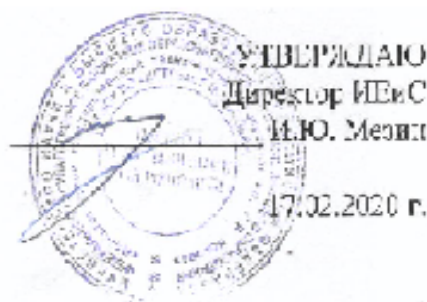




МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Направление подготовки (специальность)

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль/специализация) программы

Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности

Уровень высшего образования - бакалавриат

Форма обучения
очная

Институт/ факультет	Институт естествознания и стандартизации
Кафедра	Прикладной математики и информатики
Курс	3, 4
Семестр	6, 7

Магнитогорск
2020 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - бакалавриат по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика (приказ Минобрнауки России от 10.01.2018 г. № 9)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики
11.02.2020, протокол № 6

Зав. кафедрой  С.И. Кадченко

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕиС

17.02.2020 г. протокол № 6

Председатель  И.Ю. Мезин

Рабочая программа составлена:

доцент кафедры ПМИИ, канд. физ.-мат. наук  Л.В. Смирнова

Рецензент:

Начальник информационного отдела АО "Инвестиционной компании Профит"
 С.В. Торшин

Лист актуализации рабочей программы

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2021 - 2022 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ С.И. Кадченко

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2022 - 2023 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ С.И. Кадченко

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2023 - 2024 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ С.И. Кадченко

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2024 - 2025 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ С.И. Кадченко

1 Цели освоения дисциплины (модуля)

Целями освоения дисциплины (модуля) «Численные методы уравнений математической физики» являются: формирование у выпускника комплекса компетенций, направленных на развитие способности применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат, в том числе с использованием современных информационных технологий, направленных на развитие способности к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования.

2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Численные методы математической физики входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Численные методы

Практикум на ЭВМ

Математическое моделирование

Уравнение математической физики

Математический анализ

Комплексный анализ

Теория языков программирования

Учебная - научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы)

Функциональный анализ

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Методы оптимизации

Проектная деятельность

Элементы вариационного исчисления

Выполнение и защита выпускной квалификационной работы

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Численные методы математической физики» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности
ОПК-1.1	Решает профессиональные задачи с области фундаментальной и прикладной математики
ОПК-1.2	Владеет способами и приемами решения исследовательских задач в области фундаментальной и прикладной математики
ОПК-1.3	Применяет фундаментальные междисциплинарные знания для решения задач в профессиональной деятельности

4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных единиц 288 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 162 акад. часов;
- аудиторная – 157 акад. часов;
- внеаудиторная – 5 акад. часов
- самостоятельная работа – 90,3 акад. часов;
- подготовка к экзамену – 35,7 акад. часа

Форма аттестации - зачет, экзамен

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа студента	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код компетенции
		Лек.	лаб. зан.	практ. зан.				
1. Классификация уравнений в частных производных второго порядка.								
1.1 Понятия об уравнениях математической физики	6	3	3/2И		2	1. Поиск дополнительной информации по заданной теме. 2. Самостоятельное изучение учебной и научной литературы. 3. Работа с электронными библиотеками. 4. Подготовка к лабораторной работе	Беседа – обсуждение Устный опрос	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
1.2 Классификация уравнений математической физики		2	3/2И		2	1. Работа с электронными библиотеками. 2. Самостоятельное изучение учебной и научной литературы 3. Подготовка к лабораторной работе	Беседа – обсуждение Устный опрос	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
1.3 Теоретическое обоснование формы уравнения		1			5	1. Самостоятельное изучение учебной и научной литературы	Беседа – обсуждение Устный опрос Проверка решения задач	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3

1.4 Приведение к каноническому виду методом Лагранжа		2	4		5	1. Самостоятельное изучение учебной и научной литературы 2. Подготовка к лабораторной работе	Беседа – обсуждение Устный опрос Проверка решения задач	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
1.5 Приведение к каноническому виду методом диагонализации		2	4		5	Самостоятельное изучение учебной и научной литературы.	Беседа – обсуждение Устный опрос Проверка решения задач Доклад с презентацией	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
Итого по разделу		10	14/4И		19			
2. Краевые задачи и их виды								
2.1 Понятие о краевых и начальных условиях		2	3/2И		7	1. Самостоятельное изучение учебной и научной литературы. 2. Подготовка к лабораторной работе	Беседа - обсуждение	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
2.2 Виды краевых условий	6	2	3/2И		6	1. Самостоятельное изучение учебной и научной литературы. 2. Подготовка к лабораторной работе	Беседа – обсуждение Устный опрос Проверка решения задач	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
2.3 Назначение краевых условий уравнений математической физики		2	3/2И		6	1. Самостоятельное изучение учебной и научной литературы. 2. Подготовка к лабораторной работе	Беседа – обсуждение Устный опрос Проверка решения задач Доклад с презентацией	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
Итого по разделу		6	9/6И		19			
3. Численные методы решения уравнений математической физики								
3.1 Построение разностных схем	6	2	2/1И		2	1. Самостоятельное изучение учебной и научной литературы. 2. Подготовка к лабораторной работе	Беседа – обсуждение Устный опрос Проверка решения задач	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3

3.2 Теория устойчивости разностных схем		2	2/1И				Беседа – обсуждение Устный опрос Проверка решения за-дач	ОПК-1.1, ОПК-1.2
3.3 Методы решения разностных уравнений		2	4/2И		4	1. Самостоятельное изучение учебной и научной литературы. 2. Подготовка к лабораторной работе	Беседа – обсуждение Проверка решения задач	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
3.4 Метод сеток решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области и области произвольной формы		2	4/2И		4	1. Самостоятельное изучение учебной и научной литературы. 2. Подготовка к лабораторной работе	Беседа – обсуждение Устный опрос	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
3.5 Метод сеток решения уравнения теплопроводности на основе явной и неявной разностных схемах		2	2		4	1. Самостоятельное изучение учебной и научной литературы	Беседа – обсуждение Устный опрос	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
3.6 Метод сеток решения волнового уравнения на основе разностной схемы		2	4/2И		1,2	1. Самостоятельное изучение учебной и научной литературы 2. Подготовка к лабораторной работе	Беседа – обсуждение Устный опрос Проверка решения задач	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
3.7 Методы решения уравнения теплопроводности численными методами		2	4/2И		2	1. Самостоятельное изучение учебной и научной литературы 2. Подготовка к лабораторной работе	Беседа – обсуждение Устный опрос Проверка решения задач	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
3.8 Решение начально-краевых задач методом Галеркина		4	6/2И		2	1. Самостоятельное изучение учебной и научной литературы 2. Подготовка к лабораторной работе	Беседа – обсуждение Устный опрос Проверка решения задач	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
Итого по разделу		18	28/12И		19,2			
Итого за семестр		34	51/22И		57,2		зачёт	
4. Методы решения краевых задач								

4.1 Решение начально-краевых задач методом наименьших квадратов	7	4	8/4И		6	1. Самостоятельное изучение учебной и научной литературы 2. Подготовка к лабораторной работе	1. Проверка решения задач 2. Устный опрос.	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
4.2 Решение начально-краевых задач методом конечных элементов		4	10/5И		6	1. Самостоятельное изучение учебной и научной литературы 2. Подготовка к лабораторной работе	1. Проверка решения задач 2. Устный опрос.	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
4.3 Численные методы решения обратных задач		4	10/5И		6	1. Самостоятельное изучение учебной и научной литературы 2. Подготовка к лабораторной работе	1. Проверка решения задач 2. Устный опрос.	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
Итого по разделу		12	28/14И		18			
5. Вариационное исчисление								
5.1 Решение задачи с подвижными границами	7	2	10/2И		5	1. Самостоятельное изучение учебной и научной литературы 2. Подготовка к лабораторной работе	1. Проверка решения задач 2. Устный опрос.	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
5.2 Необходимое условие экстремума.		2	6/2И		5	1. Самостоятельное изучение учебной и научной литературы 2. Подготовка к лабораторной работе	1. Проверка решения задач 2. Устный опрос.	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
5.3 Уравнение Эйлера.		2	10/4И		5,1	1. Самостоятельное изучение учебной и научной литературы 2. Подготовка к лабораторной работе	1. Проверка индивидуальных заданий 2. Устный опрос. Доклад с презентацией	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
Итого по разделу		6	26/8И		15,1			
Итого за семестр		18	54/22И		33,1		экзамен	
Итого по дисциплине		52	105/44 И		90,3		зачет, экзамен	

5 Образовательные технологии

В ходе изучения дисциплины рекомендуется использовать образовательные и информационные технологии:

1. Традиционные технологии обучения, предполагающие передачу информации в готовом виде, формирование учебных умений по образцу: лекция-изложение, лекция-объяснение, лабораторные занятия.

Использование традиционных технологий обеспечивает ориентирование студента в потоке информации, связанной с различными подходами к определению сущности, содержания, методов, форм развития и саморазвития личности; самоопределение в выборе оптимального пути и способов личностно-профессионального развития; систематизацию знаний, полученных студентами в процессе аудиторной и самостоятельной работы. Лекционные занятия проводятся с использованием мультимедийных средств. Лабораторные занятия обеспечивают развитие и закрепление умений и навыков определения целей и задач саморазвития, а также принятия наиболее эффективных решений по их реализации. Лабораторные занятия проводятся в компьютерных классах вычислительного центра ФГБОУ ВПО «МГТУ».

В ходе проведения лекционных занятий предусматривается:

– использование электронного демонстрационного материала по темам, требующим иллюстрации работы программных продуктов: Maple, Matlab, Matchematica.

В ходе проведения практических занятий предусматривается использование средств вычислительной техники при выполнении индивидуальных заданий и тестирования.

2. Интерактивные формы обучения, предполагающие организацию обучения как продуктивной творческой деятельности в режиме взаимодействия студентов друг с другом и с преподавателем

Использование интерактивных образовательных технологий способствует повышению интереса и мотивации учащихся, активизации мыслительной деятельности и творческого потенциала студентов, делает более эффективным усвоение материала, позволяет индивидуализировать обучение и ввести экстренную коррекцию знаний.

При проведении практических занятий используются групповая работа, технология коллективной творческой деятельности, технология сотрудничества, ролевая игра, обсуждение проблемы в форме дискуссии, дебаты, круглый стол. Данные технологии обеспечивают высокий уровень усвоения студентами знаний, эффективное и успешное овладение умениями и навыками в предметной области, формируют познавательную потребность и необходимость дальнейшего самообразования, позволяют активизировать исследовательскую деятельность, обеспечивают эффективный контроль усвоения знаний.

3. Возможности образовательного портала ФГБОУ ВПО «МГТУ» для предоставления студентам графика самостоятельной работы, расписания консультаций, заданий для самостоятельного выполнения и рекомендуемых тем для самостоятельного изучения.

Используемые образовательные технологии позволяют активно применять в учебном процессе интерактивные формы проведения занятий (компьютерная симуляция, разбор конкретных ситуаций), что способствует формированию и развитию профессиональных навыков обучающихся. Применяемые в процессе изучения дисциплины поисковый и исследовательский методы в полной мере соответствуют требованиям ФГОС по реализации компетентностного подхода.

6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Представлено в приложении 1.

7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Представлены в приложении 2.

8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) Основная литература:

1. Абакумов, М. В. Лекции по численным методам математической физики: Уч.пос./ М.В.Абакумов, А.В.Гулин; МГУ им. М.В.Ломоносова. Факультет вычисл. математике и кибернетики. - Москва :НИЦ ИНФРА-М,2013-158 с. (ВО:Бакалавр.). ISBN 978-5-16-006108-5. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/364601> (дата обращения: 28.10.2020). – Режим доступа: по подписке.

2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ: Сборник научных трудов / Казарян М.Л., Музаев И.Д., Гюева Е.Г. - Москва :НИЦ ИНФРА-М, 2018. - 150 с.ISBN 978-5-16-106772-7 (online). - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/972756> (дата обращения: 28.10.2020). – Режим доступа: по подписке.

3. Шевченко, А. С. Лабораторный практикум по численным методам: Практикум / Шевченко А.С. - Москва :НИЦ ИНФРА-М, 2018. - 199 с. (Высшее образование)ISBN 978-5-16-106606-5 (online). - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/966104> (дата обращения: 28.10.2020). – Режим доступа: по подписке.

б) Дополнительная литература:

1. Гулин, А. В. Введение в численные методы в задачах и упражнениях: Учебное пособие / Гулин А.В.,Мажорова О.С.,Морозова В.А.-Москва :АРГАМАК-МЕДИА,НИЦ ИНФРА-М,2019-368с.:- (Прикладная математика, информатика, информ.технологии). - ISBN 978-5-16-012876-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1032671> (дата обращения: 28.10.2020). – Режим доступа: по подписке.

2. Кольцова, Э. М. Численные методы решения уравнений математической физики и химии : учебное пособие для вузов / Э. М. Кольцова, А. С. Скичко, А. В. Женса. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 220 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-06219-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/454210> (дата обращения: 28.10.2020).

3. Лобанов, А. И. Математическое моделирование нелинейных процессов : учебник для вузов / А. И. Лобанов, И. Б. Петров. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 255 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-8897-0. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/452200> (дата обращения: 28.10.2020)..

в) Методические указания:

1. Целых, А.Н. Анализ устойчивости вычислительных схем : учебное пособие / А.Н. Целых, В.С. Васильев, Э.М. Котов. — Ростов-на-Дону : ЮФУ, 2018. — 146 с. — ISBN 978-5-9275-2912-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/125030> (дата обращения: 25.10.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Петрищев, И.О. Численные методы : учебно-методическое пособие / И.О. Петрищев, М.Г. Аббязова. — Ульяновск : УлГПУ им. И.Н. Ульянова, 2017. — 60 с. — ISBN 978-5-86045-951-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/112098> (дата обращения: 25.10.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Численные методы : лабораторный Бакалавриат : практикум / сост. Шевченко Г.И., Куликова Т.А. — Ставрополь : Северо-Кавказский федеральный университет, 2015. — 108 с. — URL: <https://book.ru/book/928793> (дата обращения: 25.10.2019). — Текст : электронный.

г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Программное обеспечение

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
MS Windows 7 Professional(для классов)	Д-1227-18 от 08.10.2018	11.10.2021
FAR Manager	Свободно распространяемое	бессрочно
MS Office 2007 Professional	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно
7Zip	свободно распространяемое ПО	бессрочно
Maple 14 Class-room License	К-113-11 от 11.04.2011	бессрочно
MathWorks Math-Lab v.2014 Class-room License	К-89-14 от 08.12.2014	бессрочно
MathCAD v.15 Education University Edition	Д-1662-13 от 22.11.2013	бессрочно

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Название курса	Ссылка
Электронная база периодических изданий East View Information Services, ООО «ИВИС»	https://dlib.eastview.com/
Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)	URL: https://elibrary.ru/project_risc.asp
Поисковая система Академия Google (Google Scholar)	URL: https://scholar.google.ru/
Информационная система - Единое окно доступа к информационным ресурсам	URL: http://window.edu.ru/
Федеральное государственное бюджетное учреждение «Федеральный институт промышленной собственности»	URL: http://www1.fips.ru/

9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Лекционная аудитория: Мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации

Учебная аудитория для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации: Мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации. Комплекс тестовых заданий для проведения промежуточного и рубежного контролей.

Помещения для самостоятельной работы учащихся: Персональные компьютеры с пакетом Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно образовательную среду университета

Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования: Шкафы для хранения учебно-методической документации, учебного оборудования и учебных наглядных пособий.

6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Раздел/ тема дисциплины	Вид самостоятельной работы	Кол-во часов	Формы контроля
1. Классификация уравнений в частных производных второго порядка.			устный опрос
1.1 Понятия об уравнениях математической физики	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой. Конспектирование текста учебника для освоения новых знаний. ОЛ пнк1, ДЛ пнк 2	2	устный опрос, проверка конспекта
1.2 Классификация уравнений математической физики	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой. Конспектирование текста учебника для овладения новыми знаниями. ОЛ пнк1, ДЛ пнк 2	2	устный опрос, проверка конспекта
1.3 Теоретическое обоснование формы уравнения	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой. Конспектирование текста учебника для изучения новых знаний. ОЛ пнк1, ДЛ пнк 2	5	устный опрос, проверка конспекта
1.4. Приведение к каноническому виду методом Лагранжа	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой. Конспектирование текста учебника для овладения новыми знаниями. Составление в среде Maple программы решения вариантов задач ОЛ пнк1, ДЛ пнк 2	5	индивидуальная работа по программной реализации алгоритмов
1.5. Приведение к каноническому виду методом диагонализации.	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой. Конспектирование текста учебника для овладения новыми знаниями. Составление в среде Maple программы решения вариантов задач ОЛ пнк1, ДЛ пнк 2	5	устный опрос, проверка конспекта
Итого по разделу		19	
2. Краевые задачи и их виды			
	1. Самостоятельное изучение учебной и научной литературы.	7	индивидуальная работа по программной реали-

Раздел/ тема дисциплины	Вид самостоятельной работы	Кол-во часов	Формы контроля
2.1 Понятие о краевых и начальных условиях	2. Подготовка к лабораторной работе МУ 1, ОЛ 2,3		защиты алгоритмов
2.2 Виды краевых условий	1. Самостоятельное изучение учебной и научной литературы. 2. Подготовка к лабораторной работе МУ1, ОЛ 2,3	6	индивидуальная работа по программной реализации алгоритмов
2.3 Назначение краевых условий уравнений математической физики	1. Самостоятельное изучение учебной и научной литературы. 2. Подготовка к лабораторной работе МУ1, ОЛ 2,3	6	индивидуальная работа по программной реализации алгоритмов устный опрос, проверка конспекта Доклад с презентацией
Итого по разделу		19	
3. Численные методы решения уравнений математической физики			
3.1. Построение разностных схем	1. Самостоятельное изучение учебной и научной литературы. 2. Подготовка к лабораторной работе , ОЛ 2,3. МУ 1	2	индивидуальная работа по программной реализации алгоритмов устный опрос, проверка конспекта
3.2. Теория устойчивости разностных схем	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой. Конспектирование текста учебника для овладения новыми знаниями. Составление в среде Maple программы решения вариантов задач, ОЛ 4, МУ1		
3.3 Методы решения разностных уравнений	1. Самостоятельное изучение учебной и научной литературы. 2. Подготовка к лабораторной работе ДЛ 2, МУ1	4	индивидуальная работа по программной реализации алгоритмов устный опрос, проверка конспекта
3.4 Метод сеток решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области и области произвольной формы	1. Самостоятельное изучение учебной и научной литературы. 2. Подготовка к лабораторной работе МУ 1, ДЛ2,3	4	индивидуальная работа по программной реализации алгоритмов устный опрос, проверка конспекта
3.5 Метод сеток решения уравнения теплопроводности на основе явной и неявной раз-	1. Самостоятельное изучение учебной и научной литературы МУ2	4	индивидуальная работа по программной реализации алгоритмов

Раздел/ тема дисциплины	Вид самостоятельной работы	Кол-во часов	Формы контроля
ностной схемам			
3.6 Метод сеток решения волнового уравнения на основе разностной схемы	1. Самостоятельное изучение учебной и научной литературы 2. Подготовка к лабораторной работе МУ2	1,2	индивидуальная работа по программной реализации алгоритмов
3.7. Методы решения уравнения теплопроводности численными методами	1. Самостоятельное изучение учебной и научной литературы 2. Подготовка к лабораторной работе МУ2	2	индивидуальная работа по программной реализации алгоритмов
3.8 Решение начально-краевых задач методом Галеркина	1. Самостоятельное изучение учебной и научной литературы 2. Подготовка к лабораторной работе МУ2	2	индивидуальная работа по программной реализации алгоритмов
Итого по разделу		19,2	
Итого за 6 семестр		57,2	Зачет
4. Методы решения краевых задач			
4.1 Решение начально-краевых задач методом наименьших квадратов	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой. Конспектирование текста учебника для овладения новыми знаниями. Составление в среде Maple программы решения вариантных задач МУ пнк3	6	индивидуальная работа по программной реализации алгоритмов, устный опрос, проверка конспекта
4.2 Решение начально-краевых задач методом конечных элементов	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой. Составление в среде Maple программы решения вариантных задач. МУ пнк3	6	устный опрос, проверка конспекта
4.3 Численные методы решения обратных задач	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой. Составление в среде Maple программы решения вариантных задач МУ пнк3	6	индивидуальная работа по программной реализации алгоритмов
Итого по разделу		18	
5. Вариационное исчисление			
2.1. Решение задачи с подвижными границами	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой. Составление в среде Maple программы решения вариантных задач МУ пнк4	5	индивидуальная работа по программной реализации алгоритмов

Раздел/ тема дисциплины	Вид самостоятельной работы	Кол-во часов	Формы контроля
2.2. Необходимое условие экстремума.	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой. Составление в среде Maple программы решения вариантных задач МУпнк4	5	индивидуальная работа по программной реализации алгоритмов Подготовка доклада и электронной презентации
2.3. Уравнение Эйлера.	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой. Составление в среде Maple программы решения вариантных задач МУпнк4	5,1	Представление результатов исследовательской работы по теме «Применение уравнений математической физики в предметной области» Доклад с презентацией
Итого по разделу		15,1	
Итого по дисциплине		33,1	Экзамен

Перечень контрольных вопросов и заданий для самостоятельной работы

1. Классификация уравнений математической физики.
2. Сетки и сеточные функции.
3. Аппроксимация разностных схем.
4. Понятие сходимости разностных схем.
5. Устойчивость разностных схем.
6. Методы составления разностных схем. Метод разностной аппроксимации. Интегро - интерполяционный метод.
7. Разностная аппроксимация задачи Дирихле для уравнения Пуассона
8. Принцип максимума и его следствия.
9. Устойчивость по граничным условиям разностной задачи Дирихле.
10. Примеры применения принципа максимума.
11. Монотонные разностные схемы.
12. Разностная задача на собственные значения.
13. Схема с весами для уравнения теплопроводности
14. Применение метода Якоби к решению сеточных уравнений.
15. Применение метода Зейделя к решению сеточных уравнений.
16. Метод верхней и нижней релаксации.
17. Самосопряженные и положительно определенные операторы. Метод Рунге.
18. Метод Галеркина.
19. Метод наименьших квадратов.
20. Метод наискорейшего спуска.
21. Метод конечных элементов.
22. Решение обратных эволюционных задач методом рядов Фурье.
23. Постановка обратных задач на основе методов теории возмущений.

Примеры заданий для самостоятельной работы

Методы решения линейных дифференциальных уравнений второго порядка.

Задание 1. Найти методом прогонки приближенные решения следующей краевой задачи:

$$y'' + f_j(x)y' + \cos(ax)y = 2x^2 + 2x - 4, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 0$$

$a = 0,7 + 0,05(k - 1)$, где k = номер варианта, если $f_j(x)$ ($j = 1, 2, 3, 4, 5$) заданы таблицей 1, где j – остаток при делении на 5 номера варианта. Если остаток равен нулю, то $j=5$.

x_i	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$	$f_5(x)$
0,0	-1,7930	-1,7012	-1,6184	-1,5432	-1,4747
0,2	-1,7863	-1,6877	-1,5994	-1,5200	-1,4480
0,4	-1,7832	-1,6776	-1,5838	-1,5000	-1,4246
0,6	-1,7838	-1,6709	-1,5714	-1,4832	-1,4043
0,8	-1,7878	-1,6673	-1,5630	-1,4692	-1,3869
1,0	-1,7953	-1,6668	-1,5555	-1,4581	-1,3722

Таблица 1.

Задание 2. Методом прогонки найти решение следующих уравнений на $[0, 1]$ с шагом $h=0,1$ для краевых условий $y(0) = 0, y(1) = 0$

Вариант 1- 6: $y'' + (a + x^3)y' + (1 - x^2)y = e^{1-bx^2}$.

Параметры a и b принимают значения

$$a = 1 + 0,4(k - 1), \quad k = \text{номер варианта}, \quad b = 2,5 + 0,5(n - 1), \quad n = \text{номер варианта}$$

Вариант 7- 12: $y'' + x^2y' + (a - x)y = \frac{x}{x^2+b}$.

Параметры a и b принимают значения

$$a = 1 + 0,4(k - 7), \quad k = \text{номер варианта}, \quad b = 2,5 + 0,5(n - 7), \quad n = \text{номер варианта}$$

Вариант 13-18: $y'' + y' \sin ax + y = \frac{1}{\sin^2(ax)+b}$.

Параметры a и b принимают значения

$$a = 1 + 0,4(k - 13), \quad k = \text{номер варианта}, \quad b = 2,5 + 0,5(n - 13), \quad n = \text{номер варианта}$$

Вариант 19- 24: $y'' + \frac{y'}{\sqrt{x^2+b}} + ay = x$.

Параметры a и b принимают значения

$$a = 1 + 0,4(k - 19), \quad k = \text{номер варианта}, \quad b = 2,5 + 0,5(n - 19), \quad n = \text{номер варианта}$$

Задание 3. Решите методом конечных разностей и методом прогонки следующие линейные дифференциальные уравнения, рассмотрев шаг $h = 0,1$ и $h = 0,05$. Сравните полученные результаты. Сделайте вывод. Результаты представьте в виде таблиц и графиков.

Задание 4

Используя методы Галеркина, Ритца и интегральный метод наименьших квадратов, найти наиболее точное приближенное аналитическое решение

$$y_n(x) = u_0(x) + \sum_{i=1}^n C_i u_i(x) \text{ краевой задачи}$$

$$\begin{aligned} y'' + \frac{d_0 + d_1 x}{x^2 - 1} y' + \frac{d_2}{\sqrt{1 - x^2}} y &= 0, \\ a_0 y(a) + a_1 y'(a) &= a_2, \\ b_0 y(b) + b_1 y'(b) &= b_2, \end{aligned} \quad (2.40)$$

из пробных решений, построенных: 1) методом Галеркина при помощи системы из n пробных функций – многочленов (2.26) и двух систем поверочных функций, одна из которых составлена из пробных функций, а вторая – из многочленов Лежандра (2.31); 2) методом Ритца при помощи двух систем из n пробных функций – многочленов (2.26) и функций вида (2.34) – (2.36); 3) интегральным методом наименьших квадратов при помощи двух систем из n пробных функций – многочленов (2.26) и многочленов (2.29).

Наиболее точное решение установить сравнением мер точности полученных приближенных решений

$$\varepsilon_1 = \max_{[a,b]} |y_n(x) - y_{n-1}(x)|, \quad \varepsilon_2 = \max_{[a,b]} |R(C_1, \dots, C_n, x)|, \quad \varepsilon_3 = \max_{[a,b]} |Y_K(x) - y_n(x)|,$$

где $Y_K(x)$ – решение, полученное на ЭВМ с использованием стандартных функций прикладной системы MathCAD, описанными в главе 6. Сделать выводы о возможностях использованных методов. Оформить и защитить отчет.

Задачи для самостоятельного решения:

1. Математическая модель трубчатого реактора с продольным перемешиванием в нестационарном режиме имеет вид:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + v \frac{\partial c}{\partial x} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - k c^2,$$

где k – константа скорости химической реакции; c – концентрация исходного реагента; v – линейная скорость потока; x – координата по длине реактора; D – коэффициент диффузии.

Выберите правильное решение задачи обезразмеривания этого дифференциального уравнения и определения характерных значений линейной скорости потока, коэффициента диффузии и константы скорости химической реакции.

$$\diamond A. \quad c' = \frac{c}{c_0}, \quad t' = \frac{t}{t_0}, \quad x' = \frac{x}{x_0}, \quad v' = \frac{v}{v_0}, \quad D' = \frac{D}{D_0}, \quad k' = \frac{k}{k_0};$$

$$\frac{c_0}{t_0} \frac{\partial c'}{\partial t'} + v_0 v' \frac{c_0}{x_0} \frac{\partial c'}{\partial x'} = D_0 D' \frac{c_0^2}{x_0^2} \frac{\partial^2 c'}{\partial x'^2} - k_0 k' c_0^2 c'^2;$$

$$\frac{\partial c'}{\partial t'} + v_0 \frac{t_0}{x_0} v' \frac{\partial c'}{\partial x'} = D_0 \frac{t_0 c_0}{x_0^2} D' \frac{\partial^2 c'}{\partial x'^2} - k_0 c_0 t_0 k' c'^2;$$

$$v_0 \frac{t_0}{x_0} = 1 \Rightarrow v_0 = \frac{x_0}{t_0}; \quad k_0 c_0 t_0 = 1 \Rightarrow k_0 = \frac{1}{c_0 t_0};$$

$$D_0 \frac{t_0 c_0}{x_0^2} = 1 \Rightarrow D_0 = \frac{x_0^2}{t_0 c_0} = \frac{x_0 v_0}{c_0}.$$

$$\diamond \text{ Б. } c' = \frac{c}{c_0}, \quad t' = \frac{t}{t_0}, \quad x' = \frac{x}{x_0}, \quad v' = \frac{v}{v_0}, \quad D' = \frac{D}{D_0}, \quad k' = \frac{k}{k_0};$$

$$\frac{c_0}{t_0} \frac{\partial c'}{\partial t'} + v_0 v' \frac{c_0}{x_0} \frac{\partial c'}{\partial x'} = D_0 D' \frac{c_0^2}{x_0^2} \frac{\partial^2 c'}{\partial x'^2} - k_0 k' c_0^2 c'^2;$$

$$\frac{\partial c'}{\partial t'} + v_0 \frac{t_0}{x_0} v' \frac{\partial c'}{\partial x'} = D_0 \frac{t_0}{x_0^2} D' \frac{\partial^2 c'}{\partial x'^2} - k_0 t_0 k' c'^2;$$

$$v_0 \frac{t_0}{x_0} = 1 \Rightarrow v_0 = \frac{x_0}{t_0}; \quad k_0 t_0 = 1 \Rightarrow k_0 = \frac{1}{t_0};$$

$$D_0 \frac{t_0}{x_0^2} = 1 \Rightarrow D_0 = \frac{x_0^2}{t_0} = x_0 v_0.$$

$$\diamond \text{ Б. } c' = \frac{c}{c_0}, \quad t' = \frac{t}{t_0}, \quad x' = \frac{x}{x_0}, \quad v' = \frac{v}{v_0}, \quad D' = \frac{D}{D_0}, \quad k' = \frac{k}{k_0};$$

$$\frac{c_0}{t_0} \frac{\partial c'}{\partial t'} + v_0 v' \frac{c_0}{x_0} \frac{\partial c'}{\partial x'} = D_0 D' \frac{c_0}{x_0^2} \frac{\partial^2 c'}{\partial x'^2} - k_0 k' c_0^2 c'^2;$$

$$\frac{\partial c'}{\partial t'} + v_0 \frac{t_0}{x_0} v' \frac{\partial c'}{\partial x'} = D_0 \frac{t_0}{x_0^2} D' \frac{\partial^2 c'}{\partial x'^2} - k_0 c_0 t_0 k' c'^2;$$

$$v_0 \frac{t_0}{x_0} = 1 \Rightarrow v_0 = \frac{x_0}{t_0}; \quad k_0 c_0 t_0 = 1 \Rightarrow k_0 = \frac{1}{c_0 t_0};$$

$$D_0 \frac{t_0}{x_0^2} = 1 \Rightarrow D_0 = \frac{x_0^2}{t_0} = x_0 v_0.$$

2. Выберите правильное решение задачи определения порядка аппроксимации левой конечной разности, аппроксимирующей производную функции u в точке x_j :

$$\left. \frac{du}{dx} \right|_{x_j} \rightarrow \lambda_x^- u = \frac{u_j - u_{j-1}}{h}.$$

$$\diamond \text{ А. } u_{j-1} = u_j - u'_j h + u''_j \frac{h^2}{2} - u'''_j \frac{h^3}{3} + u^{IV}_j \frac{h^4}{4} - \dots$$

$$\lambda_x^- u = u'_j - u''_j \frac{h}{2} + u'''_j \frac{h^2}{3} - u^{IV}_j \frac{h^3}{4} = u'_j + O(h)$$

$$\diamond \text{ Б. } u_{j-1} = u_j - u'_j h + u''_j \frac{h^2}{2!} - u'''_j \frac{h^3}{3!} + u^{IV}_j \frac{h^4}{4!} - \dots$$

$$\lambda_x^- u = u'_j - u''_j \frac{h}{2!} + u'''_j \frac{h^2}{3!} - u^{IV}_j \frac{h^3}{4!} = u'_j + O(h)$$

$$\diamond \text{ В. } u_{j-1} = u_j - u'_j h + u''_j \frac{h^2}{2!} - u'''_j \frac{h^3}{3!} + u^{IV}_j \frac{h^4}{4!} - \dots$$

$$\lambda_x^- u = u'_j - u''_j \frac{h}{2!} + u'''_j \frac{h^2}{3!} - u^{IV}_j \frac{h^3}{4!} = u'_j + O(h^3)$$

$$\diamond \Gamma. \quad u_{j-1} = u_j - u'_j h + u''_j \frac{h^2}{2!} - u'''_j \frac{h^3}{3!} + u^{IV}_j \frac{h^4}{4!} - \dots$$

$$\lambda_x^- u = u'_j + u'''_j \frac{h^2}{3!} = u'_j + O(h^2)$$

3. Выберите правильное решение задачи определения порядка аппроксимации разностного оператора (2.8), аппроксимирующего производную функции u в точке x_j , при $\sigma = 1/3$:

$$\lambda_x^\sigma u = \sigma \frac{u_{j+1} - u_j}{h} + (1 - \sigma) \frac{u_j - u_{j-1}}{h}.$$

$$\diamond \text{A.} \quad \lambda_x^{1/3} u = u'_j + u'''_j \frac{h^2}{6} = u'_j + O(h^2).$$

$$\diamond \text{Б.} \quad \lambda_x^{1/3} u = u'_j - u''_j \frac{h}{2!} + u'''_j \frac{h^2}{3!} - u^{IV}_j \frac{h^3}{4!} = u'_j + O(h).$$

$$\diamond \text{В.} \quad \lambda_x^{1/3} u = u'_j - u^{IV}_j \frac{h^3}{72} = u'_j + O(h^3).$$

$$\diamond \Gamma. \quad \lambda_x^{1/3} u = u'_j - u''_j \frac{h}{6} + u'''_j \frac{h^2}{6} - u^{IV}_j \frac{h^3}{72} = u'_j + O(h).$$

4. Выберите из представленных ниже разностных соотношений то, которое является явной разностной схемой, аппроксимирующей дифференциальное уравнение:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 5 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x; \quad u = u(t, x); x \in [0; 1].$$

$\diamond \text{A.}$	$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = 5 \frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2h} + h(j-1)$	$\diamond \Gamma.$	$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = 5 \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{h^2} + n \cdot \Delta t$
$\diamond \text{Б.}$	$\frac{u_j^{n+1} - u_j^{n-1}}{2\Delta t} = 5 \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{h^2} + n \cdot \Delta t$	$\diamond \text{Д.}$	$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = 5 \frac{u_{j+1}^{n+1} - 2u_j^{n+1} + u_{j-1}^{n+1}}{h^2}$
$\diamond \text{В.}$	$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = 5 \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{h^2} + nh$	$\diamond \text{Е.}$	$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = 5 \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{h^2} + h(j-1)$

5. Выберите из представленных ниже разностных соотношений то, которое является неявной разностной схемой, аппроксимирующей дифференциальное уравнение:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 3t; \quad u = u(t, x); x \in [0; 1].$$

$\diamond \text{A.}$	$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = 2 \frac{u_{j+1}^{n+1} - 2u_j^{n+1} + u_{j-1}^{n+1}}{h^2} - 3n \cdot \Delta t$	$\diamond \Gamma.$	$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = 2 \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{h^2} - 3h(j-1)$
----------------------	---	--------------------	---

$\diamond$ Б.	$\frac{u_j^{n+1} - u_j^{n-1}}{2\Delta t} = 2 \frac{u_{j+1}^{n+1} - 2u_j^{n+1} + u_{j-1}^{n+1}}{h^2}$	$\diamond$ Д.	$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = 2 \frac{u_{j+1}^{n+1} - 2u_j^{n+1} + u_{j-1}^{n+1}}{h^2} - 3n \cdot \Delta t$
$\diamond$ В.	$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = 2 \frac{u_{j+1}^{n+1} - u_{j-1}^{n+1}}{2h} - 3n \cdot \Delta t$	$\diamond$ Е.	$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = 2 \frac{u_{j+1}^{n+1} - 2u_j^{n+1} + u_{j-1}^{n+1}}{h^2} - 3h(j-1)$

7. Математическая модель трубчатого реактора в нестационарном режиме имеет вид:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + v \frac{dc}{dx} = -kc.$$

Определите порядок аппроксимации разностной схемы, записанной для этого дифференциального уравнения:

$$\frac{c_j^{n+1} - c_j^n}{\Delta t} + v \frac{c_{j+1}^n - c_{j-1}^n}{2h} = -kc_j^n.$$

$\diamond$ А.	$O(h^2)$	$\diamond$ Г.	$O(\Delta t^2, h)$
$\diamond$ Б.	$O(\Delta t)$	$\diamond$ Д.	$O(\Delta t, h^2)$
$\diamond$ В.	$O(\Delta t, h)$	$\diamond$ Е.	$O(\Delta t^2, h^2)$

6. Математическая модель трубчатого реактора с продольным перемешиванием в нестационарном режиме имеет вид:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + v \frac{\partial c}{\partial x} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - k c.$$

Выберите правильное решение задачи определения порядка аппроксимации явной разностной схемы, записанной для этого дифференциального уравнения:

$$\frac{c_j^{n+1} - c_j^n}{\Delta t} + v \frac{c_j^n - c_{j-1}^n}{h} = D \frac{c_{j+1}^n - 2c_j^n + c_{j-1}^n}{h^2} - k c_j^n.$$

$$\begin{aligned} \diamond \text{ А. } \quad & \frac{\partial c}{\partial t} \Big|_j^n + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 c}{\partial t^2} \Big|_j^n \Delta t + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 c}{\partial t^3} \Big|_j^n (\Delta t)^2 + v \left(\frac{\partial c}{\partial x} \Big|_j^n - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \Big|_j^n h + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 c}{\partial x^3} \Big|_j^n h^2 \right) = \\ & = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \Big|_j^n + \frac{1}{12} \frac{\partial^4 c}{\partial x^4} \Big|_j^n h^2 \right) - k c_j^n; \end{aligned}$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} \Big|_j^n + O(\Delta t) + v \frac{\partial c}{\partial x} \Big|_j^n + O(h) = \sigma \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \Big|_j^n + O(h^2) - k c_j^n \quad \Rightarrow \quad O(\Delta t, h).$$

$$\begin{aligned} \diamond \text{ Б. } \quad & \frac{\partial c}{\partial t} \Big|_j^n + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 c}{\partial t^2} \Big|_j^n \Delta t + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 c}{\partial t^3} \Big|_j^n (\Delta t)^2 + v \left(\frac{\partial c}{\partial x} \Big|_j^n - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \Big|_j^n h + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 c}{\partial x^3} \Big|_j^n h^2 \right) = \\ & = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \Big|_j^n + \frac{1}{12} \frac{\partial^4 c}{\partial x^4} \Big|_j^n h^2 \right) - k c_j^n; \end{aligned}$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} \Big|_j^n + O(\Delta t) + v \frac{\partial c}{\partial x} \Big|_j^n + O(h) = \sigma \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \Big|_j^n + O(h^2) - k c_j^n \quad \Rightarrow \quad O(\Delta t, h^2).$$

$$\begin{aligned} \diamond \text{ В. } \quad & \frac{\partial c}{\partial t} \Big|_j^n + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 c}{\partial t^2} \Big|_j^n \Delta t + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 c}{\partial t^3} \Big|_j^n (\Delta t)^2 + v \left(\frac{\partial c}{\partial x} \Big|_j^n - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \Big|_j^n h + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 c}{\partial x^3} \Big|_j^n h^2 \right) = \\ & = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \Big|_j^n + \frac{1}{12} \frac{\partial^4 c}{\partial x^4} \Big|_j^n h^2 \right) - k c_j^n; \end{aligned}$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} \Big|_j^n + O(\Delta t) + v \frac{\partial c}{\partial x} \Big|_j^n + O(h) = \sigma \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \Big|_j^n + O(h) - k c_j^n \quad \Rightarrow \quad O(\Delta t, h).$$

$$\begin{aligned} \diamond \text{ Г. } \quad & \frac{\partial c}{\partial t} \Big|_j^n + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 c}{\partial t^2} \Big|_j^n \Delta t + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 c}{\partial t^3} \Big|_j^n (\Delta t)^2 + v \left(\frac{\partial c}{\partial x} \Big|_j^n - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \Big|_j^n h + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 c}{\partial x^3} \Big|_j^n h^2 \right) = \\ & = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \Big|_j^n + \frac{1}{12} \frac{\partial^4 c}{\partial x^4} \Big|_j^n h^2 \right) - k c_j^n; \end{aligned}$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} \Big|_j^n + O(\Delta t^2) + v \frac{\partial c}{\partial x} \Big|_j^n + O(h^2) = \sigma \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \Big|_j^n + O(h^2) - k c_j^n \quad \Rightarrow \quad O(\Delta t^2, h^2).$$

8. Для уравнения теплового баланса трубчатого реактора с продольным перемешиванием заданы смешанные граничные условия:

$$\frac{\partial T}{\partial x}(t, x=0) = \alpha \{T(t, x=0) - T_{cp}\}, \quad \frac{\partial T}{\partial x}(t, x=l) = t.$$

Выберите из представленных ниже разностных соотношений те, которые аппроксимируют данные граничные условия:

- $\diamond$ А. $\frac{T_2^n - T_1^n}{h} = n \cdot \Delta t, \quad \frac{T_N^n - T_{N-1}^n}{h} = \alpha(T_N^n - T_{cp}).$
 $\diamond$ Б. $\frac{T_2^n - T_1^n}{h} = \alpha(T_2^n - T_{cp}), \quad \frac{T_N^n - T_{N-1}^n}{h} = n \cdot \Delta t.$
 $\diamond$ В. $\frac{T_2^n - T_1^n}{h} = \alpha(T_1^n - T_{cp}), \quad \frac{T_N^n - T_{N-1}^n}{h} = n \cdot \Delta t.$
 $\diamond$ Г. $\frac{T_2^n - T_1^n}{h} = \alpha(T_1^n - T_{cp}), \quad \frac{T_N^n - T_{N-1}^n}{h} = (n+1) \cdot \Delta t.$

9. Математическая модель химического реактора с продольным перемешиванием в нестационарном режиме описывается дифференциальным уравнением параболического типа:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - kc,$$

где D – коэффициент диффузии, k – константа скорости реакции, c – концентрация исходного реагента.

Выберите из представленных ниже разностных соотношений то, которое является неявной разностной схемой, аппроксимирующей это дифференциальное уравнение:

$\diamond$ А.	$\frac{c_j^{n+1} - c_j^n}{\Delta t} = D \frac{c_{j+1}^{n+1} - 2c_j^{n+1} + c_{j-1}^{n+1}}{h^2} - kc_j^n$	$\diamond$ Г.	$\frac{c_j^{n+1} - c_j^n}{\Delta t} = D \frac{c_{j+1}^n - 2c_j^n + c_{j-1}^n}{h^2} - kc_j^n$
$\diamond$ Б.	$\frac{c_j^{n+1} - c_j^{n-1}}{2\Delta t} = D \frac{c_{j+1}^{n+1} - 2c_j^{n+1} + c_{j-1}^{n+1}}{h^2} - kc_j^{n+1}$	$\diamond$ Д.	$\frac{c_j^{n+1} - c_j^n}{\Delta t} = D \frac{c_{j+1}^{n+1} - 2c_j^n + c_{j-1}^{n-1}}{h^2} - kc_j^n$
$\diamond$ В.	$\frac{c_j^{n+1} - c_j^n}{\Delta t} = D \frac{c_{j+1}^{n+1} - 2c_j^{n+1} + c_{j-1}^{n+1}}{h^2} - kc_j^{n+1}$	$\diamond$ Е.	$\frac{c_j^{n+1} - c_j^n}{\Delta t} = D \frac{c_{j+1}^{n+1} - 2c_j^{n+1} + c_{j-1}^{n+1}}{h^2} - kn\Delta t$

10. Выберите из представленных ниже разностных соотношений то, которое является явной разностной схемой, аппроксимирующей дифференциальное уравнение:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = 10^{-3} \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}.$$

$\diamond$ А.	$\frac{c_j^{n+1} - c_j^n}{\Delta t} = 10^{-3} \frac{c_{j+1}^n - 2c_j^n + c_{j-1}^n}{h^2} - kc_j^n$	$\diamond$ Г.	$\frac{c_j^{n+1} - c_j^n}{\Delta t} = 10^3 \frac{c_{j+1}^n - 2c_j^n + c_{j-1}^n}{h^2}$
---------------	--	---------------	--

◇ Б.	$\frac{c_j^{n+1} - c_j^{n-1}}{2\Delta t} = 10^{-3} \frac{c_{j+1}^n - 2c_j^n + c_{j-1}^n}{h^2}$	◇ Д.	$\frac{c_j^{n+1} - c_j^n}{\Delta t} = 10^{-3} \frac{c_{j+1}^n - 2c_j^n + c_{j-1}^n}{h^2}$
◇ В.	$\frac{c_j^{n+1} - c_j^n}{\Delta t} = 10^{-3} \frac{c_{j+1}^{n+1} - 2c_j^{n+1} + c_{j-1}^{n+1}}{h^2}$	◇ Е.	$\frac{c_j^{n+1} - c_j^n}{\Delta t} = 10^{-3} \frac{c_{j+1}^{n+1} - 2c_j^n + c_{j-1}^{n-1}}{h^2}$

11. Выберите из представленных ниже разностных соотношений то, которое является явной разностной схемой, аппроксимирующей дифференциальное уравнение:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = 10^{-3} \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - 10c.$$

◇ А.	$\frac{c_j^{n+1} - c_j^n}{\Delta t} = 10^{-3} \frac{c_{j+1}^n - 2c_j^n + c_{j-1}^n}{h^2} - 10^{-3} c_j^n$	◇ Г.	$\frac{c_j^{n+1} - c_j^n}{\Delta t} = 10^3 \frac{c_{j+1}^n - 2c_j^n + c_{j-1}^n}{h^2}$
◇ Б.	$\frac{c_j^{n+1} - c_j^{n-1}}{2\Delta t} = 10^{-3} \frac{c_{j+1}^n - 2c_j^n + c_{j-1}^n}{h^2} - 10c_j^n$	◇ Д.	$\frac{c_j^{n+1} - c_j^n}{\Delta t} = 10^{-3} \frac{c_{j+1}^{n+1} - 2c_j^n + c_{j-1}^{n-1}}{h^2} - 10c_j^n$
◇ В.	$\frac{c_j^{n+1} - c_j^n}{\Delta t} = 10^{-3} \frac{c_{j+1}^{n+1} - 2c_j^{n+1} + c_{j-1}^{n+1}}{h^2} - 10c_j^{n+1}$	◇ Е.	$\frac{c_j^{n+1} - c_j^n}{\Delta t} = 10^{-3} \frac{c_{j+1}^n - 2c_j^n + c_{j-1}^n}{h^2} - 10c_j^n$

12. Одномерное дифференциальное уравнение параболического типа

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 0,3 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 1,7u + 2tx$$

аппроксимируется явной разностной схемой

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = 0,3 \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{h^2} - 1,7u_j^n + 2\Delta t n h(j-1).$$

Выберите из приведённых ниже уравнений то, которое является рекуррентным соотношением для данной разностной схемы.

◇ А. $u_j^{n+1} = u_j^n + 0,3\Delta t \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{h^2} - 1,7\Delta t u_j^n + 2\Delta t n h(j-1)$

◇ Б. $u_j^{n+1} = u_j^n + 0,3\Delta t \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{h^2}$

$$\diamond \text{ В. } u_j^{n+1} = u_j^n + 0,3\Delta t \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{h^2} - 1,7\Delta t u_j^n + 2\Delta t^2 n h(j-1)$$

$$\diamond \text{ Г. } u_j^{n+1} = \alpha_j u_{j+1}^{n+1} + \beta_j$$

13. Одномерное дифференциальное уравнение параболического типа

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 0,3 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 1,7u + 2tx$$

аппроксимируется неявной разностной схемой

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = 0,3 \frac{u_{j+1}^{n+1} - 2u_j^{n+1} + u_{j-1}^{n+1}}{h^2} - 1,7u_j^{n+1} + 2\Delta t n h(j-1).$$

Выберите из приведённых ниже уравнений то, которое является рекуррентным соотношением для данной разностной схемы.

$$\diamond \text{ А. } u_j^{n+1} = \frac{u_j^n + 0,3(u_{j+1}^{n+1} + u_{j-1}^{n+1})\Delta t/h^2 + 2\Delta t^2 n h(j-1)}{1 + 1,7\Delta t + 0,6\Delta t/h^2}$$

$$\diamond \text{ Б. } u_j^{n+1} = u_j^n + 0,3\Delta t \frac{u_{j+1}^{n+1} - 2u_j^{n+1} + u_{j-1}^{n+1}}{h^2} - 1,7\Delta t u_j^{n+1} + 2\Delta t^2 n h(j-1)$$

$$\diamond \text{ В. } u_j^{n+1} = u_j^n + 0,3\Delta t \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{h^2} - 1,7\Delta t u_j^n + 2\Delta t^2 n h(j-1)$$

$$\diamond \text{ Г. } u_j^{n+1} = \alpha_j u_{j+1}^{n+1} + \beta_j$$

14. Выберите правильное решение задачи определения решения на правой границе (т.е. u_j^{n+1}), если задано правое граничное условие 3-го рода:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(t, x=1) = u(t, x=b).$$

$$\diamond \text{ А. } u_{N-1}^{n+1} = \alpha_{N-1} u_N^{n+1} + \beta_{N-1},$$

$$\frac{u_N^{n+1} - u_{N-1}^{n+1}}{h} = u_N^{n+1}, \frac{u_N^{n+1} - \alpha_{N-1} u_N^{n+1} - \beta_{N-1}}{h} = u_N^{n+1} \Rightarrow u_N^{n+1} = \frac{\beta_{N-1}}{1 - \alpha_{N-1} - h}.$$

$$\diamond \text{ Б. } u_{N-1}^{n+1} = \alpha_{N-1} u_N^{n+1} + \beta_{N-1},$$

$$\frac{u_N^{n+1} - u_{N-1}^{n+1}}{h} = u_N^{n+1}, \frac{u_N^{n+1} - \alpha_{N-1} u_N^{n+1} + \beta_{N-1}}{h} = u_N^{n+1} \Rightarrow u_N^{n+1} = \frac{-\beta_{N-1}}{1 - \alpha_{N-1} - h}.$$

$\diamond \text{ B. } u_{N-1}^{n+1} = \alpha_{N-1} u_N^{n+1} + \beta_{N-1},$
 $\frac{u_N^{n+1} - u_{N-1}^{n+1}}{h} = u_{N-1}^{n+1},$
 $\frac{u_N^{n+1} - \alpha_{N-1} u_N^{n+1} - \beta_{N-1}}{h} = \alpha_{N-1} u_N^{n+1} + \beta_{N-1} \Rightarrow u_N^{n+1} = \frac{\beta_{N-1}(1+h)}{1 - \alpha_{N-1}(1+h) - h}.$

$\diamond \text{ Г. } \frac{u_N^{n+1} - u_{N-1}^{n+1}}{h} = u_N^{n+1} \Rightarrow u_N^{n+1} = \frac{u_{N-1}^{n+1}}{1-h}.$

15. Выберите из представленных ниже разностных соотношений то, которое является разностной схемой Кранка-Николсона, аппроксимирующей дифференциальное уравнение:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 0,5 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2u + t.$$

$\diamond \text{ A. }$	$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = 0,5 \frac{u_{j+1}^{n+1} - 2u_j^{n+1} + u_{j-1}^{n+1}}{h^2} - 2u_j^{n+1} + \Delta t n$
$\diamond \text{ Б. }$	$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = 0,5 \frac{u_{j+1}^{n+1} - 2u_j^{n+1} + u_{j-1}^{n+1}}{h^2} + 0,5 \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{h^2} - 2u_j^{n+1} + \Delta t n$
$\diamond \text{ В. }$	$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = 0,25 \frac{u_{j+1}^{n+1} - 2u_j^{n+1} + u_{j-1}^{n+1}}{h^2} - 0,25 \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{h^2} - 2u_j^{n+1} + \Delta t n$
$\diamond \text{ Г. }$	$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = 0,25 \frac{u_{j+1}^{n+1} - 2u_j^{n+1} + u_{j-1}^{n+1}}{h^2} + 0,25 \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{h^2} - 2u_j^n + \Delta t n$
$\diamond \text{ Д. }$	$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = 0,75 \frac{u_{j+1}^{n+1} - 2u_j^{n+1} + u_{j-1}^{n+1}}{h^2} - 0,25 \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{h^2} - 2u_j^{n+1} + \Delta t n$
$\diamond \text{ Е. }$	$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = 0,25 \frac{u_{j+1}^{n+1} - 2u_j^{n+1} + u_{j-1}^{n+1}}{h^2} + 0,25 \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{h^2} - 2u_j^{n+1} + \Delta t n$

16. Выберите из представленных ниже разностных соотношений те, которые составляют разностную схему

Саульева, аппроксимирующую дифференциальное уравнение: $\frac{\partial u}{\partial t} = 0,5 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2u + t.$

$\diamond \text{ A. }$	$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = 0,5 \frac{u_{j+1}^n - (u_j^n + u_j^{n+1}) + u_{j-1}^{n+1}}{h^2} - 2u^{n+1} + \Delta t n,$ $\frac{u_j^{n+2} - u_j^{n+1}}{\Delta t} = 0,5 \frac{u_{j+1}^{n+2} - (u_j^{n+2} + u_j^{n+1}) + u_{j-1}^{n+1}}{h^2} - 2u^{n+2} + \Delta t(n+1).$
$\diamond \text{ Б. }$	$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = 0,25 \frac{u_{j+1}^n - (u_j^n + u_j^{n+1}) + u_{j-1}^{n+1}}{h^2} - 2u^{n+1} + \Delta t(n+1),$ $\frac{u_j^{n+2} - u_j^{n+1}}{\Delta t} = 0,25 \frac{u_{j+1}^{n+2} - (u_j^{n+2} + u_j^{n+1}) + u_{j-1}^{n+1}}{h^2} - 2u^{n+1} + \Delta t(n+1).$

◇ В.	$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = 0,5 \frac{u_{j+1}^n - (u_j^n + u_j^{n+1}) + u_{j-1}^{n+1}}{h^2} - 2u^{n+1} + \Delta t(n+1).$
◇ Г.	$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = 0,5 \frac{u_{j+1}^n - (u_j^n + u_j^{n+1}) + u_{j-1}^{n+1}}{h^2} - 2u^{n+1} + \Delta t(n+1),$ $\frac{u_j^{n+2} - u_j^{n+1}}{\Delta t} = 0,5 \frac{u_{j+1}^{n+1} - (u_j^{n+1} + u_j^{n+2}) + u_{j-1}^{n+2}}{h^2} - 2u^{n+1} + \Delta t(n+1).$
◇ Д.	$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = 0,5 \frac{u_{j+1}^n - (u_j^n + u_j^{n+1}) + u_{j-1}^{n+1}}{h^2} - 2u^{n+1} + \Delta t(n+1),$ $\frac{u_j^{n+2} - u_j^{n+1}}{\Delta t} = 0,5 \frac{u_{j+1}^{n+2} - (u_j^{n+2} + u_j^{n+1}) + u_{j-1}^{n+1}}{h^2} - 2u^{n+1} + \Delta t(n+1).$
◇ Е.	$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = 0,5 \frac{u_{j+1}^n - (u_j^n + u_j^{n+1}) + u_{j-1}^{n+1}}{h^2} - 2u^{n+1} + \Delta t(n+1),$ $\frac{u_j^{n+2} - u_j^{n+1}}{\Delta t} = 0,5 \frac{u_{j+1}^{n+2} - 2u_j^{n+2} + u_{j-1}^{n+2}}{h^2} - 2u^{n+2} + \Delta t(n+1).$

17. Из представленных ниже разностных схем выберите наиболее подходящую для решения следующего дифференциального уравнения: $\frac{\partial u}{\partial t} + t \frac{\partial u}{\partial x} = 4x$, $x \in [0, 1]$, $t \in [0, 1]$.

◇ А.	$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} + \Delta t n \frac{u_j^n - u_{j-1}^n}{h} = 4h(j-1)$
◇ Б.	$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} + \Delta t n \frac{u_{j+1}^n - u_j^n}{h} = 4h(j-1)$
◇ В.	$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} + \Delta t n \frac{u_j^{n+1} - u_{j-1}^{n+1}}{h} = 4h(j-1)$
◇ Г.	$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} + \Delta t n \frac{u_{j+1}^{n+1} - u_j^{n+1}}{h} = 4h(j-1)$

18. Из представленных ниже разностных схем выберите наиболее подходящую для решения следующего дифференциального уравнения:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 3 \frac{\partial u}{\partial x} - 0,2u + t, \quad x \in [0, 1], \quad t \in [0, 1].$$

◇ А.	$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = 3 \frac{u_j^n - u_{j-1}^n}{h} - 0,2u_j^n + \Delta t n$
◇ Б.	$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = 3 \frac{u_{j+1}^n - u_j^n}{h} - 0,2u_j^n + \Delta t n$
◇ В.	$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = 3 \frac{u_j^{n+1} - u_{j-1}^{n+1}}{h} - 0,2u_j^{n+1} + \Delta t n$

◇ Г.	$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = 3 \frac{u_{j+1}^{n+1} - u_j^{n+1}}{h} - 0,2u_j^{n+1} + \Delta t n$
------	--

19. Дифференциальное уравнение в частных производных 1-го порядка

$$\frac{\partial u}{\partial t} - 6 \frac{\partial u}{\partial x} = -9t$$

аппроксимируется явной разностной схемой

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} - 6 \frac{u_{j+1}^n - u_j^n}{h} = -9\Delta t n.$$

Выберите из приведённых ниже уравнений то, которое является рекуррентным соотношением для данной разностной схемы.

◇ А.	$u_j^{n+1} = u_j^n + 6 \frac{\Delta t}{h} (u_{j+1}^n - u_j^n) - 9\Delta t n$	◇ В.	$u_j^{n+1} = u_j^n + 6 \frac{\Delta t}{h} (u_{j+1}^n - u_j^n) - 9\Delta t^2 n$
◇ Б.	$u_j^{n+1} = \frac{u_j^n + 6 \frac{\Delta t}{h} u_{j+1}^{n+1} - 9\Delta t^2 n}{1 + 6 \frac{\Delta t}{h}}$	◇ Г.	$u_j^{n+1} = \alpha_j u_{j+1}^{n+1} + \beta_j$

21. Дифференциальное уравнение в частных производных 1-го порядка

$$\frac{\partial u}{\partial t} + 0,8 \frac{\partial u}{\partial x} = -2u$$

аппроксимируется неявной разностной схемой

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} + 0,8 \frac{u_j^{n+1} - u_{j-1}^{n+1}}{h} = -2u_j^{n+1}.$$

Выберите из приведённых ниже уравнений то, которое является рекуррентным соотношением для данной разностной схемы.

◇ А.	$u_j^{n+1} = \frac{u_j^n + 0,8 \frac{\Delta t}{h} u_{j-1}^{n+1}}{1 + 0,8 \frac{\Delta t}{h}}$	◇ Г.	$u_j^{n+1} = \frac{u_j^n + 0,8 \frac{\Delta t}{h} u_{j-1}^{n+1} - 2u_j^{n+1} \Delta t}{1 + 0,8 \frac{\Delta t}{h}}$
◇ Б.	$u_{j-1}^{n+1} = \frac{u_j^{n+1} (1 + 0,8 \frac{\Delta t}{h}) - u_j^n + 2u_j^{n+1} \Delta t}{0,8 \frac{\Delta t}{h}}$	◇ Д.	$u_j^{n+1} = \frac{u_j^n + 0,8 \frac{\Delta t}{h} u_{j-1}^{n+1} + 2u_j^{n+1} \Delta t}{1 + 0,8 \frac{\Delta t}{h}}$
◇ В.	$u_j^{n+1} = u_j^n - 0,8 \frac{\Delta t}{h} (u_j^n - u_{j-1}^n) - 2u_j^n \Delta t$	◇ Е.	$u_j^{n+1} = \alpha_j u_{j+1}^{n+1} + \beta_j$

22. Дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial u}{\partial t} + 6 \frac{\partial u}{\partial x} = 2,5 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 14u + 2t$$

аппроксимируется явной разностной схемой

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} + 6 \frac{u_j^n - u_{j-1}^n}{h} = 2,5 \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{h^2} - 14u_j^n + 2n\Delta t.$$

Определите, какое из представленных ниже условий обеспечит устойчивость данной разностной схеме, если задан шаг по координате $h = 0,1$.

◊ А.	$\Delta t \leq 0,1$	◊ Г.	$\Delta t \leq \frac{1}{560} \approx 0,00178$
◊ Б.	$\Delta t \leq \frac{1}{60} \approx 0,0167$	◊ Д.	$\Delta t \leq \frac{1}{567} \approx 0,00176$
◊ В.	$\Delta t \leq \frac{1}{500} \approx 0,002$	◊ Е.	$\Delta t \leq \frac{1}{574} \approx 0,00174$

23. Из представленных ниже разностных схем выберите наиболее подходящую для решения следующего дифференциального уравнения:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - 200 \frac{\partial u}{\partial x} = 0,01 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 9u.$$

$$\diamond \text{ А. } \frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} - 200 \frac{u_j^{n+1} - u_{j-1}^{n+1}}{h} = 0,01 \frac{u_{j+1}^{n+1} - 2u_j^{n+1} + u_{j-1}^{n+1}}{h^2} - 9u_j^{n+1}$$

$$\diamond \text{ Б. } \frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} - 200 \frac{u_{j+1}^{n+1} - u_j^{n+1}}{h} = 0,01 \frac{u_{j+1}^{n+1} - 2u_j^{n+1} + u_{j-1}^{n+1}}{h^2} - 9u_j^{n+1}$$

$$\diamond \text{ В. } \frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} - 200 \frac{u_{j+1}^{n+1} - u_{j-1}^{n+1}}{2h} = 0,01 \frac{u_{j+1}^{n+1} - 2u_j^{n+1} + u_{j-1}^{n+1}}{h^2} - 9u_j^{n+1}$$

$$\diamond \text{ Г. } \frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} - 200 \frac{u_j^n - u_{j-1}^n}{h} = 0,01 \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{h^2} - 9u_j^n$$

$$\diamond \text{ Д. } \frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} - 200 \frac{u_{j+1}^n - u_j^n}{h} = 0,01 \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{h^2} - 9u_j^n$$

24. Из представленных ниже разностных схем выберите наиболее подходящую для решения следующего дифференциального уравнения:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - 0,5 \frac{\partial u}{\partial x} = 3 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 1,6u + 0,8x.$$

$$\diamond \text{ А. } \frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} - 0,5 \frac{u_j^{n+1} - u_{j-1}^{n+1}}{h} = 3 \frac{u_{j+1}^{n+1} - 2u_j^{n+1} + u_{j-1}^{n+1}}{h^2} - 1,6u_j^{n+1} + 0,8h(j-1)$$

$$\diamond \text{ Б. } \frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} - 0,5 \frac{u_{j+1}^{n+1} - u_j^{n+1}}{h} = 3 \frac{u_{j+1}^{n+1} - 2u_j^{n+1} + u_{j-1}^{n+1}}{h^2} - 1,6u_j^{n+1} + 0,8h(j-1)$$

$$\diamond \text{ В. } \frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} - 0,5 \frac{u_{j+1}^{n+1} - u_{j-1}^{n+1}}{2h} = 3 \frac{u_{j+1}^{n+1} - 2u_j^{n+1} + u_{j-1}^{n+1}}{h^2} - 1,6u_j^{n+1} + 0,8h(j-1)$$

$$\diamond \Gamma. \quad \frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} - 0,5 \frac{u_j^n - u_{j-1}^n}{h} = 3 \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{h^2} - 1,6u_j^n + 0,8h(j-1)$$

$$\diamond \Delta. \quad \frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} - 0,5 \frac{u_{j+1}^n - u_j^n}{h} = 3 \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{h^2} - 1,6u_j^n + 0,8h(j-1)$$

25. Дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 0,2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 0,3 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 50u + 16xy, \quad x \in [0, 1], \quad y \in [0, 1], \quad t \in [0, 1]$$

аппроксимируется явной разностной схемой

$$\frac{u_{j,k}^{n+1} - u_{j,k}^n}{\Delta t} = 0,2\lambda_{xx} u_{j,k}^n + 0,3\lambda_{yy} u_{j,k}^n - 50u_{j,k}^n + 16(j-1)(k-1)h_x h_y.$$

Определите, какое из представленных ниже условий обеспечит устойчивость данной разностной схеме, если $h_x = h_y = 0,1$.

$\diamond \text{А.}$	$\Delta t \leq 0,1$	$\diamond \text{Д.}$	$\Delta t \leq \frac{1}{60} \approx 0,017$
$\diamond \text{Б.}$	$\Delta t \leq \frac{1}{40} = 0,025$	$\diamond \text{Е.}$	$\Delta t \leq \frac{1}{100} = 0,01$
$\diamond \text{В.}$	$\Delta t \leq \frac{1}{50} = 0,02$	$\diamond \text{Ж.}$	$\Delta t \leq \frac{1}{102,5} \approx 0,00976$
$\diamond \text{Г.}$	$\Delta t \leq \frac{1}{52,5} \approx 0,019$	$\diamond \text{З.}$	$\Delta t \leq \frac{1}{105} \approx 0,0095$

26. Из представленных ниже явных разностных схем, аппроксимирующих дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial u}{\partial t} + 2 \frac{\partial u}{\partial x} = 3 \frac{\partial u}{\partial y} + t$$

выберите ту, которая записана в соответствии с правилом выбора конечных разностей для аппроксимации производных первого порядка по координатам x и y .

$\diamond \text{А.}$	$\frac{u_{j,k}^{n+1} - u_{j,k}^n}{\Delta t} + 2 \frac{u_{j,k}^n - u_{j-1,k}^n}{h_x} = 3 \frac{u_{j,k}^n - u_{j,k-1}^n}{h_y} + \Delta t n$
$\diamond \text{Б.}$	$\frac{u_{j,k}^{n+1} - u_{j,k}^n}{\Delta t} + 2 \frac{u_{j+1,k}^n - u_{j,k}^n}{h_x} = 3 \frac{u_{j,k+1}^n - u_{j,k}^n}{h_y} + \Delta t n$
$\diamond \text{В.}$	$\frac{u_{j,k}^{n+1} - u_{j,k}^n}{\Delta t} + 2 \frac{u_{j,k}^n - u_{j-1,k}^n}{h_x} - 3 \frac{u_{j,k+1}^n - u_{j,k}^n}{h_y} = \Delta t n$
$\diamond \text{Г.}$	$\frac{u_{j,k}^{n+1} - u_{j,k}^n}{\Delta t} + 2 \frac{u_{j+1,k}^n - u_{j,k}^n}{h_x} - 3 \frac{u_{j,k}^n - u_{j,k-1}^n}{h_y} = \Delta t n$
$\diamond \text{Д.}$	$\frac{u_{j,k}^{n+1} - u_{j,k}^n}{\Delta t} + 2 \frac{u_{j+1,k}^n - u_{j-1,k}^n}{2h_x} - 3 \frac{u_{j,k+1}^n - u_{j,k-1}^n}{2h_y} = \Delta t n$

$\diamond$ E.	$\frac{u_{j,k}^{n+1} - u_{j,k}^n}{\Delta t} + 2 \frac{u_{j,k}^n - u_{j-1,k}^n}{h_x} = 3 \frac{u_{j,k+1}^n - u_{j,k-1}^n}{2h_y} + \Delta t n$
---------------	--

Приложение 2

Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Код индикатора	Индикатор достижения	Оценочные средства
ОПК-1 способность применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности		
ОПК-1.1	Решает профессиональные задачи с области фундаментальной и прикладной математики	Теоретические вопросы: 1. Классификация уравнений математической физики. 2. Сетки и сеточные функции. 3. Аппроксимация разностных схем. 4. Понятие сходимости разностных схем. 5. Устойчивость разностных схем. 6. Методы составления разностных схем. Метод разностной аппроксимации. Интегро - интерполяционный метод. 7. Разностная аппроксимация задачи Дирихле для уравнения Пуассона 8. Принцип максимума и его следствия. 9. Устойчивость по граничным условиям разностной задачи Дирихле. 10. Примеры применения принципа максимума. 11. Монотонные разностные схемы. 12. Разностная задача на собственные значения. 13. Схема с весами для уравнения теплопроводности 14. Применение метода Якоби к решению сеточных уравнений. 15. Применение метода Зейделя к решению сеточных уравнений. 16. Метод верхней и нижней релаксации. 17. Самосопряженные и положительно определенные операторы. Метод Рунца. 18. Метод Галеркина. 19. Метод наименьших квадратов. 20. Метод наискорейшего спуска. 21. Метод конечных элементов. 22. Сходимость разностных схем. 23. Устойчивость разностных схем. Связь устойчивости и

Код индикатора	Индикатор достижения	Оценочные средства
		аппроксимации со сходимостью. 24. Метод разностной аппроксимации. Интегро - интерполяционный метод. 25. Методы составления разностных схем. Метод неопределенных коэффициентов. 26. Разностная аппроксимация задачи Дирихле для уравнения Пуассона 27. Принцип максимума и его следствия. 28. Теорема сравнения. Устойчивость по граничным условиям. 29. Устойчивость по граничным условиям разностной задачи Дирихле. 30. Устойчивость по правой части и сходимость разностной задачи Дирихле. 31. Примеры применения принципа максимума. 32. Монотонные разностные схемы. 33. Разностная задача на собственные значения. 34. Задача на собственные значения для пятиточечного разностного оператора Лапласа. 35. Схема с весами для уравнения теплопроводности. 36. Исследование устойчивости по начальным данным схемы с весами для уравнения теплопроводности 37. Исследование устойчивости по правой части и сходимости схемы с весами для уравнения теплопроводности
ОПК-1.2	Владеет способами и приемами решения исследовательских задач в области фундаментальной и прикладной математики	<i>Практические задания</i> 1. Метод сеток решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в области произвольной формы 2. Метод сеток решения уравнения теплопроводности на основе явной разностной схемы. 3. Метод сеток решения уравнения теплопроводности на основе неявной разностной схемы 4. Метод Галеркина. Метод наименьших квадратов при решении уравнений теоре-

Код индикатора	Индикатор достижения	Оценочные средства
		тической физики. 5. Найти методом прогонки приближенные решения следующей краевой задачи: $y'' + f_j(x)y' + \cos(ax)y = 2x^2 + 2x - 4, \quad y(0) = 0, \\ y(1) = 0$ 6. Методом прогонки найти решение следующих уравнений на $[0, 1]$ с шагом $h=0,1$ для краевых условий $y(0) = 0, y(1) = 0$ 7. Используя методы Галеркина, Рунге и интегральный метод наименьших квадратов, найти наиболее точное приближенное аналитическое решение $y_n(x) = u_0(x) + \sum_{i=1}^n C_i u_i(x) \text{ краевой задачи}$ $y'' + \frac{d_0 + d_1 x}{x^2 - 1} y' + \frac{d_2}{\sqrt{1 - x^2}} y = 0, \\ a_0 y(a) + a_1 y'(a) = a_2, \quad (2.40) \\ b_0 y(b) + b_1 y'(b) = b_2,$
ОПК – 1.3	Применяет Фундаментальные Междисциплинарные знания для решения задач в профессиональной деятельности	<i>Задания на решение задач из профессиональной области, комплексные задания</i> Представление результатов исследовательской работы по теме «Применение уравнений математической физики в предметной области»

б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:

Промежуточная аттестация по дисциплине «Численные методы математической физики» включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и владений, проводится в форме зачета в 6 семестре и экзамена в 7 семестре.

Зачет по дисциплине проводится по результатам отчетности на лабораторных занятиях с опросом в устной форме по этапам выполнения и активного выступления в беседе-обсуждении на лекционных занятиях. Экзамен по результатам ответа на билет.

Показатели и критерии оценивания экзамена:

- на оценку **«отлично»** (5 баллов) – обучающийся демонстрирует высокий уровень сформированности компетенций, всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.
- на оценку **«хорошо»** (4 балла) – обучающийся демонстрирует средний уровень сформированности компетенций: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.
- на оценку **«удовлетворительно»** (3 балла) – обучающийся демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенций: в ходе контрольных мероприятий допускаются ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.
- на оценку **«неудовлетворительно»** (2 балла) – обучающийся демонстрирует знания не более 20% теоретического материала, допускает существенные ошибки, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.
- на оценку **«неудовлетворительно»** (1 балл) – обучающийся не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.

Перечень вопросов к экзамену

1. Дискретизация. Точность процесса дискретизации
2. Сетки и сеточные функции.
3. Аппроксимация производных.
4. Сходимость разностных схем.
5. Устойчивость разностных схем. Связь устойчивости и аппроксимации со сходимостью.
6. Метод разностной аппроксимации. Интегро - интерполяционный метод.
7. Методы составления разностных схем. Метод неопределенных коэффициентов.
8. Разностная аппроксимация задачи Дирихле для уравнения Пуассона
9. Принцип максимума и его следствия.
10. Теорема сравнения. Устойчивость по граничным условиям.
11. Устойчивость по граничным условиям разностной задачи Дирихле.
12. Устойчивость по правой части и сходимость разностной задачи Дирихле.
13. Примеры применения принципа максимума.
14. Монотонные разностные схемы.
15. Разностная задача на собственные значения.

16. Задача на собственные значения для пятиточечного разностного оператора Лапласа.
17. Схема с весами для уравнения теплопроводности.
18. Исследование устойчивости по начальным данным схемы с весами для уравнения теплопроводности
19. Исследование устойчивости по правой части и сходимости схемы с весами для уравнения теплопроводности
20. Модельная задача.
21. Применение методов Якоби и Зейделя к решению сеточных уравнений.
22. Метод неполной релаксации.
23. Применение попеременно треугольного метода к модельной задаче.
24. Метод Рунге.
25. Метод Галеркина.
26. Метод наименьших квадратов.
27. Метод наискорейшего спуска.
28. Метод конечных элементов. Основные понятия метода.
29. Решение обратных эволюционных задач методом рядов Фурье.
30. Постановка обратных задач на основе методов теории возмущений.