



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»



УТВЕРЖДАЮ
Директор ИЕиС
И.Ю. Мезин

30.01.2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

СПЕКТРАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ

Направление подготовки (специальность)

01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль/специализация) программы
Математическое моделирование и цифровые двойники

Уровень высшего образования - магистратура

Форма обучения
очная

Институт/факультет	Институт системного менеджмента и стандартизации
Кафедра	Прикладной математики и информатики
Курс	2
Семестр	3

Магнитогорск
2023 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - магистратура по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика (приказ Минобрнауки России от 10.01.2018 г. №13)

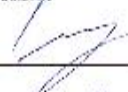
Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

17.01.2023, протокол № 5

Зед. кафедрой  Ю.А. Изменов

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕиС

30.01.2023 г. протокол № 5

Председатель  А.О. Мошин

Рабочая программа составлена:

профессор кафедры ТМИИ, д-р физ.-мат. наук  С.И.

Красовский

Рецензент:

доцент кафедры Физики, канд. физ.-мат. наук  Д.М.

Долгушин

1 Цели освоения дисциплины (модуля)

формирование у выпускника комплекса компетенций, направленных на развитие способностей совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач, способностей к абстрактному мышлению, анализу, синтезу, способности использовать и применять углубленные знания в области прикладной математики и информатики, а также способностей разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач, в том числе с использованием современных информационно-коммуникационных технологий.

2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Спектральная теория дифференциальных операторов входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Дискретные и математические модели

Современные численные методы математической физики

Численные методы решения интегральных уравнений Фредгольма первого рода

Вычислительные методы линейной алгебры

Численные методы решения начально-краевых задач

Дополнительные главы функционального анализа

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Выполнение и защита выпускной квалификационной работы

Производственная - научно-исследовательская работа

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Спектральная теория дифференциальных операторов» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции
ОПК-2	Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач
ОПК-2.1	Производит научные исследования для совершенствования и реализации новых математических методов решения прикладных задач
ОПК-2.2	Оценивает результаты новых научных разработок по совокупности методологических признаков для выбора оптимальных решений прикладных задач
ОПК-2.3	Систематизирует и обобщает опыт для обоснования выбора оптимального решения прикладных задач

4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц 216 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 58,6 акад. часов;
- аудиторная – 54 акад. часов;
- внеаудиторная – 4,6 акад. часов
- самостоятельная работа – 122 акад. часов;
- подготовка к экзамену – 35,4 акад. часа

Форма аттестации - экзамен

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа студента	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код компетенции
		Лек .	лаб. зан.	практ . зан.				
1. Спектр самосопряженного								
1.1 Положительно определенные операторы.	3		2/2И		16	1. Поиск дополнительной ин-формации по заданной теме. 2. Самостоятельно е изучение учебной и научно литературы. 3. Сравнение точек зрения к определению понятия «нау-ка». Выполнение сравнитель-ного анализа опеделения. 4. Работа с	Беседа - обсуждение	ОПК-2.2, ОПК-2.3
1.2 Неограниченные операторы. Симметричность и самосопряженность . Расширение положительно определенного оператора.			2/2И		16	1. Работа с электронными библиотеками. 2. Самостоятельно е изучение учебной и научно	Беседа - обсуждение	ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3

1.3 Спектр самосопряженного оператора. Вполне непрерывные возмущения.			2/2И		12	1. Работа над индивидуальным заданием 2. Работа с электронными библиотеками. 3. Самостоятельно е изучение учебной и научно	Отчет по лабораторной работе 1 Алгоритм нахождения собственного вектора. Матричное представление линейного ограниченного	ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3
Итого по разделу			6/6И		44			
2. Методы вычисления спектра								
	3		4/4И		12	1. Работа над индивидуальным заданием. 2. Самостоятельно е изучение учебной и научно	Беседа – обсуждение Доклад с презентацией	ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3
2.2 Метод Леверрье. Спектральный след.			6/6И		12	1. Работа над индивидуальным заданием. 2. Самостоятельно е изучение учебной и научно	1. Проверка индивидуальных заданий 2. Доклад с презентацией	ОПК-2.1, ОПК-2.3
2.3 Методы А.Н. Крылова и А.М. Данилевского.			6/6И		12	1. Работа над индивидуальным заданием. 2. Самостоятельно е изучение учебной и научно	Отчет по лабораторной работе 2, 3. Процесс ортогонализации и Грамма-Шмидта. Программная	ОПК-2.2, ОПК-2.1, ОПК-2.3
Итого по разделу			16/16 И		36			
3. Оператор Штурма-Лиувилля								
3.1 Оператор Штурма-Лиувилля: основные свойства оператора.	3		8/8И		10	1. Работа над индивидуальным заданием. 2. Самостоятельно е изучение учебной и научно	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-2.3, ОПК-2.2

3.2 Признаки ограниченности и дискретности спектра.		6/6И	16	1. Работа над индивидуальным заданием. 2. Самостоятельное изучение учебной и научно литературы. 3. Подготовка к	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3
Итого по разделу		14/14 И	26			
Итого за семестр		36/36 И	106		экзамен	
Итого по дисциплине		36/36 И	140		экзамен	

5 Образовательные технологии

1. Традиционные образовательные технологии, ориентированные на организацию образовательного процесса и предполагающую прямую трансляцию знаний от преподавателя к магистру.

Формы учебных занятий с использованием традиционных технологий:

Информационная беседа – последовательное обсуждение материала в дисциплинарной логике, осуществляемое преимущественно вербальными средствами.

Лабораторное занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по предложенному алгоритму.

2. Технологии проблемного обучения – организация образовательного процесса, которая предполагает постановку проблемных вопросов, создание учебных проблемных ситуаций для стимулирования активной познавательной деятельности магистрантов.

Формы учебных занятий с использованием технологий проблемного обучения:

Лабораторное занятие – организация учебной работы, направленная на решение комплексной учебно-познавательной задачи, требующей от студента применения как научно-теоретических знаний, так и практических навыков.

3. Интерактивные технологии – организация образовательного процесса, которая предполагает активное и нелинейное взаимодействие всех участников, достижение на этой основе личностно значимого для них образовательного результата.

Формы учебных занятий с использованием специализированных интерактивных технологий:

Беседа-дискуссия – коллективное обсуждение вопросов, проблемы, выявление мнений в группе по теме научного исследования магистрантов.

4. Информационно-коммуникационные образовательные технологии – организация образовательного процесса, основанная на применении программных сред и технических средств работы с информацией по теме научно-исследовательской работы магистрантов.

Формы учебных занятий с использованием информационно-коммуникационных технологий:

Лабораторная работа, доклад с презентацией, беседа – изложение содержания сопровождается презентацией.

6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Представлено в приложении 1.

7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Представлены в приложении 2.

8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) Основная литература:

1. Бирман, М. Ш. Спектральная теория самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве : учебное пособие / М. Ш. Бирман, М. З. Соломяк. — 2-е изд., испр. и доп. — Санкт-Петербург : Лань, 2010. — 464 с. — ISBN 978-5-8114-1076-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/635> (дата обращения: 21.05.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Численные методы : учебник / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. — 9-е изд. — Москва : Лаборатория знаний, 2020. - 636 с. - (Классический университетский учебник). - ISBN 978-5-00101-836-0. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1087429>

б) Дополнительная литература:

1. Шаронов, А. В. Прикладной функциональный анализ : учебное пособие / А. В. Шаронов, А. О. Маркарян. — Москва : МИСИС, 2019. — 40 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/129037> — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Уравнения математической физики. Нелинейные интегрируемые уравнения : учебное пособие для бакалавриата и магистратуры / А. В. Жибер, Р. Д. Муртазина, И. Т. Хабибуллин, А. Б. Шабат. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 375 с. — (Университеты России). — ISBN 978-5-534-03041-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/437563>.
3. Орлик, Л. К. Операторные уравнения и смежные вопросы устойчивости дифференциальных уравнений : монография / Л. К. Орлик, Г. С. Жукова. — Москва : ИНФРА-М, 2020. — 296 с. — (Научная мысль). - ISBN 978-5-16-015846-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1061676>
4. Депп, В.Я. Функциональный анализ. Лекции и упражнения : учебное пособие / Депп В.Я. — Москва : КноРус, 2019. — 507 с. — ISBN 978-5-406-06376-7. — URL: <https://book.ru/book/930021>. — Текст : электронный.

в) Методические указания:

1. Калиткин, Н. Н. Численные методы: Учебное пособие / Калиткин Н.Н., - 2-е изд., исправленное. - СПб:БХВ-Петербург, 2015. - 587 с. ISBN 978-5-9775-2575-6. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/944508>
2. Пантелеев, А. В. Численные методы. Практикум : учебное пособие / А.В. Пантелеев, И.А. Кудрявцева. — Москва : ИНФРА-М, 2020. — 512 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-105242-6. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1028969>
3. Магомедов, К.М. Сеточные характеристические численные методы: учебное пособие для бакалавриата и магистратуры / К.М. Магомедов, А.С. Холодов. - 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2019. – 313с.- (Университеты России). – ISBN 978-5-534-04220-7.
4. Практикум по курсу "Уравнения математической физики" [Электронный ресурс] : методические указания / [сост.: О. А. Торшина]; МГТУ. - [2-е изд., подгот. попеч. изд. 2012 г.]. - Магнитогорск : МГТУ, 2016. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - Режим доступа: <https://magtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=2668.pdf&show=dcatalogues/1/1131371/2668.pdf&view=true>. - Макрообъект.
5. Давыдов А.П., Злыднева Т.П. Методы математической физики. Классификация уравнений и постановка задач. Метод Даламбера. Курс лекций [Текст] : учебное пособие / А.П. Давыдов, Т.П. Злыднева. – Магнитогорск: Изд-во Магнитогорск. гос. техн. ун-та им. Г.И. Носова, 2015. – 103 с.
6. Седов А. И. Обратные задачи спектрального анализа. Метод следов : монография /Магнитогорск : [Изд-во МаГУ], 2012. - 113 с.

г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Программное обеспечение

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
MS Windows 7 Professional(для классов)	Д-1227-18 от 08.10.2018	11.10.2021
FAR Manager	Свободно распространяемое	бессрочно
MS Office 2007 Professional	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно
7Zip	свободно распространяемое ПО	бессрочно

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Название курса	Ссылка
Электронная база периодических изданий East View Information Services, ООО «ИВИС»	https://dlib.eastview.com/
Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)	URL: https://elibrary.ru/project_risc.asp
Поисковая система Академия Google (Google Scholar)	URL: https://scholar.google.ru/
Информационная система - Единое окно доступа к информационным ресурсам	URL: http://window.edu.ru/

Федеральное государственное бюджетное учреждение «Федеральный институт промышленной собственности»	URL: http://www1.fips.ru/
---	--

9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Лекционная аудитория Мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации

Учебная аудитория для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации Мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации. Комплекс тестовых заданий для проведения промежуточного и рубежного контролей.

Помещения для самостоятельной работы учащихся Персональные компьютеры с пакетом Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета

Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования Шкафы для хранения учебно-методической документации, учебного оборудования и учебных наглядных пособий.

Приложение 1

6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Раздел/ тема дисциплины	Вид самостоятельной работы	Кол-во часов	Формы контроля
Раздел 1. Спектр самосопреженного оператора			
1.1. Положительно определенные операторы.	Конспектирование монографий, статей, первоисточников (с составлением конспекта). ОЛ 1.	16	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение
1.2. Неограниченные операторы. Симметричность и самосопреженность. Расширение положительно определенного оператора.	Конспектирование монографий, статей, первоисточников. ОЛ1, ДЛ 1-2	16	Опрос, обсуждение. Проверка конспектов.
1.3. Спектр самосопреженного оператора. Вполне непрерывные возмущения.	Конспектирование монографий, статей, первоисточников (с составлением конспекта). ОЛ 2, ДЛ 1	12	
Итого по разделу		44	
Раздел 2. Методы вычисления спектра			
2.1. Процесс	Конспектирование	12	Проверка конспектов. Опрос,

Раздел/ тема дисциплины	Вид самостоятельной работы	Кол-во часов	Формы контроля
Ритца. Метод Бубнова-Галеркина.	монографий, статей, первоисточников (с составлением конспекта). ОЛ 2, ДЛ 3		обсуждение
2.2. Метод Леверрье. Спектральный след.	Конспектирование монографий, статей, первоисточников (с составлением конспекта). ОЛ 2	12	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение
2.3. Методы А.Н. Крылова и А.М. Данилевского.	Конспектирование монографий, статей, первоисточников (с составлением конспекта). ОЛ 3, ДЛ 2	12	Опрос, обсуждение. Проверка конспектов.
Итого по разделу		36	
Раздел 3. Оператор Штурма-Лиувилля			
3.1. Оператор Штурма-Лиувилля: основные свойства оператора.	Конспектирование монографий, статей, первоисточников (с составлением конспекта). ОЛ 3, ДЛ 3	10	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение
3.2. Признаки ограниченности и дискретности спектра.	Конспектирование монографий, статей, первоисточников (с составлением конспекта). Подготовка к экзамену ОЛ 1-3, ДЛ 1-3	16	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение
Итого по разделу		26	

Список рефератов по дисциплине «Спектральная теория дифференциальных операторов»

1. Задачи о наилучшем приближении. Ортогональные разложения и ряды Фурье в гильбертовом пространстве.
2. Некоторые экстремальные задачи в нормированном и гильбертовом пространствах.
3. Многочлены Чебышева и их свойства. Многочлены, наименее отклоняющиеся от нуля.
4. Линейные операторы в банаховых пространствах. Обратные операторы. Линейные операторные уравнения.
5. Спектр и спектральный радиус оператора. Условия сходимости ряда Неймана. Теорема о возмущениях.

6. Сопряженные, самосопряженные и симметричные операторы.
7. Компактные (вполне непрерывные) операторы в гильбертовом пространстве.
8. Пространство Соболева. Теоремы вложения.
9. Уравнения метода композиций.
10. Общая теория итерационных методов. О существовании сходящихся итерационных методов и их оптимизация.
11. Чебышевские одношаговые (двучленные) итерационные методы.
12. Чебышевский двухшаговый (трехчленный) итерационный метод.
13. Чебышевские итерационные методы для уравнений с симметризуемыми операторами.
14. Блочный чебышевский метод, итерационный метод решения уравнений метода композиций.
15. Метод спуска.

Приложение 2

7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
ОПК-2 Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач		
ОПК-2.1	Производит научные исследования для совершенствования и реализации новых математических методов решения прикладных задач	<i>Перечень теоретических вопросов</i> 1. Понятие спектра линейного оператора. 2. Нахождение собственных чисел. Вековое уравнение. 3. Алгоритм нахождения собственного вектора. 4. Метод А.Н. Крылова. Нахождение собственных чисел. 5. Метод А.Н. Крылова. Нахождение собственных функций. 6. Метод А.М. Данилевского. Нахождение собственных чисел. 7. Метод А.М. Данилевского. Нахождение собственных функций. 8. Метод простой итерации. 9. Процесс ортогонализации Грамма-Шмидта. 10. Неограниченные операторы. Симметричность и самосопряженность. 11. Расширение положительно определенного оператора. 12. Классификация точек спектра. 13. Спектры расширений и расщеплений. 14. Спектр самосопряженного оператора. 15. Вполне непрерывные операторы.
ОПК-2.2	Оценивает результаты новых научных разработок по совокупности методологических признаков для выбора оптимальных решений прикладных задач	<i>Практические задания</i> 3.54. Выяснить, является ли оператор $\tilde{A}(x) = (2x_1 - x_3; x_3; x_1 - x_2)$ линейным, если вектор $x = (x_1, x_2, x_3)$. 3.55. Найти матрицу линейного оператора $y = A(x) = (x_1 + x_2 - x_3; 2x_3; 2x_2 + 5x_3)$, где $x = (x_1, x_2, x_3)$ в том базисе, в котором даны координаты векторов x, y. 3.57. Матрица линейного оператора в базисе (e_1, e_2, e_3) имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$ Найти матрицу A^* этого оператора в базисе (e_1^*, e_2^*, e_3^*), если $e_1^* = 3e_1 + e_2 + 2e_3$, $e_2^* = 2e_1 + e_2 + 2e_3$, $e_3^* = -e_1 + 2e_2 + 5e_3$. 1. Методом Крылова найти характеристический полином матрицы 2. Методом Крылова найти собственные векторы оператора, заданного в матричной форме. 3. Методом Крылова найти характеристический полином матрицы 4. Методом Крылова найти собственные векторы оператора, заданного в матричной форме. 5. Ортогонализировать заданную систему векторов. 6. Построить ортонормированный базис линейной

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
		оболочки заданной системы векторов.
ОПК-2.3	Систематизирует и обобщает опыт для обоснования выбора оптимального решения прикладных задач	<i>Задания на решение задач из профессиональной области, комплексные задания</i> Матричное представление линейного ограниченного оператора. Однозначное определение линейного ограниченного оператора матрицей. Программная реализация. Метод Леверрье. Лабораторная работа №2 Методы Крылового, Данилевского и простой итерации для нахождения собственных чисел и собственных функций оператора, заданного в матричной форме Лабораторная работа №3 Процесс ортогонализации Грамма-Шмидта. Программная реализация Перечень примерных вопросов к экзамену по курсу Понятие спектра линейного оператора. Нахождение собственных чисел. Вековое уравнение. Алгоритм нахождения собственного вектора. Матричное представление линейного ограниченного оператора. Однозначное определение линейного ограниченного оператора матрицей. Программная реализация. Метод Леверрье. Метод А.Н. Крылова. Нахождение собственных чисел. Метод А.Н. Крылова. Нахождение собственных функций. Метод А.М. Данилевского. Нахождение собственных чисел. Метод А.М. Данилевского. Нахождение собственных функций. Метод простой итерации. Процесс ортогонализации Грамма-Шмидта. Процесс ортогонализации Грамма-Шмидта. Программная реализация Неограниченные операторы. Симметричность и самосопряженность. Расширение положительно определенного оператора. Классификация точек спектра. Спектры расширений и расщеплений. Спектр самосопряженного оператора. Вполне непрерывные операторы.

б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:

Промежуточная аттестация по дисциплине «Спектральная теория дифференциальных операторов» включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и владений, проводится в форме экзамена.

Экзамен по дисциплине проводится по результатам отчетности на лабораторных работах с опросом в устной форме по билетам экзамена.

Показатели и критерии оценивания экзамена:

- на оценку **«отлично»** (5 баллов) – обучающийся демонстрирует высокий уровень сформированности компетенций, всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.
- на оценку **«хорошо»** (4 балла) – обучающийся демонстрирует средний уровень сформированности компетенций: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.
- на оценку **«удовлетворительно»** (3 балла) – обучающийся демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенций: в ходе контрольных мероприятий допускаются ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.
- на оценку **«неудовлетворительно»** (2 балла) – обучающийся демонстрирует знания не более 20% теоретического материала, допускает существенные ошибки, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.
- на оценку **«неудовлетворительно»** (1 балл) – обучающийся не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.