



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»



УТВЕРЖДАЮ  
Директор ИЕиС  
И.Ю. Мезин

17.02.2020 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**  
**ЭЛЕМЕНТАРНАЯ МАТЕМАТИКА**

Направление подготовки (специальность)  
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль/специализация) программы  
Математика и информатика

Уровень высшего образования - бакалавриат

Форма обучения  
очная

|                    |                                          |
|--------------------|------------------------------------------|
| Институт/факультет | Институт естествознания и стандартизации |
| Кафедра            | Прикладной математики и информатики      |
| Курс               | 3,4                                      |
| Семестр            | 5,6,7,8                                  |

Магнитогорск  
2020год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (приказ Минобрнауки России от 22.02.2018г. № 125)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

11.02.2020, протокол №6

Зав. кафедрой  С.И. Кадченко

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕиС

17.02.2020г. протокол №6

Председатель  И.Ю. Мезин

Рабочая программа составлена:

доцент кафедры ПМии, канд. пед. наук  Г.А. Каменева

Рецензент:

Директор МОУ СОШ №33, канд. пед. наук  И.В. Шманёва

### **Лист актуализации рабочей программы**

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2021 - 2022 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ С.И. Кадченко

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2022 - 2023 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ С.И. Кадченко

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2023 - 2024 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ С.И. Кадченко

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2024 - 2025 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ С.И. Кадченко

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2025 - 2026 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ С.И. Кадченко

### **1 Цели освоения дисциплины (модуля)**

Цель освоения дисциплины – изучение основных понятий элементарной математики, фундаментальных идей, формирование готовности к использованию полученных знаний и умений в профессиональной педагогической деятельности

### **2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы**

Дисциплина Элементарная математика входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Алгебра

Математический анализ

Геометрия

Дискретная математика

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Методика обучения математики в школе

Методика подготовки учащихся к итоговой аттестации

Практикум по решению задач повышенной сложности школьного курса математики

Практикум решения олимпиадных задач по математике

### **3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения**

В результате освоения дисциплины (модуля) «Элементарная математика» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

| Код индикатора                                                                               | Индикатор достижения компетенции                                                              |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОПК-8 Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний |                                                                                               |
| ОПК-8.1                                                                                      | Планирует и проводит научные исследования в области педагогической деятельности               |
| ОПК-8.2                                                                                      | Использует специальные научные знания для повышения эффективности педагогической деятельности |

#### 4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 12 зачетных единиц 432 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 211,7 акад. часов;
- аудиторная – 208 акад. часов;
- внеаудиторная – 3,7 акад. часов
- самостоятельная работа – 220,3 акад. часов;

Форма аттестации - зачет

| Раздел/ тема дисциплины                              | Семестр | Аудиторная контактная работа (в акад. часах) |           |             | Самостоятельная работа студента | Вид самостоятельной работы                                           | Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации      | Код компетенции     |
|------------------------------------------------------|---------|----------------------------------------------|-----------|-------------|---------------------------------|----------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|---------------------|
|                                                      |         | Лек.                                         | лаб. зан. | практ. зан. |                                 |                                                                      |                                                                      |                     |
| 1. Общематематические методы.                        |         |                                              |           |             |                                 |                                                                      |                                                                      |                     |
| 1.1 Множества и действия с ними                      | 5       | 2                                            |           | 4/2И        | 5                               | -подготовка к практическому занятию<br>-решение задач по теме        | - опрос<br>- проверка домашнего задания                              | ОПК-8.1,<br>ОПК-8.2 |
| 1.2 Соответствия и отношения. Их свойства            |         | 2                                            |           | 4/2И        | 4                               | -подготовка к практическому занятию<br>- решение задач по теме       | -опрос<br>- проверка домашнего задания                               | ОПК-8.1,<br>ОПК-8.2 |
| Итого по разделу                                     |         | 4                                            |           | 8/4И        | 9                               |                                                                      |                                                                      |                     |
| 2. Теория делимости                                  |         |                                              |           |             |                                 |                                                                      |                                                                      |                     |
| 2.1 Теория чисел                                     | 5       | 2                                            |           | 4/2И        | 3                               | -подготовка к практическому занятию<br>- решение задач по теме       | -опрос<br>- проверка домашнего задания                               | ОПК-8.1,<br>ОПК-8.2 |
| 2.2 Отношение делимости                              |         | 4                                            |           | 8/4И        | 7                               | -подготовка к практическому занятию<br>- решение задач по теме-опрос | -опрос<br>- проверка домашнего задания                               | ОПК-8.1,<br>ОПК-8.2 |
| 2.3 Уравнения во множестве натуральных и целых чисел |         | 2                                            |           | 4/2И        | 3                               | -подготовка к практическому занятию<br>- решение задач по теме       | -опрос<br>- проверка домашнего задания<br>- электронное тестирование | ОПК-8.1,<br>ОПК-8.2 |
| Итого по разделу                                     |         | 8                                            |           | 16/8И       | 13                              |                                                                      |                                                                      |                     |
| 3. Комбинаторика                                     |         |                                              |           |             |                                 |                                                                      |                                                                      |                     |

|                                                   |   |    |  |        |       |                                                                                          |                                                                             |                     |
|---------------------------------------------------|---|----|--|--------|-------|------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|---------------------|
| 3.1 Основные понятия и формулы комбинаторики      | 5 | 2  |  | 4/2И   | 2     | -подготовка к практическому занятию<br>- решение задач по теме                           | -опрос<br>- проверка домашнего задания<br>- электронное тестирование        | ОПК-8.1,<br>ОПК-8.2 |
| 3.2 Правила и методы комбинаторики. Бином Ньютона |   | 3  |  | 6/2И   | 8     | -подготовка к практическому занятию<br>- решение задач по теме                           | -опрос<br>- проверка домашнего задания                                      | ОПК-8.1,<br>ОПК-8.2 |
| 3.3 Метод математической индукции                 |   | 2  |  | 4/2И   | 7     | -подготовка к практическому занятию<br>- решение задач по теме                           | -опрос<br>- проверка домашнего задания<br>- итоговая контрольная работа № 1 | ОПК-8.1,<br>ОПК-8.2 |
| Итого по разделу                                  |   | 7  |  | 14/6И  | 27,95 |                                                                                          |                                                                             |                     |
| Итого за семестр                                  |   | 19 |  | 38/18И | 39    |                                                                                          | зачёт                                                                       |                     |
| 4. Алгебра и начала анализа                       |   |    |  |        |       |                                                                                          |                                                                             |                     |
| 4.1 Функции и их графики                          | 6 | 4  |  | 8/4И   | 10    | -подготовка к практическому занятию<br>- решение задач по теме                           | -опрос<br>- проверка домашнего задания                                      | ОПК-8.1,<br>ОПК-8.2 |
| 4.2 Тождественные преобразования                  |   | 4  |  | 8/4И   | 8     | -подготовка к практическому занятию<br>- решение задач по теме                           | -опрос<br>- проверка домашнего задания                                      | ОПК-8.1,<br>ОПК-8.2 |
| 4.3 Уравнения и неравенства                       |   | 4  |  | 8/4И   | 10    | -подготовка к практическому занятию<br>- решение задач по теме                           | -опрос<br>- проверка домашнего задания<br>- электронное тестирование        | ОПК-8.1,<br>ОПК-8.2 |
| 4.4 Элементы математического анализа              |   | 6  |  | 12/6И  | 15    | -подготовка к практическому занятию<br>- решение задач по теме                           | -опрос<br>- проверка домашнего задания<br>- итоговая контрольная работа № 2 | ОПК-8.1,<br>ОПК-8.2 |
| Итого по разделу                                  |   | 18 |  | 36/18И | 53    |                                                                                          |                                                                             |                     |
| Итого за семестр                                  |   | 18 |  | 36/18И | 43    |                                                                                          | зачёт                                                                       |                     |
| 5. Планиметрия                                    |   |    |  |        |       |                                                                                          |                                                                             |                     |
| 5.1 Аксиоматическое построение теории             | 7 | 2  |  | 4/1И   | 4     | -подготовка к практическому занятию<br>- решение задач по теме<br>- подготовка рефератов | -опрос<br>- проверка домашнего задания<br>- проверка рефератов              | ОПК-8.1,<br>ОПК-8.2 |
| 5.2 Треугольники                                  |   | 4  |  | 8/4И   | 8     | -подготовка к практическому занятию<br>- решение задач по теме                           | -опрос<br>- проверка домашнего задания                                      | ОПК-8.1,<br>ОПК-8.2 |

|                                               |   |    |  |          |       |                                                                |                                                                                                           |                     |
|-----------------------------------------------|---|----|--|----------|-------|----------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|
| 5.3 Многоугольники                            |   | 4  |  | 8/4И     | 8     | -подготовка к практическому занятию<br>- решение задач по теме | -опрос<br>- проверка домашнего задания<br>- электронное тестирование                                      | ОПК-8.1,<br>ОПК-8.2 |
| 5.4 Окружность и круг                         |   | 5  |  | 10/5И    | 10    | -подготовка к практическому занятию<br>- решение задач по теме | -опрос<br>- проверка домашнего задания<br>- электронное тестирование                                      | ОПК-8.1,<br>ОПК-8.2 |
| 5.5 Геометрические построения на плоскости    |   | 4  |  | 8/4И     | 8     | -подготовка к практическому занятию<br>- решение задач по теме | -опрос<br>- проверка домашнего задания<br>- итоговая контрольная работа № 3                               | ОПК-8.1,<br>ОПК-8.2 |
| Итого по разделу                              |   | 19 |  | 38/18И   | 49,95 |                                                                |                                                                                                           |                     |
| Итого за семестр                              |   | 19 |  | 38/18И   | 38    |                                                                | зачёт                                                                                                     |                     |
| 6. Стереометрия                               |   |    |  |          |       |                                                                |                                                                                                           |                     |
| 6.1 Параллельность и перпендикулярность       |   | 2  |  | 6/3И     | 10    | -подготовка к практическому занятию<br>- решение задач по теме | -опрос<br>- проверка домашнего задания                                                                    | ОПК-8.1,<br>ОПК-8.2 |
| 6.2 Многогранники                             |   | 2  |  | 6/3И     | 10    | -подготовка к практическому занятию<br>- решение задач по теме | -опрос<br>- проверка домашнего задания<br>- электронное тестирование                                      | ОПК-8.1,<br>ОПК-8.2 |
| 6.3 Тела вращения                             | 8 | 2  |  | 6/3И     | 10    | -подготовка к практическому занятию<br>- решение задач по теме | -опрос<br>- проверка домашнего задания<br>- электронное тестирование                                      | ОПК-8.1,<br>ОПК-8.2 |
| 6.4 Геометрические построения в пространстве  |   | 2  |  | 6/3И     | 10    | -подготовка к практическому занятию<br>- решение задач по теме | -опрос<br>- проверка домашнего задания                                                                    | ОПК-8.1,<br>ОПК-8.2 |
| 6.5 Координатный и векторный методы геометрии |   | 2  |  | 6/2И     | 10    | -подготовка к практическому занятию<br>- решение задач по теме | -опрос<br>- проверка домашнего задания<br>- электронное тестирование<br>- итоговая контрольная работа № 4 | ОПК-8.1,<br>ОПК-8.2 |
| Итого по разделу                              |   | 10 |  | 30/14И   | 67,4  |                                                                |                                                                                                           |                     |
| Итого за семестр                              |   | 10 |  | 30/14И   | 50    |                                                                | зачёт                                                                                                     |                     |
| Итого по дисциплине                           |   | 66 |  | 142/68 И | 220,3 |                                                                | зачет                                                                                                     |                     |

## **5 Образовательные технологии**

Реализация компетентностного подхода предусматривает использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся. Согласно п. 34 Порядка организации и осуществления деятельности по образовательным программам бакалавриата высшего образования (утв. приказом МОиН РФ от 05.04.2017 г. № 301), при проведении учебных занятий обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств, в том числе с учетом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей.

Выбирая ту или иную технологию работы с обучающимися, необходимо иметь в виду, что наибольшего эффекта от ее применения можно достичь, если учитывать цели образования, на реализацию которых должна быть направлена избираемая технология, содержание, которое предстоит передать обучающимся с ее помощью, а также условия, в которых она будет использоваться.

В нашей работе мы используем следующее.

1. Традиционные образовательные технологии. Организация образовательного процесса, предполагает прямую трансляцию знаний от преподавателя к студенту (преимущественно на основе объяснительно-иллюстративных методов обучения). Учебная деятельность студента носит в таких условиях, как правило, репродуктивный характер.

Формы учебных занятий:

- информационная лекция – последовательное изложение материала в дисциплинарной логике, осуществляемое преимущественно вербальными средствами.
- семинар (защита РГР) – беседа преподавателя и студентов, обсуждение заранее подготовленных сообщений по каждому вопросу плана занятия с единым для всех перечнем рекомендуемой обязательной и дополнительной литературы.
- практическое занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по предложенному алгоритму.

2. Технологии проблемного обучения. Организация образовательного процесса предполагает постановку проблемных вопросов, создание учебных проблемных ситуаций для стимулирования активной познавательной деятельности студентов.

Формы учебных занятий:

- проблемная лекция – изложение материала, предполагающее постановку проблемных и дискуссионных вопросов, освещение различных научных подходов, авторские комментарии, связанные с различными моделями интерпретации изучаемого материала.
- лекция «вдвоем» (бинарная лекция) – изложение материала в форме диалогического общения двух студентов (заранее подготовившихся) или студента и преподавателя (например, реконструкция диалога исторических личностей – свидетелей открытия какого-либо научного факта; «ученого» и «практика» и т.д.).
- практическое занятие в форме практикума – организация учебной работы, направленная на решение комплексной учебно-познавательной задачи, требующей от студента применения как научно-теоретических знаний, так и практических навыков.
- самостоятельная работа (с консультациями преподавателя) на основе кейс-метода – обучение в контексте моделируемой ситуации, воспроизводящей реальные условия научной, производственной. Обучающиеся должны проанализировать ситуацию, разобраться в сути проблем, предложить возможные решения и выбрать лучшее из них. Кейсы базируются на реальном фактическом материале или же приближены к реальной ситуации.

3. Технологии проектного обучения. Образовательный процесс построен в

соответствии с алгоритмом поэтапного решения проблемной задачи или выполнения учебного задания. Проект предполагает совместную учебно-познавательную деятельность группы студентов, направленную на выработку концепции, установление целей и задач, формулировку ожидаемых результатов, определение принципов и методик решения поставленных задач, планирование хода работы, поиск доступных и оптимальных ресурсов, поэтапную реализацию плана работы, презентацию результатов работы, их осмысление и рефлексию. Применяется в основном для перехода компетенции на уровень владения.

Основные типы применяемых нами в образовательной деятельности проектов:

1) Исследовательский проект – структура приближена к формату научного исследования (доказательство актуальности темы, определение научной проблемы, предмета и объекта исследования, целей и задач, методов, источников, выдвижение гипотезы, обобщение результатов, выводы, обозначение новых проблем). Результатом является учебная карта по модулю нашей образовательной программы.

2) Творческий проект, предполагающий в отличие от предыдущего, конечный продукт в следующих вариантах – газета к исторически значимому «математическому» событию (праздник числа «Пи» и т.п.); «математическая» открытка (своего рода учебная карта, только неформально, красочно оформленная; видеоролик «Я научу вас решать ...» и т.п.

3) Информационный проект – учебно-познавательная деятельность с ярко выраженной эвристической направленностью (поиск, отбор и систематизация информации о каком-то объекте, ознакомление участников проекта с этой информацией, ее анализ и обобщение и, наконец, презентация по практическому приложению).

4. Информационно-коммуникационные образовательные технологии. Организация образовательного процесса с применением специализированных программных сред и технических средств работы с информацией (информационную среду университета МОДУС MOODLE).

Формы учебных занятий с использованием информационно-коммуникационных технологий:

Лекция-визуализация – изложение содержания сопровождается презентацией (демонстрацией учебных материалов, представленных в различных знаковых системах, в т.ч. иллюстративных, графических, аудио- и видеоматериалов).

Практическое занятие в форме презентации – представление результатов проектной или исследовательской деятельности с использованием специализированных программных сред.

## **6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Представлено в приложении 1.

## **7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации**

Представлены в приложении 2.

## **8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

### **а) Основная литература:**

Любецкий, В. А. Элементарная математика с точки зрения высшей. Основные понятия : учебное пособие для вузов / В. А. Любецкий. — 3-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 538 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10421-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/455959> (дата обращения: 04.10.2020).

#### **б) Дополнительная литература:**

1. Дискретная математика : учебное пособие для вузов / Д. С. Ананичев [и др.]. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 108 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08214-2. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/453433> (дата обращения: 04.10.2020). — Режим доступа: для авторизованных пользователей
2. Вечтомов, Е. М. Математика: логика, множества, комбинаторика : учебное пособие для вузов / Е. М. Вечтомов, Д. В. Широков. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 243 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-06612-8. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/454362> (дата обращения: 04.10.2020). — Режим доступа: для авторизованных пользователей
3. Пак, В. Г. Дискретная математика: теория множеств и комбинаторный анализ. Сборник задач : учебное пособие для вузов / В. Г. Пак. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 235 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-09512-8. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/453113> (дата обращения: 04.10.2020). — Режим доступа: для авторизованных пользователей
4. Шабашова, О. В. Элементарная математика: планиметрия : учебно-методическое пособие / О. В. Шабашова. - 3-е изд., стер. - Москва : ФЛИНТА, 2020. - 132 с. - ISBN 978-5-9765-2464-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1150931> (дата обращения: 04.10.2020). — Режим доступа: для авторизованных пользователей
5. Пак, В. Г. Дискретная математика: теория множеств и комбинаторный анализ. Сборник задач : учебное пособие для вузов / В. Г. Пак. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 235 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-09512-8. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/453113> (дата обращения: 04.10.2020). — Режим доступа: для авторизованных пользователей
6. Шклярский, Д. О. Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Геометрия (стереометрия): Учебное пособие / Шклярский Д.О., Ченцов Н.Н., Яглом И.М., - 3-е изд. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2015. - 256 с.: ISBN 978-5-9221-1623-7. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/854396> (дата обращения: 04.10.2020). — Режим доступа: для авторизованных пользователей

#### **в) Методические указания:**

Методические указания в печатной форме:

1. Абрамова, И.М. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии: Методические указания для студентов I курса всех специальностей. — МГТУ, 2008. — 16 с.
2. Вахрушева, И.А. Кривые и поверхности 2 порядка. Полярная система координат. Практикум.- Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2009. — 19 с.
3. Грачева, Л.А. Элементы линейной алгебры, векторной алгебры и аналитической геометрии: Учебное пособие. - Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010.- 63 с.
4. Максименко, И.А. События и вероятность. Часть 2: Метод. указ. - Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010. — 25 с.
5. Маяченко, Е.П. Производная и дифференциал функции. Практикум.- Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010. — 38 с.
6. Маяченко, Е.П. Исследование функций и построение графиков. Практикум.- Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2011.- 20 с.

7. Савушкина, Н.Ф. Комбинаторика. Событие и вероятность. Часть I: Комбинаторика. Алгебра событий: Метод. указания по дисциплине «Математика» для студентов I курса всех специальностей. – МГТУ, 2007. – 17 с.

Электронные ресурсы:

1. Алфутова Н. Б. Устинов А. В. Алгебра и теория чисел. Сборник задач для математических школ.— М.: МЦНМО, 2002.— 264 с. ISBN 5-94057-038-0

<https://cloud.mail.ru/public/2c5d10718bd7/Alfutova%20N.B.%20Algebra%20i%20teorija%20chisel.%20Sbornik%20zadach%20dlja%20matematicheskix%20shkol%20-%202002.pdf>

2. Бондаренко, Т. А. Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление функции одной переменной : учебное пособие / Т. А. Бондаренко, Е. Ю. Хамутских, Н. В. Чурсина ; МГТУ. - Магнитогорск : МГТУ, 2012. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - Загл. с титул. экрана. - URL:

<https://magtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=1392.pdf&show=dcatalogues/1/1123847/1392.pdf&view=true> (дата обращения: 04.10.2019). - Макрообъект. - Текст : электронный. - Сведения доступны также на CD-ROM.

3. Булычева, С. В. Математика: Дифференциальные уравнения. Практикум : учебное пособие / С. В. Булычева ; МГТУ. - Магнитогорск : МГТУ, 2018. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - URL:

<https://magtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=2815.pdf&show=dcatalogues/1/1526956/2815.pdf&view=true> (дата обращения: 04.10.2019). - Макрообъект. - Текст : электронный. - Сведения доступны также на CD-ROM.

4. Булычева, С. В. Математика: пределы и непрерывность функции одной переменной. Практикум : учебное пособие / С. В. Булычева ; МГТУ. - Магнитогорск : МГТУ, 2017. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - Загл. с титул. экрана. - URL:

<https://magtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=3338.pdf&show=dcatalogues/1/1138500/3338.pdf&view=true> (дата обращения: 04.10.2020). - Макрообъект. - Текст : электронный. - ISBN 978-5-59967-1002-7. - Сведения доступны также на CD-ROM.

5. Вахрушева, И. А. Элементы комбинаторики и теории вероятностей : учебное пособие / И. А. Вахрушева, И. А. Максименко ; МГТУ. - Магнитогорск : МГТУ, 2017. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - Загл. с титул. экрана. - URL:

<https://magtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=3248.pdf&show=dcatalogues/1/1137059/3248.pdf&view=true> (дата обращения: 04.10.2020). - Макрообъект. - Текст : электронный. - Сведения доступны также на CD-ROM.

6. Грачева, Л. А. Дифференциальные уравнения : учебное пособие / Л. А. Грачева ; МГТУ. - Магнитогорск : МГТУ, 2018. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - URL:

<https://magtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=3657.pdf&show=dcatalogues/1/1526305/3657.pdf&view=true> (дата обращения: 04.10.2020). - Макрообъект. - Текст : электронный. - Сведения доступны также на CD-ROM.

7. Квасова, Н. А. Аналитическая геометрия : учебное пособие / Н. А. Квасова, Е. А. Пузанкова ; МГТУ. - Магнитогорск : МГТУ, 2017. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - Загл. с титул. экрана. - URL:

<https://magtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=3246.pdf&show=dcatalogues/1/1137015/3246.pdf&view=true> (дата обращения: 04.10.2020). - Макрообъект. - Текст : электронный. - Сведения доступны также на CD-ROM.

• **Математические ресурсы в интернете**

«Элементы» — популярный сайт о фундаментальной науке <http://elementy.ru/>  
 Problems.ru <http://www.problems.ru/>  
 MathPuzzle <http://mathpuzzle.com/>  
 Сайт «Олимпиада» <https://olimpiada.ru/>  
 Московский центр непрерывного математического образования  
<https://www.mccme.ru/>  
 Популярные лекции по математике <http://mmmf.msu.ru/lect/lect21.html>

**Математические и научно-популярные периодические издания**

• «Квант» — научно-популярный физико-математический журнал  
<http://kvant.mccme.ru/>  
 • «Квантик». Журнал для любознательных <http://www.kvantik.com/>  
 • «Математика в школе» — научно-теоретический и методический журнал  
<http://www.schoolpress.ru/jornal/Issues/matem/>  
 • «Наука и Жизнь» — научно-популярный журнал <http://www.nkj.ru/>  
 • «Потенциал» — образовательный журнал для старшеклассников и учителей  
<http://www.potential.org.ru/>  
 • «Математика» — учебно-методическая газета издательского дома «Первое сентября» <http://mat.1september.ru/>

**г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:**

**Программное обеспечение**

| Наименование ПО                        | № договора                | Срок действия лицензии |
|----------------------------------------|---------------------------|------------------------|
| MS Windows 7 Professional(для классов) | Д-1227-18 от 08.10.2018   | 11.10.2021             |
| MS Office 2007 Professional            | № 135 от 17.09.2007       | бессрочно              |
| 7Zip                                   | свободно распространяемое | бессрочно              |
| FAR Manager                            | свободно распространяемое | бессрочно              |

**Профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

| Название курса                                                                                   | Ссылка                                                                                            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования (РИНЦ) | URL: <a href="https://elibrary.ru/project_risc.asp">https://elibrary.ru/project_risc.asp</a>      |
| Поисковая система Академия Google (Google Scholar)                                               | URL: <a href="https://scholar.google.ru/">https://scholar.google.ru/</a>                          |
| Электронная база периодических изданий East View Information Services, ООО «ИВИС»                | <a href="https://dlib.eastview.com/">https://dlib.eastview.com/</a>                               |
| Электронные ресурсы библиотеки МГТУ им. Г.И. Носова                                              | <a href="http://magtu.ru:8085/marcweb2/Default.asp">http://magtu.ru:8085/marcweb2/Default.asp</a> |

## **9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

1. Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Оснащение: доска, мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации

2. Учебные аудитории для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Оснащение: доска, мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации, комплексом методических разработок (раздаточного материала и методических указаний) и\или комплексом тестовых заданий для подготовки и проведения промежуточных и рубежных контролей.

3. Помещения для самостоятельной работы обучающихся.

Оснащение: персональные компьютеры с пакетом MS Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета

4. Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования.

Оснащение: Шкафы для хранения учебно-методической документации, учебного оборудования и учебно-наглядных пособий

## Приложение 1

### 6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

По дисциплине «Элементарная математика» предусмотрена внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся, проводимая в виде самостоятельного изучения литературы и информационных ресурсов, а также в виде решения типовых задач при выполнении контрольных работ.

#### Методические рекомендации по изучению дисциплины

Требования к организации самостоятельной работы студентов при подготовке к аудиторным занятиям: *Самостоятельная работа на лекции*: слушание и запись лекций сложный вид вузовской аудиторной работы. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента. Краткие записи лекций, их конспектирование помогает усвоить учебный материал. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное, основное и сделано это самим студентом.

Конспект лекции лучше подразделять на пункты, параграфы, соблюдая красную строку. Этому в большой степени будут способствовать пункты плана лекции, предложенные преподавателям. Принципиальные места, определения, формулы и другое следует сопровождать замечаниями «важно», «особо важно», «хорошо запомнить» и т.п. Можно делать это и с помощью разноцветных маркеров или ручек. Лучше если они будут собственными, чтобы не приходилось просить их у однокурсников и тем самым не отвлекать их во время лекции.

Целесообразно разработать собственную «маркографию» (значки, символы), сокращения слов. Не лишним будет и изучение основ стенографии. Работая над конспектом лекций, всегда необходимо использовать не только учебник, но и ту литературу, которую дополнительно рекомендовал лектор. Именно такая серьезная, кропотливая работа с лекционным материалом позволит глубоко овладеть знаниями.

*Подготовка к семинарским занятиям*: подготовку к каждому семинарскому занятию каждый студент должен начать с ознакомления с планом семинарского занятия, который отражает содержание предложенной темы. Тщательное продумывание и изучение вопросов плана основывается на проработке текущего материала лекции, а затем изучения обязательной и дополнительной литературы, рекомендованной к данной теме. На основе индивидуальных предпочтений студенту необходимо самостоятельно выбрать тему доклада по проблеме семинара и по возможности подготовить по нему презентацию. Если программой дисциплины предусмотрено выполнение практического задания, то его необходимо выполнить с учетом предложенной инструкции (устно или письменно). Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса.

Результат такой работы должен проявиться в способности студента свободно ответить на теоретические вопросы семинара, его выступлении и участии в коллективном обсуждении вопросов изучаемой темы, правильном выполнении практических заданий и контрольных работ.

*Работа с литературными источниками:* в процессе подготовки к семинарским занятиям, студентам необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной учебно-методической (а также научной и популярной) литературы. Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и Интернета, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у студентов свое отношение к конкретной проблеме.

Более глубокому раскрытию вопросов способствует знакомство с дополнительной литературой, рекомендованной преподавателем по каждой теме семинарского или практического занятия, что позволяет студентам проявить свою индивидуальность в рамках выступления на данных занятиях, выявить широкий спектр мнений по изучаемой проблеме.

*Методические рекомендации по составлению конспекта.*

Конспектирование - краткое и последовательное изложение содержания прочитанного.

Конспект сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Вторым элементом конспекта являются тезисы. Тезис - это кратко сформулированное положение. Для лучшего усвоения и запоминания материала следует записывать тезисы своими словами. Тезисы, выдвигаемые в конспекте, нужно доказывать. Поэтому третий элемент конспекта - основные доводы, доказывающие истинность рассматриваемого тезиса. В конспекте могут быть положения и примеры. Учитывая индивидуальные особенности каждого студента, можно дать лишь некоторые, наиболее оправдавшие себя общие правила, с которыми преподаватель и обязан познакомить студентов: 1. Главное в конспекте не объем, а содержание. В нем должны быть отражены основные принципиальные положения источника, то новое, что висе сто автор, основные методологические положения работы. Умение излагать мысли автора сжато, кратко и собственными словами приходит с опытом и знаниями. Но их накоплению помогает соблюдение одного важного правила - не торопиться записывать при первом же чтении, вносить в конспект лишь то, что стало ясным.

2. Форма ведения конспекта может быть самой разнообразной, она может изменяться, совершенствоваться. Но начинаться конспект всегда должен с указания полного наименования работы, фамилии автора, года и места издания; цитаты берутся в кавычки с обязательной ссылкой на страницу книги,

3. Конспект не должен быть «слепым», безликим, состоящим из сплошного текста. Особо важные места, яркие примеры выделяются цветным подчеркиванием, взятием в рамочку, оттенением, пометками на полях специальными знаками, чтобы можно было быстро найти нужное положение. Дополнительные материалы из других источников можно давать на полях, где записываются свои суждения, мысли, появившиеся уже после составления конспекта.

*Составление и решение ситуационных задач (кейсов).* Это вид самостоятельной работы студента по систематизации информации в рамках постановки или решения конкретных проблем. Решение ситуационных задач чуть менее сложное действие, чем их создание. И в первом, и во втором случае требуется самостоятельный мыслительный поиск самой проблемы, ее решения. Такой вид самостоятельной работы направлен на развитие мышления, творческих умений, усвоение знаний, добытых в ходе активного поиска и самостоятельного решения проблем. Следует отметить, что такие знания более прочные, они позволяют студенту видеть, ставить и разрешать как стандартные, так и не стандартные задачи, которые могут возникнуть в дальнейшем в профессиональной деятельности. Продумывая систему проблемных вопросов, студент должен опираться на уже имеющуюся базу данных, но не повторять вопросы уже содержащиеся в прежних заданиях по теме. Проблемные вопросы должны отражать интеллектуальные затруднения и вызывать целенаправленный мыслительный поиск. Решения ситуационных задач относятся к частично поисковому методу и предполагают третий (применение) и четвертый (творчество) уровень знаний. Характеристики выбранной для ситуационной задачи проблемы и способы ее решения являются отправной точкой для оценки качества этого вида работ. В динамике обучения сложность проблемы нарастает, и к его завершению должна соответствовать сложности задач, поставленных профессиональной деятельностью на начальном этапе.

Оформляются задачи и эталоны ответов к ним письменно.

Роль студента:

- изучить учебную информацию по теме;
- провести системно структурированный анализ содержания темы;
- выделить проблему, имеющую интеллектуальное затруднение, согласовать с преподавателем;
- дать обстоятельную характеристику условий задачи;
- критически осмыслить варианты и попытаться их модифицировать (упростить в плане избыточности);
- выбрать оптимальный вариант (подобрать известные и стандартные алгоритмы действия) или варианты разрешения проблемы (если она не стандартная);
- оформить и сдать на контроль в установленный срок.

*Критерии оценки:*

- соответствие содержания задачи теме;
- содержание задачи носит проблемный характер;
- решение задачи правильное, демонстрирует применение аналитического и творческого подходов;
- продемонстрированы умения работы в ситуации неоднозначности и неопределенности;
- задача представлена на контроль в срок.

*Составление схем, иллюстраций (рисунков), графиков, диаграмм.* Это более простой вид графического способа отображения информации. Целью этой работы является развитие умения студента выделять главные элементы, устанавливать между ними

соотношение, отслеживать ход развития, изменения какого-либо процесса, явления, соотношения каких-либо величин и т. д. Второстепенные детали описательного характера опускаются. Рисунки носят чаще схематичный характер. В них выделяются и обозначаются общие элементы, их топографическое соотношение. Рисунком может быть отображение действия, что способствует наглядности и, соответственно, лучшему запоминанию алгоритма. Схемы и рисунки широко используются в заданиях на практических занятиях в разделе самостоятельной работы.

Эти задания могут даваться всем студентам как обязательные для подготовки к практическим занятиям. *Роль студента:*

- изучить информацию по теме;
- создать тематическую схему, иллюстрацию, график, диаграмму;
- представить на контроль в установленный срок.

*Критерии оценки:*

- соответствие содержания теме;
- правильная структурированность информации.
- наличие логической связи изложенной информации;
- аккуратность выполнения работы; • творческий подход к выполнению задания;
- работа сдана в срок.

*Составление кроссвордов по теме и ответов к ним.* Это разновидность отображения информации в графическом виде и вид контроля знаний по ней. Работа по составлению кроссворда требует от студента владения материалом, умения концентрировать свои мысли и гибкость ума. Разгадывание кроссвордов чаще применяется в аудиторных самостоятельных работах как метод самоконтроля и взаимоконтроля знаний. Составление кроссвордов рассматривается как вид внеаудиторной самостоятельной работы и требует от студентов не только тех же качеств, что необходимы при разгадывании кроссвордов, но и умения систематизировать информацию. Кроссворды могут быть различны по форме и объему слов.

*Роль студента:*

- изучить информацию по теме;
- создать графическую структуру, вопросы и ответы к ним; • представить на контроль в установленный срок.

*Критерии оценки:*

- соответствие содержания теме;
- грамотная формулировка вопросов;
- кроссворд выполнен без ошибок;
- работа представлена на контроль в срок.

***Подготовка презентации и доклада.*** Презентация, согласно толковому словарю русского языка Д.Н. Ушакова: «... способ подачи информации, в котором присутствуют рисунки, фотографии, анимация и звук». Для подготовки презентации рекомендуется использовать: PowerPoint, MS Word, Acrobat Reader. Самая простая программа для создания презентаций Microsoft PowerPoint.

Для подготовки презентации необходимо собрать и обработать начальную информацию

### ***Последовательность подготовки презентации:***

1. Четко сформулировать цель презентации: вы хотите свою аудиторию мотивировать, убедить, заразить какой-то идеей или просто формально отчитаться.
2. Определить каков будет формат презентации: живое выступление (тогда, сколько будет его продолжительность) или электронная рассылка (каков будет контекст презентации).
3. Отобрать всю содержательную часть для презентации и выстроить логическую цепочку представления.
4. Определить ключевые моменты в содержании текста и выделить их.
5. Определить виды визуализации (картинки) для отображения их на слайдах в соответствии с логикой, целью и спецификой материала.
6. Подобрать дизайн и форматировать слайды (количество картинок и текста, их расположение, цвет и размер).
7. Проверить визуальное восприятие презентации.

К видам визуализации относятся иллюстрации, образы, диаграммы, таблицы.

Иллюстрация - представление реально существующего зрительного ряда. Образы - в отличие от иллюстраций метафора. Их назначение вызвать эмоцию и создать отношение к ней, воздействовать на аудиторию. С помощью хорошо продуманных и представляемых образов, информация может надолго остаться в памяти человека. Диаграмма - визуализация количественных и качественных связей. Их используют для убедительной демонстрации данных, для пространственного мышления в дополнение к логическому. Таблица конкретный, наглядный и точный показ данных. Ее основное назначение структурировать информацию, что порой облегчает восприятие данных аудиторией.

### ***Структура выступления.***

Вступление помогает обеспечить успех выступления по любой тематике.

Вступление должно содержать: название, сообщение основной плен, современную оценку предмета изложения, краткое перечисление рассматриваемых вопросов, живую интересную форму изложения, акцентирование внимания на важных моментах, оригинальность подхода.

Основная часть, в которой выступающий должен глубоко раскрыть суть затронутой темы, обычно строится по принципу отчета. Задача основной части представить достаточно данных для того, чтобы слушатели заинтересовались темой и захотели ознакомиться с материалами. При этом логическая структура теоретического блока не должны даваться без наглядных пособий, аудио-визуальных и визуальных материалов.

Заключение ясное, четкое обобщение и краткие выводы, которых всегда ждут слушатели.

### ***Примерные задания для докладов и презентаций***

1. Используя различные источники информации в сети Интернет подготовить презентацию о комбинаторных задачах.
2. Используя различные источники информации в сети Интернет подготовить презентацию о задачах, решаемых с помощью графов

3. Используя различные источники информации в сети Интернет подготовить презентацию о задачах, относящихся к разделу «Тожественные преобразования»
4. Используя различные источники информации в сети Интернет подготовить презентацию о задачах, относящихся к разделу «Последовательности и прогрессии»
5. Используя различные источники информации в сети Интернет подготовить презентацию о задачах, относящихся к разделу «Алгебраические уравнения: типы, способы решения»
6. Используя различные источники информации в сети Интернет подготовить презентацию о задачах, относящихся к разделу «Логарифмические и показательные неравенства: типы, способы решения»
7. Используя различные источники информации в сети Интернет подготовить презентацию о задачах, относящихся к разделу «Нестандартные приёмы решения тригонометрических уравнений и неравенств»
8. Используя различные источники информации в сети Интернет подготовить презентацию о задачах, относящихся к разделу «Задачи с иррациональными числами»
9. Используя различные источники информации в сети Интернет подготовить презентацию о задачах, относящихся к разделу «Функциональные уравнения и неравенства»
10. Используя различные источники информации в сети Интернет подготовить презентацию на тему «Многоугольники: избранные планиметрические задачи и способы их решения»
11. Используя различные источники информации в сети Интернет подготовить презентацию на тему «Окружность и круг: избранные планиметрические задачи и способы их решения»
12. Используя различные источники информации в сети Интернет подготовить презентацию на тему «геометрические построения на плоскости: избранные задачи и способы их решения»
13. Используя различные источники информации в сети Интернет подготовить презентацию на тему «Многогранники в пространстве: избранные задачи и способы их решения»
14. Используя различные источники информации в сети Интернет подготовить презентацию на тему «Тела вращения: избранные задачи и способы их решения»
15. Используя различные источники информации в сети Интернет подготовить презентацию на тему «Комбинации тел в пространстве: избранные задачи и способы их решения»
16. Используя различные источники информации в сети Интернет подготовить презентацию на тему «Координатный и векторный методы решения задач в пространстве»

***Примерные контрольные работы (КР):***

***Примерный текст контрольной работы № 1***

1. Какие двузначные коды можно составить из букв А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К, если на первом месте может стоять гласная, а на втором — согласная?
2. Сколько существует различных паролей, состоящих из четырех различных букв, если в пароле могут быть использованы только буквы А, Б, В, Г?
3. Найдите все пары чисел  $a$  и  $b$  такие, которые являются корнями трехчлена  $x^2 + ax + b$ .
4. Решите уравнение  $y^4 + 2x^4 + 1 = 4x^2y$  в целых числах.
5. Найдите последнюю цифру числа  $19^{79} - 18^{79}$ .
6. Сумма 2006 натуральных чисел равна нечетному числу. Каким числом является произведение сторон: четным или нечетным?
7. Девочке мама на завтрак дала конфету, пряник и булочку. Сколько различных порядков «поедания» этих сладостей есть у девочки?
8. Докажите, что  $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < 0,99$ .
9. Сравните числа  $\sqrt{\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{4}}$  и  $\frac{\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{20} - \sqrt[3]{25}}{3}$ .
10. Десять учителей составили для проведения олимпиады 35 задач. Известно, что среди них было по одному учителю, которые составили одну, две и три задачи. Докажите, что среди них найдется хотя бы один учитель, который составил не менее 5 задач.
11. Какое из чисел  $\frac{7777777773}{7777777778}$  или  $\frac{8888888882}{8888888887}$  больше? Ответ объясните.
12. Существует ли натуральное число, делящееся на 2020, в котором всех цифр 0, 1, 2, ..., 9 поровну?
13. Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% меди, второй — 40% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 3 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 30% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

### **Примерный текст контрольной работы № 2**

1. Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt[9]{\sqrt{m}}}{\sqrt{16\sqrt[9]{m}}}$  при  $m > 0$ .
2. Найдите значение выражения  $\frac{(8\sqrt{3})^2}{8}$ .
3. Найдите значение выражения  $\frac{(2^7 \cdot 9^{\frac{2}{3}})^{21}}{18^{12}}$ .
4. Найдите значение выражения  $6 \cdot 7^{\log_7 2}$ .

5. Найдите значение выражения  $a(36a^2 - 25) \left( \frac{1}{6a+5} - \frac{1}{6a-5} \right)$  при  $a = 36,7$ .

6. Найдите значение выражения  $\frac{3 \sin(\alpha - \pi) - \cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)}{\sin(\alpha - \pi)}$ .

7. Найдите значение выражения  $(625^2 - 52^2) : 677$ .

8. а) Решите уравнение  $1 + \operatorname{ctg} 2x = \frac{1}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right)}$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$ .

9. а) Решите уравнение  $5 \cdot 4^{x^2+4x} + 20 \cdot 10^{x^2+4x-1} - 7 \cdot 25^{x^2+4x} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-3; 1]$ .

10. а) Решите уравнение:  $\log_4(2^{2x} - \sqrt{3} \cos x - \sin 2x) = x$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ .

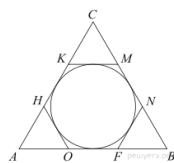
11. Решите неравенство:  $|x^2 - 3x + 1| \geq \sqrt{4x^4 - 4x^2 + 1}$ .

12. Провести полное исследование и построить график функции:

а)  $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$

б)  $y = \frac{\ln x}{x}$

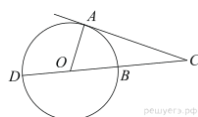
### Примерный текст контрольной работы № 3



1.

К окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , проведены три касательные. Периметры отсеченных треугольников равны 6, 8, 10.

Найдите периметр данного треугольника.



2.

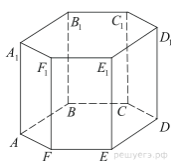
Угол  $ACO$  равен  $58^\circ$ . Его сторона  $CA$  касается окружности. Найдите градусную меру дуги  $AD$  окружности, заключенной внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.

3. Дан параллелограмм  $ABCD$ . Пусть точка  $K$  – середина стороны  $BC$ , точка  $M$  – середина стороны  $CD$ ,  $AK=6$ ,  $AM=3$ ,  $\angle KAM=60^\circ$ . Найдите длину стороны  $AD$ .
4. Угол между диагоналями трапеции равен  $120^\circ$ . Одна из ее диагоналей равна 4, а высота трапеции равна 2. Найдите длину второй диагонали.
5. Среди выпуклых четырехугольников единичной площади найдите все, у которых сумма диагоналей принимает наименьшее значение.
6. Дан треугольник  $ABC$ . Серединный перпендикуляр к стороне  $AB$  пересекается с биссектрисой угла  $BAC$  в точке  $K$ , лежащей на стороне  $BC$ .
  - а) Докажите, что  $AC^2 = BC \cdot CK$
  - б) Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $AKC$ , если  $\cos B = \frac{3}{4}$ ,  $AC = 18$ , а площадь треугольника  $AKC$  равна  $\frac{135}{4}\sqrt{7}$ .
7. Прямая, проходящая через вершину  $B$ , прямоугольника  $ABCD$ , перпендикулярная диагонали  $AC$  и пересекает сторону  $AD$  в точке  $M$ , равноудаленной от вершин  $B$  и  $D$ .
  - а) Докажите, что  $BM$  и  $BD$  делят угол  $B$  на три равных угла.
  - б) Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей прямоугольника  $ABCD$  до прямой  $CM$ , если  $BC = 6\sqrt{21}$ .

#### Примерный текст контрольной работы № 4

1. В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  точка  $Q$  — середина ребра  $AB$ ,  $S$  — вершина. Известно, что  $BC = 5$ , а площадь боковой поверхности равна 45. Найдите длину отрезка  $SQ$ .

2.



В правильной шестиугольной призме  $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$  все ребра равны 1. Найдите угол  $DAB$ . Ответ дайте в градусах.

3. Все плоские углы при вершине треугольной пирамиды являются прямыми. Боковые ребра равны 5 см, 6 см, 7 см. Найдите объем пирамиды.
4. В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  с вершиной  $S$ , все ребра которой равны 4, точка  $N$  — середина ребра  $AC$ , точка  $O$  центр основания пирамиды, точка  $P$  делит отрезок  $SO$  в отношении 3 : 1, считая от вершины пирамиды.
  - а) Докажите, что прямая  $NP$  перпендикулярна прямой  $BS$ .
  - б) Найдите расстояние от точки  $B$  до прямой  $NP$ .
5. Дан прямой круговой конус с вершиной  $M$ . Осевое сечение конуса — треугольник с углом  $120^\circ$  при вершине  $M$ . Образующая конуса равна  $2\sqrt{3}$ . Через точку  $M$  проведено сечение конуса, перпендикулярное одной из образующих.

- а) Докажите, что полученный в сечении треугольник тупоугольный.
- б) Найдите площадь сечения.

***Задания, используемые в промежуточном контроле***

1. В сборнике билетов по истории всего 50 билетов, в 18 из них встречается вопрос по теме "Великая Отечественная Война". Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теме "Великая Отечественная Война".
2. 4. На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Вписанная окружность», равна 0,15. Вероятность того, что это вопрос по теме «Тригонометрия», равна 0,3. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.
3. По мишени производится три выстрела. Рассматриваются события  $A, B, C$  – попадание при первом, втором и третьем выстрелах. Что означают события  $\overline{A} + \overline{B} + \overline{C}, AB + C$ ?
4. В урне 12 шаров. Среди этих шаров 3 белых и 9 черных. Какова вероятность того, что наудачу вынутый шар окажется белым?
5. В радиостудии три микрофона. Для каждого из первых двух микрофонов вероятность того, что он включён в данный момент, равна 0,45, а для третьего – 0,9. Найти вероятность того, что в данный момент включены 2 микрофона.
6. В продаже имеются белые и коричневые яйца в соотношении 2:3, причем производство 60% белых и 71% коричневых яиц датируется днем, предшествующим дню продажи, а остальные яйца датируются более ранними числами. Покупатель заказывает яйца, датируемые днем, предшествующим дню продажи, независимо от их цвета. Какова вероятность того, что ему продадут решетку белых яиц?
7. Производится 5 выстрелов по резервуару с горючим, причем резервуар после первого попадания в него воспламеняется, а после второго попадания в него – взрывается. Вероятность попадания в резервуар при каждом выстреле равна 0,3. Найти вероятность того, что резервуар будет подожжен, но не взорвется.
8. В семье трое детей: 2 мальчика и девочка. Дети играют на кухне. Вероятность того, что мальчики разобьют посуду соответственно равна 0,7 и 0,8, а для девочки – 0,4. Найти вероятность того, что посуда будет разбита.
9. Саша попадает в мишень при одном выстреле с вероятностью 0,8, Маша – с вероятностью 0,7, а Паша – с вероятностью 0,75. Саша выстрелил 2 раза, Маша – 3 раза, Паша – 1 раз, после чего в мишени было обнаружено одно отверстие. Какова вероятность того, что в мишень попала Маша?
10. Смешав 11-процентный и 72-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 31-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 51-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 11-процентного раствора использовали для получения смеси?
11. Катер в 10:00 вышел из пункта  $A$  в пункт  $B$ , расположенный в 15 км от  $A$ . Пробыв в пункте  $B$  1 час, катер отправился назад и вернулся в пункт  $A$  в 15:00 того же дня.

Определите (в км/час) собственную скорость катера, если известно, что скорость реки равна 2 км/ч.

12. Турист идет из одного города в другой, каждый день проходя больше, чем в предыдущий день, на одно и то же расстояние. Известно, что за первый день турист прошел 10 километров. Определите, сколько километров прошел турист за третий день, если весь путь он прошел за 6 дней, а расстояние между городами составляет 120 километров.
13. Первый садовый насос перекачивает 9 литров воды за 4 минуты, второй насос перекачивает тот же объём воды за 6 минут. Сколько минут эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 30 литров воды?
14. Турист идет из одного города в другой, каждый день проходя больше, чем в предыдущий день, на одно и то же расстояние. Известно, что за первый день турист прошел 9 километров. Определите, сколько километров прошел турист за шестой день, если весь путь он прошел за 7 дней, а расстояние между городами составляет 105 километров.
15. Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% меди, второй — 40% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 3 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 30% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.
16. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 391 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 6 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 46 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.
17. Аня и Таня пропалывают грядку за 5 минут, а одна Таня — за 30 минут. За сколько минут пропалывает грядку одна Аня?

$$1 + \operatorname{ctg} 2x = \frac{1}{\cos \left( \frac{3\pi}{2} - 2x \right)}.$$

18. Решите уравнение  $1 + \operatorname{ctg} 2x = \frac{1}{\cos \left( \frac{3\pi}{2} - 2x \right)}$  и укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[ -2\pi; -\frac{\pi}{2} \right]$ .
19. Решите уравнение  $5 \cdot 4^{x^2+4x} + 20 \cdot 10^{x^2+4x-1} - 7 \cdot 25^{x^2+4x} = 0$ . и найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-3; 1]$ .
20. Решите уравнение  $2 \sin(\pi + x) \cdot \cos \left( \frac{\pi}{2} + x \right) = \sin x$ . и найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-5\pi; -4\pi]$ .
21. Решите уравнение  $\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2} = \sin \left( \frac{\pi}{2} - 2x \right)$ . и укажите корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[ \pi, \frac{5\pi}{2} \right]$ .
22. Решите уравнение:  $\log_4(2^{2x} - \sqrt{3} \cos x - \sin 2x) = x$ . и укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[ -\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right]$ .

23. Решить систему уравнений: 
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = 0 \\ -x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -3 \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -2 \end{cases}$$

24. Решите неравенство: 
$$\frac{\log_4(64x) - 2}{\log_4^2 x + \log_4 x^3} \geq -1.$$

25. Решите неравенство: 
$$3^{2x^2} + 3^{x^2+2x+5} \geq 10 \cdot 3^{4x+6}.$$

26. Решите неравенство: 
$$|x^2 - 3x + 1| \geq \sqrt{4x^4 - 4x^2 + 1}.$$

27. Решите неравенство: 
$$2x + 9 + \frac{7x + 14}{x^2 + 3x + 2} \leq \frac{1}{x + 1}.$$

28. Решите неравенство: 
$$\frac{3^{|x|} \cdot 2^x - 2^x - 8 \cdot 3^{|x|} + 8}{2\sqrt{x} - 2} \geq 0.$$

29. Решите систему: 
$$\begin{cases} 25^{\lg x - 1} + 5^{\lg x - 1} - 2 = 0, \\ \sqrt{-2 \sin x} - 4y = 5\sqrt[4]{2}. \end{cases}$$

30. Решите систему уравнений: 
$$\begin{cases} x \sin y = 3, \\ x \cos y = 4. \end{cases}$$

31.

Вычислить пределы:

1. 
$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - x - 6}$$

2. 
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(x-7)(x-3)(x-4)}{5x^4 - x^2 + 11}$$

3. 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3}{2x^2 - 1} - \frac{x^2}{2x + 1} \right)$$

4. 
$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\operatorname{tg} \pi x}{(x + 2)}$$

5. 
$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 4x)^{\frac{1}{3x} + 7}$$

6. 
$$\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} 5x$$

7. 
$$\lim_{x \rightarrow 1-0} 3^{\frac{1}{x-1}}$$

38. Исследовать функцию на непрерывность

$$f(x) = \begin{cases} x - 3 & \text{если } x < 0 \\ 5^x & \text{если } x \geq 0 \end{cases}$$

32. Исследуйте функцию на непрерывность, выясните характер точек разрыва, сделайте чертеж графика функции

$$1) f(x) = 8^{\frac{1}{x+5}}, \quad 2) f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x-1}, & x < 1, \\ (x-1)^2, & 1 \leq x \leq 3, \\ 4, & x > 3. \end{cases}$$

40. Найти производные и дифференциалы первого порядка

1) 
$$y = \frac{7 \cos x}{5x + 1},$$

2) 
$$y = (2 + 5x)^4 - 3 \cos 7x,$$

$$3) y = \frac{7}{3} - 4x \cdot \arcsin x,$$

$$4) y = (\cos x)^{\lg x}.$$

41. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке

$$f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 18x + 7 \quad x \in [-2; 2].$$

42. Исследуйте функцию  $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2$  на экстремум и постройте ее схематический график.

43. Проведите полное исследование и постройте график функции  $y = \frac{(x-1)^2}{x^2}$ .

44. Вычислите пределы, используя правило Лопиталя:

$$а) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - 8x^2 + 13x - 10}{x^3 - 2x^2 + 3x - 6};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow +0} x \cdot \ln(e^x - 1) \cdot 2.$$

45. Напишите уравнение касательной к параболе  $y = x^2 - 4x + 2$  в точке с абсциссой  $x_0 = 0$ . Постройте график и касательную.

46. Напишите уравнение касательной к кривой  $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 164 = 0$  в ее точке с координатами (7; 11). Постройте кривую и ее касательную.

47. Зависимость пути от времени при прямолинейном движении точки задается уравнением  $s = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 - 3$ , где  $s$  — путь в м, а  $t$  — время в с. Вычислите ее скорость и ускорение в момент времени  $t = 4$  с.

48. Составьте уравнения касательной к кривой  $xy = 4$  в точке  $x_0 = 1$ .

49. Вычислите приближенно  $y = \sqrt{x^2 + 8}$  при  $x = 1,09$ .

50. Вычислите предел по правилу Лопиталя  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - 1}{(e^{4x} - 1)^2}$ .

51. Найдите промежутки монотонности и экстремумы функции  $y = \frac{3x}{x^2 + 9}$ .

52. Постройте график функции с помощью производной первого порядка  $y = -x^3 - 3x^2 + 9x + 11$ .

53. Найдите промежутки выпуклости, вогнутости и точки перегиба функции  $y = 2x - 3\sqrt[3]{x^2}$

54. Найдите асимптоты и постройте схематично график функции  $y = \frac{x^3}{(x+1)^2}$ .

55. Вычислите интегралы      А)  $\int_1^2 (x^2 + \frac{1}{x^4}) dx$ .      б)  $\int_2^{\pi} \ln \sin x dx$

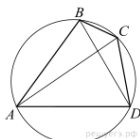
56. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $3x - y = 4$ ,  $y^2 = 6x$

57. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Оу фигуры, ограниченной графиками функций  $x = 3 - y^2$ ,  $x = y^2 + 1$

1. Постройте на плоскости векторы  $\vec{a} = (4; -1)$ ,  $\vec{b} = (-2; 5)$ ,  $\vec{c} = (1; 2)$ . Найдите их линейную комбинацию  $2\vec{a} + \vec{b} + 3\vec{c}$  а) геометрически, б) аналитически.
2. В треугольнике с вершинами  $A(2, 1)$ ,  $B(5, 3)$ ,  $C(-6, 5)$  найти длину высоты из вершины А.
3. Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны  $16^\circ$  и  $33^\circ$ . Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.
4. В треугольнике  $ABC$  угол  $B$  равен  $45^\circ$ , угол  $C$  равен  $85^\circ$ ,  $AD$  — биссектриса,  $E$  — такая точка на  $AB$ , что  $AE = AC$ . Найдите угол  $BDE$ . Ответ дайте в градусах.
5. Большее основание равнобедренной трапеции равно 34. Боковая сторона равна 14.

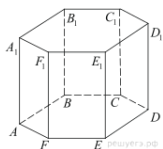
$$\frac{2\sqrt{10}}{7}.$$

Синус острого угла равен  $\frac{2\sqrt{10}}{7}$ . Найдите меньшее основание.

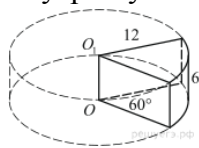


6. Угол  $ABD$  равен  $53^\circ$ . Угол  $BCA$  равен  $38^\circ$ . Найдите вписанный угол  $BCD$ . Ответ дайте в градусах.
7. В остроугольном треугольнике  $ABC$  провели высоту  $CC_1$  и медиану  $AA_1$ . Оказалось, что точки  $A$ ,  $A_1$ ,  $C$ ,  $C_1$  лежат на одной окружности.
  - а) Докажите, что треугольник  $ABC$  равнобедренный.
  - б) Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $AA_1 : CC_1 = 5 : 4$  и  $A_1C_1 = 4$ .
8. Точка  $O$  — центр вписанной в треугольник  $ABC$  окружности. Прямая  $BO$  вторично пересекает описанную около этого треугольника окружность в точке  $P$ .
  - а) Докажите, что  $\angle POC = \angle PCO$ .
  - б) Найдите площадь треугольника  $APC$ , если радиус описанной около треугольника  $ABC$  окружности равен 8, а  $\angle ABC = 60^\circ$ .
9. Две окружности касаются внешним образом в точке  $C$ . Прямая касается меньшей окружности в точке  $A$ , а большей — в точке  $B$ , отличной от  $A$ . Прямая  $AC$  вторично пересекает большую окружность в точке  $D$ , прямая  $BC$  вторично пересекает меньшую окружность в точке  $E$ .
  - а) Докажите, что прямая  $AE$  параллельна прямой  $BD$ .
  - б) Пусть  $L$  — отличная от  $D$  точка пересечения отрезка  $DE$  с большей окружностью. Найдите  $EL$ , если радиусы окружностей равны 2 и 3.
10. В треугольник  $ABC$  вписана окружность радиуса  $R$ , касающаяся стороны  $AC$  в точке  $D$ , причём  $AD = R$ .
  - а) Докажите, что треугольник  $ABC$  прямоугольный.

- б) Вписанная окружность касается сторон  $AB$  и  $BC$  в точках  $E$  и  $F$ . Найдите площадь треугольника  $BEF$ , если известно, что  $R = 5$  и  $CD = 15$ .
11. Диагонали  $AC$  и  $BD$  четырёхугольника  $ABCD$ , вписанного в окружность, пересекаются в точке  $P$ , причём  $BC = CD$ .
- а) Докажите, что  $AB : BC = AP : PD$ .
- б) Найдите площадь треугольника  $COD$ , где  $O$  — центр окружности, вписанной в треугольник  $ABD$ , если дополнительно известно, что  $BD$  — диаметр описанной около четырёхугольника  $ABCD$  окружности,  $AB = 6$ , а  $BC = 6\sqrt{2}$ .
12. Две окружности касаются внутренним образом. Третья окружность касается первых двух и их линии центров.
- а) Докажите, что периметр треугольника с вершинами в центрах трёх окружностей равен диаметру наибольшей из этих окружностей.
- б) Найдите радиус третьей окружности, если известно, что радиусы первых двух равны 4 и 1.
- 13.



14. В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$  все ребра равны 1. Найдите угол  $DAB$ . Ответ дайте в градусах.
15. Во сколько раз уменьшится площадь боковой поверхности конуса, если радиус его основания уменьшить в 15 раз, а образующая останется прежней?
16. В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  точка  $Q$  — середина ребра  $AB$ ,  $S$  — вершина. Известно, что  $BC = 5$ , а площадь боковой поверхности равна 45. Найдите длину отрезка  $SQ$ .
17. Вершина  $A$  куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с ребром 0.7 является центром сферы, проходящей через точку  $A_1$ . Найдите площадь  $S$  части сферы, содержащейся внутри куба. В ответе запишите величину  $S/\pi$ .



18. Найдите объем  $V$  части цилиндра, изображенной на рисунке. В ответе укажите  $V/\pi$ .
19. В прямоугольный параллелепипед вписана сфера с радиусом 5. Найдите объем параллелепипеда.
20. Радиусы двух шаров равны 21 и 72. Найдите радиус шара, площадь поверхности которого равна сумме площадей поверхностей двух данных шаров.
- 21.
22.  $\vec{a} = (2; 1; -3)$ ,  $\vec{b} = (-4; 0; 2)$ ,  $\vec{c} = (1; 1; -2)$ . Найдите:
- а) длину вектора  $\vec{a}$ , его направляющие косинусы, орт вектора  $\vec{a}$ ;
- б)  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{c}$ ,  $\vec{b} \cdot \vec{c}$ ,  $(\vec{a} + 2\vec{c}) \cdot (3\vec{a} - 5\vec{b})$ ;
- в)  $\vec{a} \times \vec{b}$ ,  $\vec{a} \times \vec{c}$ ,  $\vec{b} \times \vec{c}$ ,  $(\vec{a} + 2\vec{c}) \times (3\vec{a} - 5\vec{b})$ ;

г)  $\vec{a} \vec{b} \vec{c}, \quad (\vec{a} + 2\vec{c})(3\vec{a} - 5\vec{b})(\vec{c} - 2\vec{b})$ .

23.  $\vec{a} = (1; 4; -3), \vec{b} = (3; -2; 5), \vec{c} = (3; -4; 2)$ . Найдите площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a} + 2\vec{b}$  и  $\vec{c} - 3\vec{b}$ , и длины его сторон.

24. Проверьте, являются ли векторы  $\vec{a} = (1; 1; 3), \vec{b} = (3; 0; -2), \vec{c} = (-1; 1; 3)$  компланарными.

25. Найдите  $(3\vec{a} + \vec{b})(\vec{c} - 2\vec{a})(\vec{b} - 5\vec{c})$ , если  $\vec{a} \vec{b} \vec{c} = 5$ .

26. Даны точки  $A(-1; -1; 0), B(3; 1; 6), C(0; 1; 2), D(6; 4; 7)$ . Найдите:

а) координаты векторов  $\vec{CA}$  и  $\vec{CB}$ ;

б) скалярное произведение  $\vec{CA} \cdot \vec{CB}$  и угол между векторами  $\vec{CA}$  и  $\vec{CB}$ ;

в) векторное произведение  $\vec{BD} \times \vec{CD}$ ;

г) объём пирамиды  $ABCD$ ;

е) уравнение прямой  $AC$ .

27. Написать канонические и параметрические уравнения прямой, проходящей через точки  $M(2, 1, -1)$  и  $K(3, 3, -1)$ .

28. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(1, 0, 2), B(-1, 2, 0), C(3, 3, 2)$ .

29. Доказать, что прямые параллельны:

$$\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1} \text{ и } \begin{cases} x+y-z=0 \\ x-y-5z-8=0 \end{cases}$$

30. Найти угол между прямой, проходящей через точку  $A(-1, 0, -5)$  и точку  $B(1, 2, 0)$ , и плоскостью  $x-3y+z+5=0$ .

31. Даны вершины тетраэдра  $ABCD$ :  $A(3; 4; -1), B(5; 2; 2), C(3; 1; 0), D(2; 0; -3)$ .

Напишите

- 1) уравнение плоскости  $(ABC)$ ,
- 2) уравнение плоскости, проходящей через  $D$  параллельно  $(ABC)$ .
- 3) канонические и параметрические уравнения ребра  $AD$ .
- 4) канонические и параметрические уравнения прямой, содержащей высоту  $DE$  тетраэдра.

Найдите

- 1) угол между  $AD$  и  $DE$ ;
- 2) площадь треугольника  $ABC$ ;
- 3) объём тетраэдра;
- 4) высоту  $DE$ ;
- 5) координаты точки  $E$ .

32. Все рёбра правильной треугольной пирамиды  $SBCD$  с вершиной  $S$  равны 9. Основание  $O$  высоты  $SO$  этой пирамиды является серединой отрезка  $SS_1$ ,  $M$  — середина ребра  $SB$ , точка  $L$  лежит на ребре  $CD$  так, что  $CL : LD = 7 : 2$ .

а) Докажите, что сечение пирамиды  $SBCD$  плоскостью  $S_1LM$  — равнобедренная трапеция.

б) Вычислите длину средней линии этой трапеции.

33. В пирамиде  $SABC$  известны длины рёбер:  $AB = AC = \sqrt{29}$ ,  $BC = SA = 2\sqrt{5}$ ,  $SB = SC = \sqrt{13}$ .

а) Докажите, что прямая  $SA$  перпендикулярна прямой  $BC$ .

б) Найдите угол между прямой  $SA$  и плоскостью  $SBC$ .

34. В треугольной пирамиде  $PABC$  с основанием  $ABC$  известно, что  $AB = 17$ ,  $PB = 10$ ,  $\cos \angle PBA = \frac{32}{85}$ . Основанием высоты этой пирамиды является точка  $C$ . Прямые  $PA$  и  $BC$  перпендикулярны.

а) Докажите, что треугольник  $ABC$  прямоугольный.

б) Найдите объем пирамиды  $PABC$ .

35. Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ .

а) Докажите, что прямая  $BD_1$  перпендикулярна плоскости  $ACB_1$ .

б) Найдите угол между плоскостями  $AD_1 C_1$  и  $A_1 D_1 C$ .

36. На ребре  $CC_1$  куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  отмечена точка  $E$  так, что  $CE : EC_1 = 1 : 2$ .

а) Пусть точка  $F$  делит ребро  $BB_1$  в отношении  $1 : 2$ , считая от вершины  $B_1$ . Докажите, что угол между прямыми  $BE$  и  $AC_1$  равен углу  $AC_1 F$ .

б) Найдите угол между прямыми  $BE$  и  $AC_1$ .

37. В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  с вершиной  $S$ , все рёбра которой равны 4, точка  $N$  — середина ребра  $AC$ , точка  $O$  центр основания пирамиды, точка  $P$  делит отрезок  $SO$  в отношении  $3 : 1$ , считая от вершины пирамиды.

а) Докажите, что прямая  $NP$  перпендикулярна прямой  $BS$ .

б) Найдите расстояние от точки  $B$  до прямой  $NP$ .

38. Дан прямой круговой конус с вершиной  $M$ . Осевое сечение конуса — треугольник с углом  $120^\circ$  при вершине  $M$ . Образующая конуса равна  $2\sqrt{3}$ . Через точку  $M$  проведено сечение конуса, перпендикулярное одной из образующих.

а) Докажите, что полученный в сечении треугольник тупоугольный.

б) Найдите площадь сечения.

39. В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  сторона основания  $AB = 5$ , а боковое ребро  $SA = 3$ . На рёбрах  $AB$  и  $SC$  отмечены точки  $K$  и  $M$  соответственно, причём  $AK : KB = SM : MC = 1 : 4$ . Плоскость  $\alpha$  содержит прямую  $KM$  и параллельна  $SA$ .

а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  делит ребро  $AC$  в отношении  $1 : 4$ , считая от вершины  $A$ .

б) Найдите расстояние между прямыми  $SA$  и  $KM$ .

## Приложение 2

### 7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

#### а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

| Код индикатора                                                                               | Индикатор достижения компетенции                                                | Оценочные средства                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОПК-8 Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний |                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| ПК-8.1                                                                                       | Планирует и проводит научные исследования в области педагогической деятельности | <p><b>Практические задания:</b></p> <p>13. Используя различные источники информации в сети Интернет подготовить презентацию о комбинаторных задачах.</p> <p>4. Используя различные источники информации в сети Интернет подготовить презентацию о задачах, решаемых с помощью графов</p> <p>5. Используя различные источники информации в сети Интернет подготовить презентацию о задачах, относящихся к разделу «Тождественные преобразования»</p> <p>6. Используя различные источники информации в сети Интернет подготовить презентацию о задачах, относящихся к разделу «Последовательности и прогрессии»</p> <p>7. Используя различные источники информации в сети Интернет подготовить презентацию о задачах, относящихся к разделу «Алгебраические уравнения: типы, способы решения»</p> <p>8. Используя различные источники информации в сети Интернет подготовить презентацию о задачах, относящихся к разделу «Логарифмические и показательные неравенства: типы, способы решения»</p> <p>9. Используя различные источники информации в сети Интернет подготовить презентацию о задачах, относящихся к разделу «Нестандартные приёмы решения тригонометрических уравнений и неравенств»</p> <p>10. Используя различные источники информации в сети Интернет подготовить презентацию о задачах, относящихся к разделу «Задачи с иррациональными числами»</p> <p>11. Используя различные источники информации в сети Интернет подготовить презентацию о задачах, относящихся к разделу «Функциональные уравнения и неравенства»</p> <p>12. Используя различные источники информации в сети Интернет подготовить презентацию на тему «Многоугольники: избранные планиметрические задачи и способы их решения»</p> <p>Используя различные источники информации в сети Интернет подготовить презентацию на тему «Окружность и круг: избранные планиметрические задачи и способы их решения»</p> |

|        |                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|        |                                                                                               | <p>Используя различные источники информации в сети Интернет подготовить презентацию на тему «геометрические построения на плоскости: избранные задачи и способы их решения»</p> <p>13. Используя различные источники информации в сети Интернет подготовить презентацию на тему «Многогранники в пространстве: избранные задачи и способы их решения»</p> <p>Используя различные источники информации в сети Интернет подготовить презентацию на тему «Тела вращения: избранные задачи и способы их решения»</p> <p>Используя различные источники информации в сети Интернет подготовить презентацию на тему «Комбинации тел в пространстве: избранные задачи и способы их решения»</p> <p>Используя различные источники информации в сети Интернет подготовить презентацию на тему «Координатный и векторный методы решения задач в пространстве»</p> <p><b>Комплексные задания:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Составить список Интернет-ресурсов, с помощью которых можно провести подготовительную работу и тестирование в школьном классе по одной из изучаемых тем</li> <li>2. Разработать тестовые материалы для школьников по выбранной теме</li> <li>3. Разработать критерии оценивания составленных тестовых материалов.</li> <li>4. Апробировать разработанные материалы с помощью сокурсников</li> </ol> |
| ПК-8.2 | Использует специальные научные знания для повышения эффективности педагогической деятельности | <p><b>Перечень вопросов к зачёту</b></p> <p><b>5 семестр</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Множества, элементы множества, отношение принадлежности.</li> <li>2. Способы задания множеств: при помощи характеристического свойства и перечислением элементов.</li> <li>3. Отношения включения между множествами, подмножества. Операции над множествами: объединение, пересечение, разность и симметрическая разность, их основные свойства.</li> <li>4. Диаграммы Эйлера-Венна.</li> <li>5. Бинарные соответствия, их свойства: функциональность, всюду определенность, инъективность, сюръективность, биективность.</li> <li>6. Бинарные отношения, их свойства: рефлексивность, симметричность, транзитивность и т.д. Классификация отношений по типам.</li> <li>7. Декартово произведение. Бинарные операции, их свойства: ассоциативность, коммутативность и др.</li> <li>8. Принцип Дирихле. Примеры задач, решаемых с помощью принципа Дирихле.</li> <li>9. Графы. Примеры.</li> </ol>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p>10. Решение текстовых арифметических задач. Текстовые задачи в заданиях ГИА и ЕГЭ.</p> <p>11. Отношение делимости на множестве целых чисел. Свойства отношения делимости (рефлексивность, транзитивность).</p> <p>12. Свойства делимости суммы и произведения. Свойства делимости, связанные с последовательным расположением целых чисел.</p> <p>13. Формулы сокращенного умножения.</p> <p>14. Определение признаков делимости. Признаки-теоремы (необходимые и достаточные условия), признаки делимости на 2, 3(9), 4(25), 8(125), 10, 5, 7, 11, 13.</p> <p>15. Общий признак делимости чисел (признак Паскаля).</p> <p>16. Использование формул сокращенного умножения при применении признаков делимости.</p> <p>17. Теорема о делении с остатком (существование и единственность). Свойства деления с остатком.</p> <p>18. Общий делитель. Наибольший общий делитель (НОД) целых чисел. Алгоритм Евклида и его доказательство. Свойства НОД.</p> <p>19. Взаимно простые числа и их свойства.</p> <p>20. Диофантовы уравнения первой степени с двумя неизвестными. Решение уравнений в множестве <math>x</math> натуральных и целых чисел. Пифагоровы тройки.</p> <p>21. Арифметические функции: <math>\{x\}</math>, <math>[x]</math>.</p> <p>22. Систематические числа. Целые систематические числа. Арифметические операции над целыми числами в различных системах счисления. Способы перевода чисел из одной системы счисления в другую.</p> <p>23. Систематические дроби. Определение <math>g</math>-ичной дроби. Представление рационального числа в виде <math>g</math>-ичной дроби.</p> <p>24. Понятие выборки. Выборки с повторениями и без повторений, упорядоченные и неупорядоченные. Сочетания, размещения, перестановки (без повторений и с повторениями), формулы для вычисления их числа.</p> <p>25. Правила сложения и умножения и их применение для решения комбинаторных задач. Метод включения и исключения.</p> <p>26. Решение задач на составление дерева событий. Комбинаторные задачи на вычисление вероятности.</p> <p>27. Комбинаторные тождества. Производящие функции. Бином Ньютона. Свойства разложения бинома. Треугольник Паскаля.</p> <p>28. Метод математической индукции.</p> |
|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|--|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  | <p style="text-align: center;"><b>6 семестр</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Определение функции. Область определения функции. Множество значений функции. График функции. Способы задания функции.</li> <li>2. Свойства функций (четность, монотонность, периодичность, асимптоты графиков). Степенные и дробно-рациональные функции. Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики. Тригонометрические функции, их свойства и графики.</li> <li>3. Построение графиков функций с помощью преобразований (параллельный перенос, преобразование симметрии, сжатие и растяжение графиков функций). Построение графиков функций, содержащих знак модуля. Сложение графиков.</li> <li>4. Обратная функция. Существование обратной для <math>f(x)</math> функции. Взаимно обратные функции. Графики взаимно обратных функций. Алгоритм составления обратной функции.</li> <li>5. Обратные тригонометрические функции: <math>y=\arcsin x</math>, <math>y=\arccos x</math>, <math>y=\arctg x</math>, <math>y=\operatorname{arcctg} x</math>, их свойства и графики. Вычисление значений обратных тригонометрических функций.</li> <li>6. Элементарное исследование функций. Исследование функций с помощью производной. Схема исследования функций.</li> <li>7. Многочлены. Разложение многочленов на множители.</li> <li>8. Тождественные преобразования целых, дробно-рациональных, иррациональных, тригонометрических показательных и логарифмических выражений. Преобразование выражений, содержащих обратные тригонометрические функции. Доказательство тождеств и неравенств.</li> <li>9. Основные понятия теории уравнений и неравенств. Общие методы решения. Теоремы о равносильности уравнений и неравенств.</li> <li>10. Системы уравнений, равносильность систем, общие методы решения систем уравнений. Системы неравенств.</li> <li>11. Алгебраические уравнения и неравенства (линейные, квадратные, высших степеней, дробно-рациональные, содержащие переменную под знаком модуля, иррациональные). Специальные методы решения.</li> <li>12. Трансцендентные уравнения и неравенства (тригонометрические, содержащие обратные тригонометрические функции, логарифмические и показательные). Специальные методы решения.</li> <li>13. Смешанные уравнения и неравенства.</li> </ol> |
|--|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|--|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p>14. Нестандартные методы решения уравнений, неравенств и их систем.</p> <p>15. Использование свойств функций к решению уравнений, неравенств и их систем.</p> <p>16. Решение методом уравнений и неравенств текстовых сюжетных задач.</p> <p>17. Действительные числа. Функция, ее предел и непрерывность.</p> <p>18. Производная и интеграл. Длина дуги, площадь фигуры, объем тела.</p> <p>19. Дифференциальные уравнения. Применение дифференциального и интегрального исчислений к решению алгебраических, геометрических и физических задач.</p> <p><b>7 семестр</b></p> <p>1. Аксиома параллельных прямых. Свойства и признаки параллельных прямых.</p> <p>2. Многоугольники. Четырехугольники: Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция: определения, свойства и признаки. Выпуклые, невыпуклые, правильные, звездчатые многоугольники.</p> <p>3. Замечательные точки и линии в треугольнике.</p> <p>4. Подобие треугольников. Признаки подобия треугольников.</p> <p>5. Подобие выпуклых многоугольников. Теоремы Менелая, Чева, Ван-Обеля, Стюарта и их применение к решению задач и доказательству теорем.</p> <p>6. Окружность. Свойства хорд и дуг, диаметра. Взаимное положение прямой и окружности, двух окружностей. Углы в окружности. Пропорциональные отрезки в круге.</p> <p>7. Окружность, вписанная и описанная, невписанная относительно треугольника. Вписанные и описанные четырехугольники. Теоремы Птолемея, Бриансона, Паскаля.</p> <p>8. Правильные многоугольники. Длина окружности и площадь круга.</p> <p>9. Конструктивная геометрия. Постулаты циркуля и линейки. Основные построения с помощью циркуля и линейки.</p> <p>10. Схема решения задач на построение.</p> <p>11. Методы решения задач на построение: метод геометрических мест точек, метод вспомогательного треугольника. Применение движения к решению задач на построение. Решение задач методом гомотетии. Построение отрезков по формулам с помощью циркуля и линейки.</p> <p>12. Алгебраический метод решения задач на построение. Задачи, неразрешимые циркулем и линейкой. Критерий разрешимости. Инверсия и ее применение к решению задач на построение.</p> |
|--|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|--|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  | <p style="text-align: center;"><b>8 семестр</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Аксиомы стереометрии. Параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей. Расстояния и углы в стереометрии. Параллельная проекция. Правила в параллельной проекции.</li> <li>2. Многогранная поверхность. Многогранные углы. Многогранник. Выпуклые и невыпуклые многогранники. Многогранники правильные, полуправильные, звездчатые. Доказательство существования пяти типов правильных многогранников. Двойственность правильных многогранников. Группа симметрий правильных многогранников. Каскад правильных многогранников.</li> <li>3. Простейшие многогранники. Параллелепипед, призма их виды и свойства. Тетраэдр, пирамида, усеченная пирамида их виды и свойства. Объем и площадь поверхности.</li> <li>4. Изображение пространственных фигур на плоскости.</li> <li>5. Тела и поверхности вращения. Цилиндр. Конус. Усеченный конус. Шар и его части. Изображение тел вращения.</li> <li>6. Объем и площадь поверхности тел вращения. Комбинации многогранников и круглых тел.</li> <li>7. Геометрические построения в пространстве. Методы решения задач на построение в пространстве.</li> <li>8. Координатный и векторный методы в геометрии. Нестандартные методы решения стереометрических задач.</li> </ol> <p><b>Примерный текст контрольной работы № 1</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>14. Какие двузначные коды можно составить из букв А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К, если на первом месте может стоять гласная, а на втором — согласная?</li> <li>15. Сколько существует различных паролей, состоящих из четырех различных букв, если в пароле могут быть использованы только буквы А, Б, В, Г?</li> <li>16. Найдите все пары чисел <math>a</math> и <math>b</math> такие, которые являются корнями трехчлена <math>x^2 + ax + b</math>.</li> <li>17. Решите уравнение <math>y^4 + 2x^4 + 1 = 4x^2y</math> в целых числах.</li> <li>18. Найдите последнюю цифру числа <math>19^{79} - 18^{79}</math>.</li> <li>19. Сумма 2006 натуральных чисел равна нечетному числу. Каким числом является произведение сторон: четным или нечетным?</li> <li>20. Девочке мама на завтрак дала конфету, пряник и булочку. Сколько различных порядков</li> </ol> |
|--|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p>«поедания» этих сладостей есть у девочки?</p> <p>21. Докажите, что <math>\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{100^2} &lt; 0,99</math>.</p> <p>22. Сравните числа <math>\sqrt[3]{\sqrt{5} - \sqrt[3]{4}}</math> и <math>\frac{\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{20} - \sqrt[3]{25}}{3}</math>.</p> <p>23. Десять учителей составили для проведения олимпиады 35 задач. Известно, что среди них было по одному учителю, которые составили одну, две и три задачи. Докажите, что среди них найдется хотя бы один учитель, который составил не менее 5 задач.</p> <p>24. Какое из чисел <math>\frac{7777777773}{7777777778}</math> или <math>\frac{8888888882}{8888888887}</math> больше? Ответ объясните.</p> <p>25. Существует ли натуральное число, делящееся на 2020, в котором всех цифр 0, 1, 2, ..., 9 поровну?</p> <p>26. Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% меди, второй — 40% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 3 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 30% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.</p> <p><b>Примерный текст контрольной работы № 2</b></p> <p>1. Найдите значение выражения <math>\frac{\sqrt[9]{\sqrt{m}}}{\sqrt{16\sqrt[9]{m}}}</math> при <math>m &gt; 0</math>.</p> <p>2. Найдите значение выражения <math>\frac{(8\sqrt{3})^2}{8}</math>.</p> <p>3. Найдите значение выражения <math>\frac{(2^4 \cdot 9^{\frac{2}{3}})^{21}}{18^{12}}</math>.</p> <p>4. Найдите значение выражения <math>6 \cdot 7^{\log_7 2}</math>.</p> <p>5. Найдите значение выражения <math>a(36a^2 - 25) \left( \frac{1}{6a+5} - \frac{1}{6a-5} \right)</math> при <math>a = 36,7</math>.</p> <p>6. Найдите значение выражения <math>\frac{3 \sin(\alpha - \pi) - \cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)}{\sin(\alpha - \pi)}</math>.</p> <p>7. Найдите значение выражения <math>(625^2 - 52^2) : 677</math>.</p> |
|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

$$1 + \operatorname{ctg} 2x = \frac{1}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right)}.$$

8. а) Решите уравнение

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$ .

9. а) Решите уравнение  $5 \cdot 4^{x^2+4x} + 20 \cdot 10^{x^2+4x-1} - 7 \cdot 25^{x^2+4x} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-3; 1]$ .

10. а) Решите уравнение:  $\log_4(2^{2x} - \sqrt{3} \cos x - \sin 2x) = x$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ .

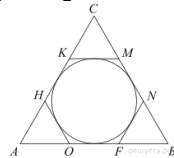
11. Решите неравенство:  $|x^2 - 3x + 1| \geq \sqrt{4x^4 - 4x^2 + 1}$ .

12. Провести полное исследование и построить график функции:

а)  $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$

б)  $y = \frac{\ln x}{x}$

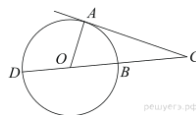
### Примерный текст контрольной работы № 3



1.

К окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , проведены три касательные. Периметры отсеченных треугольников равны 6, 8, 10. Найдите периметр данного треугольника.

2.



Угол  $ACO$  равен  $58^\circ$ . Его сторона  $CA$  касается окружности. Найдите градусную меру дуги  $AD$  окружности, заключенной внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.

7. Дан параллелограмм  $ABCD$ . Пусть точка  $K$  – середина стороны  $BC$ , точка  $M$  – середина стороны  $CD$ ,  $AK=6$ ,  $AM=3$ ,  $\angle KAM=60^\circ$ . Найдите длину стороны  $AD$ .

8. Угол между диагоналями трапеции равен  $120^\circ$ . Одна из ее диагоналей равна 4, а высота трапеции равна 2. Найдите длину второй диагонали.

9. Среди выпуклых четырехугольников единичной площади найдите все, у которых сумма диагоналей принимает наименьшее значение.

10. Дан треугольник  $ABC$ . Серединный перпендикуляр к стороне  $AB$  пересекается с биссектрисой угла  $BAC$  в точке  $K$ , лежащей на стороне  $BC$ .

а) Докажите, что  $AC^2 = BC \cdot CK$

б) Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $AKC$ , если  $\cos B = \frac{3}{4}$ ,  $AC = 18$ , а площадь треугольника  $AKC$  равна  $\frac{135}{4}\sqrt{7}$ .

7. Прямая, проходящая через вершину  $B$ , прямоугольника  $ABCD$ , перпендикулярная диагонали  $AC$  и пересекает сторону  $AD$  в точке  $M$ , равноудаленной от вершин  $B$  и  $D$ .

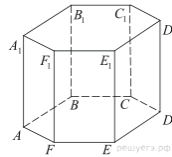
а) Докажите, что  $BM$  и  $BD$  делят угол  $B$  на три равных угла.

б) Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей прямоугольника  $ABCD$  до прямой  $CM$ , если  $BC = 6\sqrt{21}$ .

**Примерный текст контрольной работы № 4**

5. В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  точка  $Q$  — середина ребра  $AB$ ,  $S$  — вершина. Известно, что  $BC = 5$ , а площадь боковой поверхности равна 45. Найдите длину отрезка  $SQ$ .

6.



В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$  все ребра равны 1. Найдите угол  $DAB$ . Ответ дайте в градусах.

7. Все плоские углы при вершине треугольной пирамиды являются прямыми. Боковые ребра равны 5 см, 6 см, 7 см. Найдите объем пирамиды.

8. В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  с вершиной  $S$ , все ребра которой равны 4, точка  $N$  — середина ребра  $AC$ , точка  $O$  центр основания пирамиды, точка  $P$  делит отрезок  $SO$  в отношении 3 : 1, считая от вершины пирамиды.

а) Докажите, что прямая  $NP$  перпендикулярна прямой  $BS$ .

б) Найдите расстояние от точки  $B$  до прямой  $NP$ .

5. Дан прямой круговой конус с вершиной  $M$ . Осевое сечение конуса — треугольник с углом  $120^\circ$  при вершине  $M$ . Образующая конуса равна  $2\sqrt{3}$ . Через точку  $M$  проведено сечение конуса, перпендикулярное одной из образующих.

а) Докажите, что полученный в сечении треугольник тупоугольный.

б) Найдите площадь сечения.



**б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:**

Результаты выполнения обучающимся заданий на зачете в 5-8 семестрах оцениваются по шкале «зачтено» - «не зачтено».

В основе оценивания лежат критерии порогового и повышенного уровня характеристик компетенций или их составляющих частей, формируемых на учебных занятиях по дисциплине «Практикум решения олимпиадных задач по математике».

«Зачтено» – оценка соответствует повышенному и пороговому уровню и выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.

«Не зачтено» - оценка выставляется обучающемуся, который не достигает порогового уровня, демонстрирует непонимание проблемы, не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ПОДГОТОВКЕ К ЗАЧЁТУ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ЭЛЕМЕНТАРНАЯ МАТЕМАТИКА»**

*Подготовка к зачету и экзамену.* Каждый учебный семестр заканчивается зачетно-экзаменационной сессией. Подготовка к зачетно-экзаменационной сессии, сдача зачетов и экзаменов является также самостоятельной работой студента. Основное в подготовке к сессии повторение всего учебного материала дисциплины, по которому необходимо сдавать зачет или экзамен.

Только тот студент успевает, кто хорошо усвоил учебный материал. Если студент плохо работал в семестре, пропускал лекции, слушал их невнимательно, не конспектировал, не изучал рекомендованную литературу, то в процессе подготовки к сессии ему придется не повторять уже знакомое, а заново в короткий срок изучать весь учебный материал. Все это зачастую невозможно сделать из-за нехватки времени.

Для такого студента подготовка к зачету или экзамену будет трудным, а иногда и непосильным делом, а конечный результат – возможное отчисление из учебного заведения.

Требования к подготовке письменных работ.

*Подготовка реферата.* Реферат – письменный доклад по определенной теме, в котором собрана информация из одного или нескольких источников. Рефераты пишутся обычно стандартным языком, с использованием типологизированных речевых оборотов вроде: «важное значение имеет», «уделяется особое внимание», «поднимается вопрос», «делаем следующие выводы», «исследуемая проблема», «освещаемый вопрос» и т.п.

К языковым и стилистическим особенностям рефератов относятся слова и обороты речи, носящие обобщающий характер, словесные клише. У рефератов особая логичность подачи материала и изъяснения мысли, определенная объективность изложения материала. Признаки реферата

Реферат не копирует дословно содержание первоисточника, а представляет собой новый вторичный текст, создаваемый в результате систематизации и обобщения материала первоисточника, его аналитико-синтетической переработки.

Будучи вторичным текстом, реферат составляется в соответствии со всеми требованиями, предъявляемыми к связанному высказыванию: так, ему присущи следующие категории: оптимальное соотношение и завершенность (смысловая и

жанрово-композиционная). Для реферата отбирается информация, объективно-ценная для всех читающих, а не только для одного автора. Автор реферата не может пользоваться только ему понятными значками, пометами, сокращениями.

Работа, проводимая автором для подготовки реферата, должна обязательно включать самостоятельное мини-исследование, осуществляемое студентом на материале или художественных текстов по литературе, или архивных первоисточников по истории и т.п.

Организация и описание исследования представляет собой очень сложный вид интеллектуальной деятельности, требующий культуры научного мышления, знания методики проведения исследования, навыков оформления научного труда и т.д. Мини-исследование раскрывается в реферате после глубокого, полного обзора научной литературы по проблеме исследования.

В зависимости от количества реферируемых источников выделяют следующие виды рефератов:

- монографические - рефераты, написанные на основе одного источника;
- обзорные - рефераты, созданные на основе нескольких исходных текстов, объединенных общей темой и сходными проблемами исследования. Структура реферата

1. Титульный лист
2. Оглавление
3. Введение
4. Основная часть
5. Заключение
6. Список использованной литературы
7. Приложения

Титульный лист. Является первой страницей и заполняется по строго определенным правилам.

После титульного листа помещают оглавление, в котором приводятся все заголовки работы и указываются страницы, с которых они начинаются. Заголовки оглавления должны точно повторять заголовки в тексте. Сокращать их или давать в другой формулировке и последовательности нельзя. Все заголовки начинаются с прописной буквы без точки на конце.

Введение к реферату - важная его часть. Здесь обычно обосновывается актуальность выбранной темы, цель и задачи, краткое содержание, указывается объект рассмотрения, приводится характеристика источников для написания работы и краткий обзор имеющейся по данной теме литературы. Актуальность предполагает оценку своевременности и социальной значимости выбранной темы, обзор литературы по теме отражает знакомство автора с имеющимися источниками, умение их систематизировать, критически рассматривать, выделять существенное, определять главное.

Основная часть. Основная часть реферата структурируется по главам и параграфам (пунктам и подпунктам), количество и название которых определяются автором. Содержание глав основной части должно точно соответствовать теме работы и полностью ее раскрывать. Данные главы должны показать умение студента сжато, логично и аргументировано излагать материал, обобщать, анализировать и делать логические выводы. Основная часть реферата, помимо почерпнутого из разных источников содержания, должна включать в себя собственное мнение студента и сформулированные выводы, опирающиеся на приведенные факты.

В основной части реферата обязательными являются ссылки на авторов, чьи позиции, мнения, информация использованы в реферате. Ссылки на источники могут быть выполнены по тексту работы постранично в нижней части страницы (фамилия автора, его инициалы, полное название работы, год издания и страницы, откуда взята ссылка) или в конце цитирования - тогда достаточно указать номер литературного источника из списка использованной литературы с указанием конкретных страниц, откуда взята ссылка.

Цитирование и ссылки не должны подменять позиции автора реферата. Излишняя высокопарность, злоупотребления терминологией, объемные отступления от темы, несоразмерная растянутость отдельных глав, разделов, параграфов рассматриваются в качестве недостатков основной части реферата.

Заключительная часть предполагает последовательное, логически стройное изложение обобщенных выводов по рассматриваемой теме. Заключение не должно превышать объем 2 страниц и не должно слово в слово повторять уже имеющийся текст, но должно отражать собственные выводы о проделанной работе, а может быть, и о перспективах дальнейшего исследования темы. В заключении целесообразно сформулировать итоги выполненной работы, кратко и четко изложить выводы, представить анализ степени выполнения поставленных во введении задач и указать -то новое, что лично для себя студент вынес из работы над рефератом.

Список использованной литературы составляет одну из частей работы, отражающую самостоятельную творческую работу автора, и позволяет судить о степени фундаментальности данного реферата. В список использованной литературы необходимо внести все источники, которые были изучены студентами в процессе написания реферата.

После списка использованной литературы могут быть помещены различные приложения (таблицы, графики, диаграммы, иллюстрации и пр.). К приложению рекомендуется выносить информацию, которая загромождает текст реферата и мешает его логическому восприятию. В содержательной части работы эта часть материала должна быть обобщена и представлена в сжатом виде. Во все приложения в тексте реферата должны быть ссылки. Каждое приложение нумеруется и оформляется с новой страницы.

Общее количество страниц в реферате, без учета приложений, не должно превышать 15 страниц. Значительное превышение установленного объема является недостатком работы и указывает на то, что студент не сумел отобрать и переработать необходимый материал.

В приложении помещают вспомогательные или дополнительные материалы, которые загромождают текст основной части работы (таблицы, рисунки, карты, графики, неопубликованные документы, переписка и т.д.).

Каждое приложение должно начинаться с новой страницы с указанием в правом верхнем углу слова «Приложение», иметь номер и тематический заголовок. При наличии в работе более одного приложения они нумеруются арабскими цифрами (без знака «№»), например, «Приложение 1». Нумерация страниц, на которых даются приложения, должна быть сквозной и продолжать общую нумерацию страниц основного текста. Связь основного текста с приложениями осуществляется через ссылки, которые употребляются со словом «смотри», которое обычно сокращается и заключается вместе с шифром в круглые скобки, например, (см. прил. 1).

#### *Подготовка творческого домашнего задания.*

Творческие домашние задания одна из форм самостоятельной работы студентов, способствующая углублению знаний, выработке устойчивых навыков самостоятельной работы. Творческое задание – это такое задание, которое содержит больший или меньший элемент неизвестности и имеет, как правило, несколько подходов.

В качестве главных признаков творческих домашних работ студентов выделяют: высокую степень самостоятельности; умение логически обрабатывать материал; умение самостоятельно сравнивать, сопоставлять и обобщать материал; умение классифицировать материал по тем или иным признакам; умение высказывать свое отношение к описываемым явлениям и событиям; умение давать собственную оценку какой-либо работы и др.

Выделяют следующие виды домашних творческих заданий:

Задания когнитивного типа:

1. Научная проблема: решить реальную проблему, которая существует в науке.
2. Структура: нахождение определение принципов построения различных структур.
3. Опыт: проведение опыта, эксперимента.
4. Общее в разном: вычленение общего и отличного в разных системах.

5. Разно-научное познание: одновременная работа с разными способами исследования одного и того же объекта.

Задания креативного типа:

1. Составление - составить словарь, кроссворд, тест, викторину и т.д.
2. Изготовление - изготовить модель, макет, газету, журнал, видеофильм.
3. Учебное пособие - разработать свои учебные пособия.