



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»



УТВЕРЖДАЮ  
Директор ИЭиАС  
С.И. Лукьянов

26.02.2020 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### ***ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ ЭКСПЕРИМЕНТА***

Направление подготовки (специальность)  
13.03.02 Электроэнергетика и электротехника

Направленность (профиль/специализация) программы  
Электроснабжение

Уровень высшего образования - бакалавриат

Форма обучения  
очная

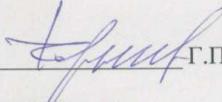
Институт/ факультет	Институт энергетики и автоматизированных систем
Кафедра	Электроснабжения промышленных предприятий
Курс	3
Семестр	5

Магнитогорск  
2020 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО по направлению подготовки  
13.03.02 Электроэнергетика и электротехника (уровень бакалавриата) (приказ  
Минобрнауки России от 28.02.2018 г. № 144)

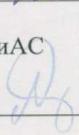
Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры  
Электроснабжения промышленных предприятий

17.02.2020, протокол № 7

Зав. кафедрой  Г.П. Корнилов

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЭиАС

26.02.2020 г. протокол № 5

Председатель  С.И. Лукьянов

Рабочая программа составлена:

доцент кафедры ЭПП, канд. техн. наук  Е.А. Панова



ЦЭСИП ПАО «ММК» , канд. техн. наук  
Н.А. Николаев

## **1 Цели освоения дисциплины (модуля)**

Целью освоения дисциплины «Введение в теорию эксперимента» является изучение основ экспериментальных исследований и математического моделирования, а также применение методов теории планирования эксперимента при анализе режимов работы электроэнергетических систем. Изучение дисциплины также позволит обучающимся выполнять математическое моделирование режимов работы электроэнергетических систем и обработку экспериментальных данных при написании выпускной квалификационной работы бакалавра. В дальнейшем, в процессе профессиональной деятельности, знания, полученные в процессе изучения данной дисциплины, позволят обучающемуся определять эффективные производственно-технологические режимы работы объектов электроэнергетики и электротехники. Также эти знания будут полезны для различных видов научно-исследовательской деятельности.

## **2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы**

Дисциплина Введение в теорию эксперимента входит в часть учебного плана формируемую участниками образовательных отношений образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Математика

Информатика

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Математическое моделирование в электроэнергетических системах

Подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы

Надежность систем электроснабжения

## **3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения**

### **дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения**

В результате освоения дисциплины (модуля) «Введение в теорию эксперимента» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции
ПК-1	Способен участвовать в планировании, подготовке и выполнении типовых экспериментальных исследований по заданной методике и обрабатывать результаты экспериментов
ПК-1.1	Разрабатывает план мероприятий по повышению надежности и экономичности работы электротехнического оборудования

#### **4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц 108 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 37 акад. часов;
  - аудиторная – 36 акад. часов;
  - внеаудиторная – 1 акад. часов
  - самостоятельная работа – 71 акад. часов;

## Форма аттестации - зачет

3.1 Основные понятия теории планирования эксперимента	5	1			5	самостоятельное изучение учебной литературы; конспектирование; подготовка к устному опросу №3	Устный опрос №3	ПК-1.1
3.2 Статистическое оценивание экспериментальных данных		2		4/4И	5	самостоятельное изучение учебной литературы; конспектирование; подготовка к аудиторной контрольной работе №2	Аудиторная контрольная работа №2	ПК-1.1
Итого по разделу		3		4/4И	10			
4. Планирования и обработка результатов однофакторных экспериментов								
4.1 Метод наименьших квадратов	5	1			5	самостоятельное изучение учебной литературы; конспектирование; подготовка к устному опросу №4	Устный опрос №4	ПК-1.1
4.2 Симметричный равномерный план однофакторного эксперимента		1		2/1И	5	самостоятельное изучение учебной литературы; конспектирование; подготовка к устному опросу №5	Устный опрос №5	ПК-1.1
4.3 Проверка адекватности регрессионного уравнения		2		4/2И	5	самостоятельное изучение учебной литературы; конспектирование; подготовка к аудиторной контрольной работе №3	Аудиторная контрольная работа №3	ПК-1.1
Итого по разделу		4		6/3И	15			
5. Элементы матричной алгебры в регрессионном анализе								
5.1 Элементы матричной алгебры в регрессионном анализе	5	1		2/1И	5	самостоятельное изучение учебной литературы; конспектирование; подготовка к устному опросу №6	Устный опрос №6	ПК-1.1
Итого по разделу		1		2/1И	5			
6. Двухуровневые планы многофакторных экспериментов								

6.1 Двухуровневый план полного факторного эксперимента типа $2^n$	5	2			5	самостоятельное изучение учебной литературы; конспектирование; подготовка к устному опросу №7	Устный опрос №7	ПК-1.1
6.2 Применение метода наименьших квадратов для составления регрессионного уравнения. Оценка значимости его коэффициентов, его адекватности и работоспособности		2		2/И	5	самостоятельное изучение учебной литературы; конспектирование; подготовка к аудиторной контрольной работе №4	Аудиторная контрольная работа №4	ПК-1.1
6.3 Дробный факторный эксперимент		1			8	самостоятельное изучение учебной литературы; конспектирование; подготовка к устному опросу №8	Устный опрос №8	ПК-1.1
6.4 Ортогональный центральный композиционный план второго порядка		1			8	самостоятельное изучение учебной литературы; конспектирование; подготовка к устному опросу №9	Устный опрос №9	ПК-1.1
Итого по разделу		6		2/И	26			
Итого за семестр		18		18/12И	71		зачёт	
Итого по дисциплине		18		18/12И	71		зачет	

## **5 Образовательные технологии**

Для реализации предусмотренных видов учебной работы в качестве образовательных технологий в преподавании дисциплины «Введение в теорию эксперимента» используются традиционная и модульно-компетентностная технологии.

Передача необходимых теоретических знаний и формирование основных представлений по курсу «Введение в теорию эксперимента» происходит с использованием мультимедийного оборудования.

Лекции проходят в традиционной форме, в форме лекций-консультаций и проблемных лекций. Теоретический материал на проблемных лекциях является результатом усвоения полученной информации посредством постановки проблемного вопроса и поиска путей его решения. В ходе проведения лекционных занятий предусматривается: 1) использование электронного демонстрационного материала по темам; 2) использование электронных учебников по отдельным темам занятий; 3) активные и интерактивные формы обучения: вариативный опрос, дискуссии, устный опрос и т.д.

При проведении практических занятий используются работа в команде и методы ИТ.

Самостоятельная работа стимулирует студентов при работе на практических занятиях и при подготовке к промежуточной аттестации.

## **6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Представлено в приложении 1.

## **7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации**

Представлены в приложении 2.

## **8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

### **а) Основная литература:**

1. Степанов, П. Е. Планирование эксперимента : учебно-методическое пособие / П. Е. Степанов. — Москва : МИСИС, 2017. — 22 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/108113> (дата обращения: 01.10.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Челноков, М. Б. Основы научного творчества : учебное пособие / М. Б. Челноков. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 172 с. — ISBN 978-5-8114-3864-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/126916> (дата обращения: 01.10.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

### **б) Дополнительная литература:**

1. Крупин В.Г., Высшая математика. Теория вероятностей, математическая статистика, случайные процессы. Сборник задач с решениями : учебное пособие / Крупин В.Г. - М. : Издательский дом МЭИ, 2019. - ISBN 978-5-383-01225-3 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785383012253.html> (дата обращения: 01.10.2020). - Режим доступа : по подписке.

2. Берикашвили, В. Ш. Статистическая обработка данных, планирование эксперимента и случайные процессы : учебное пособие для вузов / В. Ш. Берикашвили, С. П. Оськин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 164 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-09216-5. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/454291> (дата обращения: 25.09.2020).

### **в) Методические указания:**

Методические указания для студентов к практическим занятиям приведены в Приложении 3.

**г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:**

**Программное обеспечение**

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
MathCAD v.15 Education University Edition	Д-1662-13 от 22.11.2013	бессрочно
7Zip	свободно распространяемое	бессрочно
FAR Manager	свободно распространяемое	бессрочно
Calculate Linux Desktop Xfc	свободно распространяемое П	бессрочно
Linux Calculate	свободно распространяемое П	бессрочно

**Профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

Название курса	Ссылка
Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)	URL: <a href="https://elibrary.ru/project_risc.asp">https://elibrary.ru/project_risc.asp</a>
Поисковая система Академия Google (Google Scholar)	URL: <a href="https://scholar.google.ru/">https://scholar.google.ru/</a>

**9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

1. Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа - мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации.
2. Учебные аудитории для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации - доска, мультимедийный проектор, экран.
3. Помещения для самостоятельной работы обучающихся - персональные компьютеры с пакетом MS Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.
4. Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования - стеллажи, сейфы для хранения учебного оборудования. 4. Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования - стеллажи, сейфы для хранения учебного оборудования.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

(обязательное)

### **Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

Аудиторная самостоятельная работа студентов на лекционных и практических занятиях включает в себя:

- 1) решение задач на практических занятиях;
- 2) написание аудиторных контрольных работ.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов включает в себя:

- 1) чтение и проработка лекционного материала и рекомендованной литературы;
- 2) подготовку к устным опросам, аудиторным контрольным работам и зачету.

#### **Задания к практическим занятиям:**

##### *Тема 2.2*

1. Найти критерии подобия для определения параметров модели турбогенератора со следующими характеристиками:

$$U_{\text{ном}} = 20 \text{ кВ};$$

$$P_{\text{ном}} = 320 \text{ МВт};$$

$$I_{\text{ном}} = 10,2 \text{ кА};$$

$$R_{\text{ном,ct}} = 0,0013 \text{ Ом};$$

$$J = 7,5 \text{ т} \cdot \text{м}^2;$$

$$m = 257 \text{ т.}$$

Начальные условия  $t_0 = 1 \text{ с}, \omega_0 = 314 \text{ 1/с}$ .

2. Определить критерии подобия для процесса вынужденных колебаний в вязкой среде закрепленного на пружине груза массой  $M$ , на который действует возмущающая сила  $F \sin \omega t$  и сила сопротивления вязкой среды, пропорциональная скорости перемещения груза. Дифференциальное уравнение данного процесса:

$$M \frac{d^2l}{dt^2} + k \frac{dl}{dt} + cl = F \cdot \sin \omega t.$$

3. Определить критерии подобия переходного процесса распространения волны напряжения по длинной линии, при включении её на постоянное напряжение.

Рассматриваемый процесс описывается уравнением:

$$CL \frac{d^2u}{dt^2} + CR \frac{du}{dt} + CG \frac{du}{dt} + RG u = \frac{d^2u}{dl^2}.$$

где  $u$  - напряжение вдоль линии;  $C, L, R, G$  – емкость, индуктивность, сопротивление и проводимость линии на 1 км;  $l$  – длина;  $t$  – время.

##### *Тема 3.2*

1. Рассчитать дисперсию единичного  $S^2(y_k)$  и среднего  $S^2(\bar{y})$  результата по 9 повторностям опыта

$k$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$U_k, \text{ кВ}$	35	36	37	40	36	39	35	38	37

2. В таблице приведены результаты замера напряжения, эталонным значением которого является  $\bar{U} = 35 \text{ кВ}$ . Найти дисперсию единичного  $S^2(y_k)$  и среднего  $S^2(\bar{y})$  результата.

$k$	1	2	3	4	5	6	7	8
-----	---	---	---	---	---	---	---	---

$U_k$ , кВ	36,9	37,2	38,4	39,2	36,8	37,4	33,8	39,0
------------	------	------	------	------	------	------	------	------

3. Для выборки из задачи №1 определить доверительный интервал генерального математического ожидания и дисперсии с вероятностью 90%.

4. Рассчитать оценки дисперсии единичного и среднего результата. Для выборки I проверить с вероятностью 0,95 равно ли генеральное математическое ожидание значению  $X$  (число букв в фамилии  $\times 10$ ). Для выборки II проверить гипотезу о равенстве генеральной дисперсии  $Y$  (величину  $Y$  принять равной номеру компьютера, за которым Вы работаете).

$k$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$y_{kI}$	120	115	122	117	119	125	121	124	117	118	—	—	—	—	—	—
$y_{kII}$	25	28	32	31	30	27	26	29	32	30	26	29	28	29	30	32
$y_{kIII}$	120	125	130	115	120	110	140	130	135	125	120	115	135	125	—	—
$y_{kIV}$	68	72	73	69	70	72	71	69	72	74	73	69	68	—	—	—

5. Оценить с вероятностью 95% однородны ли дисперсии.

$u$	1	2	3	4	5	6
$S^2(y_{ku})$ , В $^2$	240	140	180	212	80	150
$f_u$	24	12	10	8	16	30

6. Определить с надежностью  $p=0,95$  нет ли в представленных экспериментальных данных грубых ошибок. После исключения возможных ошибок получить оценки математического ожидания и дисперсии для каждой выборки.

$u$	$k$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
I	$y_{kI}$ , Вт	39,6	37,2	38,4	39,2	38,6	37,4	38,8	—	—	—	—	—
II	$y_{kII}$ , Вт	120	80	115	125	130	115	120	130	125	—	—	—
III	$y_{kIII}$ , Вт	100	28	105	50	95	100	110	105	100	110	95	100

7. Определить число повторностей опыта для получения доверительной ошибки, равной  $\varepsilon(\bar{y})=2\%$ , если  $S^2(y_k)=8,2$ ;  $f=1200$ .

8. Дать заключение о возможном преимуществе одного коммутационного аппарата перед другим по току электродинамической стойкости на основе следующих результатов испытаний

$k$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$i_{kI}$ , кА	88	92	89	93	90	91	90	88	90	—
$i_{kII}$ , кА	93	92	89	94	95	95	94	98	96	95

### Tema 4.2

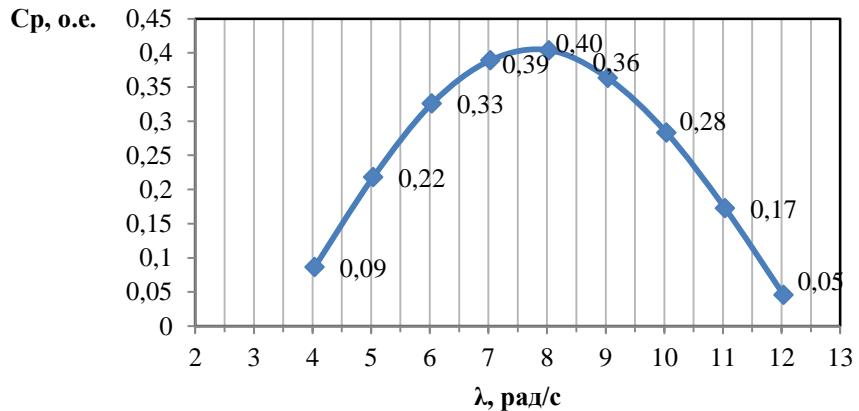
1. Необходимо провести опыт с измерением силы тока, протекающего в цепи. По литературным данным определен диапазон изменения тока (28 – 62 А) и интервал варьирования  $\lambda = 5$  А. Определить число опытов  $N$ , величины силы тока в именованных единицах и в кодированном виде для каждого опыта.

2. По представленным в таблице экспериментальным данным получить методом наименьших квадратов регрессионное уравнение второй степени. Построить по равнению кривую и убедиться, что она проходит между экспериментальными точками

$u$	1	2	3	4	5	6	7
$y_{1u}$	96	136	164	170	176	157	122
$y_{2u}$	99	141	162	172	169	158	121
$y_{3u}$	105	143	154	168	165	165	117
$X_u$	18	22	26	30	34	38	42

3. Оценить, адекватно ли полученное в предыдущей задаче уравнение? Доверительную вероятность принять равной 0,95.

4. На графике приведена зависимость коэффициента мощности ветровой турбины от её окружной скорости. Определить оптимальное значение скорости ветровой турбины по критерию максимума её коэффициента мощности.



### Тема 5.1

1. В таблице приведены результаты замера напряжения и тока электрической печи. По экспериментальным данным получить линейное регрессионное уравнение зависимости тока от напряжения вида  $Y = b_0 + b_1 \cdot X$ . Убедиться графически, что полученная по уравнению кривая проходит между экспериментальных точек.

$u$	1	2	3	4	5	6	7
$U_u, \text{В}$	151,00	156,00	162,00	165,00	169,00	173,00	177,00
$I_u, \text{А}$	704,00	705,00	697,00	678,00	647,00	608,00	562,00
$u$	8	9	10	11	12	13	14
$U_u, \text{В}$	181,00	184,00	189,00	196,00	204,00	216,00	228,00
$I_u, \text{А}$	512,00	457,00	399,00	340,00	281,00	225,00	177,00
$u$	15	16	17	18	19	20	21
$U_u, \text{В}$	239,00	248,00	257,00	265,00	273,00	279,00	286,00
$I_u, \text{А}$	140,00	112,00	90,00	72,00	58,00	45,00	35,00
$u$	22	23	24	25	26	27	28
$U_u, \text{В}$	291,00	294,00	296,00	298,00	301,00	306,00	316,00
$I_u, \text{А}$	26,00	18,00	13,00	9,00	5,00	3,00	1,00

### Тема 6.2

1. Построить план ПФЭ  $2^n$  в безразмерном выражении и в натуральной размерности факторов по следующим параметрам:

$$X_{10} = 38 \text{ кВ}; X_{20} = 24 \%; X_{30} = 0,6 \text{ м}; X_{40} = 500 \text{ об/мин};$$

$$\lambda_1 = 6 \text{ кВ}; \lambda_2 = 4 \%; \lambda_3 = 0,15 \text{ м}; \lambda_4 = 50 \text{ об/мин}.$$

2. По построенному в предыдущей задаче плану выполнена серия опытов.

Результаты представлены в табл. Рассчитать коэффициенты регрессионного уравнения.

По результатам ПФЭ 2<sup>4</sup> можно получить регрессионное уравнение следующего вида:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{14}x_1x_4 + b_{23}x_2x_3 + b_{24}x_2x_4 + b_{34}x_3x_4 + b_{123}x_1x_2x_3 + b_{124}x_1x_2x_4 + b_{234}x_2x_3x_4 + b_{134}x_1x_3x_4 + b_{1234}x_1x_2x_3x_4.$$

Результаты эксперимента

<i>u</i>	<i>y<sub>1u</sub></i>	<i>y<sub>2u</sub></i>	<i>y<sub>3u</sub></i>	<i>y<sub>4u</sub></i>
1	46,5	45,5	46,6	45,5
2	61	63,3	62,5	61,6
3	67,7	67	64	65,7
4	64,1	63,7	65,1	63,6
5	53,4	53,3	53,6	52,6
6	70,2	68,9	68,9	70
7	71,3	69,1	68,6	69,1
8	91,7	88,8	90	88,6
9	71,6	70,1	70,4	69,8
10	84,9	85,8	85,8	86,4
11	88,8	89	89,2	89,7
12	107,3	105,7	106	104,4
13	77,9	78,3	78,9	78,4
14	98,7	94,4	94,5	93,7
15	93,3	93,5	93,4	92,1
16	98,2	98,7	98,2	98,8

3. Рассчитать коэффициенты уравнения процесса, по результатам реализации плана ПФЭ 2<sup>3</sup>, представленным в табл. Проверить значимость коэффициентов полученного регрессионного уравнения.

Результаты эксперимента

<i>u</i>	<i>y<sub>1u</sub></i>	<i>y<sub>2u</sub></i>	<i>y<sub>3u</sub></i>	<i>y<sub>4u</sub></i>
1	75	75	60	70
2	90	85	95	70
3	55	65	75	70
4	125	115	105	95
5	70	60	75	75
6	115	100	95	110
7	75	80	90	75
8	155	160	145	140

4. По результатам эксперимента в предыдущей задаче был поставлен дополнительный опыт в центре плана. Проверить регрессионное уравнение, из которого уже исключен незначимые коэффициенты, на адекватность и работоспособность.

Результаты опыта в центре плана

<i>u</i>	<i>y<sub>1u</sub></i>	<i>y<sub>2u</sub></i>	<i>y<sub>3u</sub></i>	<i>y<sub>4u</sub></i>
9	100	90	105	85

### Устные опросы:

#### Устный опрос №1

1. Что такое наука?
2. На какие разделы подразделяется современная наука?

3. Чем характеризуется научное исследование?
4. На какие группы делятся научные методы?
5. Назовите общелогические методы познания.
6. Какие методы познания относятся к теоретическим?
7. Перечислите эмпирические методы познания.
8. Что такое эксперимент?
9. Какие особенности присущи эксперименту?
10. Перечислите стадии осуществления эксперимента.
11. Какие виды экспериментов существуют?

#### Устный опрос №2

1. Что такое моделирование?
2. Что понимается под оригиналом и моделью?
3. Назовите условия существования модели.
4. Виды подобия.
5. Что такое подобие.
6. Какие задачи решает теория подобия?
7. Что такое критерий подобия?

#### Устный опрос №3

1. Виды факторов в эксперименте.
2. Схема эксперимента («черный ящик»).
3. Чем отличаются интерполяционный и оптимизационный эксперимент?
4. Какие требования предъявляются к функции цели и факторам?
5. Что называется случайным фактором в эксперименте?
6. Как при обработке экспериментальных данных используется критерий Стьюдента?
7. Как оценивается однородность дисперсий результатов опытов?
8. Какой критерий используется для выявления ошибок в результатах эксперимента?
9. На основе какой оценки можно судить о влиянии изменившихся условий проведения опытов на результаты эксперимента?

#### Устный опрос №4

1. Что такое функциональная зависимость?
2. Какую зависимость называют эмпирической?
3. На чем основывается метод наименьших квадратов?
4. Как используется метод наименьших квадратов для определения коэффициентов регрессионного уравнения?
5. Как составляется план однофакторного эксперимента?

#### Устный опрос №5

1. Каким образом выполняется преобразование плана в кодированный вид?
2. Какой план называется симметричным?
3. Как получить равномерный план эксперимента?
4. Что такое адекватность регрессионного уравнения и как она оценивается?

#### Устный опрос №6

1. Метод наименьших квадратов в матричной форме.
2. Как составляется матрица факторов и функции отклика?
3. Как определить коэффициенты регрессионного уравнения используя матричную форму записи метода наименьших квадратов?

Устный опрос №7

1. Что такое симметричность плана эксперимента?
2. Что такое ортогональность плана эксперимента?
3. Алгоритм составления плана полного факторного эксперимента типа  $2^n$  при любом числе факторов.
4. Общий вид регрессионного уравнения, полученного по плану полного факторного эксперимента типа  $2^n$ .

Устный опрос №8

1. Какое регрессионное уравнение считается работоспособным?
2. Что такое дробный факторный эксперимент?
3. В каком случае целесообразно применять планы дробного факторного эксперимента?
4. Как составляется план дробного факторного эксперимента?
5. Как определить коэффициенты регрессионного уравнения на основе плана дробного факторного эксперимента?
6. Что такое генерирующее соотношение?

Устный опрос №9

1. Какие коэффициенты регрессионного уравнения считаются значимыми?
  2. Как оценить адекватность регрессионного уравнения?
  3. Как составить ортогональный центральный композиционный план второго порядка?
  4. Что такое «звездные точки» ортогонального центрального композиционного плана второго порядка и как найти их координаты?
-

## Аудиторные контрольные работы:

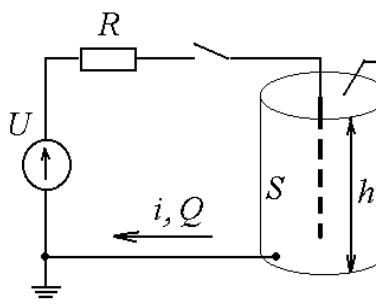
### Аудиторная контрольная работа №1

Исследуется электрический фильтр для очистки газов, который содержит проходной канал в виде трубы (высота  $h$ , площадь  $S$ ), через который пропускается задымленный газ с абсолютной диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$ . Внутри канала находится стержневой электрод. При подключении высокого постоянного напряжения  $U$  происходит ионизация газа, частицы загрязнений приобретают заряд и притягиваются к внутренней стенке канала. В электрическую цепь включено токоограничивающее сопротивление  $R$  на случай пробоя газового промежутка.

**АКР-  
1**

**Введение в теорию эксперимента**

**Вариант  
1**



Параметры натурной установки:

$$U_h = 110 \text{ kV};$$

$$R_h = 10 \text{ k}\Omega\text{m};$$

$$h_h = 5 \text{ m};$$

$$S_h = 60 \text{ m}^2;$$

$$\varepsilon_h = 10^{-10} \text{ F/m}.$$

Начальные условия (параметры процесса):

При подключении установки в момент времени  $t_h(0) = 0,1 \text{ s}$  ток  $i_h(0) = 0,01 \text{ A}$  и заряд  $Q_h(0) = 10^{-3} \text{ Кл}$ .

Определить:

1) критерии подобия методом анализа размерностей для следующего списка существенных величин:

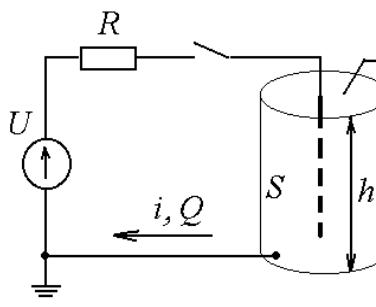
$$U; i; R; t; S; \varepsilon; (\text{зависимая величина} - i).$$

2) параметры модели, подобной натуральной установке.

**АКР-  
1**

**Введение в теорию эксперимента**

**Вариант  
2**



Параметры натурной установки:

$$U_h = 120 \text{ kV};$$

$$R_h = 20 \text{ k}\Omega\text{m};$$

$$h_h = 6 \text{ m};$$

$$S_h = 60 \text{ m}^2;$$

$$\varepsilon_h = 10^{-10} \text{ F/m}.$$

Начальные условия (параметры процесса):

При подключении установки в момент времени  $t_h(0) = 0,1 \text{ s}$  ток  $i_h(0) = 0,01 \text{ A}$  и заряд  $Q_h(0) = 10^{-3} \text{ Кл}$ .

Определить:

1) критерии подобия методом анализа размерностей для следующего списка существенных величин:

$$U; R; t; Q; h; S \text{ (зависимая величина - } R).$$

2) параметры модели, подобной натуральной установке.

### *Аудиторная контрольная работа №2*

**АКР-2**

**Введение в теорию эксперимента**

**Вариант 1**

1. Рассчитать оценки дисперсии единичного и среднего по 10 повторностям опыта:

<b><i>k</i></b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
$U_k, \text{kV}$	120	115	122	117	119	125	121	124	117	118

2. Определить с надежностью  $P=0,95$ , нет ли среди представленных в таблице экспериментальных данных грубых ошибок? После исключения возможных ошибок получить оценки средней величины и дисперсии единичной величины.

<b><i>k</i></b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
$P_k, \text{Вт}$	59,6	37,2	38,4	39,2	36,8	37,4	38,8	39,0		

3. В коммутационном аппарате (1) изменен материал контактов (2). Повлияло ли это на его коммутационный ресурс (количество циклов «Включение-Отключение»)?

<b><i>k</i></b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
$n_{k1}$	24995	25003	24984	24972	24952	25012	25003	24994	24981	25009
$n_{k2}$	25141	25146	25110	25080	25118	25107	25096	25120	25128	25056
<b><i>k</i></b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>
$n_{k1}$	25023	24994	25014	25043	24987	25014	25004	24917	24980	25047
$n_{k2}$	25080	25078	25112	25124	25100	25105	25076	25076	25117	25044

**АКР-2**

**Введение в теорию эксперимента**

**Вариант 2**

1. Рассчитать оценки дисперсии единичного и среднего по 16 повторностям опыта:

<b><i>k</i></b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>
$I_k, \text{A}$	25	28	32	31	30	27	26	29	32	30	26	29	28	29	30	32

2. Определить с надежность  $P=0,95$ , нет ли среди представленных в таблице экспериментальных данных грубых ошибок? После исключения возможных ошибок получить оценки средней величины и дисперсии единичной величины.

<b><i>k</i></b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
$U_k, \text{B}$	120	80	115	125	130	115	120	130	125

3. В коммутационном аппарате (1) изменен материал контактов (2). Повлияло ли это на его коммутационный ресурс (количество циклов «Включение-Отключение»)?

<b><i>k</i></b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
$n_{k1}$	30017	30003	30002	29995	30003	29998	30004	29994	29982	29993
$n_{k2}$	30032	30027	30036	30052	30057	30029	30060	30051	30041	30065
<b><i>k</i></b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	-
$n_{k1}$	29982	30003	30005	30017	30007	29976	30007	29987	29994	-

$n_{k2}$	30043	30057	30058	30052	30053	30057	30061	30051	30061	-
----------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	---

*Аудиторная контрольная работа №3*

**АКР-3**

**Введение в теорию эксперимента**

**Вариант 1**

Получить адекватное уравнение, описывающее следующие экспериментальные данные:

<i>u</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$y_{1u}$	7	12	23	45	52	56	56	37	4
$y_{2u}$	8	13	29	44	55	60	56	40	9
$y_{3u}$	4	14	32	42	56	61	52	38	5
$y_{4u}$	5	15	31	43	53	57	53	35	6
$X_u$	24	27	30	33	36	39	42	45	48

Построить по полученному уравнению кривую и убедиться, что она проходит между экспериментальными точками.

**АКР-3**

**Введение в теорию эксперимента**

**Вариант 2**

Получить адекватное уравнение, описывающее следующие экспериментальные данные:

<i>u</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$y_{1u}$	25	21	18	16	9	11	13	17	20
$y_{2u}$	24	19	19	14	7	10	14	18	19
$y_{3u}$	21	20	15	13	8	9	12	16	21
$y_{4u}$	28	23	21	15	10	12	14	17	21
$X_u$	12	14	16	18	20	22	24	26	28

Построить по полученному уравнению кривую и убедиться, что она проходит между экспериментальными точками.

*Аудиторная контрольная работа №4*

По результатам ПФЭ<sup>2</sup> получить математическую модель исследуемого процесса.

Для этого:

- 1) построить кодированную матрицу планирования эксперимента;
- 2) рассчитать коэффициенты регрессионного уравнения в кодированной форме;
- 3) проверить значимость полученных коэффициентов регрессионного уравнения;
- 4) проверить адекватность полученного уравнения.

**АКР-4**

**Введение в теорию эксперимента**

**Вариант - 1**

№ опыта	Варьируемые факторы			Значения функции отклика	
	X <sub>0</sub>	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>
1	1	10	15	260	264

2	1	2	15	420	418
3	1	10	5	-40	-44
4	1	2	5	120	124

**АКР-4**

**Введение в теорию эксперимента**

**Вариант - 2**

№ опыта	Варьируемые факторы			Значения функции отклика	
	X <sub>0</sub>	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>
1	1	25	14	240	238
2	1	15	14	160	158
3	1	25	6	224	220
4	1	15	6	144	146

### ***Вопросы для проведения промежуточной аттестации***

1. Понятие научного знания.
  2. Методы, используемые на теоретическом и эмпирическом уровне исследования.
  3. Теория эксперимента и ее составные части: моделирование, теория планирования эксперимента, обработка результатов.
  4. Моделирование в научных исследованиях; понятие модели; виды моделирования.
  5. Понятие обобщенной переменной. Критерии подобия. Представление результатов эксперимента в критериальной форме.
  6. Первая теорема подобия (теорема Ньютона-Бертрана).
  7. Вторая теорема подобия ( $\pi$ -теорема).
  8. Третья теорема подобия.
  9. Определение критериев подобия по известным уравнениям физического процесса. Метод интегральных аналогов.
  10. Правила преобразования критериев подобия.
  11. Определение критериев подобия по списку существенных величин изучаемого физического процесса. Анализ размерностей. Метод Рэлея.
  12. Единицы измерения и размерности физических величин. Система СИ. Первичные и вторичные величины.
  13. Определительные уравнения и формулы размерностей вторичных величин системы СИ.
  14. Эксперимент и факторы эксперимента (неизменные, варьируемые и случайные). Функции цели. Воспроизводимость эксперимента.
  15. Уровни фактора. Факторное пространство. Поверхность отклика. Однофакторные и многофакторные эксперименты. Пассивный и активный эксперимент.
  16. Задачи, решаемые с помощью эксперимента: интерполяционные и экстремальные. Требования, предъявляемые к факторам и функции цели.
  17. Случайные величины. Функции распределения. Параметры распределения случайных величин.
  18. Статистические совокупности. Стандартное нормальное распределение.
- Решение основных задач математической статистики.
19. Критерий Фишера.
  20. Распределение Стьюдента.
  21. Распределение Пирсона.
  22. Критерий Кохрена
  23. Проверка выборки на подозрительность.
  24. Полный факторный эксперимент. Кодирование факторов. Построение планов типа  $2^n$ . Матрица планирования ПФЭ  $2^n$ .
  25. Основные свойства матрицы ПФЭ.
  26. Вычисление коэффициентов регрессии в ПФЭ.
  27. Проверка адекватности моделей ПФЭ.
  28. Ортогональное центральное композиционное планирование (ОЦКП).
- Матрица планирования ОЦКП. Основные свойства. Обработка результатов ОЦКП.
29. Ротательное центральное композиционное планирование (РЦКП).
  30. Дробный факторный эксперимент (ДФЭ).
  31. Планирование экстремального эксперимента.
  32. Симплексный метод.
  33. Метод наименьших квадратов.
  34. Уравнение регрессии. Определение коэффициентов регрессии N-факторного эксперимента.
  35. Регрессионный анализ. Проверка коэффициентов регрессии на значимость.
  36. Проверка адекватности модели.

37. Оценка предсказательных свойств уравнения регрессии. Дисперсионный анализ.

**ПРИЛОЖЕНИЕ 2**  
(обязательное)

**а) оценочные средства для проведения промежуточной аттестации**

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
<b>ПК-1: Способен участвовать в планировании, подготовке и выполнении типовых экспериментальных исследований по заданной методике и обрабатывать результаты экспериментов</b>		
ПК-1.1	<i>Разрабатывает план мероприятий по повышению надежности и экономичности работы электротехнического оборудования</i>	<p><b>Теоретические вопросы</b></p> <p>1. Что такое наука?      2. На какие разделы подразделяется современная наука?      3. Чем характеризуется научное исследование?      4. На какие группы делятся научные методы?      5. Назовите общелогические методы познания.      6. Какие методы познания относятся к теоретическим?      7. Перечислите эмпирические методы познания.      8. Что такое эксперимент?      9. Какие особенности присущи эксперименту?      10. Перечислите стадии осуществления эксперимента.      11. Какие виды экспериментов существуют?      12. Что такое моделирование?      13. Что понимается под оригиналом и моделью?      14. Назовите условия существования модели.      15. Виды подобия.      16. Что такое подобие.      17. Какие задачи решает теория подобия?      18. Что такое критерий подобия?      19. Виды факторов в эксперименте.      20. Схема эксперимента («черный ящик»).      21. Чем отличаются интерполяционный и оптимизационный эксперимент?      22. Какие требования предъявляются к функции цели и факторам?      23. Что называется случайным фактором в эксперименте?      24. Как при обработке экспериментальных данных используется критерий Стьюдента?      25. Как оценивается однородность дисперсий результатов опытов?      26. Какой критерий используется для выявления ошибок в результатах эксперимента?      27. На основе какой оценки можно судить о влиянии изменившихся условий проведения опытов на результаты эксперимента?</p>

28. Что такое функциональная зависимость?  
 29. Какую зависимость называют эмпирической?  
 30. На чем основывается метод наименьших квадратов?  
 31. Как используется метод наименьших квадратов для определения коэффициентов регрессионного уравнения?  
 32. Как составляется план однофакторного эксперимента?  
 33. Каким образом выполняется преобразование плана в кодированный вид?  
 34. Какой план называется симметричным?  
 35. Как получить равномерный план эксперимента?  
 36. Что такое адекватность регрессионного уравнения и как она оценивается?  
 37. Метод наименьших квадратов в матричной форме.  
 38. Как составляется матрица факторов и функции отклика?  
 39. Как определить коэффициенты регрессионного уравнения используя матричную форму записи метода наименьших квадратов?  
 40. Что такое симметричность плана эксперимента?  
 41. Что такое ортогональность плана эксперимента?  
 42. Алгоритм составления плана полного факторного эксперимента типа  $2^n$  при любом числе факторов.  
 43. Общий вид регрессионного уравнения, полученного по плану полного факторного эксперимента типа  $2^n$ .  
 44. Какое регрессионное уравнение считается работоспособным?  
 45. Что такое дробный факторный эксперимент?  
 46. В каком случае целесообразно применять планы дробного факторного эксперимента?  
 47. Как составляется план дробного факторного эксперимента?  
 48. Как определить коэффициенты регрессионного уравнения на основе плана дробного факторного эксперимента?  
 49. Что такое генерирующее соотношение?  
 50. Какие коэффициенты регрессионного уравнения считаются значимыми?  
 51. Как оценить адекватность регрессионного уравнения?  
 52. Как составить ортогональный центральный композиционный план второго порядка?  
 53. Что такое «звездные точки» ортогонального центрального композиционного плана второго порядка и как найти их координаты?

#### **Практические задания**

1. Найти критерии подобия для определения параметров модели турбогенератора со следующими характеристиками:

$$U_{\text{ном}} = 20 \text{ кВ};$$

$$P_{\text{ном}} = 320 \text{ МВт};$$

$$I_{\text{ном}} = 10,2 \text{ кА};$$

$$R_{\text{ном,ст}} = 0,0013 \text{ Ом};$$

$$J = 7,5 \text{ т} \cdot \text{м}^2;$$

$$m = 257 \text{ т.}$$

Начальные условия  $t_0 = 1 \text{ с}$ ,  $\omega_0 = 314 \text{ л/с}$ .

2. Определить критерии подобия для процесса вынужденных колебаний в вязкой среде закрепленного напружине груза массой  $M$ , на который действует возмущающая сила  $F \sin \omega t$  и сила сопротивления вязкой среды, пропорциональная скорости перемещения груза. Дифференциальное уравнение данного процесса:

$$M \frac{d^2l}{dt^2} + k \frac{dl}{dt} + cl = F \cdot \sin \omega t.$$

3. Определить критерии подобия переходного процесса распространения волны напряжения по длинной линии, при включении её на постоянное напряжение. Рассматриваемый процесс описывается уравнением:

$$CL \frac{d^2u}{dt^2} + CR \frac{du}{dt} + CG \frac{du}{dt} + RG u = \frac{d^2u}{dl^2}.$$

где  $u$  - напряжение вдоль линии;  $C, L, R, G$  – емкость, индуктивность, сопротивление и проводимость линии на 1 км;  $l$  – длина;  $t$  – время.

4. Рассчитать дисперсию единичного  $S^2(y_k)$  и среднего  $S^2(\bar{y})$  результата по 9 повторностям опыта

$k$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$U_k$ , кВ	35	36	37	40	36	39	35	38	37

5. В таблице приведены результаты замера напряжения, эталонным значением которого является  $\bar{U}=35$  кВ. Найти дисперсию единичного  $S^2(y_k)$  и среднего  $S^2(\bar{y})$  результата.

$k$	1	2	3	4	5	6	7	8
$U_k$ , кВ	36,9	37,2	38,4	39,2	36,8	37,4	33,8	39,0

6. Для выборки из задачи №1 определить доверительный интервал генерального математического ожидания и дисперсии с вероятностью 90%.

7. Рассчитать оценки дисперсии единичного и среднего результата. Для выборки I проверить с вероятностью 0,95 равно ли генеральное математическое ожидание значению  $X$  (число букв в фамилии  $\times 10$ ). Для выборки II проверить гипотезу о равенстве генеральной дисперсии  $Y$  (величину  $Y$  принять равной номеру компьютера, за которым Вы работаете).

$k$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$y_{kI}$	120	115	122	117	119	125	121	124	117	118	—	—	—	—	—	—
$y_{kII}$	25	28	32	31	30	27	26	29	32	30	26	29	28	29	30	32
$y_{kIII}$	120	125	130	115	120	110	140	130	135	125	120	115	135	125	—	—
$y_{kIV}$	68	72	73	69	70	72	71	69	72	74	73	69	68	—	—	—

8. Оценить с вероятностью 95% однородны ли дисперсии.

$i$	1	2	3	4	5	6

$S^2(y_{ku})$ , В <sup>2</sup>	240	140	180	212	80	150
$f_u$	24	12	10	8	16	30

9. Определить с надежностью  $p=0,95$  нет ли в представленных экспериментальных данных грубых ошибок. После исключения возможных ошибок получить оценки математического ожидания и дисперсии для каждой выборки.

$u$	$k$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
I	$y_{kl}$ , Вт	39,6	37,2	38,4	39,2	38,6	37,4	38,8	—	—	—	—	—
II	$y_{k\Pi}$ , Вт	120	80	115	125	130	115	120	130	125	—	—	—
III	$y_{k\text{III}}$ , Вт	100	28	105	50	95	100	110	105	100	110	95	100

10. Определить число повторностей опыта для получения доверительной ошибки, равной  $\varepsilon(\bar{y})=2\%$ , если  $S^2(y_k)=8,2$ ;  $f=1200$ .

11. Дать заключение о возможном преимуществе одного коммутационного аппарата перед другим по току электродинамической стойкости на основе следующих результатов испытаний

$k$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$i_{kl}$ , кА	88	92	89	93	90	91	90	88	90	—
$i_{k\Pi}$ , кА	93	92	89	94	95	95	94	98	96	95

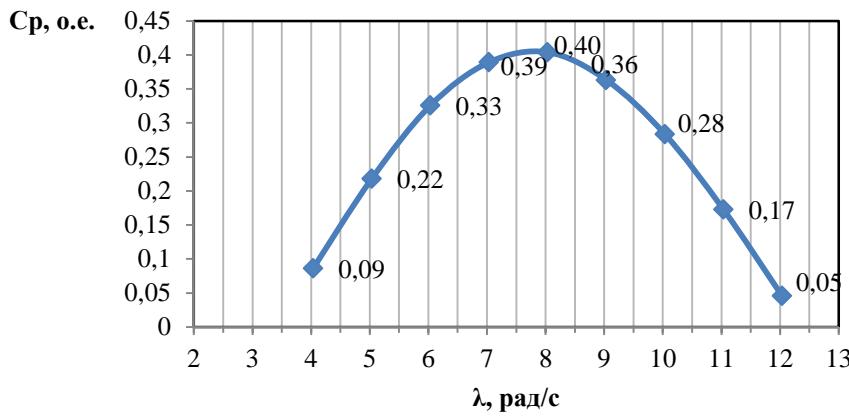
12. Необходимо провести опыт с измерением силы тока, протекающего в цепи. По литературным данным определен диапазон изменения тока (28 – 62 А) и интервал варьирования  $\lambda = 5$  А. Определить число опытов  $N$ , величины силы тока в именованных единицах и в кодированном виде для каждого опыта.

13. По представленным в таблице экспериментальным данным получить методом наименьших квадратов регрессионное уравнение второй степени. Построить по равнению кривую и убедиться, что она проходит между экспериментальными точками

$u$	1	2	3	4	5	6	7
$y_{1u}$	96	136	164	170	176	157	122
$y_{2u}$	99	141	162	172	169	158	121
$y_{3u}$	105	143	154	168	165	165	117
$X_u$	18	22	26	30	34	38	42

14. Оценить, адекватно ли полученное в предыдущей задаче уравнение? Доверительную вероятность принять равной 0,95.

15. На графике приведена зависимость коэффициента мощности ветровой турбины от её окружной скорости. Определить оптимальное значение скорости ветровой турбины по критерию максимума её коэффициента мощности.



16. В таблице приведены результаты замера напряжения и тока электрической печи. По экспериментальным данным получить линейное регрессионное уравнение зависимости тока от напряжения вида  $Y = b_0 + b_1 \cdot X$ . Убедиться графически, что полученная по уравнению кривая проходит между экспериментальных точек.

$u$	1	2	3	4	5	6	7
$U_u$ , В	151,00	156,00	162,00	165,00	169,00	173,00	177,00
$I_u$ , А	704,00	705,00	697,00	678,00	647,00	608,00	562,00
$u$	8	9	10	11	12	13	14
$U_u$ , В	181,00	184,00	189,00	196,00	204,00	216,00	228,00
$I_u$ , А	512,00	457,00	399,00	340,00	281,00	225,00	177,00
$u$	15	16	17	18	19	20	21
$U_u$ , В	239,00	248,00	257,00	265,00	273,00	279,00	286,00
$I_u$ , А	140,00	112,00	90,00	72,00	58,00	45,00	35,00
$u$	22	23	24	25	26	27	28
$U_u$ , В	291,00	294,00	296,00	298,00	301,00	306,00	316,00
$I_u$ , А	26,00	18,00	13,00	9,00	5,00	3,00	1,00

17. Построить план ПФЭ  $2^n$  в безразмерном выражении и в натуральной размерности факторов по следующим параметрам:

$$X_{10} = 38 \text{ кВ}; X_{20} = 24 \%; X_{30} = 0,6 \text{ м}; X_{40} = 500 \text{ об/мин};$$

$$\lambda_1 = 6 \text{ кВ}; \quad \lambda_2 = 4 \%; \quad \lambda_3 = 0,15 \text{ м}; \quad \lambda_4 = 50 \text{ об/мин}.$$

18. По построенному в предыдущей задаче плану выполнена серия опытов. Результаты представлены в табл.

Рассчитать коэффициенты регрессионного уравнения.

По результатам ПФЭ  $2^4$  можно получить регрессионное уравнение следующего вида:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{14}x_1x_4 + b_{23}x_2x_3 + b_{24}x_2x_4 + \\ + b_{34}x_3x_4 + b_{123}x_1x_2x_3 + b_{124}x_1x_2x_4 + b_{234}x_2x_3x_4 + b_{134}x_1x_3x_4 + b_{1234}x_1x_2x_3x_4.$$

Результаты эксперимента

$u$	$y_{1u}$	$y_{2u}$	$y_{3u}$	$y_{4u}$
1	46,5	45,5	46,6	45,5
2	61	63,3	62,5	61,6
3	67,7	67	64	65,7
4	64,1	63,7	65,1	63,6
5	53,4	53,3	53,6	52,6
6	70,2	68,9	68,9	70
7	71,3	69,1	68,6	69,1
8	91,7	88,8	90	88,6
9	71,6	70,1	70,4	69,8
10	84,9	85,8	85,8	86,4
11	88,8	89	89,2	89,7
12	107,3	105,7	106	104,4
13	77,9	78,3	78,9	78,4
14	98,7	94,4	94,5	93,7
15	93,3	93,5	93,4	92,1
16	98,2	98,7	98,2	98,8

19. Рассчитать коэффициенты уравнения процесса, по результатам реализации плана ПФЭ  $2^3$ , представленным в табл. Проверить значимость коэффициентов полученного регрессионного уравнения.

Результаты эксперимента

$u$	$y_{1u}$	$y_{2u}$	$y_{3u}$	$y_{4u}$
1	75	75	60	70
2	90	85	95	70
3	55	65	75	70
4	125	115	105	95
5	70	60	75	75
6	115	100	95	110
7	75	80	90	75
8	155	160	145	140

20. По результатам эксперимента в предыдущей задаче был поставлен дополнительный опыт в центре плана.

Проверить регрессионное уравнение, из которого уже исключен незначимые коэффициенты, на адекватность и работоспособность.

Результаты опыта в центре плана

$u$	$y_{1u}$	$y_{2u}$	$y_{3u}$	$y_{4u}$
9	100	90	105	85

### Аудиторные контрольные работы

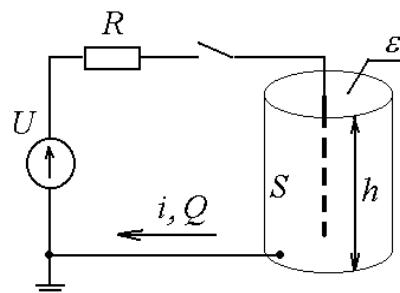
#### Аудиторная контрольная работа №1

Исследуется электрический фильтр для очистки газов, который содержит проходной канал в виде трубы (высота  $h$ , площадь  $S$ ), через который пропускается задымленный газ с абсолютной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ . Внутри канала находится стержневой электрод. При подключении высокого постоянного напряжения  $U$  происходит ионизация газа, частицы загрязнений приобретают заряд и притягиваются к внутренней стенке канала. В электрическую цепь включено токоограничивающее сопротивление  $R$  на случай пробоя газового промежутка.

**АК  
Р-1**

**Введение в теорию эксперимента**

**Вариант  
т 1**



Параметры натурной установки:

$$U_n = 110 \text{ kV};$$

$$R_n = 10 \text{ kOm};$$

$$h_n = 5 \text{ m};$$

$$S_n = 60 \text{ m}^2;$$

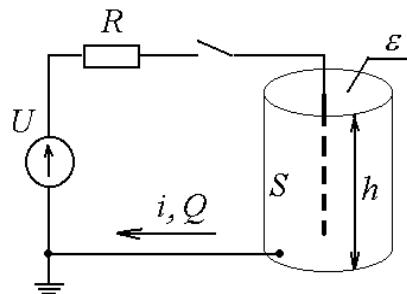
$$\epsilon_n = 10^{-10} \text{ } \Phi/\text{m}.$$

Начальные условия (параметры процесса):

При подключении установки в момент времени  $t_n(0) = 0,1 \text{ c}$  ток  $i_n(0) = 0,01 \text{ A}$  и заряд  $Q_n(0) = 10^{-3} \text{ Kл}$ .

Определить:

- 1) критерии подобия методом анализа размерностей для следующего списка существенных величин:  
 $U; i; R; t; S; \epsilon$ ; (зависимая величина -  $i$ ).
- 2) параметры модели, подобной натуральной установке.

**АК  
Р-1****Введение в теорию эксперимента****Вариант  
т 2**

Параметры натурной установки:

$$U_n = 120 \text{ кВ};$$

$$R_n = 20 \text{ кОм};$$

$$h_n = 6 \text{ м};$$

$$S_n = 60 \text{ м}^2;$$

$$\varepsilon_n = 10^{-10} \text{ Ф/м}.$$

Начальные условия (параметры процесса):

При подключении установки в момент времени  $t_n(0) = 0,1 \text{ с}$  ток  $i_n(0) = 0,01 \text{ А}$  и заряд  $Q_n(0) = 10^{-3} \text{ Кл}$ .

Определить:

- 1) критерии подобия методом анализа размерностей для следующего списка существенных величин:  
 $U; R; t; Q; h; S$ . (зависимая величина -  $R$ ).
- 2) параметры модели, подобной натуральной установке.

**Аудиторная контрольная работа №2****АКР-2 Введение в теорию эксперимента****Вариант 1**

1. Рассчитать оценки дисперсии единичного и среднего по 10 повторностям опыта:

<i>k</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$U_k, \text{ кВ}$	120	115	122	117	119	125	121	124	117	118

2. Определить с надежностью  $P=0,95$ , нет ли среди представленных в таблице экспериментальных данных грубых ошибок? После исключения возможных ошибок получить оценки средней величины и дисперсии единичной величины.

<i>k</i>	1	2	3	4	5	6	7	8
$P_k, \text{ Вт}$	59,6	37,2	38,4	39,2	36,8	37,4	38,8	39,0

3. В коммутационном аппарате (1) изменен материал контактов (2). Повлияло ли это на его коммутационный ресурс

(количество циклов «Включение-Отключение»)?

<b><i>k</i></b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
<b><i>n<sub>k1</sub></i></b>	24995	25003	24984	24972	24952	25012	25003	24994	24981	25009
<b><i>n<sub>k2</sub></i></b>	25141	25146	25110	25080	25118	25107	25096	25120	25128	25056
<b><i>k</i></b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>
<b><i>n<sub>k1</sub></i></b>	25023	24994	25014	25043	24987	25014	25004	24917	24980	25047
<b><i>n<sub>k2</sub></i></b>	25080	25078	25112	25124	25100	25105	25076	25076	25117	25044

**АКР-2**

**Введение в теорию эксперимента**

**Вариант 2**

1. Рассчитать оценки дисперсии единичного и среднего по 16 повторностям опыта:

<b><i>k</i></b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>
<b><i>I<sub>k</sub>, A</i></b>	25	28	32	31	30	27	26	29	32	30	26	29	28	29	30	32

2. Определить с надежностью  $P=0,95$ , нет ли среди представленных в таблице экспериментальных данных грубых ошибок? После исключения возможных ошибок получить оценки средней величины и дисперсии единичной величины.

<b><i>k</i></b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
<b><i>U<sub>k</sub>, В</i></b>	120	80	115	125	130	115	120	130	125

3. В коммутационном аппарате (1) изменен материал контактов (2). Повлияло ли это на его коммутационный ресурс (количество циклов «Включение-Отключение»)?

<b><i>k</i></b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
<b><i>n<sub>k1</sub></i></b>	30017	30003	30002	29995	30003	29998	30004	29994	29982	29993
<b><i>n<sub>k2</sub></i></b>	30032	30027	30036	30052	30057	30029	30060	30051	30041	30065
<b><i>k</i></b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	-
<b><i>n<sub>k1</sub></i></b>	29982	30003	30005	30017	30007	29976	30007	29987	29994	-
<b><i>n<sub>k2</sub></i></b>	30043	30057	30058	30052	30053	30057	30061	30051	30061	-

*Аудиторная контрольная работа №3*

**АКР-3**

**Введение в теорию эксперимента**

**Вариант 1**

Получить адекватное уравнение, описывающее следующие экспериментальные данные:

<i>u</i>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
<i>y<sub>1u</sub></i>	7	12	23	45	52	56	56	37	4
<i>y<sub>2u</sub></i>	8	13	29	44	55	60	56	40	9
<i>y<sub>3u</sub></i>	4	14	32	42	56	61	52	38	5
<i>y<sub>4u</sub></i>	5	15	31	43	53	57	53	35	6
<i>X<sub>u</sub></i>	24	27	30	33	36	39	42	45	48

Построить по полученному уравнению кривую и убедиться, что она проходит между экспериментальными точками.

**АКР-3**

**Введение в теорию эксперимента**

**Вариант 2**

Получить адекватное уравнение, описывающее следующие экспериментальные данные:

<i>u</i>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
<i>y<sub>1u</sub></i>	25	21	18	16	9	11	13	17	20
<i>y<sub>2u</sub></i>	24	19	19	14	7	10	14	18	19
<i>y<sub>3u</sub></i>	21	20	15	13	8	9	12	16	21
<i>y<sub>4u</sub></i>	28	23	21	15	10	12	14	17	21
<i>X<sub>u</sub></i>	12	14	16	18	20	22	24	26	28

Построить по полученному уравнению кривую и убедиться, что она проходит между экспериментальными точками.

#### *Аудиторная контрольная работа №4*

По результатам ПФЭ2<sup>2</sup> получить математическую модель исследуемого процесса. Для этого:

- 1) построить кодированную матрицу планирования эксперимента;
- 2) рассчитать коэффициенты регрессионного уравнения в кодированной форме;
- 3) проверить значимость полученных коэффициентов регрессионного уравнения;
- 4) проверить адекватность полученного уравнения.

**АКР-4**

**Введение в теорию эксперимента**

**Вариант - 1**

№ опыта	Варьируемые факторы			Значения функции отклика	
	X <sub>0</sub>	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>
1	1	10	15	260	264
2	1	2	15	420	418
3	1	10	5	- 40	- 44
4	1	2	5	120	124

#### АКР-4

#### Введение в теорию эксперимента

Вариант - 2

№ опыта	Варьируемые факторы			Значения функции отклика	
	X <sub>0</sub>	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>
1	1	25	14	240	238
2	1	15	14	160	158
3	1	25	6	224	220
4	1	15	6	144	146

#### Перечень вопросов для промежуточной аттестации

1. Понятие научного знания.
2. Методы, используемые на теоретическом и эмпирическом уровне исследования.
3. Теория эксперимента и ее составные части: моделирование, теория планирования эксперимента, обработка результатов.
4. Моделирование в научных исследованиях; понятие модели; виды моделирования.
5. Понятие обобщенной переменной. Критерии подобия. Представление результатов эксперимента в критериальной форме.
6. Первая теорема подобия (теорема Ньютона-Бер特朗са).
7. Вторая теорема подобия ( $\pi$ -теорема).
8. Третья теорема подобия.
9. Определение критериев подобия по известным уравнениям физического процесса. Метод интегральных аналогов.
10. Правила преобразования критериев подобия.
11. Определение критериев подобия по списку существенных величин изучаемого физического процесса. Анализ размерностей. Метод Рэлея.
12. Единицы измерения и размерности физических величин. Система СИ. Первичные и вторичные величины.
13. Определительные уравнения и формулы размерностей вторичных величин системы СИ.
14. Эксперимент и факторы эксперимента (неизменные, варьируемые и случайные). Функции цели. Воспроизводимость эксперимента.

	<p>15. Уровни фактора. Факторное пространство. Поверхность отклика. Однофакторные и многофакторные эксперименты. Пассивный и активный эксперимент.</p> <p>16. Задачи, решаемые с помощью эксперимента: интерполяционные и экстремальные. Требования, предъявляемые к факторам и функции цели.</p> <p>17. Случайные величины. Функции распределения. Параметры распределения случайных величин.</p> <p>18. Статистические совокупности. Стандартное нормальное распределение. Решение основных задач математической статистики.</p> <p>19. Критерий Фишера.</p> <p>20. Распределение Стьюдента.</p> <p>21. Распределение Пирсона.</p> <p>22. Критерий Кохрена</p> <p>23. Проверка выборки на подозрительность.</p> <p>24. Полный факторный эксперимент. Кодирование факторов. Построение планов типа <math>2^n</math>. Матрица планирования ПФЭ <math>2^n</math>.</p> <p>25. Основные свойства матрицы ПФЭ.</p> <p>26. Вычисление коэффициентов регрессии в ПФЭ.</p> <p>27. Проверка адекватности моделей ПФЭ.</p> <p>28. Ортогональное центральное композиционное планирование (ОЦКП). Матрица планирования ОЦКП.</p> <p>Основные свойства. Обработка результатов ОЦКП.</p> <p>29. Ротатабельное центральное композиционное планирование (РЦКП).</p> <p>30. Дробный факторный эксперимент (ДФЭ).</p> <p>31. Планирование экстремального эксперимента.</p> <p>32. Симплексный метод.</p> <p>33. Метод наименьших квадратов.</p> <p>34. Уравнение регрессии. Определение коэффициентов регрессии N-факторного эксперимента.</p> <p>35. Регрессионный анализ. Проверка коэффициентов регрессии на значимость.</p> <p>36. Проверка адекватности модели.</p> <p>37. Оценка предсказательных свойств уравнения регрессии. Дисперсионный анализ.</p>
--	---

**б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:**

Промежуточная аттестация по дисциплине «Введение в теорию эксперимента» включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие сформированность компетенций, проводится в форме зачета.

Зачет по данной дисциплине проводится в устной форме по индивидуальным заданиям, которые включают в себя 2 теоретических вопроса.

**Критерии оценки:**

—«зачтено» – студент должен знать математический аппарат теории вероятностей и математической статистики, методы планирования экспериментальных исследований и уметь их применять в решении конкретной задачи;

—«не засчитано» – студент не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.

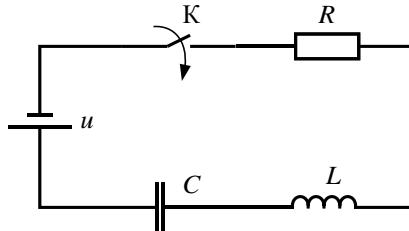
### ПРИЛОЖЕНИЕ 3

(обязательное)

#### Методические указания для студентов

##### **1. Алгоритм определения критериев подобия методом интегральных аналогов**

Рассмотрим в качестве примера переходный процесс изменения тока  $i(t)$  в электрической цепи (рис. 2.4), образованной последовательным соединением активного сопротивления  $R = 40 \Omega$ , индуктивности  $L = 20 \text{ Гн}$  и емкости  $C = 0,5 \text{ мкФ}$ , которые подключены к источнику постоянного напряжения  $u = 100 \text{ В}$ . Начальные условия:  $t = 1 \text{ с}$ ,  $Q = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Кл}$ ,  $\omega = 2 \text{ рад/с}$ .



Для определения критериев подобия и расчета параметров модели рассматриваемого колебательного контура используя метод интегральных аналогов целесообразно придерживаться следующей последовательности действий:

1. Записать уравнение, описывающее переходный процесс:

$$L \frac{d^2 Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{1}{C} Q = U_0 \sin \omega t.$$

2. Опустить символы связи ( $+$ ,  $-$ ,  $=$ ) между членами уравнения:

$$\varphi_1 = L \frac{d^2 Q}{dt^2}; \varphi_2 = R \frac{dQ}{dt}; \varphi_3 = \frac{1}{C} Q; \varphi_4 = U_0 \sin \omega t.$$

3. Исключить из полученных выражений неоднородные функции. К неоднородным относятся функции суммы и разности, логарифмические, тригонометрические и показательные функции.

В полученных в п.3 выражениях содержится неоднородная функция  $\sin \omega t$ . Исключим её из выражения  $\varphi_4$  заменив эту функцию её интегральным аналогом  $\varphi_4^*$ . Аргумент неоднородной функции запишем как дополнительный критерий подобия.

$$\varphi_4^* = U_0; \pi_{\text{доп}} = \sin \omega t.$$

4. Во всех полученных выражениях опустить символы дифференцирования, интегрирования и другие однородные функции, заменив их простыми степенными функциями

$$\varphi_1^* = L \frac{Q}{t^2}; \varphi_2^* = R \frac{Q}{t}; \varphi_3^* = \frac{Q}{C}.$$

5. Разделить полученные функции на один из членов уравнения и записать критерии подобия в виде безразмерных степенных комплексов:

$$\pi_1 = \frac{\phi_1^*}{\phi_4^*} = \frac{LQ}{U_0 t^2}; \pi_2 = \frac{\phi_2^*}{\phi_4^*} = \frac{RQ}{U_0 t}; \pi_3 = \frac{\phi_3^*}{\phi_4^*} = \frac{Q}{U_0 C}.$$

Дополнить полученную систему основных критериев подобия дополнительным, полученным в п. 3.

$$\pi_4 = \sin \omega t.$$

6. Вычислить величины масштабных коэффициентов:

$$\begin{aligned}\pi_1 &= \frac{LQ}{U_0 t^2} = \frac{20 \cdot 2 \cdot 10^{-5}}{100 \cdot 1^2} = 4 \cdot 10^{-6}; \\ \pi_2 &= \frac{RQ}{U_0 t} = \frac{40 \cdot 2 \cdot 10^{-5}}{100 \cdot 1^2} = 8 \cdot 10^{-6}; \\ \pi_3 &= \frac{Q}{U_0 C} = \frac{2 \cdot 10^{-5}}{100 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6}} = 0,4; \\ \pi_4 &= \omega t = 2 \cdot 1 = 2.\end{aligned}$$

7. Зададим параметры модели. Число параметров модели, которые можно задать произвольно, определяется числом степеней свободы:

$$f = n - m,$$

где  $n$  – общее число переменных, характеризующих исследуемый процесс;  
 $m$  – число критериев подобия.

Рассматриваемый в примере процесс описывается  $m = 7$  переменными. В п.6 были определены  $n = 4$  критерия подобия. Тогда число степеней свободы получится:

$$f = 7 - 4 = 3.$$

Т.е. 3 параметра модели могут быть определены произвольно, а остальные нужно определить с помощью критериев подобия.

Примем следующие параметры модели:

$$U_M = 220 \text{ В}; C_M = 10^{-8} \Phi; L_M = 2 \text{ Гн.}$$

9. Зная критерии подобия и параметры модели, принятые в п. 8, определим остальные параметры модели.

$$\begin{aligned}Q_M &= \pi_3 U_M C_M = 0,4 \cdot 10 \cdot 10^{-8} = 4 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}; \\ t_M &= \sqrt{\frac{L_M Q_M}{U_M \pi_1}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4 \cdot 10^{-8}}{10 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}} = 0,045 \text{ с}; \\ R_M &= \frac{\pi_2 U_M t_M}{Q_M} = \frac{8 \cdot 10^{-6} \cdot 10 \cdot 0,045}{4 \cdot 10^{-8}} = 90 \text{ Ом.} \\ \omega_M &= \frac{\pi_4}{t} = \frac{2}{0,045} = 44,4 \text{ рад/с.} \\ \pi_4 &= \omega t = 2 \cdot 1 = 2.\end{aligned}$$

**2. Алгоритм определения критериев подобия методом анализа размерностей**  
Выявить параметры, характеризующие рассматриваемый процесс

$$f(i, t, R, L, C, u, \omega) = 0; \quad m = 7.$$

1. Составить полную матрицу размерностей  $\mathbf{A}$  для параметров.

$$\begin{aligned} [i] &= \begin{bmatrix} L^0 M^0 T^0 I^1 \end{bmatrix} \\ [u] &= \begin{bmatrix} L^2 M^1 T^{-3} I^{-1} \end{bmatrix} \\ [R] &= \begin{bmatrix} L^2 M^1 T^{-3} I^{-2} \end{bmatrix} \\ [L] &= \begin{bmatrix} L^2 M^1 T^{-2} I^{-2} \end{bmatrix} \\ [C] &= \begin{bmatrix} L^{-2} M^{-1} T^4 I^2 \end{bmatrix} \\ [t] &= \begin{bmatrix} L^0 M^0 T^1 I^0 \end{bmatrix} \\ [\omega] &= \begin{bmatrix} L^0 M^0 T^{-1} I^0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -3 & -1 \\ 2 & 1 & -3 & -2 \\ 2 & 1 & -2 & -2 \\ -2 & -1 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{l} [i] \\ [u] \\ [R] \\ [L] \\ [C] \\ [t] \\ [\omega] \end{array}$$

2. Определить число независимых параметров и числа критериев подобия.

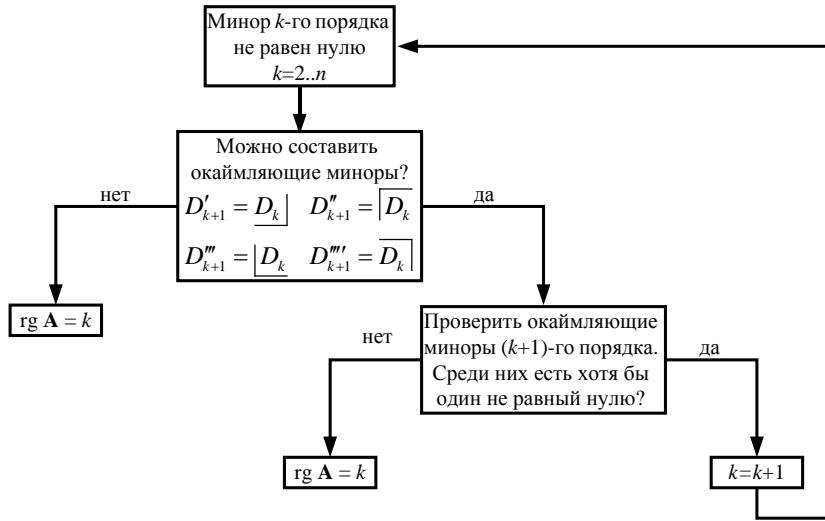
2.1. Для этого исключить из матрицы  $\mathbf{A}$  пропорциональные и линейно зависимые строки и столбцы.

*Первая строка получается вычитанием третьей из второй. Шестая строка – сумма третьей и пятой. Шестая и седьмая строки пропорциональны. Вычеркиваем по одной строке из каждой получившейся группы зависимых строк. Аналогично поступаем со столбцами.*

$$\mathbf{A} = \begin{array}{cccc|c} 0 & 0 & 0 & 1 & \rightarrow [i] \\ 2 & 1 & -3 & -1 & \rightarrow [u] \\ 2 & 1 & -3 & -2 & \rightarrow [R] \\ 2 & 1 & -2 & -2 & \rightarrow [L] \\ -2 & -1 & 4 & 2 & \rightarrow [C] \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 & \rightarrow [t] \\ \hline 0 & 0 & -1 & 0 & \rightarrow [\omega] \end{array} \quad \mathbf{A}' = \begin{array}{cccc|c} 2 & 1 & -3 & -1 & \rightarrow [u] \\ 2 & 1 & -3 & -2 & \rightarrow [R] \\ 2 & 1 & -2 & -2 & \rightarrow [L] \\ -2 & -1 & 4 & 2 & \rightarrow [C] \end{array}$$

2.2. Определить максимальное число линейно независимых строк (столбцов), т.е. **ранг** матрицы.

$$\mathbf{A}^* = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 \\ 1 & -3 & -2 \\ 1 & -2 & -2 \\ -1 & 4 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{l} [u] \\ [R] \\ [L] \\ [C] \end{array}$$



Алгоритм определения ранга матрицы

Алгоритм определения ранга матрицы приведен на рисунке. В соответствии с ним выделим в матрице  $\mathbf{A}^*$  минор размерностью  $k=2$  не равный нулю.

$$D_2 = \begin{vmatrix} -3 & -2 \\ -2 & -2 \end{vmatrix} = 6 - 4 = 2 \neq 0.$$

К данному минору можно составить окаймляющие миноры размерностью  $k+1=3$  и проверить их на равенство нулю:

$$D''_3 = \begin{vmatrix} 1 & -3 & -1 \\ 1 & -3 & -2 \\ 1 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 1 \neq 0.$$

Можно также составить окаймляющий минор  $D''_3$ , но так как минор  $D''_3$  оказался не равным нулю, то это действие не имеет смысла.

Составить окаймляющие миноры четвертого порядка невозможно, значит, в соответствии с алгоритмом, ранг матрицы  $\text{rg}\mathbf{A}^*=3$ .

Найденный ранг матрицы определяет число независимых параметров. В нашем случае это будут  $u$ ,  $R$  и  $L$ , которым соответствуют первые три строки матрицы  $\mathbf{A}^*$ .

3. Определить число критериев подобия:

$$k_\pi = m - k = 7 - 3 = 4,$$

где  $m$  – общее число параметров;  $k$  – число независимых параметров.

4. Записать выражения для определения критериев подобия. В общем виде:

$$\pi_i = \frac{P_{k+1}}{P_1^{x_1} \cdot \dots \cdot P_k^{z_i}},$$

где  $P_1 \dots P_k$  – независимые параметры;  $P_{k+1}$  – остальные параметры.

$$\begin{aligned} \pi_1 &= \frac{i}{u^{x_1} R^{y_1} L^{z_1}}, \quad \pi_2 = \frac{C}{u^{x_2} R^{y_2} L^{z_2}}, \\ \pi_3 &= \frac{R}{u^{x_3} R^{y_3} L^{z_3}}, \quad \pi_4 = \frac{\omega}{u^{x_4} R^{y_4} L^{z_4}}. \end{aligned}$$

5. Определить показатели степеней  $x_i$ ,  $y_i$  и  $z_i$ .

Так как критерий подобия является безразмерным, то размерности числителя и знаменателя в выражениях критериев подобия должны быть равны. Так для критерия подобия  $\pi_1$

$$[i] = [u]^{x_i} [R]^{y_i} [L]^{z_i}$$

или

$$[L^0 M^0 T^0 I^1] = [L^2 M^1 T^{-3} I^{-1}]^{x_1} [L^2 M^1 T^{-3} I^{-2}]^{y_1} [L^2 M^1 T^{-2} I^{-2}]^{z_1}.$$

Приравняв показатели степеней при одноименных единицах измерения в левой и правой частях уравнения получим систему уравнений

$$\begin{cases} 0 = 2x_1 + 2y_1 + 2z_1; \\ 0 = x_1 + y_1 + z_1; \\ 0 = -3x_1 - 3y_1 - 2z_1; \\ 1 = -x_1 - 2y_1 - 2z_1. \end{cases}$$

Решив эту систему уравнений получим  $x_1 = 1$ ;  $y_1 = -1$ ;  $z_1 = 0$ . Тогда критерий подобия  $\pi_1$

$$\pi_1 = \frac{i}{u^1 R^{-1} L^0} = \frac{iR}{u}.$$

Остальные критерии подобия определяются аналогично.

### 3. Статистическая обработка экспериментальных данных

Имеется две выборки

$k$	1	2	3	4	5
$y_{1k}$	12	11	10	9	10
$y_{2k}$	17	9	10	10	8

Необходимо:

- 1) проверить каждую выборку на наличие грубых ошибок;
- 2) проверить выборки на однородность и найти наилучшую дисперсию;
- 3) оценить генеральное математическое ожидание  $\mu(y)$  с вероятностью 95%;
- 4) проверить гипотезу о том, генеральное математическое ожидание  $\mu(y)$  равно 5;
- 5) найти доверительный интервал генеральной дисперсии  $\sigma(y)$  с вероятностью 90%;
- 6) проверить гипотезу о том, генеральная дисперсия  $\sigma(y)$  равна 5.

Определим математическое ожидание случайной величины каждой выборки по (3.3):

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum_{k=1}^n x_{k1}}{n} = \frac{12+11+10+9+10}{5} = 10,4;$$

$$\bar{x}_2 = \frac{17+9+10+10+8}{5} = 10,8.$$

Рассчитаем дисперсию случайной величины по (3.7). Для этого определим отклонения случайной величины от среднего значения по (3.12). Для первой выборки получим:

$$\Delta y_{1.1} = y_{1.1} - \bar{y}_1 = 12 - 10,4 = 1,6$$

и т.д. Остальные значения сведем в таблицу.

$k$	1	2	3	4	5
$y_{1k}$	12	11	10	9	10
$\Delta y_{1k}$	<b>1,6</b>	<b>0,6</b>	<b>-0,4</b>	<b>-1,4</b>	<b>-0,4</b>

Рассчитаем квадраты отклонений случайной величины от среднего значения

$$(\Delta y_{1.1})^2 = 1,6^2 = 2,56$$

и т.д. Остальные значения сведем в таблицу.

$k$	1	2	3	4	5
$y_{1k}$	12	11	10	9	10
$\Delta y_{1k}$	<b>1,6</b>	0,6	-0,4	-1,4	-0,4
$(\Delta y_{1k})^2$	<b>2,56</b>	<b>0,36</b>	<b>0,16</b>	<b>1,96</b>	<b>0,16</b>

Определим дисперсию по (3.17):

$$S^2(y_{1k}) = \frac{\sum_{k=1}^n (\Delta y_{1k})^2}{n-1} = \frac{2,56 + 0,36 + 0,16 + 1,96 + 0,16}{4} = 1,3.$$

Аналогично определим дисперсию второй выборки. Расчет представлен в таблице.

$k$	1	2	3	4	5
$y_{2k}$	17	9	10	10	8
$\Delta y_{2k}$	<b>6,2</b>	-1,8	-0,8	-0,8	-2,8
$(\Delta y_{2k})^2$	38,44	3,24	0,64	0,64	7,84

$$S^2(y_{2k}) = \frac{\sum_{k=1}^n (\Delta y_{2k})^2}{n-1} = \frac{38,44 + 3,24 + 0,64 + 0,64 + 7,84}{4} = 12,7.$$

Проверку выборок на наличие грубых ошибок проведем по критерию максимального отклонения. Для этого выделим «подозрительные» значения. В первой выборке это  $y_{1.1}=12$  (т.к. его отклонение от среднего по модулю является максимальным  $\Delta y_{1.\max}=\Delta y_{1.1}=1,6$ ). Во второй выборке «подозрительное» значение  $y_{2.1}=17$  ( $\Delta y_{2.\max}=\Delta y_{2.1}=6,2$ ).

Расчетное значение критерия максимального отклонения для первой выборки по (3.13)

$$r = \frac{|\Delta y_{1.\max}|}{S(y_{1k})} \sqrt{\frac{n}{n-1}} = \frac{1,6}{\sqrt{1,3}} \sqrt{\frac{5}{5-1}} = 1,56.$$

Справочное значение критерия максимального отклонения для выборки из 5 значений при  $\alpha=0,95$  по табл. 3.3 составляет  $r_{\max}=1,87$ .

Получим  $r=1,56 < r_{\max}=1,87 \Rightarrow$  ошибок в данной выборке нет.

Проверим вторую выборку. Для нее

$$r = \frac{|\Delta y_{2\max}|}{S(y_{2k})} \sqrt{\frac{n}{n-1}} = \frac{6,2}{\sqrt{12,7}} \sqrt{\frac{5}{5-1}} = 1,94 .$$

Данная выборка имеет тот же объем, что и первая, а значит  $r_{\max}=1,87$ .

Получим  $r=1,94 > r_{\max}=1,87 \Rightarrow$  значение  $x_{2,1}=17$  является ошибкой и должно быть исключено.

$k$	-	2	3	4	5
$y_{2k}$	-	9	10	10	8

Пересчитаем для получившейся выборки математическое ожидание и дисперсию.

Математическое ожидание:

$$\bar{y}_2 = \frac{9+10+10+8}{5} = 9,25 .$$

Дисперсия

$$S^2(y_{2k}) = \frac{0,0625 + 0,5625 + 0,5625 + 1,5625}{3} = 0,92 .$$

$k$	-	2	3	4	5
$X_{2k}$	-	9	10	10	8
$\Delta_{1k}$	-	-0,25	0,75	0,75	<b>-1,25</b>
$(\Delta_{1k})^2$	-	0,0625	0,5625	0,5625	1,5625

Проверим, не осталось ли в выборке ошибок. «Подозрительным» в данном случае является  $y_{1,5}=7$  (т.к. его отклонение от среднего по модулю является максимальным  $\Delta y_{1,\max}=|\Delta y_{1,5}|=1,25$ ). Критерий максимального отклонения:

$$r = \frac{|1,25|}{\sqrt{0,92}} \sqrt{\frac{4}{4-1}} = 0,3 .$$

Справочное значение критерия максимального отклонения для выборки из 4 значений при  $\alpha=0,95$   $r_{\max}=1,69$ .

Получим  $r=0,3 < r_{\max}=1,69 \Rightarrow$  ошибок в данной выборке нет.

После исключения грубых ошибок проверим выборки на однородность.

$k$	1	2	3	4	5
$X_{1k}$	12	11	10	9	10
$X_{2k}$	-	9	10	10	8

Так как выборки теперь имеют разное число значений, то для анализа однородности воспользуемся критерием Фишера. Его расчетное значение по (3.18):

$$F = \frac{S^2(y_{uk})_{\max}}{S^2(y_{uk})_{\min}} = \frac{S^2(y_{1k})}{S^2(y_{2k})} = \frac{1,3}{0,92} = 1,42.$$

Табличное значение критерия Фишера для  $\alpha=0,95$  и числа степеней свободы числителя  $f_1=4$  и знаменателя  $f_2=3$  по табл. 3.5  $F_t=9,1$ .

Т.к.  $F=1,42 < F_t=9,1$ , дисперсии однородны и выборки можно объединить.

$k$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$y_{1k}$	12	11	10	9	10	9	10	10	8

Рассчитаем наилучшую дисперсию по (3.15) и математическое ожидание:

$$S^2(y_k) = \frac{\sum_{u=1}^N S^2(y_{uk}) f_u}{\sum_{u=1}^N f_u} = \frac{1,3 \cdot 4 + 0,92 \cdot 3}{4+3} = 1,14.$$

$$\bar{x} = \frac{12+11+10 \cdot 4 + 9 \cdot 2 + 8}{9} = 9,9.$$

Оценим доверительный интервал генерального математического ожидания с вероятностью 95% по (3.4). Критерий Стьюдента по табл. 3.1 для  $f=8$  и  $\alpha=0,95$  равен  $t_{0,95;8}=2,31$ .

Тогда:

$$\mu(y) = 9,9 \pm \frac{2,31 \cdot \sqrt{0,92}}{\sqrt{9}} = 9,9 \pm 1,12;$$

$$9,9 - 1,24 \leq \mu(x) \leq 9,9 + 1,24.$$

$$8,76 \leq \mu(x) \leq 11,01.$$

Оценим доверительный интервал генерального математического ожидания с вероятностью 90% по (3.11). По справочным данным из табл. 3.2 определим критерий Пирсона. Т.к.  $\alpha=0,9$ , то  $\beta=1-\alpha=1-0,9=0,1$ . Тогда для  $f=8$  и  $\beta/2=0,05$  получим  $\chi^2_{8,0,05}=15,5$ , а для  $1-\beta/2=0,95$  получим  $\chi^2_{8,0,95}=2,73$ .

$$\frac{1,14 \cdot 8}{15,5} \leq \sigma^2(y_k) \leq \frac{1,14 \cdot 8}{2,73};$$

$$0,59 \leq \sigma^2(y_k) \leq 2,09.$$

Теперь проверим, равно ли генеральное математическое ожидание 5. Для этого примем гипотезы:

$$H_0: \mu(y)=5$$

$$H_1: \mu(y) \neq 5$$

Определим расчетное значение критерия Стьюдента:

$$t_p = \frac{|\bar{y} - \mu(y)|}{\sqrt{\frac{S^2(y)}{n}}} = \frac{|9,9 - 5|}{\sqrt{\frac{1,14}{8}}} = 12,98.$$

Если выполняется неравенство

$$-t_{\alpha,f} \leq t_p \leq t_{\alpha,f},$$

то гипотеза  $H_0$  принимается. В противном случае она отвергается.

Т.к.  $t_{0,95,8} = 2,31$  и неравенство

$$-2,31 \leq 12,98 \leq 2,31,$$

является неверным, то гипотеза  $H_0$  отвергается. с вероятностью 95% генеральное математическое ожидание не равно 5.

Проверим, равна ли генеральная дисперсия 5. Для этого необходимо также принять гипотезы

$$H_0: \sigma(y)=5$$

$$H_0: \sigma(y) \neq 5$$

Проверим следующее неравенство

$$\chi^2_{f,1-\beta/2} \leq \frac{S^2(y)f}{\sigma^2(y)} \leq \chi^2_{f,\beta/2};$$

$$2,73 \leq \frac{1,14 \cdot 8}{5} \leq 15,5;$$

$$2,73 \leq 1,84 \leq 15,5.$$

Очевидно, что неравенство не выполняется, а значит генеральная дисперсия не равна 5.

#### **4. Планирование эксперимента**

Рассчитать параметры математической модели на основании таблицы экспериментальных данных и оценить ее достоверность.

№ опыта	Варьируемые факторы			Значения функции отклика	
	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$Y_1$	$Y_2$
1	1	4	12	24	26
2	1	1	12	14	19
3	1	4	3	-16	-15
4	1	1	3	2	5

для этого:

- 1) построить кодированную матрицу планирования эксперимента;
- 2) рассчитать коэффициенты уравнения регрессии в кодированной форме;
- 3) проверить адекватность модели на основании дублирования опытов;
- 4) оценить значимость коэффициентов уравнения с доверительной вероятностью 95%.

1. Составим матрицу планирования эксперимента в которой все факторы представлены в кодированном виде.

Таблица 1

№	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_1x_2$	$y_1$	$y_2$	$\bar{y}$
1	1	1	1	1	24	26	25
2	1	-1	1	-1	14	19	16,5
3	1	1	-1	-1	16	15	15,5
4	1	-1	-1	1	2	5	3,5

В табл. 1 для каждого из четырех опытов определено среднее значение функции отклика  $\bar{y}$  как

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2}{2}.$$

Так в первом опыте получим:

$$\bar{y} = \frac{24 + 26}{2} = 25.$$

Остальные значения определены аналогично.

2. Рассчитаем коэффициенты линейного регрессионного уравнения вида  $\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_{12}x_1x_2$  по формуле

$$b_j = \frac{\sum_{u=1}^N x_{iu} \bar{y}_u}{N}.$$

Получим:

$$b_0 = \frac{1 \cdot 25 + 1 \cdot 16,5 + 1 \cdot 15,5 + 1 \cdot 3,5}{4} = 15,125,$$

$$b_1 = \frac{1 \cdot 25 - 1 \cdot 16,5 + 1 \cdot 15,5 - 1 \cdot 3,5}{4} = 5,125,$$

$$b_2 = \frac{1 \cdot 25 + 1 \cdot 16,5 - 1 \cdot 15,5 - 1 \cdot 3,5}{4} = 5,625,$$

$$b_{12} = \frac{1 \cdot 25 - 1 \cdot 16,5 - 1 \cdot 15,5 + 1 \cdot 3,5}{4} = -0,875.$$

Получим регрессионное уравнение:

$$\hat{y} = 15,125 + 5,125x_1 + 5,625x_2 - 0,875x_1x_2.$$

3. Оценим значимость коэффициентов регрессионного уравнения.

Значимыми считаются те коэффициенты, величина которых по модулю больше ошибки, с которой эти коэффициенты были определены. Для выполнения проверки значимости коэффициентов необходимо сделать следующее:

a) для каждого  $u$ -го опыта рассчитать дисперсию результатов

$$S^2(y_{ku}) = \frac{\sum_{k=1}^m (y_{ku} - \bar{y}_u)^2}{m-1},$$

где  $m$  – число повторов каждого опыта;

$$S^2(y_{k1}) = \frac{(24-25)^2 + (26-25)^2}{2-1} = 2,$$

$$S^2(y_{k2}) = \frac{(14-16,5)^2 + (19-16,5)^2}{2-1} = 12,5, S^2(y_{k3}) = \frac{(16-15,5)^2 + (15-15,5)^2}{2-1} = 0,5,$$

$$S^2(y_{k4}) = \frac{(2-3,5)^2 + (5-3,5)^2}{2-1} = 4,5.$$

Результаты сведем в табл. 2.

Таблица 2

№	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_1x_2$	$y_1$	$y_2$	$\bar{y}$	$S^2(y_k)$
1	1	1	1	1	24	26	25	2
2	1	-1	1	-1	14	19	$\frac{16}{5}$	12,5
3	1	1	-1	-1	16	15	$\frac{15}{5}$	0,5
4	1	-1	-1	1	2	5	3,5	4,5

б) Проверим полученные дисперсии на однородность. Для этого воспользуемся критерием Кохрена, так как дисперсии имеют одинаковое число степеней свободы.

Расчетное значение критерия

$$G_p = \frac{S^2(y_k)_{\max}}{\sum_{k=1}^N S^2(y_k)} = \frac{12,5}{2+12,5+0,5+4,5} = 0,64.$$

По справочным данным для четырех дисперсий с числом степеней свободы  $f=1$  критерий Кохрена  $G_t=0,999$ .

$$G_p = 0,64 < G_t = 0,999,$$

значит дисперсии однородны.

в) Определим средневзвешенную дисперсию

$$S^2(y_k) = \frac{\sum_{u=1}^N S^2(y_{ku})}{N} = \frac{2+12,5+0,5+4,5}{4} = 4,875,$$

$$f = N(m-1) = 4(2-1) = 4.$$

г) Рассчитаем дисперсию воспроизводимости

$$S^2(\bar{y}) = \frac{S^2(y_k)}{m} = \frac{4,785}{2} = 2,44.$$

д) Определим дисперсию коэффициентов

$$S^2(b_i) = \frac{S^2(\bar{y})}{N} = \frac{2,44}{4} = 0,609.$$

е) Ошибка определения коэффициентов регрессионного уравнения

$$\varepsilon(b_i) = t_{a,f} \cdot S(b_i) = 2,78 \cdot \sqrt{0,609} = 2,167.$$

$$t_{0,95,4} = 2,78$$

Все коэффициенты регрессионного уравнения, которые по модулю оказались меньше  $\varepsilon(b_i)$ , считаются незначимыми и должны быть исключены из уравнения.

В нашем случае незначимым оказался  $|b_{12}| = 0,875 < \varepsilon(b_i) = 2,167$ .

После его исключения регрессионное уравнение примет вид:

$$\hat{y} = 15,125 + 5,125x_1 + 5,625x_2.$$

4. После исключения незначимых коэффициентов проверим адекватность полученного регрессионного уравнения. Для этого:

а) определим дисперсию адекватности. Для этого необходимо рассчитать значения функции отклика, полученные по регрессионному уравнению:

$$\begin{aligned}\hat{y}_1 &= 15,125 + 5,125 \cdot 1 + 5,625 \cdot 1 = 25,875; \\ \hat{y}_2 &= 15,125 + 5,125 \cdot (-1) + 5,625 \cdot 1 = 15,625; \\ \hat{y}_3 &= 15,125 + 5,125 \cdot 1 + 5,625 \cdot (-1) = 14,625; \\ \hat{y}_4 &= 15,125 + 5,125 \cdot (-1) + 5,625 \cdot (-1) = 4,375.\end{aligned}$$

Дисперсии адекватности:

$$\begin{aligned}S_{\text{ад}}^2 &= \frac{\sum_{k=1}^N (\hat{y}_k - \bar{y}_k)^2}{N - N'} = \\ &= \frac{(25,875 - 25)^2 + (15,625 - 16,5)^2 + (14,625 - 15,5)^2 + (4,375 - 4,5)^2}{4 - 3} = \\ &= 3,0625.\end{aligned}$$

где  $N'$  – число значимых коэффициентов регрессионного уравнения.

Число степеней свободы дисперсии адекватности

$$f_{\text{ад}} = N - N' = 4 - 3 = 1.$$

б) проверим однородность дисперсии адекватности и дисперсии воспроизводимости по критерию Фишера. Если они окажутся однородными, то уравнение адекватно.

$$F_p = \frac{S_{\text{ад}}^2}{S^2(\bar{y})} = \frac{3,0625}{2,44} = 1,26..$$

По справочным данным для  $f_{\text{ад}} = 1$  и  $f = 4$   $F_t = 244,583$ .

$F_p = 1,26 < F_t = 244,583$ , значит уравнение адекватно.