

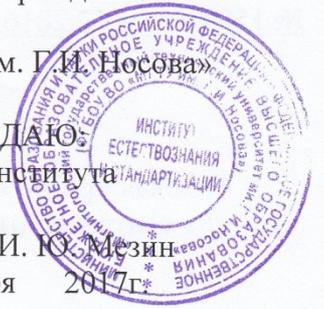
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»

УТВЕРЖДАЮ
Директор института

И. Ю. Мезин

«25» сентября

2017 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ

Специальность

**10.05.03 - Информационная безопасность
автоматизированных систем**

Специализация

**Обеспечение информационной безопасности
распределенных информационных систем**

Уровень высшего образования – **специалитет**

Форма обучения

очная

Институт	<i>Институт естествознания и стандартизации</i>
Кафедра	<i>Высшей математики</i>
Курс	1
Семестр	1

Магнитогорск
2017 г.

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Алгебра и геометрия» являются:

- развитие математического мышления;
- формирование навыков решения геометрических задач в различных системах координат;
- ознакомление с основами классической и современной алгебры;
- ознакомление с различными алгебраическими структурами (полями, векторными пространствами) и их приложениями в решении различных практических задач;
- обучение основным алгебраическим методам решения задач, возникающих в других математических дисциплинах и в практике;
- воспитание у студентов математической и технической культуры, которая предполагает четкое осознание необходимости и важности математической подготовки для современного специалиста.

Приобретаемые знания должны быть достаточными для успешного овладения общенаучными и общеинженерными дисциплинами на необходимом научном уровне. Требуется развитие умений студентов самостоятельно расширять математические знания и проводить анализ прикладных задач, привитие навыков использования математических методов и основ математического моделирования для описания процессов, протекающих в окружающем мире, специалисты должны овладеть основными аналитико-геометрическими методами моделирования и исследования таких задач.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы подготовки бакалавра

Дисциплина «Алгебра и геометрия» входит в базовую часть блока 1 образовательной программы специалитета 10.05.03 – Информационная безопасность автоматизированных систем.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин: «Алгебра и начала анализа», «Геометрия» в объёме программы средней школы.

Знания и умения, полученные при изучении дисциплины «Алгебра и геометрия», необходимы в качестве методологической предпосылки для успешного освоения как базовых дисциплин, так и дисциплин профессионального цикла:

- Математический анализ,
- Теория вероятностей и математическая статистика,
- Дискретная математика,
- Исследование операций и теория игр,
- Теория графов и ее приложения,
- Основы теории оптимизации,
- Математическое моделирование распределенных систем.

Кроме того, изучение алгебры и геометрии необходимо в научных исследованиях, при написании выпускной квалификационной работы, для которых требуется знание и владение методами линейной алгебры и геометрии, необходимыми для моделирования, теоретического подтверждения суждений.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения:

В результате освоения дисциплины «Алгебра и геометрия» обучающийся должен обладать следующей компетенцией:

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения
ОПК-2 способность корректно применять при решении профессиональных задач соответствующий математический аппарат алгебры, геометрии, дискретной математики, математического анализа, теории вероятностей, математической статистики, математической логики, теории алгоритмов, теории информации, в том числе с использованием вычислительной техники	
Знать	<ul style="list-style-type: none"> - основные понятия линейной алгебры и аналитической геометрии - возможности координатного метода для исследования различных геометрических объектов - аналитические способы описания алгебраических структур и геометрических объектов
Уметь	<ul style="list-style-type: none"> - сопоставлять реальную задачу с определенной областью математических знаний, - распознавать возможность аналитического решения задачи, - самостоятельно разрабатывать алгоритм решения задачи, - применять типичные математические модели линейной алгебры и аналитической геометрии в профессиональной деятельности; - корректно обосновывать необходимость предложенного метода решения задачи; - формализовать задачу и находить ее решение, используя свойства математических объектов алгебры и геометрии; - интерпретировать формально (математически) полученный результат
Владеть	<ul style="list-style-type: none"> - методами работы с алгебраическими и геометрическими объектами, - методами построения и изучения математических моделей конкретных явлений и процессов для решения расчетных и исследовательских задач; - практическими навыками доказательства суждений; - умением теоретически обосновывать выводы; - математическими методами описания реальных процессов в профессиональной деятельности.

4. Структура и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц 180 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 113 акад. часов:
 - аудиторная – 108 акад. часов;
 - внеаудиторная – 5 акад. часов
- самостоятельная работа – 31,3 акад. часов;
- подготовка к экзамену – 35,7 акад. часа

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа (в акад. часах)	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код и структурный элемент компетенции
		лекции	семинары/лаборат.	практич. занятия				
Раздел 1. Линейная алгебра								
1.1. Матрицы. Определители. Системы линейных алгебраических уравнений.	1	12		12/6И	6	- подготовка к практическим занятиям, - выполнение ТР №1 «Матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений»	- проверка индивидуальных заданий, - консультации по решению задач ТР, - защита ТР	ОПК-2 – зув
1.2. Линейные пространства. Базис. Евклидовы пространства.	1	6		6/2И	2	- подготовка к практическим занятиям, - выполнение ИДЗ № 1 «Линейные пространства и операторы. Квадратичные формы»	- проверка индивидуальных заданий, - консультации по решению ИДЗ	ОПК-2 – зув
1.3. Линейные операторы.	1	4		4/2И	2	- подготовка к практическим занятиям, - выполнение ИДЗ № 1 «Линейные пространства и	- проверка индивидуальных заданий, - консультации по решению ИДЗ	ОПК-2 – зув

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа (в акад. часах)	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код и структурный элемент компетенции
		лекции	лаборатор.	практич. занятия				
						операторы. Квадратичные формы»		
1.4. Квадратичные формы.	1	4		4	2	- подготовка к практическим занятиям, - выполнение ИДЗ № 1 «Линейные пространства и операторы. Квадратичные формы»	- проверка индивидуальных заданий, - консультации по решению ИДЗ	ОПК-2 – зув
Итого по разделу		26		26/10И	12		ТР №1, ИДЗ №1	
Раздел 2. Векторная алгебра								
Векторы и операции над ними. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.	1	4		4/2И	1	- подготовка к практическим занятиям, - подготовка к АКР №1 «Векторная алгебра»	- проверка АКР индивидуальных заданий,	ОПК-2 – зув
Итого по разделу	1	4		4/2И	1		АКР №1	
Раздел 3. Аналитическая геометрия								
3.1. Системы координат на плоскости. Прямая на плоскости. Кривые на плоскости.	1	2		2/2И	2	- подготовка к практическим занятиям, - выполнение ИДЗ № 2 «Аналитическая геометрия на плоскости»	- проверка индивидуальных заданий, - консультации по решению ИДЗ	ОПК-2 – зув
3.2. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола.	1	8		8/2И	3	- подготовка к практическим занятиям, - выполнение ИДЗ № 3 «Кривые второго порядка»	- консультации по решению ИДЗ	ОПК-2 – зув

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа (в акад. часах)	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код и структурный элемент компетенции
		лекции	лаборат.	практич. занятия				
3.3. Преобразование координат: параллельный перенос, поворот. Классификация линий 2-го порядка. Приведение уравнений линий 2-го порядка к каноническому виду	1	2		2	3	- подготовка к практическим занятиям, - выполнение ИДЗ № 3 «Кривые второго порядка»	- проверка ИДЗ, - консультации по решению ИДЗ	ОПК-2 – зув
3.4. Системы координат в пространстве. Плоскость, прямая в пространстве.	1	4		4/2И	6	- подготовка к практическим занятиям, - выполнение ТР №2 «Плоскость и прямая в пространстве»	- проверка ТР, - консультации по решению задач ТР, - защита ТР	ОПК-2 – зув
3.5. Поверхности второго порядка: цилиндрические, конические и поверхности вращения. Эллипсоид, гиперболоиды, параболоиды.	1	4		4/2И	2	- подготовка к практическим занятиям, - выполнение ИДЗ № 4 «Поверхности второго порядка»	- консультации по решению ИДЗ	ОПК-2 – зув
3.6. Классификация поверхностей второго порядка. Приведение к каноническому виду общего уравнения поверхности второго порядка.	1	4		4/2И	2,3	- подготовка к практическим занятиям, - выполнение ИДЗ № 4 «Поверхности 2-го порядка»	- проверка индивидуальных заданий, - консультации по решению ИДЗ	ОПК-2 – зув
Итого по разделу		24		24/10И	18,3		ИДЗ № 2-4, ТР №2	
Итого за семестр	1	54		54/22 И	31,3		экзамен	ОПК-2 – зув
Итого по дисциплине		54		54/22 И	31,3		экзамен	ОПК-2 – зув

И – в том числе часы, отведенные на работу в интерактивной форме.

5. Образовательные и информационные технологии

Реализация компетентностного подхода предусматривает использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся. Согласно п. 34 Порядка организации и осуществления деятельности по образовательным программам бакалавриата высшего образования (утв. приказом МОиН РФ от 05.04.2017 г. № 301), при проведении учебных занятий обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств, в том числе с учетом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей.

Выбирая ту или иную технологию работы с обучающимися, необходимо иметь в виду, что наибольшего эффекта от ее применения можно достичь, если учитывать цели образования, на реализацию которых должна быть направлена избираемая технология, содержание, которое предстоит передать обучающимся с ее помощью, а также условия, в которых она будет использоваться.

В нашей работе мы используем следующее.

1. *Традиционные образовательные технологии.* Организация образовательного процесса, предполагает прямую трансляцию знаний от преподавателя к студенту (преимущественно на основе объяснительно-иллюстративных методов обучения). Учебная деятельность студента носит в таких условиях, как правило, репродуктивный характер.

Формы учебных занятий:

- - информационная лекция – последовательное изложение материала в дисциплинарной логике, осуществляемое преимущественно вербальными средствами.
- - семинар (защита РГР) – беседа преподавателя и студентов, обсуждение заранее подготовленных сообщений по каждому вопросу плана занятия с единым для всех перечнем рекомендуемой обязательной и дополнительной литературы.
- - практическое занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по предложенному алгоритму.

2. *Технологии проблемного обучения.* Организация образовательного процесса предполагает постановку проблемных вопросов, создание учебных проблемных ситуаций для стимулирования активной познавательной деятельности студентов.

Формы учебных занятий:

- - проблемная лекция – изложение материала, предполагающее постановку проблемных и дискуссионных вопросов, освещение различных научных подходов, авторские комментарии, связанные с различными моделями интерпретации изучаемого материала.
- - лекция «вдвоем» (бинарная лекция) – изложение материала в форме диалогического общения двух студентов (заранее подготовившихся) или студента и преподавателя (например, реконструкция диалога исторических личностей – свидетелей открытия какого-либо научного факта; «ученого» и «практика» и т.д.).
- - практическое занятие в форме практикума – организация учебной работы, направленная на решение комплексной учебно-познавательной задачи, требующей от студента применения как научно-теоретических знаний, так и практических навыков.
- - самостоятельная работа (с консультациями преподавателя) на основе кейс-метода – обучение в контексте моделируемой ситуации, воспроизводящей реальные условия научной, производственной. Обучающиеся должны проанализировать ситуацию, разобраться в сути проблем, предложить возможные решения и выбрать лучшее из них.

Кейсы базируются на реальном фактическом материале или же приближены к реальной ситуации.

3. *Технологии проектного обучения.* Образовательный процесс построен в соответствии с алгоритмом поэтапного решения проблемной задачи или выполнения учебного задания. Проект предполагает совместную учебно-познавательную деятельность группы студентов, направленную на выработку концепции, установление целей и задач, формулировку ожидаемых результатов, определение принципов и методик решения поставленных задач, планирование хода работы, поиск доступных и оптимальных ресурсов, поэтапную реализацию плана работы, презентацию результатов работы, их осмысление и рефлексию. Применяется в основном для перехода компетенции на уровень владения.

Основные типы применяемых нами в образовательной деятельности проектов:

- *Исследовательский проект* – структура приближена к формату научного исследования (доказательство актуальности темы, определение научной проблемы, предмета и объекта исследования, целей и задач, методов, источников, выдвижение гипотезы, обобщение результатов, выводы, обозначение новых проблем). Результатом является учебная карта по модулю нашей образовательной программы.
- *Творческий проект*, предполагающий в отличие от предыдущего, конечный продукт в следующих вариантах – газета к исторически значимому «математическому» событию (праздник числа «Пи» и т.п.); «математическая» открытка (своего рода учебная карта, только неформально, красочно оформленная; видеоролик «Я научу вас решать ...» и т.п.
- *Информационный проект* – учебно-познавательная деятельность с ярко выраженной эвристической направленностью (поиск, отбор и систематизация информации о каком-то объекте, ознакомление участников проекта с этой информацией, ее анализ и обобщение и, наконец, презентация по практическому приложению).

4. *Информационно-коммуникационные образовательные технологии.* Организация образовательного процесса с применением специализированных программных сред и технических средств работы с информацией (информационную среду университета МООДУС MOODLE).

Формы учебных занятий с использованием информационно-коммуникационных технологий:

- Лекция-визуализация – изложение содержания сопровождается презентацией (демонстрацией учебных материалов, представленных в различных знаковых системах, в т.ч. иллюстративных, графических, аудио- и видеоматериалов).
- Практическое занятие в форме презентации – представление результатов проектной или исследовательской деятельности с использованием специализированных программных сред.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

По дисциплине «Алгебра и геометрия» предусмотрена аудиторная и внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся.

Аудиторная самостоятельная работа студентов предполагает решение контрольных задач на практических занятиях.

Примерные аудиторные контрольные работы (АКР):

АКР №1 « Векторная алгебра»

1. Сторона ромба равна $5\sqrt{10}$, две его противоположные вершины – P(4; 9) и Q(-2; 1). Вычислить площадь этого ромба.

2. Даны векторы \vec{a} и \vec{b} . Найти длины векторов \vec{c} и \vec{d} , построенных по векторам \vec{a} и \vec{b} ; косинус угла между векторами \vec{a} и \vec{d} . Проверить коллинеарность векторов \vec{c} и \vec{b} .

$$a = (4; 3; -1) \text{ и } b = (2; 2; -2), \quad c = a - 4b \text{ и } d = 3a - 2b,$$

3. Найти координаты вектора x , перпендикулярный векторам $a = (3; -1; 1)$ и $b = (2; -3; 2)$, и удовлетворяющий условию $x \cdot (i - 2j + k) = 1$.

4. Даны вершины $\triangle ABC$. Вычислить его площадь и длину высоты, опущенной из вершины B на сторону AC .
 $A(-1; 2; 3)$, $B(6; 2; -2)$, $C(-1; 2; 0)$

5. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах \vec{p} и \vec{q} , если $p = a - 5b$ и $q = 2a + b$, где a и b – единичные взаимно перпендикулярные векторы.

6. Доказать, что точки A, B, C и D лежат в одной плоскости. $A(-1; -2; 0)$, $B(0; -4; 1)$, $C(2; -1; -2)$, $D(6; 12; -13)$

Примерные индивидуальные домашние задания (ИДЗ):

ИДЗ №1 «Линейные пространства и операторы. Квадратичные формы»

Задача 1. Для указанного множества векторов определить, является ли это множество линейным пространством над полем действительных чисел относительно обычных операций сложения векторов и умножения вектора на число. В случае отрицательного ответа указать, какие именно аксиомы линейного пространства не выполняются.

- Все векторы плоскости, каждый из которых лежит на одной из осей координат Ox или Oy .

Задача 2. Проверить линейность оператора $A\bar{x}$, где $\bar{x} = (x_1; x_2; x_3)$
 $A\bar{x} = (6x_1 - 5x_2x_3; -3x_1; 2x_3)$,

Задача 4. Найти собственные числа и собственные векторы оператора A . Записать матрицу оператора в базисе из собственных векторов

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 5. Дана матрица линейного оператора A в базисе $(\bar{e}_1; \bar{e}_2; \bar{e}_3)$: $\bar{e}_1 = (1; 0; 0)$, $\bar{e}_2 = (0; 1; 0)$, $\bar{e}_3 = (0; 0; 1)$. Найти матрицу этого оператора в новом базисе $(\bar{e}'_1; \bar{e}'_2; \bar{e}'_3)$, если

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 4 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\bar{e}'_1 = \bar{e}_1 + \bar{e}_2 + \bar{e}_3; \quad \bar{e}'_2 = \bar{e}_1 - \bar{e}_2 + \bar{e}_3; \quad \bar{e}'_3 = \bar{e}_1 + \bar{e}_2 - \bar{e}_3,$$

Задача 6. Пусть $x = (x_1, x_2, x_3)$, $Ax = (x_1 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$, $Bx = (x_2, 2x_3, x_1)$. Найти результат работы составного оператора $(\underbrace{A}_{\text{и}} \underbrace{B}_{\text{и}} - B)x$ и матрицу этого составного оператора.

Задача 7. Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа.

$$x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3 + 4x_3^2.$$

Задача 8. Привести квадратичную форму к каноническому виду ортогональным преобразованием. Выписать это преобразование.

$$4x_2^2 - 3x_3^2 + 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + 8x_2x_3.$$

ИДЗ №2 «Аналитическая геометрия на плоскости»

1. Даны уравнения двух сторон параллелограмма $2x - y + 2 = 0$, $x + 3y - 6 = 0$ и точка пересечения диагоналей $O(-1; 4)$. Составить уравнения диагоналей параллелограмма.
2. Дано: $M_1(-2; 2)$; $M_2(2; 6)$; $\varphi = 45^\circ$; $\vec{S} = (5; -3)$; $\vec{P} = (7; 2)$;
 $L_1: x - 3y - 7 = 0$; $L_2: x + 3y + 5 = 0$.
 - (а) Написать общие уравнения прямых, проходящих через
 - 1) точку M_1 под углом φ к оси OX ;
 - 2) точки M_1 и M_2 ;
 - 3) точку M_1 параллельно вектору \vec{S} ;
 - 4) точку M_2 перпендикулярно вектору \vec{P} ;
 - 5) точку M_1 параллельно прямой L_1 ;
 - 6) точку M_2 перпендикулярно прямой L_2 .
 - (б) Найти расстояние от точки M_1 до прямой L_2
 - (в) Найти точку пересечения прямых 5) и 6), найти угол между ними с точностью до $0,1^\circ$.
3. Построить линию в полярной системе координат $\rho = 4 + \sin \phi$

ИДЗ №3 «Кривые второго порядка»

Задача 1. Постройте фигуру, ограниченную линиями

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1, \quad x \geq 0, \quad y^2 = -x + 5$$

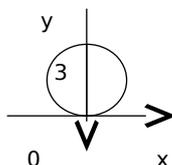
Задача 2. Приведите уравнения к каноническому виду и постройте кривые. Найдите, если есть, фокусы, эксцентриситеты, вершины линий, директрисы, асимптоты.

- 1) $x^2 + y^2 - 5y = 0$;
- 2) $4x^2 + 3y^2 - 8x + 12y - 32 = 0$;
- 3) $4x^2 - y^2 - 16x + 6y + 23 = 0$;
- 4) $2x^2 + 8x - y + 1 = 0$;
- 5) $4x^2 - y^2 + 24x + 10y + 11 = 0$;
- 6) $x = -1 + \sqrt{4(y+2)}$;
- 7) $y = \frac{2}{3}\sqrt{x^2 + 9}$;
- 8) $y = \frac{8x+3}{2x-4}$.

Задача 3. Запишите уравнение кривой $\rho = \rho(\phi)$ в декартовой системе координат. Выбрав удобную систему, постройте линию.

$$\rho = \frac{-3}{2 \sin \phi + 5 \cos \phi} .$$

Задача 4. Запишите уравнение данной окружности в декартовой системе координат и полярной системе координат.



Задача 5. Построить область, ограниченную линиями

$$\rho \leq 5 - 3 \cos \phi ; \quad \rho \geq 2 \sin \phi ,$$

ИДЗ №4 «Поверхности второго порядка»

1. Выделением полных квадратов и переносом начала координат упростить уравнение

$$x^2 - 2y^2 + 4z^2 + 2x - 12y + 8z - 3 = 0.$$

поверхности

2. Найти преобразованное уравнение поверхности

$$3x^2 + 2y^2 + 9z^2 + 4xy - 2xz - 4x + 8z = 0$$

при перенесении начала координат в точку $O1 = (-1, 2, -1)$.

3. Привести к каноническому виду уравнения поверхностей, определить вид поверхностей, изобразить ее схематически

$$(a) \quad y^2 + 2z^2 + 4xy - 4yz + 2 = 0, \quad (б)$$

$$x^2 - 2y^2 + z^2 + 4xy - 8xz - 4yz - 14x - 4y + 14z + 16 = 0.$$

Примерные варианты типовых расчетов (ТР):

ТР №1 «Матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений»

1. Вычислить определитель 4-го порядка двумя способами:

а) Разложением по элементам строки или столбца

б) С помощью элементарных преобразований

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & -3 & 0 \\ 7 & 0 & 5 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & -4 \\ 5 & -2 & -5 & -1 \end{vmatrix}$$

2. Решить систему линейных уравнений тремя способами:

а) По формулам Крамера.

б) Матричным методом.

в) Методом Гаусса

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 4; \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 = -3; \\ x_1 + 4x_2 + 4x_3 = 5. \end{cases}$$

3. Исследовать систему линейных алгебраических уравнений на совместность. Решить системы уравнений методом Гаусса. В неопределенных системах найти общее и одно частное решения, сделать проверку.

$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4 \\ 6x_1 - x_2 - x_3 + 5x_4 = -2 \end{cases}$$

4. Найти общее решение и фундаментальную систему решений, если она существует.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 8x_2 + 24x_3 - 19x_4 = 0 \\ x_1 - 8x_3 + 7x_4 = 0 \end{cases}$$

5. Решить матричное уравнение (найти матрицу X).

$$\left[4E - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right] X \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 17 \\ 10 & -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^2$$

6. Исследовать на линейную зависимость систему векторов

$$\bar{a} = (1, 4, 6), \quad \bar{b} = (1, -1, 1), \quad \bar{c} = (1, 1, 3).$$

7. Найти координаты вектора \vec{x} в базисе (e'_1, e'_2, e'_3) , если он задан в стандартном базисе (e_1, e_2, e_3) .

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + 2e_3, \\ e'_2 = 2e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3, \\ x = (6, -1, 3) \end{cases}$$

ТР №2 «Плоскость и прямая в пространстве»

1. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $A(1, 3, -4)$ параллельно:

а) прямой $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{-1}$;

б) вектору $a(1, -4, 3)$;

в) оси Ox ;

г) оси Oy .

2. Будут ли прямые $\begin{matrix} I_1: \\ x-2y+z=3, \\ y+2z=1 \end{matrix}$ и $\begin{matrix} I_2: \\ x=3t-1, \\ y=4, \\ z=-2t \end{matrix}$ лежать в одной плоскости?

3. При каких значениях a и b плоскость $ax - 4y + bz - 1 = 0$ перпендикулярна прямой, проходящей через две точки $M_1(0; 1; 2)$, $M_2(1; 0; -2)$. Построить эту плоскость.

4. Написать параметрические и канонические уравнения прямой

$$l_1: \begin{cases} 5x - y + 9 = 0, \\ x + y - 2z = 0. \end{cases}$$

5. Найти угол между плоскостями $2x - y + 3z + 5 = 0$ и $\frac{x}{1} - \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
ОПК-2 способность корректно применять при решении профессиональных задач соответствующий математический аппарат алгебры, геометрии, дискретной математики, математического анализа, теории вероятностей, математической статистики, математической логики, теории алгоритмов, теории информации, в том числе с использованием вычислительной техники		
Знать	<p>- основные понятия линейной алгебры и аналитической геометрии</p> <p>- возможности координатного метода для исследования различных геометрических объектов</p> <p>- аналитические способы описания алгебраических структур и геометрических объектов</p>	<p>Теоретические вопросы для экзамена</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Матрицы. Действия над матрицами. 2. Определители матриц, их свойства (любые два с док-вом). 3. Минор, алгебраическое дополнение. Вычисление определителя разложением по строке (столбцу), понижением порядка. 4. Обратная матрица, теорема о существовании и единственности обратной матрицы (док-во). 5. Элементарные преобразования матриц. Эквивалентные матрицы. Ранг матрицы. Свойства ранга. Теорема о рангах эквивалентных матриц (без док-ва). 6. Ступенчатая матрица. Теорема о ранге ступенчатой матрицы (док-во). 7. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) (определения: совместной, несовместной СЛАУ, решения СЛАУ). Условия совместности СЛАУ. 8. Матричная запись СЛАУ. Решение СЛАУ с помощью обратной матрицы. 9. Формулы Крамера (вывод). 10. Определенные и неопределенные СЛАУ. Метод Гаусса. 11. Однородные СЛАУ. Фундаментальная система решений. 12. Векторы. Линейные операции над векторами. Коллинеарные и компланарные векторы. Деление отрезка в данном отношении. 13. Скалярное произведение векторов, его свойства. Угол между векторами. Условие перпендикулярности двух векторов. Проекция вектора \vec{a} на вектор \vec{b}. Механический смысл скалярного произведения. 14. Скалярное произведение в базисе $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ (вывод). 15. Векторное произведение векторов, его свойства. Геометрический и механический смысл векторного произведения. Условие коллинеарности двух векторов. 16. Векторное произведение в базисе $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ (вывод). 17. Смешанное произведение векторов, его свойства. Геометрический смысл смешанного произведения. Условие компланарности трех векторов.

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
		18. Смешанное произведение в базисе $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ (вывод). 19. Уравнение прямой на плоскости. Способы задания. Основные задачи. 20. Преобразование координат на плоскости: параллельный перенос, поворот. 21. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола, их геометрические свойства и уравнения. 22. Уравнение плоскости в пространстве. Способы задания. Основные задачи. 23. Уравнение прямой в пространстве. Прямая и плоскость в пространстве. Основные задачи. 24. Поверхности второго порядка: цилиндрические, конические и поверхности вращения. 25. Классификация поверхностей второго порядка 26. Приведение уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду
Уметь	<ul style="list-style-type: none"> - сопоставлять реальную задачу с определенной областью математических знаний, - распознавать возможность аналитического решения задачи, - самостоятельно разрабатывать алгоритм решения задачи, - применять типичные математические модели линейной алгебры и аналитической геометрии в профессиональной деятельности; - корректно обосновывать необходимость предложенного метода решения задачи; - формализовать задачу и находить ее решение, используя свойства математических объектов алгебры и геометрии; - интерпретировать формально (математически) полученный результат 	<p>Примерные практические задания для экзамена:</p> <p>1. Решить систему линейных алгебраических уравнений</p> $\begin{cases} x - 4y - 2z = -3, \\ 3x + y + z = 5, \\ 3x - 5y - 6z = -7. \end{cases}$ <p>2. Решить систему линейных алгебраических уравнений</p> $\begin{cases} x + y + z = 0, \\ 2x - y - z = 0, \\ 3x + 4y + z = 0. \end{cases}$ <p>3. Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(1,2)$ параллельной прямой $5x + 2y + 20 = 0$.</p> <p>4. Вычислить $\vec{a} \cdot \vec{b}$ и $\vec{a} \times \vec{b}$, если $\vec{a} = (1, 1, 1)$, $\vec{b} = (0, 2, 1)$.</p> <p>5. Написать уравнение прямой AB, если $A(-1, 2)$, $B(2, -1)$.</p> <p>6. Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(1, 0)$ параллельной прямой $\frac{x-2}{3} = \frac{y-4}{-1}$.</p> <p>7. Показать, что прямые $2x - y - 20 = 0$ и $-x - 2y - 3 = 0$ перпендикулярны.</p> <p>8. Показать, что прямые $2x - y + 4 = 0$ и $-4x + 2y - 10 = 0$ параллельны.</p> <p>9. Написать уравнение прямой, отсекающей на осях координат отрезки 2 и 3.</p> <p>10. В какой точке прямая, проходящая через точки $A(3, -2)$ и $B(-1, 2)$, пересекает ось Oy.</p>

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
		<p>11. Найти расстояние между прямыми $4x-3y-7=0$ и $4x-3y+3=0$.</p> <p>12. Написать канонические и параметрические уравнения прямой, проходящей через точки $M(2,1,-1)$ и $K(3,3,-1)$.</p> <p>13. Провести прямую через точку $A(2,0,-1)$ перпендикулярно плоскости $3x+4y-z+4=0$.</p> <p>14. Провести плоскость через точку $A(2,0,-1)$ параллельно плоскости $3x+4y-z+4=0$.</p> <p>15. Провести плоскость через точки $A(1,0,2)$, $B(-1,2,0)$, $C(3,3,2)$.</p> <p>16. Доказать, что прямые взаимно перпендикулярны: $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{3} \quad \text{и} \quad \begin{cases} 3x+y-5z+1=0, \\ 2x+3y-8z+3=0. \end{cases}$</p> <p>17. Доказать, что прямые параллельны: $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x+y-z=0 \\ x-y-5z-8=0 \end{cases}$</p> <p>18. Найти угол между прямой, проходящей через точку $A(-1,0,-5)$ и точку $B(1,2,0)$, и плоскостью $x-3y+z+5=0$.</p> <p>19. Определить тип и построить линию: $x^2-9y^2+2x+18y+73=0$, $2x^2+3y^2-4x+6y-7=0$, $y^2-4x-2y-3=0$, $y = \frac{3x-3}{2x+5}$, $y = -6 + \sqrt{4(x-3)^2 - 100}$</p> <p>20. Привести к каноническому виду уравнение поверхности. Определить ее вид. $y^2+2z^2+4xy-4yz-4xz+2=0$.</p>
Владеть	<p>- методами работы с алгебраическими и геометрическими объектами, - методами построения и изучения математических моделей конкретных явлений и процессов</p>	<p>Примерные прикладные задачи и задания</p> <p>Задача 1. В каких задачах аналитической геометрии используются квадратичные формы?</p> <p>Задание 2. Собственные числа матриц используются для классификации кривых второго порядка и поверхностей второго порядка. Опишите алгоритм.</p> <p>Задание 3. Подготовьте доклад на тему: - Кривые третьего порядка; кривые четвертого порядка; трансцендентные кривые.</p> <p>Задача 4. Создайте анимационный график, изображающий построение кривых в полярной системе координат</p>

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства																							
	<p>для решения расчетных и исследовательских задач;</p> <ul style="list-style-type: none"> - практическими навыками доказательства суждений; - умением теоретически обосновывать выводы; - математическими методами описания реальных процессов в профессиональной деятельности. 	<p>Задача 5. Создайте анимационный график, изображающий построение кривых, заданных параметрически.</p> <p>Задача 6. Предприятие специализируется по выпуску изделий трех видов: А, В, С; при этом используется сырье трех типов: S_1, S_2, S_3. Нормы расхода каждого вида сырья на единицу изделия каждого вида и объем расхода сырья на 1 день заданы таблицей:</p> <table border="1" data-bbox="949 389 2018 580"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Вид сырья</th> <th colspan="3">Расходы сырья на единицу продукции, усл. ед.</th> <th rowspan="2">Запасы сырья на один день, усл. ед.</th> </tr> <tr> <th>А</th> <th>В</th> <th>С</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>S_1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>1</td> <td>1400</td> </tr> <tr> <td>S_2</td> <td>4</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>1300</td> </tr> <tr> <td>S_3</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>1100</td> </tr> </tbody> </table> <p>Найти ежедневный объем выпуска изделий каждого вида.</p> <p>Получить систему уравнений и решить ее тремя способами: по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.</p> <p>Задача 7. Предприятие выпускает m видов изделий с использованием k видов сырья. Нормы расхода сырья для производства единицы продукции каждого вида даны матрицей $A_{m \times k}$. Стоимость единицы сырья задана матрицей C. Найти затраты каждого вида сырья при заданном плане выпуска Q и суммарные затраты на сырье. Представить результаты с помощью матриц A, C, Q.</p> $A = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 1 & 0 \\ 6 & 7 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad C = (1 \ 2 \ 3 \ 8) \quad Q = (20 \ 100 \ 50 \ 100)$ <p>Задача 8. Верно ли утверждение: всякую кривую, заданную в полярной системе координат, можно представить аналитически в виде функции в декартовой системе координат. Приведите доказательство.</p> <p>Задача 9. Изучите способы описания поверхностей в цилиндрической и сферической системах координат.</p> <p>Задача 10. Когда у однородной системы линейных алгебраических уравнений существует отличное от нулевого решение? Зачем нужна фундаментальная система решений?</p>	Вид сырья	Расходы сырья на единицу продукции, усл. ед.			Запасы сырья на один день, усл. ед.	А	В	С	S_1	2	3	1	1400	S_2	4	1	2	1300	S_3	1	2	3	1100
Вид сырья	Расходы сырья на единицу продукции, усл. ед.			Запасы сырья на один день, усл. ед.																					
	А	В	С																						
S_1	2	3	1	1400																					
S_2	4	1	2	1300																					
S_3	1	2	3	1100																					

б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:

Промежуточная аттестация по дисциплине «Алгебра и геометрия» включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и владений, проводится в форме экзамена (1 семестр) .

Экзамен по данной дисциплине проводится в устной форме по экзаменационным билетам, каждый из которых включает 2 теоретических вопроса и два практических задания.

Показатели и критерии оценивания экзамена:

– на оценку **«отлично»** – обучающийся демонстрирует высокий уровень сформированности компетенций, всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.

– на оценку **«хорошо»** – обучающийся демонстрирует средний уровень сформированности компетенций: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.

– на оценку **«удовлетворительно»** – обучающийся демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенций: в ходе контрольных мероприятий допускаются ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

– на оценку **«неудовлетворительно»**– обучающийся демонстрирует знания не более 20% теоретического материала, допускает существенные ошибки, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач или не может показать знания даже на уровне воспроизведения и объяснения информации.

8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) Основная литература:

1. Кремер, Н. Ш. Линейная алгебра : учебник и практикум для бакалавриата и специалитета / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 422 с. — (Бакалавр и специалист). — ISBN 978-5-534-08547-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/432050> — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Привалов, И. И. Аналитическая геометрия : учебник для вузов / И. И. Привалов. — 40-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 233 с. -- (Бакалавр и специалист). — ISBN 978-5-534-01262-0. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/433810> . — Режим доступа: для авториз. пользователей.

б) Дополнительная литература:

1. Ефимов, Н. В. Краткий курс аналитической геометрии: Учебник/ Ефимов Н. В., 14-е изд., исправ. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2014. - 240 с. ISBN 978-5-9221-1419-6, 500 экз. - Текст : электронный. - URL: <https://new.znaniium.com/catalog/product/537806> - Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Лубягина, Е. Н. Линейная алгебра : учебное пособие для вузов / Е. Н. Лубягина, Е. М. Вечтомов. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 150 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10594-0. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/456440> . - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Жукова, Г.С. Аналитическая геометрия. Векторная и линейная алгебра : учебное пособие / Г.С. Жукова, М.Ф. Рушайло. – Москва : ИНФРА –М, 2019. – 415 с. – ISBN 978-5-16-108299-7. – Текст: электронный. – URL: <https://znanium.com/catalog/document?id=352246> . – Режим доступа: для авториз. пользователей.

в) Методические указания:

1. Быкова, М.В. Линии второго порядка: учеб. пособ. для студентов всех направлений [Электронный ресурс] / М.В. Быкова, Е.В. Кобелькова, Н.А. Лосева и др. -М.: ФГУП НТЦ «Информрегистр», 2011. – № 0321101801.
2. Гугина, Е.М. Основы непрерывной математической подготовки студентов заочного факультета технических специальностей. Модуль 2. Элементы векторной алгебры: учеб. пособ. для студентов всех технических направлений [Электронный ресурс] / Е.М. Гугина, З.С. Акманова, Н.А.Лосева и др. - М.: ФГУП НТЦ «Информрегистр», 2011. – № 0321101803.
3. Коротецкая, В.А. Линейные операторы и их приложения: учебное пособие [Электронный ресурс] / В.А. Коротецкая, Ю.А. Извеков. - М.: ФГУП НТЦ «Информрегистр», 2014. – № 0321305230.
4. Булычева С.В., Абрамова Т.В. Линейная алгебра. Часть 2. Практикум: Учебное пособие [Электронный ресурс] / С.В. Булычева, Т.В. Абрамова - М.: ФГУП НТЦ «Информрегистр», 2017. – № 0321701255.
5. Акманова З.С. Векторная алгебра: Учебное пособие [Электронный ресурс] / З.С. Акманова. - М.: ФГУП НТЦ «Информрегистр», 2017. – № 0321700409.
6. Акманова З.С. Аналитическая геометрия: Учебное пособие [Электронный ресурс] / З.С. Акманова. - М.: ФГУП НТЦ «Информрегистр», 2017. -№ 0321700413.
7. Акманова З.С. Линейная алгебра: матрицы, определители и СЛАУ: Учебное пособие [Электронный ресурс] / З.С. Акманова. - М.: ФГУП НТЦ «Информрегистр», 2017. – № 0321700408.
8. Квасова Н.А., Пузанкова Е.А. Аналитическая геометрия: Учебное пособие [Электронный ресурс] / Н.А. Квасова, Е.А. Пузанкова. - М.: ФГУП НТЦ «Информрегистр», 2017. – № 0321702611.

г) Электронные ресурсы:

1. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: практикум / Т. Г. Кузина, О. С. Андросенко, Т. В. Морозова, О. В. Петрова; МГТУ. – Магнитогорск, 2010. – 114 с. : ил., табл. – URL: <https://magtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=313.pdf&show=dcatalogues/1/1068918/313.pdf&view=true>. - Макрообъект.
2. Анисимов А. Л. Матрицы. Определители. Системы линейных алгебраических уравнений [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. Л. Анисимов, Т. А. Бондаренко, Г. А. Каменева ; МГТУ. - Магнитогорск: МГТУ, 2017. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - URL: <https://magtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=3361.pdf&show=dcatalogues/1/1139107/3361.pdf&view=true>. - Макрообъект. - ISBN 978-5-9967-1000-3.

г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

- 1.

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
MS Windows 7	Д-1227 от 08.10.2018	11.10.2021
MS Office 2007	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно
FAR Manager	свободно распространяемое	бессрочно
7Zip	свободно распространяемое	бессрочно

2. информационные сети Интернет:

- 1) Российская государственная библиотека [Электронный ресурс] /Центр информ. Технологий РГБ; ред. Власенко Т.В., Web мастер Козлова Н.В. – Электрон. Дан. – М.: Рос. Гос. б-ка, 1997. URL:<http://www.rsl.ru/>, свободный.– Загл. с экрана. Яз. рус., англ.
- 2) Российская национальная библиотека. [Электронный ресурс] / –URL: <http://www.nlr.ru> . Яз.рус.
- 3) Государственная публичная научно-техническая библиотека России [Электронный ресурс] / – Режим доступа: <http://www.gpntb.ru> , свободный.– Загл. с экрана. Яз.рус .
- 4) Public.Ru - публичная интернет-библиотека URL:<http://www.public.ru/> .
- 5) Студенческая библиотека [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://studlib.com> , свободный.– Загл. с экрана. Яз. рус., англ.
- 6) Компьютерра: все новости про компьютеры, железо, новые технологии, инфор-мационные технологии [Электронный ресурс]. – Периодическое электронное Интернет-издание – Режим доступа: <https://www.computerra.ru/> – Загл. с экрана. Яз. рус.
- 7) Система «Интернет-тренажеры в сфере образования» на сайте www.i-exam.ru.

9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Тип и название аудитории	Оснащение аудитории
Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа	Доска, мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации
Учебные аудитории для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Доска, мультимедийный проектор, экран Комплекс методических разработок (раздаточного материала и методических указаний) и/или комплекс тестовых заданий для подготовки и проведения промежуточных и рубежных контролей
Помещения для самостоятельной работы учащихся	Персональные компьютеры с пакетом MSOffice, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета
Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования	Шкафы для хранения учебно-методической документации, учебного оборудования и учебно-наглядных пособий