



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

***МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ***

Направление подготовки (специальность)

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль/специализация) программы

Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности

Уровень высшего образования - бакалавриат

Форма обучения

очная

Институт/ факультет	Институт естествознания и стандартизации
Кафедра	Прикладной математики и информатики
Курс	1, 2
Семестр	1, 2, 3, 4

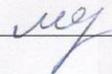
Магнитогорск  
2020 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика (уровень бакалавриата) (приказ Минобрнауки России от 10.01.2018 г. № 9)

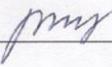
Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики  
11.02.2020, протокол № 6

Зав. кафедрой  С.И. Кадченко

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕиС  
17.02.2020 г. протокол № 6

Председатель  И.Ю. Мезин

Рабочая программа составлена:

доцент кафедры ПМИИ, канд. пед. наук  Л.С. Рязанова

Рецензент:

доцент кафедры уравнений математической физики ФГАОУ ВО "ЮУрГУ (НИУ)",  
канд. физ.-мат. наук  Г.А. Закирова



### **1 Цели освоения дисциплины (модуля)**

Целями освоения дисциплины МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ являются формирование профессиональных компетенций, необходимых для изучения основ теории дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких переменных, приобретение прочных вычислительных навыков решения задач из всех разделов математического анализа, а также для решения задач из других естественнонаучных курсов учебного плана данного направления; овладение на необходимом и достаточном уровнях общепрофессиональными компетенциями согласно требованию ФГОС ВО по направлению 01.03.02 Прикладная математика и информатика

### **2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы**

Дисциплина Математический анализ входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Дисциплина «Математический анализ» относится к блоку Б.1 базовой части комплекса математических и естественнонаучных дисциплин программы 01.03.02 – «Прикладная математика и информатика», и изучается студентами на 1 и 2 курсах (первый, второй и третий семестры).

Дисциплина «Математический анализ» изучается в числе первых дисциплин, относящихся к математическому циклу. Она использует знания и навыки, полученные в рамках школьной программы.

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование компетенции:

ОПК-1: способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой.

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/ практик:

Физика

Комплексный анализ

Функциональный анализ

Теория вероятностей и математическая статистика

Методы оптимизации

Выполнение и защита выпускной квалификационной работы

Элементы вариационного исчисления

Уравнения математической физики

### **3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения**

В результате освоения дисциплины (модуля) «Математический анализ» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

ОПК-1.1	Решает профессиональные задачи с области фундаментальной и прикладной математики
ОПК-1.2	Владеет способами и приемами решения исследовательских задач в области фундаментальной и прикладной математики
ОПК-1.3	Применяет фундаментальные междисциплинарные знания для решения задач в профессиональной деятельности

#### 4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 18 зачетных единиц 648 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 294 акад. часов;
- аудиторная – 280 акад. часов;
- внеаудиторная – 14 акад. часов
- самостоятельная работа – 246,9 акад. часов;
- подготовка к экзамену – 107,1 акад. часа

Форма аттестации - экзамен, зачет с оценкой

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа студента	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код компетенции
		Лек.	лаб. зан.	практ. зан.				
1. Раздел 1. Общие понятия о функции								
1.1 Тема 1.1. Определение функции. Способы задания функции. Свойства функций: четность, нечетность, периодичность, возрастание, убывание, ограниченность, неограниченность.	1	6		3		Изучение литературы. Решение задач	Собеседование, проверка выполнения домашнего задания.	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
Итого по разделу		6		3				
2. Раздел 2. Предел функции и ее непрерывность								
2.1 Тема 2.1. Предел функции. Определение предела функции. Единственность предела функции. Свойства пределов функции. Предел монотонной функции. Предел композиции функций. Сравнение функций в окрестности заданной точки. Замечательные пределы. Тема 2.2. Непрерывность. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций. Непрерывность элементарных функций. Односторонние пределы и точки разрыва функции. Классификация точек разрыва. Свойства функций, непрерывных	1	12		6		Изучение литературы. Решение задач	Собеседование, проверка выполнения домашнего задания.	ОПК-1.2, ОПК-1.3
Итого по разделу		12		6				

3. Раздел 3. Дифференциальное исчисление функций одной							
3.1 Тема 3.1. Производная и дифференциал. Определение производной и дифференциала. Геометрический и физический смысл производной и дифференциала. Правила нахождения производных. Производная обратной и сложной функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Тема 3.2. Основные теоремы дифференциального исчисления: Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталья. Тема 3.3. Исследование функций. Признаки монотонности функций. Локальные экстремумы функций. Выпуклость и точки перегиба графика функции. Асимптоты.	1	18	9/6И	86,2	Изучение литературы. Решение задач.	Собеседование, проверка выполнения домашнего задания.	ОПК-1.2
Итого по разделу		18	9/6И	86,2			
Итого за семестр		36	18/6И	86,2		экзамен	
4. Раздел 4. Интегральное исчисление функций одной переменной							

<p>4.1 Тема 4.1. Неопределенный интеграл. Первообразная и её свойства. Неопределённый интеграл. Таблица неопределённых интегралов. Замена переменной в неопределённом интеграле. Интегрирование по частям в неопределённом интеграле. Тема 4.2. Приёмы и методы интегрирования. Интегрирование рациональных и иррациональных функций. Интегрирование некоторых тригонометрических функций. Интегралы, не берущиеся в элементарных функциях. Тема 4.3. Определённый интеграл Римана. Необходимые и достаточные условия интегрируемости функций. Свойства интегрируемых функций. Тема 4.4. Основные теоремы интегрального исчисления. Интегральная теорема о среднем. Формула Ньютона-Лейбница. Формулы замены переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле. Тема 4.5. Применение определённого интеграла. Понятие площади и объёма. Вычисление площадей. Площадь фигуры в полярных координатах. Вычисление длины кривой. Площадь поверхности вращения. Объём тел вращения. Физические приложения определённого интеграла. Тема 4.6. Несобственные интегралы. Несобственные</p>	2	34	34/14И	72,3	Изучение литературы. Решение задач.	Собеседование, проверка выполнения домашнего задания.	ОПК-1.3
Итого по разделу	34		34/14И	72,3			
Итого за семестр	34		34/14И	72,3		экзамен	
5. Раздел 5. Функции нескольких переменных							

5.1 Тема 5.1. Предел и непрерывность функций нескольких переменных. Предел функции двух переменных. Непрерывность функции двух переменных. Частные производные. Дифференциал функции двух переменных, его геометрический смысл. Градиент функции. Производная по направлению. Частные производные высших порядков. Криволинейные и двойные интегралы	3	18		27/22И		Изучение литературы. Решение задач.	Собеседование, проверка выполнения домашнего задания.	ОПК-1.3
Итого по разделу		18		27/22И				
6. Раздел 6. Ряды								
6.1 Тема 6.1. Числовые ряды. Свойства сходящихся рядов. Признаки сходимости положительных рядов. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость рядов Тема 6.2. Функциональные ряды. Область сходимости. Равномерная сходимость функционального ряда. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функциональных рядов. Свойства равномерно сходящихся рядов. Степенные ряды и их свойства. Разложение функций в степенные ряды. Приложения функциональных рядов. Тригонометрические ряды Фурье. Тема 6.3. Обыкновенные дифференциальные уравнения.	3	18		27	52,1	Изучение литературы. Решение задач.	Собеседование, проверка выполнения домашнего задания.	ОПК-1.2
Итого по разделу		18		27	52,1			
Итого за семестр		36		54/22И	52,1		зао	
7. Раздел 7. Обыкновенные дифференциальные уравнения								

7.1 Тема 7.1. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Общие понятия об обыкновенном дифференциальном уравнении первого порядка и его решении. Типы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка и способы их решения. Тема 7.2. Обыкновенные дифференциальные уравнения n-го порядка. Обыкновенные дифференциальные уравнения n-го порядка, допускающие понижение порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Отыскание фундаментальной системы решений. Обыкновенные линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с правой частью специального вида. Метод вариации произвольных постоянных. Тема 7.3. Системы обыкновенных дифференциальных	4	34	34	36,3	Изучение литературы. Решение задач	Собеседование, проверка выполнения домашнего задания.	ОПК-1.1, ОПК-1.3
Итого по разделу	34		34	36,3			
Итого за семестр	34		34	36,3		экзамен	
Итого по дисциплине	140		140/42 И	246,9		экзамен, зачет с оценкой	

## **5 Образовательные технологии**

При проведении занятий и организации самостоятельной работы студентов используются:

- Традиционные технологии обучения, предполагающие передачу информации в готовом виде, формирование учебных умений по образцу: лекция-изложение, лекция-объяснение, практические работы, контрольная работа и др.. Использование традиционных технологий обеспечивает ориентирование студентов в потоке информации, связанной с различными подходами к определению сущности, содержания, методов, форм развития и саморазвития личности; самоопределение в выборе оптимального пути и способов личностно-профессионального развития; систематизацию знаний, полученных студентами в процессе аудиторной и самостоятельной работы. Практические занятия обеспечивают развитие и закрепление умений и навыков определения целей и задач саморазвития, а также принятия наиболее эффективных решений по их реализации

- Интерактивные технологии обучения, предполагающие организацию обучения как продуктивной творческой деятельности в режиме взаимодействия студентов друг с другом и с преподавателем.

## **6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Представлено в приложении 1.

## **7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации**

Представлены в приложении 2.

## **8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

### **а) Основная литература:**

1. Гурьянова К. Н., Алексеева У. А., Бояршинов В. В. Математический анализ: учеб. Пособие.-Урал. федер. ун-т. - Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2014. – 330 с. ([http://elar.urfu.ru/bitstream/10995/28697/1/978-5-7996-1340-2\\_2014.pdf](http://elar.urfu.ru/bitstream/10995/28697/1/978-5-7996-1340-2_2014.pdf))

2. Дубровин В.Т. Лекции по математическому анализу: учебное пособие. – 3–е изд., перераб. и доп. / В.Т. Дубровин. – Казань: Казан. ун-т, 2012. Ч.1. – 180 с.: илл. (<https://kpfu.ru/docs/F471329804/kniga1.pdf>)

### **б) Дополнительная литература:**

1. Никитин А.А., Фомичев В. В. Математический анализ: углубленный курс 2-е изд., испр. и доп. учебник и практикум для академического бакалавриата.-Москва-Юрайт., 2019 (<https://urait.ru/viewer/matematicheskiy-analiz-uglublennyy-kurs-432899#page/1>)

### **в) Методические указания:**

1. Дубровский В.В., Извеков Ю.А., Родчиков А.А. Введение в математический анализ: учебно-методический комплекс [Самостоятельное ЭИ] № рег. свид. 31500 21.05.2013 N гос.рег. 0321302202.-0,9Мб

2. Бондаренко Т.А, Дубровский В.В, Каменева Г.А, Родчиков А.А. Ряды и их приложения [Самостоятельное ЭИ] рег. свид. №32701 06.08.2013 N гос.рег. 0321302202.-0,65Мб

**г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:**

**Программное обеспечение**

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
MS Office 2007 Professional	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно
7Zip	свободно распространяемое ПО	бессрочно
GIMP	свободно распространяемое ПО	бессрочно

**Профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

Название курса	Ссылка
Поисковая система Академия Google (Google Scholar)	URL: <a href="https://scholar.google.ru/">https://scholar.google.ru/</a>
Международная справочная система «Полпред» polpred.com отрасль «Образование, наука»	URL: <a href="http://education.polpred.com/">http://education.polpred.com/</a>

**9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Доска, мультимедийный проектор, экран.

Учебные аудитории для проведения лабораторных занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Персональные компьютеры с пакетом MS Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

Комплекс тестовых заданий для проведения рубежного и промежуточного контроля.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся.

Персональные компьютеры с пакетом MS Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

Помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования.

Шкафы для хранения учебно-методической документации, учебного оборудования и учебно-наглядных пособий.

Примерный перечень вопросов к экзамену в 1-м семестре

1. Действительные числа.
2. Способы задания и простейшие свойства функции.
3. Числовая последовательность. Монотонные последовательности. Предел последовательности.
4. Теорема о единственности предела последовательности.
5. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Классификация бесконечно малых последовательностей. Свойства бесконечно малых последовательностей.
6. Критерий существования предела последовательности на языке бесконечно малых.
7. Теорема о пределе суммы, разности, произведения и частного последовательностей.
8. Теорема о пределе промежуточной последовательности. Принцип стягивающихся сегментов. Предел функции в точке.
9. Геометрическая интерпретация предела функции. Правила нахождения пределов функций. Теорема о пределе промежуточной функции.
10. Первый замечательный предел. Односторонние и бесконечно большие пределы функции.
11. Предел сложной функции. Число "ε" и связанные с ним пределы.
12. Определения непрерывности функции в точке. Свойства непрерывных функций в точке. Классификация точек разрыва функции и их геометрическая интерпретация.
13. Теорема о непрерывности суммы, разности, произведения и частного непрерывных функций.
14. Первая теорема Вейерштрасса.
15. Вторая теорема Вейерштрасса.  
Первая теорема Больцано-Коши.
16. Вторая теорема Больцано-Коши.
17. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции.
18. Физический и геометрический смысл производной. Дифференциал функции, его геометрический смысл и приближенные вычисления с помощью дифференциала.
19. Непрерывность дифференцируемой функции.
20. Производная суммы и разности функций.
21. Производная произведения функций. Производная частного двух функций. Производная сложной функции.
22. Производная обратной функции. Производная параметрически заданной функции.
23. Производная показательной функции. Производная логарифмической функции. Производная степенной функции.
24. Производные тригонометрических функций. Производные обратных тригонометрических функций.
25. Теорема Ролля.
26. Теорема Лагранжа.

27. Вычисление угла между двумя кривыми      Условие      постоянства функции в интервале. Условие монотонности функции в интервале.
28. Экстремумы функции и их нахождение. Наибольшее и наименьшее значения функции      на отрезке.
29. Теорема Коши. Правило Лопитала. Производные высших порядков и их приложения.
30. Многочлен Тейлора и его свойства. Формула Тейлора.
31. Формулы Тейлора для функций  $y=e^x$ ,  $y=\sin x$ ,  $y=\cos x$ ,  $y=\ln(1+x)$

### **Примерный перечень вопросов к экзамену во 2-м семестре**

1. Первообразная и ее свойства. Неопределенный интеграл и его свойства.
2. Таблица основных неопределенных интегралов.
3. Интегрирование по частям и заменой переменной в неопределенном интеграле.
4. Типовые интегралы.
5. Схема интегрирования. рациональных функций.
6. Интегрирование простейших иррациональных функций.
7. Интегрирование тригонометрических функций.
8. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.
9. Аддитивная функция промежутка. Плотность. Суммы Дарбу и Римана. Интеграл Римана. Условия интегрируемости.
10. Свойства определенного интеграла.
11. Теорема о среднем значении. Определенный интеграл с переменным верхним пределом.
12. Формула Ньютона-Лейбница.
13. Приближенные вычисления определенного интеграла.
14. Интегрирование по частям и заменой переменной в определенном интеграле.
15. Вычисление площадей плоских фигур.
16. Вычисление объема тела вращения.
17. Вычисление длины дуги.
18. Вычисление момента      инерции стержня.
19. Вычисление момента инерции кольца.
20. Вычисление работы переменной силы.
21. Несобственные интегралы.

### **Примерный перечень вопросов к экзамену в 3-м семестре**

#### **Функции нескольких переменных**

1. Типы множеств точек на плоскости и в пространстве.
2. Свойства функций, непрерывных в точке и на множестве
3. Частные производные функций нескольких переменных и производная функции по направлению.
4. Градиент функции и его свойства
5. Уравнение касательной плоскости к поверхности.
6. Уравнение нормали к поверхности
7. Частные производные второго порядка и их применение
8. Наибольшее и наименьшее значение функции на множестве.
9. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла

10. Определение и свойства двойного интеграла
11. Вычисление двойного интеграла.
12. Приложения двойного интеграла
13. Нахождение координат центра масс плоской неоднородной пластинки
14. Задачи, приводящие к понятию криволинейного интеграла 1-го рода
15. Свойства и вычисление криволинейного интеграла 1-го рода.
16. Задачи, приводящие к понятию криволинейного интеграла 2-го рода
17. Свойства и вычисление криволинейного интеграла 2-го рода.
18. Формула Грина
19. Условия независимости криволинейного интеграла 2-го рода от формы пути интегрирования.
20. Нахождение первообразной дифференциального выражения с двумя переменными
21. Вычисление площади плоской фигуры с помощью криволинейного интеграла 2-го рода
22. Задачи, приводящие к понятию тройного интеграла
23. Свойства и вычисление тройного интеграла
24. Поверхностные интегралы

### Ряды

1. Общие понятия о числовом ряде.
22. Гармонический ряд. Необходимое условие сходимости ряда.
23. Свойства сходящихся рядов.
24. Достаточное условие сходимости положительных рядов.
25. Признаки сравнения положительных рядов.
26. Признак Даламбера.
27. Признак Коши.
28. Интегральный признак Меклорена-Коши.
29. Признак Лейбница.
30. Теорема об абсолютно сходящемся ряде
31. Общие понятия о функциональном ряде.
32. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функциональных рядов.
33. Свойства равномерно сходящихся рядов.
34. Теорема Абеля.
35. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
36. Свойства степенных рядов.
37. Ряд Тейлора.
38. Разложение элементарных функций в ряд Маклорена.
39. Приложения рядов Маклорена

Примерный перечень практических заданий для подготовки к экзамену в 1-м семестре

### I. ПРЕДЕЛЫ

**Задание 1.** Найти предел числовой последовательности:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^2 - (3+n)^2}{(4-n)^2 + (4+n)^2}$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^3 - (3+n)^3}{(4-n)^3 + (4+n)^3}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(4-n)^2 - (4+n)^2}{(5-n)^2 + (5+n)^2}$$

$$4. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^3 - (3+n)^3}{(4-3n)^3 + (4+3n)^3}$$

$$5. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-2n)^2 - (3+2n)^2}{(4-n)^2 + (4+n)^2}$$

**Задание 2.** Найти предел функции:

$$1. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x+1)}{x^4 + 4x^2 - 5}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 + 3x + 2)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 3x - 2)}{x + x^2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(2x^2 + x - 1)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2 + 2x - 3)^2}{x^3 + 4x^2 + 3x}$$

**Задание 3.** Найти предел функции:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sin 4x}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 10x}{e^{x^2} - 1}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 5x}{\sin 3x}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\cos 7x - \cos 3x}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\operatorname{tg}(\pi(1+x))}$$

## II. ПРОИЗВОДНАЯ

**Задание 4.** Найти производную функции:

$$1. y = (x^3 + 4)/x^2$$

$$2. y = (x^2 - x + 1)/(x - 1)$$

$$3. y = 2/(x^2 + 2x)$$

$$4. y = 4x^2/(3 + x^2)$$

$$5. y = 12x/(x^2 + 9)$$

**Задание 5.** Найти производную функции :

$$1. y = \frac{2(3x^3 + 4x^2 - x - 2)}{15\sqrt{1+x}}$$

$$2. y = \frac{(2x^2 - 1)\sqrt{1+x^2}}{3x^3}$$

$$3. y = \frac{x^4 - 8x^2}{2(x^2 - 4)}$$

$$4. y = \frac{2x^2 - x - 1}{3\sqrt{2+4x}}$$

$$5. y = \frac{(1+x^8)\sqrt{1+x^8}}{12x^{12}}$$

**Задание 6.** Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке с абсциссой  $x_0$ :

$$1. y = (4x - x^2)/4, \quad x_0 = 2$$

$$2. y = 2x^2 + 3x - 1, \quad x_0 = -2$$

$$3. y = x - x^3, \quad x_0 = -1$$

$$4. y = x^2 + 8\sqrt{x} - 32, \quad x_0 = 4$$

$$5. y = x + \sqrt{x^3}, \quad x_0 = 1$$

**Задание 7.** Вычислить приближенно значение функции в точке  $x$  с помощью дифференциала функции:

$$1. y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 7,76$$

$$2. y = \sqrt[3]{x^3 + 7x}, \quad x = 1,012$$

$$3. y = (x + \sqrt{5 - x^2})/2, \quad x = 0,98$$

$$4. y = \sqrt[3]{x^2 + 2x + 5}, \quad x = 0,97$$

$$5. y = x^{11}, \quad x = 1,021$$

**Задание 8.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:

$$1. y = 4x^2 + 1, \quad [-2;3]$$

$$2. y = x^3 + 3x, \quad [-4;2]$$

$$3. y = (x + 2)^2, \quad [-1;4]$$

$$4. y = \sqrt[3]{x^2 + 2x + 5}, \quad [0;2]$$

$$5. y = x^{11}, \quad [-1;2]$$

**Задание 9.** Построить график функции с помощью производной функции первого порядка :

$$1. y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 9$$

$$2. y = 3x - x^3$$

$$3. y = x^2(x - 2)^2$$

$$4. y = (x^3 - 9x^2)/4 + 6x - 9$$

$$5. y = 2 - 3x^2 - x^3$$

**Задание 10.** Найти производную третьего порядка функции:

$$1. y = \lg(5x + 2)$$

$$2. y = 4^{3x+2}$$

$$3. y = \sqrt{x}$$

$$4. y = 7^{5x+2}$$

$$5. y = 4/x$$

Перечень практических заданий для подготовки

к экзамену во 2-м семестре

### III. ИНТЕГРАЛЫ

**Задание № 11.** Найти неопределенный интеграл

$$\int (x + 3x^3 - 2) dx$$

$$\int (3x + 3x^{12} - 13x^{31}) dx$$

$$\int (2x + 2x^6 - 5) dx$$

$$\int (23x + 3x^7 - 2x^3) dx$$

$$\int (x + 3x^5 - 2x^7) dx$$

**Задание № 12.** Найти неопределенный интеграл

$$\int (x + 3) \sin 2x dx$$

$$\int (x + 3) e^{4x} dx$$

$$\int (5x + 8) \sin 9x dx$$

$$\int (4x - 9) \sin 6x dx$$

$$\int (x + 3) e^{4x} dx$$

**Задание № 13.** Найти неопределенный интеграл

$$\int \frac{2x^3 + 3x^2 - 4x + 5}{x + 3} dx$$

$$\int \frac{x^3 + 6x^2 - 4x + 5}{x + 1} dx$$

$$\int \frac{2x^3 + 3x^2 - 4x - 3}{x + 5} dx$$

$$\int \frac{7x^3 + 3x^2 - 4x + 8}{x - 4} dx$$

$$\int \frac{2x^3 + 8x^2 - 4x + 4}{x - 8} dx$$

**Задание № 14.** Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = (x-2)^3; \quad y = 4x-8$$

2

$$y = (x-2)^2; \quad x=4; \quad y=0$$

$$y = (x-2)^2; \quad y = 4x+4; \quad y=0$$

4

$$y = (x+3)^2; \quad y = -x+9; \quad y=0$$

$$y=(x-4)^2; \quad x=0; y=0$$

**Задание № 15.** Вычислить объем тела, полученного от вращения вокруг оси OX плоской фигуры, ограниченной линиями:

$$y=(x-5)^2; \quad x=0; y=0$$

2

$$y=(x-1)^3; \quad x=0; y=0$$

$$y=(x-2)^2; \quad y=4x+4; y=0$$

4

$$y=(x-2)^3; \quad y=4x-8$$

$$y=(x-5)^3; \quad y=125(x-1);$$

$$y=0$$

6

$$y=(x+6)^3; \quad x=0; y=0$$

**Задание № 16.** Вычислить длину дуги кривой, заданной в полярных координатах:

$$\rho=3e^{3\varphi/4}, \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$$

2

$$\rho=2e^{4\varphi/3}, \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$$

$$\rho=5e^\varphi, \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$$

4

$$\rho=5e^{5\varphi/12}, \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$$

$$\rho=6e^{12\varphi/5}, \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$$

6

$$\rho=3e^{3\varphi/4}, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/3$$

$$\rho=4e^{4\varphi/3}, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/3$$

8

$$\rho=7e^\varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/3$$

$$\rho=5e^{5\varphi/12}, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/3$$

1

$$\rho=12e^{12\varphi/5}, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/3$$

0.

**Задание № 17.** Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{4+x^2}$$

$$\int_{-2}^{-1} \frac{2dx}{\sqrt{x^2-6x-7}}$$

$$\int_3^{+\infty} \frac{dx}{4-x^2}$$

$$\int_4^5 \frac{(x+2)dx}{\sqrt{x^2-3x-4}}$$

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{4+x}$$

Перечень практических заданий для подготовки к экзамену в 3-м семестре

### V. Функции нескольких переменных

1. Найти экстремумы функции  $z = 3(x^2 + y^2) - x^3 + 4y$
2. Вычислить криволинейный интеграл второго рода по плоской кривой

$\Gamma$ , пробегаемой в направлении возрастания её параметра, если

$$\int_{\Gamma} xdy - ydx, \quad \text{где } \Gamma - \text{кривая } y = x^3, 0 \leq x \leq 2.$$

3. Найти экстремумы функции  $z = x^3 + y^3 - 6xy$ .

4. Для заданного множества  $G$  записать интеграл  $\iint_G f(x, y) dx dy$  в виде

повторных интегралов с разными порядками интегрирования.

$G$  – треугольник, ограниченный

прямыми:  $x = 3$ ,  $y - 2x = 0$ ,

$$y + 3x = 0.$$

5.

Найти экстремумы функции  $z = 2x^3 - y^3 - 3x^2 + 12y$ .

6. Для данной функции  $z = f(x, y)$  найти производную в точке  $M(x_0, y_0)$  в направлении вектора  $\vec{l}(a, \theta)$ , если  $z = (1 + x^2)(1 + y^2)$ ,  $M_0(-1; 2)$ ,  $\vec{l}(6, 8)$ .

7. Вычислить криволинейный интеграл второго рода  $\int_{\Gamma} (x - \frac{1}{y}) dy$  по

плоской кривой  $\Gamma$ , пробегаемой в направлении возрастания её параметра  $x$ , если,  $\Gamma$  – дуга параболы  $y = x^2$ ,  $1 \leq x \leq 2$ .

8. Для заданного множества  $G$  записать интеграл  $\iint_G f(x, y) dx dy$  в виде

повторных интегралов с разными порядками интегрирования.

$G$  – треугольник, ограниченный

прямыми:  $x = 2$ ,  $y - 3x = 0$ ,

$$y - 4x = 0$$

9. Для данной функции  $z = f(x, y)$  найти производную в точке  $M(x_0, y_0)$  в направлении вектора  $\vec{l}(a, \theta)$ , если  $z = \frac{x+y}{y}$ ,  $M_0(4; 2)$ ,  $\vec{l}(12, 5)$ .

10. Для данной функции  $z = f(x, y)$  найти градиент функции в точке  $M(x_0, y_0)$  и абсолютную величину градиента, если  $z = \frac{3x+5y}{y}$ ,  $M_0(3; 2)$ .

11. Для данной функции  $z = f(x, y)$  найти градиент функции в точке  $M_0$  и абсолютную величину градиента в точке, если  $z = (1 + x^2)(1 + y^2)$ ,  $M_0(-1; 2)$ .

12. Найти частные производные  $\frac{\partial z}{\partial u}$  и  $\frac{\partial z}{\partial v}$  сложной функции  $f(x, y)$ ,

если  $z = \ln(x^2 + y^2)$ , где  $x = uv$ ,  $y = \frac{u}{v}$ .

13. Для заданного множества  $G$  записать интеграл  $\iint_G f(x, y) dx dy$  в виде

повторных интегралов с разными порядками интегрирования.

$G$  – треугольник, ограниченный

прямыми:  $y = 3$ ,  $2y = 3x$ ,  $2y = 24 - 3x$

.

14. Найти частные производные  $\frac{\partial z}{\partial u}$  и  $\frac{\partial z}{\partial v}$  сложной функции  $f(x, y)$ , если

$z = \frac{1}{2} \ln \frac{x}{y}$ , где  $x = utgv$ ,  $y = uctgv$ .

15. Для заданного множества  $G$  записать интеграл  $\iint_G f(x, y) dx dy$  в виде

повторных интегралов с разными порядками интегрирования.

$G$  – четырёхугольник, ограниченный

прямыми:  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $y = 3$ ,

$x + y + 6$

## VI. РЯДЫ

Задание № 24. Исследовать на сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 + 3n + 5}{n^5 + 3n^3 + 6n^2 + 7}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6n^3 + 3n + 5}{n^4 + 7n^3 + 6n^2 + 7}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 + 3n + 5}{n^5 + 3n^3 + 6n^2 + 7}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 + 3n + 5}{n^5 + 3n^3 + 6n^2 + 7}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 + 3n + 5}{n^5 + 3n^3 + 6n^2 + 7}$$

**Задание № 25.** Исследовать на сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n!}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3 + 2n)^n}{(2 + n)^{n+2}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(5 + 2n)^n}{(2 + n)^n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n!}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n!}$$

## Приложение 2. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности		
ОПК-1.1:	Решает профессиональные задачи с области фундаментальной и прикладной математики	<p><i>Примерный перечень вопросов к экзамену в 1-м семестре</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Действительные числа.</li> <li>2. Способы задания и простейшие свойства функции.</li> <li>3. Числовая последовательность. Монотонные последовательности. Предел последовательности.</li> <li>4. Теорема о единственности предела последовательности.</li> <li>5. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Классификация бесконечно малых последовательностей. Свойства бесконечно малых последовательностей.</li> <li>6. Критерий существования предела последовательности на языке бесконечно малых.</li> <li>7. Теорема о пределе суммы, разности, произведения и частного последовательно-стей.</li> <li>8. Теорема о пределе промежуточной последовательности. Принцип стягивающихся сегментов. Предел функции в точке.</li> <li>9. Геометрическая интерпретация предела функции. Правила нахождения пределов функций. Теорема о пределе промежуточной функции.</li> <li>10. Первый замечательный предел. Односторонние и бесконечно большие пределы функции.</li> <li>11. Предел сложной функции. Число "e" и связанные с ним пределы.</li> <li>12. Определения непрерывности функции в точке. Свойства непрерывных функций в точке. Классификация точек разрыва функции и их геометрическая интер-претация.</li> <li>13. Теорема о непрерывности суммы, разности, произведения и частного непре-рывных функций.</li> <li>14. Первая теорема Вейерштрасса.</li> <li>15. Вторая теорема Вейерштрасса. Первая теорема Больцано-Коши.</li> </ol>

		<p>16. Вторая теорема Больцано-Коши.</p> <p><b>Примерные практические задания к теме Функции нескольких переменных</b></p> <p>1. Вычислить криволинейный интеграл второго рода по плоской кривой <math>\Gamma</math>, пробегаемой в направлении возрастания её параметра <math>x</math>,</p> <p>если, <math>\Gamma</math> – дуга парабол</p> <p>2. Для заданного множества <math>G</math> записать интеграл в виде повторных интегралов с разными порядками интегрирования.</p> <p><math>G</math> – треугольник, ограниченный прямыми: <math>x = 2</math>  <math>y - 3x = 0</math> <math>y - 4x = 0</math></p>
ОПК-1.2:	Решает профессиональные задачи с области фундаментальной и прикладной математики	<p><b>Перечень практических заданий для подготовки к экзамену в 1-м семестре</b></p> <p><b>Задание 1.</b> Найти предел числовой последовательности:</p> $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^2 - (3+n)^2}{(4-n)^2 + (4+n)^2}$ <p>2. <math>\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^3 - (3+n)^3}{(4-n)^3 + (4+n)^3}</math></p> $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(4-n)^2 - (4+n)^2}{(5-n)^2 + (5+n)^2}$ <p>4. <math>\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^3 - (3+n)^3}{(4-3n)^3 + (4+3n)^3}</math></p> $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-2n)^2 - (3+2n)^2}{(4-n)^2 + (4+n)^2}$ <p><b>Задание 2.</b> Найти предел функции:</p> $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5} \quad 2.$ $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 + 3x + 2)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$ <p>3. <math>\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 3x - 2)}{x + x^2} \quad 4.</math></p> $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(2x^2 + x - 1)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$

$$5. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2 + 2x - 3)^2}{x^3 + 4x^2 + 3x}$$

**Задание 3.** Найти предел функции:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sin 4x} \quad 2.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 10x}{e^{x^2} - 1}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 5x}{\sin 3x} \quad 4.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\cos 7x - \cos 3x}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\operatorname{tg}(\pi(1 + x))}$$

**Задание 4.** Найти производную функции:

$$1. y = (x^3 + 4)/x^2 \quad 2.$$

$$y = (x^2 - x + 1)/(x - 1)$$

$$3. y = 2/(x^2 + 2x) \quad 4.$$

$$y = 4x^2/(3 + x^2)$$

$$5. y = 12x/(x^2 + 9)$$

**Задание 5.** Найти производную функции :

$$1. y = \frac{2(3x^3 + 4x^2 - x - 2)}{15\sqrt{1+x}} \quad 2.$$

$$y = \frac{(2x^2 - 1)\sqrt{1+x^2}}{3x^3}$$

$$3. y = \frac{x^4 - 8x^2}{2(x^2 - 4)} \quad 4.$$

$$y = \frac{2x^2 - x - 1}{3\sqrt{2+4x}}$$

$$5. y = \frac{(1+x^8)\sqrt{1+x^8}}{12x^{12}}$$

**Задание 6.** Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке с абсциссой  $x_0$ :

$$1. y = (4x - x^2)/4, \quad x_0 = 2$$

$$2. y = 2x^2 + 3x - 1, \quad x_0 = -2$$

		<p>3. <math>y = x - x^3</math>    <math>x_0 = -1</math>    4.  <math>y = x^2 + 8\sqrt{x} - 32</math>,    <math>x_0 = 4</math></p> <p>5. <math>y = x + \sqrt{x^3}</math>,    <math>x_0 = 1</math>  <b>Задание 7.</b> Вычислить приближенно значение функции в точке <math>x</math> с помощью дифференциала функции:</p> <p>1. <math>y = \sqrt[3]{x}</math>,    <math>x = 7,76</math>  2. <math>y = \sqrt[3]{x^3 + 7x}</math>,    <math>x = 1,012</math></p> <p>3. <math>y = (x + \sqrt{5 - x^2})/2</math>,    <math>x = 0,98</math>    4.  <math>y = \sqrt[3]{x^2 + 2x + 5}</math>,    <math>x = 0,97</math></p> <p>5. <math>y = x^{11}</math>,    <math>x = 1,021</math></p>
ОПК-1.3:	Применяет фундаментальные междисциплинарные знания для решения задач в профессиональной деятельности	<p><b>Примерный перечень вопросов к экзамену во 2-м семестре</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Первообразная и ее свойства. Неопределенный интеграл и его свойства.</li> <li>2. Таблица основных неопределенных интегралов.</li> <li>3. Интегрирование по частям и заменой переменной в неопределенном интеграле.</li> <li>4. Типовые интегралы.</li> <li>5. Схема интегрирования рациональных функций.</li> <li>6. Интегрирование простейших иррациональных функций.</li> <li>7. Интегрирование тригонометрических функций.</li> <li>8. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.</li> <li>9. Аддитивная функция промежутка. Плотность. Суммы Дарбу и Римана. Интеграл Римана. Условия интегрируемости.</li> <li>10. Свойства определенного интеграла.</li> <li>11. Теорема о среднем значении. Определенный интеграл с переменным верхним пределом.</li> <li>12. Формула Ньютона-Лейбница.</li> <li>13. Приближенные вычисления определенного интеграла.</li> <li>14. Интегрирование по частям и заменой переменной в определенном интеграле.</li> <li>15. Вычисление площадей плоских фигур.</li> <li>16. Вычисление объема тела вращения.</li> <li>17. Вычисление длины дуги.</li> <li>18. Вычисление момента инерции стержня.</li> <li>19. Вычисление момента инерции кольца.</li> <li>20. Вычисление работы переменной силы.</li> </ol>

		<p>21. Несобственные интегралы.</p> <p><b>Примерный перечень практических заданий</b></p> <p><b>Задание 1.</b> Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:</p> <p>1. <math>y = 4x^2 + 1</math>, <math>[-2;3]</math> 2.  <math>y = x^3 + 3x</math>, <math>[-4;2]</math></p> <p>3. <math>y = (x+2)^2</math>, <math>[-1;4]</math> 4.  <math>y = \sqrt[3]{x^2 + 2x + 5}</math>, <math>[0;2]</math></p> <p>5. <math>y = x^{11}</math>, <math>[-1;2]</math></p> <p><b>Задание 2.</b> Построить график функции с помощью производной функции первого порядка :</p> <p>1. <math>y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 9</math> 2.  <math>y = 3x - x^3</math></p> <p>3. <math>y = x^2(x-2)^2</math>  4. <math>y = (x^3 - 9x^2)/4 + 6x - 9</math></p> <p>5. <math>y = 2 - 3x^2 - x^3</math></p> <p><b>Задание 3.</b> Найти производную третьего порядка функции:</p> <p>1. <math>y = \lg(5x+2)</math> 2.  <math>y = 4^{3x+2}</math></p> <p>3. <math>y = \sqrt{x}</math> 4.  <math>y = 7^{5x+2}</math></p> <p>5. <math>y = 4/x</math></p>
--	--	--

**б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:**

Аттестация по дисциплине включает ответы на теоретические вопросы и выполнение практических заданий, выявляющих степень сформированности компетенций, проводится в форме зачета с оценкой и экзамена.

**Показатели и критерии оценивания зачета с оценкой:**

– на оценку «отлично» (5 баллов) – обучающийся демонстрирует высокий уровень сформированности компетенций, всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.

– на оценку «хорошо» (4 балла) – обучающийся демонстрирует средний уровень сформированности компетенций: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.

– на оценку «удовлетворительно» (3 балла) – обучающийся демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенций: в ходе контрольных мероприятий допускаются ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

– на оценку «не зачтено» (1 балл) – обучающийся не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.

#### **Показатели и критерии оценивания экзамена:**

– 5 баллов оценка «отлично» – обучающийся набирает, если демонстрирует высокий уровень сформированности компетенций, всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.

– 4 балла оценка «хорошо» – обучающийся набирает, если демонстрирует средний уровень сформированности компетенций: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.

– 3 балла оценка «удовлетворительно» – обучающийся набирает, если демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенций: в ходе контрольных мероприятий допускаются ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

– на оценку «не удовлетворительно» (1-2 балла) – обучающийся не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.