



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»



УТВЕРЖДАЮ
Директор ИГиС
И.Ю. Мезан
30.01.2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО АНАЛИЗА

Направление подготовки (специальность)

01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль/специализация) программы
Математическое моделирование и цифровые двойники

Уровень высшего образования - магистратура

Форма обучения
очная

Институт/ факультет	Институт естественных и стандартизации
Кафедра	Прикладной математики и информатики
Курс	1
Семестр	1

Магнитогорск
2023 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - магистратура по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика (приказ Минобрнауки России от 10.01.2018 г. № 13)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики
17.01.2023, протокол № 5

Зав. кафедрой  Ю.А. Извекова

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕИО
30.01.2023 г. протокол № 5

Председатель  Д.Ю. Мозкин

Рабочая программа составлена:
профессор кафедры ПМИИ, д-р физ.-мат. наук
Калаченик

 С.И.

Рецензент:
доцент кафедры Физики, канд. физ.-мат. наук
Долгушина

 Д.М.

1 Цели освоения дисциплины (модуля)

Целями освоения дисциплины (модуля) «Дополнительные главы функционального анализа» являются: формирование у выпускника комплекса компетенций, направленных на формирование способности разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности, а также разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач, в том числе с использованием современных информационно-коммуникационных технологий.

2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Дополнительные главы функционального анализа входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Содержание курса "Функциональный анализ" для бакалавриата.

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Математическое моделирование

Обратные задачи спектрального анализа

История и методология прикладной математики и информатики

Современные численные методы математической физики

Численные методы решения интегральных уравнений Фредгольма первого рода

Выполнение и защита выпускной квалификационной работы

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Дополнительные главы функционального анализа» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции
ОПК-3	Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности
ОПК-3.1	Разрабатывает математические модели и производит их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности
ОПК-3.2	Составляет и оформляет отчеты, выполняет требования нормоконтроля по результатам профессиональной деятельности
ОПК-3.3	Выполняет обзоры научной информации, подготавливает публикации по теме профессиональной деятельности

2.1	Линейные операторы. Свойства линейных операторов.	1	4	6/3И	12	1. Работа с электронными библиотеками. 2. Самостоятельное изучение учебной и научно литературы 3. Написание	Беседа – обсуждение, доклад по реферату	ОПК-3.1, ОПК-3.2, ОПК-3.3
2.2	Функционалы. Свойства функционалов.		2	6/3	12	1. Работа с электронными библиотеками. 2. Самостоятельное изучение учебной и научно литературы 3. Написание	Беседа – обсуждение, доклад по реферату	ОПК-3.1, ОПК-3.2, ОПК-3.3
Итого по разделу			6	12/6И	24			
3. 3. Итерационные методы решения операторных уравнений								
3.1	Общая теория итерационных методов. О существовании сходящихся итерационных методов и их оптимизация.	1	2	6/3	12	1. Поиск дополнительной информации по заданной теме. 2. Самостоятельное изучение учебной и научно литературы. 3. Написание	Беседа – обсуждение, доклад по реферату	ОПК-3.1, ОПК-3.3, ОПК-3.2
3.2	Чебышевские одношаговые (двучленные) итерационные методы. Чебышевский двухшаговый (трехчленный) итерационный метод.		4	6/3	12	1. Поиск дополнительной информации по заданной теме. 2. Самостоятельное изучение учебной и научно литературы. 3. Написание реферата. 4. Работа с	Беседа – обсуждение, доклад по реферату	ОПК-3.1, ОПК-3.2, ОПК-3.3
Итого по разделу			6	12/6И	24			
Итого за семестр			18	36/18И	66,21		экзамен	
Итого по дисциплине			18	36/18И	66,2		экзамен	

5 Образовательные технологии

В ходе изучения дисциплины рекомендуется использовать образовательные и информационные технологии:

1. Традиционные технологии обучения, предполагающие передачу информации в готовом виде, формирование учебных умений по образцу лабораторных занятий.

Использование традиционных технологий обеспечивает ориентирование студента в потоке информации, связанной с различными подходами к определению сущности, содержания, методов, форм развития и саморазвития личности; самоопределение в выборе оптимального пути и способов личностно-профессионального развития; систематизацию знаний, полученных студентами в процессе аудиторной и самостоятельной работы. В ходе проведения лабораторных занятий предусматривается использование средств вычислительной техники при выполнении индивидуальных заданий и тестирования.

2. Интерактивные формы обучения, предполагающие организацию обучения как продуктивной творческой деятельности в режиме взаимодействия студентов друг с другом и с преподавателем

Использование интерактивных образовательных технологий способствует повышению интереса и мотивации учащихся, активизации мыслительной деятельности и творческого потенциала студентов, делает более эффективным усвоение материала, позволяет индивидуализировать обучение и ввести экстренную коррекцию знаний.

При проведении лабораторных занятий используются групповая работа, технология коллективной творческой деятельности, технология сотрудничества, ролевая игра, обсуждение проблемы в форме дискуссии, дебаты, круглый стол. Данные технологии обеспечивают высокий уровень усвоения студентами знаний, эффективное и успешное овладение умениями и навыками в предметной области, формируют познавательную потребность и необходимость дальнейшего самообразования, позволяют активизировать исследовательскую деятельность, обеспечивают эффективный контроль усвоения знаний.

3. Возможности образовательного портала ФГБОУ ВПО «МГТУ» для предоставления студентам графика самостоятельной работы, расписания консультаций, заданий для самостоятельного выполнения и рекомендуемых тем для самостоятельного изучения.

Используемые образовательные технологии позволяют активно применять в учебном процессе интерактивные формы проведения занятий (компьютерная симуляция, разбор конкретных ситуаций), что способствует формированию и развитию профессиональных навыков обучающихся. Применяемые в процессе изучения дисциплины поисковый и исследовательский методы в полной мере соответствуют требованиям ФГОС по реализации компетентностного подхода.

6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Представлено в приложении 1.

7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Представлены в приложении 2.

8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) Основная литература:

1. Шаронов, А. В. Прикладной функциональный анализ : учебное пособие / А. В. Шаронов, А. О. Маркарян. — Москва : МИСИС, 2019. — 40 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/129037> (дата обращения: 21.05.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Шаронов, А. В. Прикладной функциональный анализ : учебное пособие

/ А. В. Шаронов, А. О. Маркарян. — Москва : МИСИС, 2019. — 40 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/129037> (дата обращения: 21.05.2021). — Режим доступа: для авториз. Пользователей.

3. Лобанов, А. И. Математическое моделирование нелинейных процессов : учебник для вузов / А. И. Лобанов, И. Б. Петров. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 255 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-8897-0. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/452200> (дата обращения: 28.05.2021)

4. Павлов, Е. А. Основы функционального анализа : учебное пособие / Е. А. Павлов. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 88 с. — ISBN 978-5-8114-3635-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/116362> (дата обращения: 15.05.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

б) Дополнительная литература:

1. Леонтьева, Т. А. Задачи по теории функций и функциональному анализу с решениями: Учебное пособие / Т.А. Леонтьева, А.В. Домрина. - Москва : НИЦ Инфра-М, 2013. - 164 с. (Высшее образование: Магистратура). ISBN 978-5-16-006429-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/377270> (дата обращения: 21.10.2020). - Режим доступа: по подписке.

2. Уравнения математической физики. Нелинейные интегрируемые уравнения : учебное пособие для бакалавриата и магистратуры / А. В. Жибер, Р. Д. Муртазина, И. Т. Хабибуллин, А. Б. Шабат. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 375 с. — (Университеты России). — ISBN 978-5-534-03041-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblionline.ru/bcode/437563>.

3. Шаронов, А. В. Методы функционального анализа в теории систем автоматического управления : учебное пособие / А. В. Шаронов. — Москва : Горная книга, 2005. — 245 с. — ISBN 5-7418-0388-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/3505> (дата обращения: 15.09.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

в) Методические указания:

1. Калиткин, Н. Н. Численные методы: Учебное пособие / Калиткин Н.Н., - 2-е изд., исправленное. - СПб:БХВ-Петербург, 2015. - 587 с. ISBN 978-5-9775-2575-6. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/944508>

2. Пантелеев, А. В. Численные методы. Практикум : учебное пособие / А.В. Пантеле-ев, И.А. Кудрявцева. — Москва : ИНФРА-М, 2020. — 512 с. — (Высшее образова-ние: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-105242-6. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1028969>

3. Практикум по курсу "Уравнения математической физики" [Электронный ресурс] : методические указания / [сост.: О. А. Торшина]; МГТУ. - [2-е изд., подгот. попеч. изд. 2012 г.]. - Магнитогорск : МГТУ, 2016. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - Режим доступа: <https://magtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=2668.pdf&show=dcatalogues/1/1131371/2668.pdf&view=true>. - Макрообъект.

4. Давыдов А.П., Злыднева Т.П. Методы математической физики. Классификация уравнений и постановка задач. Метод Даламбера. Курс лекций [Текст] : учебное пособие / А.П. Давыдов, Т.П. Злыднева. – Магнитогорск: Изд-во Магнитогорск. гос. техн. ун-та им. Г.И. Носова, 2015. – 103 с.

5. Седов А. И. Обратные задачи спектрального анализа. Метод следов : монография / Магнитогорск : [Изд-во МаГУ], 2012. - 113 с.

г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Программное обеспечение

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
MS Windows 7 Professional(для классов)	Д-1227-18 от 08.10.2018	11.10.2021
FAR Manager	Свободно распространяемое	бессрочно
MS Office 2007 Professional	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно
Maple 14 Classroom License	К-113-11 от 11.04.2011	бессрочно
7Zip	свободно распространяемое ПО	бессрочно

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Название курса	Ссылка
Международная справочная система «Полпред» отрасль «Образование, наука» polpred.com	URL: http://education.polpred.com/
Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)	URL: https://elibrary.ru/project_risc.asp
Поисковая система Академия Google (Google Scholar)	URL: https://scholar.google.ru/
Информационная система - Единое окно доступа к информационным ресурсам	URL: http://window.edu.ru/

9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Лекционная аудитория Мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации

Учебная аудитория для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации Мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации. Комплекс тестовых заданий для проведения промежуточного и рубежного контролей.

Помещения для самостоятельной работы учащихся Персональные компьютеры с пакетом Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета

Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования Шкафы для хранения учебно-методической документации, учебного оборудования и учебных наглядных пособий.

Приложение 1

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Раздел/ тема дисциплины	Вид самостоятельной работы	Кол-во часов	Формы контроля
1. Функциональные пространства и задачи теории приближений	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой.	21,1	Защита реферата, презентация.
2. Линейные операторы и функционалы	Конспектирование текста учебника для освоения новых знаний.	24	Защита реферата, презентация.
3. Итерационные методы решения операторных уравнений	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой.	24	Защита реферата, презентация.
Итого по разделу		69,1	

Список рефератов по дисциплине «Дополнительные главы функционального анализа»

1. Задачи о наилучшем приближении. Ортогональные разложения и ряды Фурье в гильбертовом пространстве.
2. Некоторые экстремальные задачи в нормированном и гильбертовом пространствах.
3. Многочлены Чебышева и их свойства. Многочлены, наименее отклоняющиеся от нуля.
4. Линейные операторы в банаховых пространствах. Обратные операторы. Линейные операторные уравнения.
5. Спектр и спектральный радиус оператора. Условия сходимости ряда Неймана. Теорема о возмущениях.
6. Сопряженные, самосопряженные и симметричные операторы.
7. Компактные (вполне непрерывные) операторы в гильбертовом пространстве.
8. Пространство Соболева. Теоремы вложения.
9. Уравнения метода композиций.
10. Общая теория итерационных методов. О существовании сходящихся итерационных методов и их оптимизация.
11. Чебышевские одношаговые (двухчленные) итерационные методы.
12. Чебышевский двухшаговый (трехчленный) итерационный метод.
13. Чебышевские итерационные методы для уравнений с симметризуемыми операторами.
14. Блочный чебышевский метод, итерационный метод решения уравнений метода композиций.
15. Метод спуска.

Темы для обсуждения.

1. Определение метрических пространств. Примеры.
2. Открытые и замкнутые множества. Всюду плотные и совершенные множества.
3. Сходимость. Непрерывные отображения.
4. Компактность.
5. База топологии пространств.
6. Определение топологических пространств. Хаусдорфово топологическое пространство. Примеры.
7. Метрические и топологические пространства.
8. Линейные операторы. Пространство операторов.
9. Банаховы пространства.
10. Выпуклые множества, функционал Минковского.
11. Линейные топологические пространства. Теорема А.Н. Колмогорова.
12. Принцип равномерной ограниченности.

13. Теорема об обратном операторе. Принцип открытости отображений.
14. Продолжение операторов и функционалов. Принцип продолжения Банаха – Хана.
15. Компактные множества, слабая компактность.
16. Теория мер.
17. Измеримые функции.
18. Интеграл Лебега.
19. Геометрия гильбертова пространства. Базисы гильбертова пространства.
20. Ортогональные разложения в гильбертовом пространстве.
21. Биортогональные последовательности.
22. Сопряженные операторы. Вполне непрерывные операторы.
23. Спектр оператора. Симметричные операторы.
24. Вполне непрерывные операторы. Спектральная теорема.
25. Теорема о следе для операторов в n - мерном пространстве.
26. Ядерные операторы.
27. Теорема о следе для ядерного оператора.
28. Следы дифференциальных операторов.
29. Следы дискретных операторов.

Литература

1. Лебедев В.И. Функциональный анализ и вычислительная математика: Учеб. пособие. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 296 с. – ISBN 5-9221-0092-0.
2. Коллатц Л. Функциональный анализ и вычислительная математика. М.: Мир, 1969. – 448.
3. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы функционального анализа. М.: Наука, 1976. – 544.

Приложение 2

Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
ОПК –3 Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности		
ОПК-3.1	Разрабатывает математические модели и производит их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	<p><i>Перечень теоретических вопросов</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Пространство линейных операторов. 2. Спектр и спектральный радиус. 3. Линейные функционалы. 4. Теорема Рисса. 5. Теорема Хана-Банаха. 6. Собственные значения и собственные функции самосопряженных симметричных операторов. 7. Квадратичные функционалы. 8. Вариационные методы минимизации квадратичных функционалов. 9. Общая теория итерационных методов. 10. О существовании сходящихся итерационных методов и их оптимизация. 11. Метод спуска. 12. Метрические пространства. 13. Компактные множества в метрических пространствах. 14. Принцип сжатых отображений. 15. Линейные пространства. 16. Нормированные, банаховы пространства. 17. Линейные операторы в банаховых пространствах. 18. Пространство линейных операторов. 19. Спектр и спектральный радиус. 20. Линейные функционалы. 21. Теорема Рисса. 22. Теорема Хана-Банаха.
ОПК-3.2	Составляет и оформляет отчеты, выполняет требования нормоконтроля по результатам профессиональной деятельности	<p><i>Практические задания</i></p> <p>Решать задачи по темам:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Задачи о наилучшем приближении. Ортогональные разложения и ряды Фурье в гильбертовом пространстве. 2. Метрические пространства. 3. Некоторые экстремальные задачи в нормированном и гильбертовом пространствах. 4. Нормированные, банаховы пространства. 5. Линейные операторы в банаховых пространствах. 6. Пространство линейных операторов.

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
		7. Собственные значения и собственные функции самосопряженных симметричных операторов. 8. Квадратичные функционалы. 9. Вариационные методы минимизации квадратичных функционалов.
ОПК-3.3	Выполняет обзоры научной информации, подготавливает публикации по теме профессиональной деятельности	<i>Задания на решение задач из профессиональной области, комплексные задания</i> 1. Чебышевские одношаговые (двучленные) итерационные методы. 2. Чебышевский двухшаговый (трехчленный) итерационный метод. 3. Чебышевские итерационные методы для уравнений с симметризуемыми операторами. 4. Блочный чебышевский метод, итерационный метод решения уравнений метода композиций. 5. Метод спуска. 6. Общая теория итерационных методов. 7. О существовании сходящихся итерационных методов и их оптимизация. Подготовка презентации и публичная защита реферата

б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:

Промежуточная аттестация по дисциплине «Дополнительные главы функционального анализа» включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и владений, проводится в форме экзамена.

Экзамен по дисциплине проводится по результатам отчетности на лабораторных работах с опросом в устной форме по билетам экзамена.

Показатели и критерии оценивания экзамена:

– на оценку «отлично» (5 баллов) – обучающийся демонстрирует высокий уровень сформированности компетенций, всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.

– на оценку «хорошо» (4 балла) – обучающийся демонстрирует средний уровень сформированности компетенций: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.

– на оценку «удовлетворительно» (3 балла) – обучающийся демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенций: в ходе контрольных мероприятий допускаются ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

– на оценку «неудовлетворительно» (2 балла) – обучающийся демонстрирует знания не более 20% теоретического материала, допускает существенные ошибки, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.

– на оценку **«неудовлетворительно»** (1 балл) – обучающийся не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.