- оценка «зачтено» ставится при наборе учащимся от 3 до 5 баллов;
- на оценку «не зачтено» (1-2 балла) – обучающийся не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.