

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

МАТЕМАТИКА

Направление подготовки (специальность)
21.05.04 Горное дело

Уровень высшего образования – **специалитет**

Форма обучения
очная

Институт	Институт естествознания и стандартизации
Кафедра	Высшей математики
Курс	1, 2
Семестр	1, 2, 3, 4

Магнитогорск
2016 г.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»

УТВЕРЖДАЮ
Директор института

_____ И. Ю. Мезин

«5» сентября 2016 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

МАТЕМАТИКА

Направление подготовки (специальность)

21.05.04 Горное дело

Уровень высшего образования – **специалитет**

Форма обучения

очная

Институт
Кафедра
Курс
Семестр

Институт естествознания и стандартизации
Высшей математики
1, 2
1, 2, 3, 4

Магнитогорск
2016 г.

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО по направлению подготовки 21.05.04 Горное дело , утвержденного приказом МОиН РФ от _____, № _____.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры *Высшей математики* «1» сентября 2016 г., протокол № 1.

Зав. кафедрой _____ / Е. А. Пузанкова /

Рабочая программа одобрена методической комиссией *Института естествознания и стандартизации* «5» сентября 2016 г., протокол № 1.

Председатель _____ / И. Ю. Мезин /

Согласовано:

Зав. кафедрой *Геологии, маркшейдерского дела и обогащения полезных ископаемых*

_____ / И.А. Гришин /

Зав. кафедрой *Горных машин и транспортно-технологических комплексов*

_____ / А.Д. Кольга /

Зав. кафедрой *Разработки месторождений полезных ископаемых*

_____ / С.Е. Гавришев /

Рабочая программа составлена: доцент каф. Высшей математики № 2, к.п.н.

_____ / Е.М. Гугина /

Рецензент: доцент каф. Прикладной математики и информатики, к.ф.-м.н.

_____ / Л.В. Смирнова /

1. Цели освоения дисциплины (модуля)

Целями освоения дисциплины (модуля) «Математика» является:

привитие навыков использования математических методов исследования и основ математического моделирования в будущей профессии по инженерному обеспечению деятельности человека в недрах Земли при эксплуатационной разведке, добыче и переработке твердых полезных ископаемых, строительстве и эксплуатации подземных объектов различного назначения.

2. Место дисциплины «Математика» в структуре ООП подготовки бакалавра

Дисциплина Б1.Б.9. «Математика» входит в базовую часть блока 1 образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания и умения, сформированные в результате изучения дисциплин: «Алгебра и начала анализа», «Геометрия» в объеме программы средней школы.

Знания и умения, полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы в качестве основы для освоения дисциплин естественнонаучного цикла, а также для освоения тех дисциплин профессионального цикла и в научно-исследовательской работе, для которых требуется знание и владение методами математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования, применение аналитических и численных методов решения поставленных задач: Физика, Математическая обработка результатов измерений, Геометрия недр и др.

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Математика» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Структурный элемент компетенции	Уровень освоения компетенций			Структурный элемент ОП
	Пороговый уровень	Средний уровень	Высокий уровень	
ОПК-1 - способностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования				

Структурный элемент компетенции	Уровень освоения компетенций			Структурный элемент
	Пороговый уровень	Средний уровень	Высокий уровень	
Знать	Знания основных определений и понятий таких разделов математики как векторная и линейная алгебра, аналитическая геометрия, дифференциальное и интегральное исчисления; дифференциальные уравнения, теория вероятностей и математическая статистика; численные методы на уровне воспроизведения и объяснения информации. Знания основных методов исследований, используемых в математическом анализе, теории вероятностей и математической статистики, векторной и линейной алгебре, аналитической геометрии на уровне воспроизведения и объяснения информации и применения их для решения простых задач математики.	Уверенное знание основных определений и понятий не только на уровне воспроизведения и объяснения информации, но и интеллектуальные навыки применения их для доказательства, решения учебных задач.	Высокий уровень знаний основных определений и понятий векторная и линейная алгебра, аналитическая геометрия, дифференциальное и интегральное исчисления; дифференциальные уравнения, теория вероятностей и математическая статистика; численные методы не только на уровне воспроизведения и объяснения информации, но и интеллектуальные навыки применения знаний для решения проблем и задач, нахождения уникальных ответов к проблемам, выходящим за рамки одной дисциплины, а также для оценки и вынесения критических суждений. Высокий уровень знаний основных методов исследования математического анализа и моделирования, используемых в теоретических и экспериментальных исследованиях.	Математика
Уметь	Корректно выражать и аргументированно обосновывать положения предметной области знания. Выделять знания каких понятий требуется для решения тех или иных задач, объяснять и строить типичные модели учебных математических задач, но неуверенное проявление таких умений при решении междисциплинарных задач.	Корректно выражать и аргументированно обосновывать положения предметной области знания. Выделять знания каких понятий требуется для решения тех или иных задач, объяснять и строить типичные модели математических и междисциплинарных задач. Обсуждать способы эффективного их решения.	Высокие интеллектуальные навыки применения знаний математики в обучении - для решения проблем и задач, нахождения уникальных ответов к проблемам, выходящим за рамки одной дисциплины, а также для оценки и вынесения критических суждений (например, распознавать эффективн. решение от неэффективн.), для интегрирования имеющихся знаний и их накопления.	
Владеть	Владение математическим аппаратом и навыками его использования к описанию, анализу,	Владение на среднем уровне практическими умениями и навыками применения основных методов	Высокая способность владения математическим аппаратом и навыками его использования к описанию, анализу,	

Структурный элемент компетенции	Уровень освоения компетенций			Структурный элемент
	Пороговый уровень	Средний уровень	Высокий уровень	
	теоретическому и экспериментальному исследованию и моделированию механических систем, явлений и процессов машиностроения на низком уровне. Владение способами совершенствования профессиональных знаний и умений путем использования возможностей информационной среды	исследования математического анализа и моделирования в профессиональной области, практическими умениями и навыками их возможного междисциплинарного применения. Владение способами оценивания значимости и практической пригодности полученных результатов. Владение способами совершенствования профессиональных знаний и умений путем использования возможностей информационной среды	теоретическому и экспериментальному исследованию и моделированию механических систем, явлений и процессов машиностроения. Владение навыками и методиками обобщения результатов решения, экспериментальной деятельности. Владение способами оценивания значимости и практической пригодности полученных результатов. Владение способами совершенствования профессиональных знаний и умений путем использования возможностей информационной среды.	

4. Структура и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 21 единиц 756 часов:

- аудиторная работа – 414 часов;
- самостоятельная работа – 270 часа;
- подготовка к экзамену – 72 часа.

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Формы текущего и промежуточного контроля успеваемости	Код и структурный элемент компетенции
		лекции	лаборат.	практич. занятия	самост. раб.		
Линейная алгебра	1	14		20/6И	20	Контрольная работа (КР), Типовой расчет (ТР), тестирование	ОПК-1
Аналитическая геометрия	1	6		20/8И	20	КР	
Математический анализ: пределы	1	8		16/6И	16	КР, ТР, тестирование	
Дифференциальное исчисление ФОП	1	8		16/8И	16	КР, ТР, тестирование	
Итого в семестре	1	36		72/28И	72	зачет	

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Формы текущего и промежуточного контроля успеваемости	Код и структурный элемент компетенции
		лекции	лаборат.	практич. занятия	самост. раб.		
Интегральное исчисление ФОП	2	12		24/10И	25	КР, ТР, тестирование	
Дифференциальное исчисление ФНП	2	10		20/8И	22	КР, ТР	
Интегральное исчисление ФНП	2	14		28/10И	25	ТР, КР	
Итого в семестре	2	36		72/28И	72	экзамен	
Элементы теории функций комплексной переменной – комплексные числа	3	4		6/6И	6	КР, ТР	
Дифференциальные уравнения.	3	16		24/8И	24	КР, ТР, тестирование	
Ряды. Гармонический анализ	3	16		24/8И	24	КР, ТР, тестирование	
Итого в семестре	3	36		54/22И	54	экзамен	
Элементы дискретной математики	4	6		6	8		
Элементы теории функций комплексной переменной	4	10		10/4И	12	КР, ТР	
Численные методы	4	10		10/4И	12	ТР	
Теория вероятностей	4	16		16/4И	22	КР, ТР, тестирование	
Математическая статистика	4	12		12/10И	18	ТР, тестирование	
Итого в семестре	4	54		54/22И	72	зачет	
ИТОГО		162		252/100 И	270		

5. Образовательные и информационные технологии

5.1. Для успешного освоения дисциплины «Математика» и формирования требуемых компетенций предполагается применение различных образовательных технологий (традиционной и модульно-компетентностной), которые обеспечивают достижение планируемых результатов образования согласно основной образовательной программе. В их числе: работа в команде, проблемное обучение, опережающая самостоятельная работа, использование системы «Интернет-тренажеры в сфере образования» и др. Интернет-тренажеры могут использоваться для самообучения, закрепления знаний и умений учащихся, при подготовке учащихся к промежуточным и итоговым аттестациям, в процедурах контроля качества знаний. Система «Интернет-тренажеры в сфере образования» позволяет применять дистанционные технологии обучения.

5.2. Основными формами занятий являются лекции, практические занятия,

самостоятельные занятия, контрольные работы, консультации. Лекции могут сочетать в себе элементы различных видов лекций: информационной, проблемной, беседы, консультации, визуализации. Часть лекций проводится в виде презентации.

В ходе проведения лекционных занятий предусматривается:

- обсуждение задач, приводящих к тем или иным функционально-аналитическим понятиям;
- обсуждение целостного содержания и структуры каждого тематического раздела (подмодуля) с целью систематизации знаний и умений по теме и составления студентами учебных карт;
- использование электронного учебника по отдельным темам.

В ходе проведения практических и лабораторных занятий (в интерактивной форме), а также в процессе самостоятельной работы студентов предусматривается использование средств ИКТ и пакетов прикладных программ при выполнении индивидуальных заданий и самоподготовки.

5.3. Использование исследовательских методов обучения путем представления проблемных профессионально-ориентированных задач для поиска решений методами математического анализа и моделирования; таких форм самостоятельной работы студентов как составление учебных карт, реферат, проект, а также групповых внеучебных форм организации образовательного процесса – математические игры (викторины, математический бой).

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Трудоемкость самостоятельной работы студентов по учебному плану составляет 270 ч.

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости по итогам освоения дисциплины: типовой расчет (работа предполагает защиту), контрольная работа (аудиторная или внеаудиторная, возможно применение Интернет-тренажеров). Промежуточная аттестация проводится в форме семестрового экзамена.

Оценочные средства текущего контроля успеваемости по разделам, порядок выполнения, трудоемкость самостоятельной работы по подготовке к контролю приводятся ниже.

СЕМЕСТР 1: 72 ч.

	Наименование работ	Часов	Вид отчета
1	Выполнение и подготовка к защите типового расчета (ТР) №1 «Матрицы. Определители. СЛАУ»	20	защита
2	Выполнение и подготовка к защите ТР № 2 «Векторная алгебра»	12	защита
3	Выполнение индивидуального домашнего задания (ИДЗ) №1 «Линейный оператор»	8	ДЗ
4	Подготовка к аудиторной контрольной работе (АКР) №1 «Аналитическая геометрия»	8	АКР
5	Выполнение ИДЗ №2 «Кривые 2 порядка»	8	ДЗ
6	Выполнение и подготовка к защите ТР № 3 «Пределы и непрерывность»	4	ТР
7	Подготовка к АКР № 2 «Пределы»	2	АКР
8	Подготовка к АКР №3 «Производная»	4	АКР
9	Выполнение и подготовка к защите ТР № 4 «Применение производной к исследованию функций»	6	защита
	Итого	72	зачет

СЕМЕСТР 2: 72 ч.

	Наименование работ	Часов	Вид отчета
--	--------------------	-------	------------

1	Подготовка к АКР №4 «Неопределенный интеграл»	15	АКР
2	Выполнение и подготовка к защите ТР № 5 «Определенный и несобственный интеграл»	10	защита
3	Выполнение и подготовка к защите ТР № 6 «ФНП»	15	защита
4	Подготовка к АКР №5 «ФНП»	7	АКР
5	Выполнение и подготовка к защите ТР № 7 «Кратные интегралы»	10	защита
	Подготовка к АКР №6 «Двойной интеграл»	5	
6	Написание реферата «Приложения кратных интегралов» и подготовка к его защите	10	защита
	Итого	72	экзамен

СЕМЕСТР 3: 54 ч.

	Наименование работ	Часов	Вид отчета
1	Выполнение ИДЗ №3 «Векторная функция скалярного аргумента»	6	ДЗ
2	Выполнение и подготовка к защите ТР № 8 «Теория поля»	6	защита
3	Выполнение ИДЗ №4 «Комплексные числа»	6	ДЗ
4	Подготовка к АКР №7 «Дифференциальные уравнения первого порядка»	6	АКР
5	Выполнение и подготовка к защите ТР № 9 «Дифференциальные уравнения»	6	защита
6	Подготовка к АКР №8 «Числовые ряды»	12	АКР
7	Выполнение и подготовка к защите ТР № 10 «Ряды»	12	защита
	Итого	54	экзамен

СЕМЕСТР 4: 72 часа

	Наименование работ	Часов	Вид отчета
1	Выполнение и подготовка к защите ТР № 11 «Численные методы решения алгебраических уравнений»	8	защита
2	Выполнение и подготовка к защите ТР № 12 «Численные методы решения дифференциальных уравнений»	12	защита
3	Подготовка к АКР №9 «Случайные события»	12	АКР
4	Выполнение и подготовка к защите ТР №13 «Случайные величины»	22	защита
5	Выполнение и подготовка к защите ТР № 14 «Элементы математической статистики»	18	защита
	Итого	72	зачет

6.1. Методические указания для самостоятельной работы студентов, вопросы и задания для промежуточной проверки (самопроверки) знаний студентов по разделам дисциплины «Математика»

Раздел 1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия.

Цель изучения – познакомиться с понятиями матрицы, ранга матрицы, определителя и их применением в записи и решении систем линейных алгебраических уравнений, а также с применением систем линейных алгебраических уравнений; познакомиться с основными понятиями векторной алгебры и применением аппарата векторной алгебры для решения геометрических задач; понять возможность представления геометрических образов в форме уравнений, изучить особенности геометрических образов, соответствующих линейным и квадратным уравнениям в прямоугольной системе координат, в полярной системе координат.

Данный раздел включает в себя:

- понятия матрицы, определителя, ранга матрицы, обратной матрицы;
- операции над матрицами и их свойства;
- элементарные преобразования матриц;
- решение систем линейных алгебраических уравнений;
- понятия свободный вектор, равенство, коллинеарность, компланарность векторов;
- линейные операции с векторами (сумма векторов, произведение вектора на скаляр, разность векторов);
- базис в пространстве, координаты вектора в базисе, ортонормированный базис, декартова прямоугольная система координат, координаты точки;
- нелинейные операции с векторами (скалярное, векторное, смешанное произведения);
- понятия линейное пространство, линейный оператор, собственные значения и собственные вектора линейного оператора;
- виды уравнения прямой на плоскости в прямоугольной системе координат (общее, с угловым коэффициентом, каноническое, параметрическое);
- канонические уравнения кривых второго порядка (окружность, эллипс, гипербола, парабола);
- некоторые кривые в полярной системе координат;
- параллельный перенос прямоугольной системы координат;
- уравнение плоскости.
- поверхность, соответствующая уравнению $F(x; y; z) = 0$ в прямоугольной системе координат, геометрический образ, соответствующий системе уравнений;
- соответствие линейного уравнения и плоскости;
- нормальный вектор плоскости;
- поверхности 2 порядка, соответствующие уравнениям 2 порядка в пространственной прямоугольной системе координат.

Изучив раздел 1, студент должен:

Знать: определения основных понятий, свойства всех операций с матрицами, запись систем в матричном виде, правило Крамера и метод Гаусса; основные определения линейного пространства, евклидова пространства, базиса, линейного оператора, матрицы линейного оператора, собственного значения и собственного вектора; основные свойства собственных значений и собственных векторов, характеристического уравнения;

определения основных понятий, свойства всех операций с векторами, выражение всех операций с векторами в координатной форме, условия, необходимые достаточные для: коллинеарности двух векторов, перпендикулярности (ортогональности) двух векторов, компланарности трех векторов;

основные виды уравнения прямой в прямоугольной системе координат; способ определения угла между прямыми; определения, канонические уравнения и геометрические свойства окружности, эллипса, гиперболы, параболы; изменение вида уравнения линии при параллельном переносе ПДСК. Основные два способа задания плоскости в пространстве (точка и нормальный вектор, точка и два направляющих вектора), применение для вычисления расстояния от точки до плоскости, способ определения угла между плоскостями.

Уметь: выполнять действия над матрицами, находить ранг матрицы и обратную матрицу, вычислять определители, решать системы матричным способом, по формулам Крамера и методом Гаусса; проверять выполнение свойств линейного оператора, линейную зависимость и независимость векторов, находить матрицу линейного оператора в разных базисах; находить собственные значения и собственные векторы;

решать задачи, связанные с линейными и нелинейными операциями с векторами, приобрести навыки применения аппарата векторной алгебры для решения геометрических задач;

решать геометрические задачи, связанные с прямой, плоскостью, их взаимным расположением, кривыми и поверхностями 2 порядка.

При изучении раздела 1 необходимо:

Изучить том 1, главу I, II, III, IV, V и VI учебника «Вся высшая математика» (М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко, Е.В. Шишкин, В.И. Заляпин, С.К. Соболев)

Вопросы и задания для самопроверки:

1. Что называется: матрицей, равными матрицами, линейной комбинацией матриц, обратной матрицей, рангом матрицы, определителем квадратной матрицы, системой линейных алгебраических уравнений, однородной системой линейных алгебраических уравнений, решением системы уравнений.

2. Перечислить свойства: суммы матриц, произведения матриц, транспонирования матриц, ранга матриц, решений однородной системой линейных алгебраических уравнений.

3. Сформулировать правило нахождения обратной матрицы, правило Крамера, метод Гаусса.

4. Записать в матричном виде систему линейных алгебраических уравнений.

5. Найти $A \cdot B$ или $B \cdot A$ Какое из произведений возможно: $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

6. Найти матрицу A и её определитель. $B = A^T - A, A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$

7. Решить матричное уравнение $AX + B = C$ $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ -6 & 0 \end{pmatrix}$

8. Решить систему, используя формулы Крамера, затем - методом Гаусса :

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 20 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 6 \end{cases}$$

9. Что называется: вектором, равными векторами, коллинеарными векторами, компланарными векторами, суммой векторов, произведением вектора на скаляр, разностью векторов, координатами вектора в базисе, скалярным произведением векторов, векторным произведением векторов, смешанным произведением векторов.

10. Перечислить свойства: суммы векторов, произведения вектора на скаляр, скалярного произведения векторов, векторного произведения векторов, смешанного произведения векторов.

11. Сформулировать необходимое и достаточное условие: коллинеарности векторов, ортогональности (перпендикулярности) векторов, компланарности векторов.

12. Записать в координатной форме: линейную комбинацию векторов, скалярное произведение векторов, векторное произведение векторов, смешанное произведение векторов.

13. Записать формулы для вычисления: косинуса угла между векторами, площади параллелограмма, построенного на векторах, как на сторонах, объема параллелепипеда, построенного на трех векторах.

14. Коллинеарны ли векторы \vec{C}_1 и \vec{C}_2

$$\vec{C}_1 = \vec{a} + 3\vec{b}; \vec{C}_2 = 2\vec{a} - \vec{b}$$

$$\vec{a} = (1,1,2); \vec{b} = (1,2,5)$$

15. $A(1,1); B(4,4); C(6,-2)$ Найти S_{Δ}

16. $A(6,-2,0); B(6,3,5); C(1,9,1); D(0,10,0)$ Найти V_{ABCD}

17. $A(3,-7); B(5,-7); C(-2,5)$ – вершины параллелограмм. Определить длину диагоналей.

18. Что называется линейным пространством, скалярным произведением, углом между векторами, евклидовым пространством, линейным оператором, матрицей линейного оператора;

19. Сформулируйте аксиомы линейного пространства, скалярного произведения, линейного оператора

20. Запишите матрицу линейного оператора в заданном базисе, преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису, характеристическое уравнение.

21. Найти собственные числа и собственные векторы оператора, заданного матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 8 & -4 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 6 & -6 & -4 \end{pmatrix}$$

22. Доказать линейность, найти матрицу оператора проектирования на ось ОХ;

23. Найти матрицу в базисе $(\bar{l}'_1; \bar{l}'_2; \bar{l}'_3)$, где $\bar{l}'_1 = \bar{l}_1 + \bar{l}_3 - \bar{l}_2$, $\bar{l}'_2 = -\bar{l}_1 + \bar{l}_2 - 2\bar{l}_3$,

$$\bar{l}'_3 = -\bar{l}_1 + 2\bar{l}_2 + \bar{l}_3, \text{ если она задана в базисе } (\bar{l}_1, \bar{l}_2, \bar{l}_3) \text{ матрицей } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

24. Записать: уравнения кривых 2 порядка с центром (вершиной для параболы), смещенным относительно начала координат, и осями, параллельными координатным осям.

25. Записать формулы для вычисления: косинуса угла между прямыми, расстояния от точки до прямой; уравнение плоскости, проходящей через

– заданную точку перпендикулярно заданному вектору;

– заданную точку параллельно двум заданным неколлинеарным векторам;

– три данные точки.

26. Записать: условия, необходимые и достаточные для перпендикулярности, параллельности,

– совпадения двух плоскостей;

– пересечения двух прямых;

– прямой и плоскости, принадлежности прямой плоскости.

27. Записать: формулы для вычисления косинуса угла между прямыми в пространстве, между плоскостями, расстояния от точки до плоскости, расстояния от точки до прямой.

28. Схематически строить: поверхность, заданную уравнением 1 и 2 порядка.

29. Уметь решать задачи следующего типа:

1). Дан треугольник с вершинами А(-4, -3), В(-5, 0), С(5, 6). Найти угол между медианой АД и высотой АЕ.

2). Составить уравнение плоскости, проходящей через точки М(1,-1,-2), Р(3,1,1) перпендикулярно к плоскости $x - 2y + 3z - 5 = 0$.

3). Найти расстояние от точки Д(4,3,0) до плоскости, проходящей через точки А(1,3,0), В(4, -1, 2), С(3,0,1).

4). Определить угол между плоскостями $2x - y + 3z + 7 = 0$ и $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$.

5). При каком значении параметра m плоскости $x - 2y + 4z + 5 = 0$ и $5x + (5 - m)y + (m + 5)z = 0$ параллельны?

6). Определить тип кривой второго порядка и построить:

а). $y = 4 - x^2$; б). $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$; в). $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$; г) $\rho = 2 \cos \varphi$; д) $\rho = 1 - \sin \varphi$.

7). Написать параметрическое и каноническое уравнения прямой $\begin{cases} 5x - y - 9 = 0 \\ x + y - 2z + 1 = 0 \end{cases}$.

8). Через точку А(3, 1, 0) провести прямую, параллельную плоскостям $3x + 5y - z - 5 = 0$ и $x + 2y + 1 = 0$.

9). Доказать перпендикулярность прямых $x = 2t + 1, y = 3t - 2, z = -6t + 1$ и $\begin{cases} 2x + y - 4z + 2 = 0 \\ 4x - y - 5z + 4 = 0 \end{cases}$.

- 10). Найти угол между прямыми $\begin{cases} x+3y+z+2=0 \\ x-y-3z-2=0 \end{cases}$ и $x=2t+5, y=-t+2, z=t-7$.
- 11). Определить угол между плоскостями $2x-y+3z+7=0$ и $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=1$.
- 12). Доказать, что прямые $\frac{x+2}{2}=\frac{y}{-3}=\frac{z-1}{4}$ и $x=3t+3, y=4t+1, z=2t+7$ пересекаются.
- 13). При каком значении параметра m плоскости $x-2y+4z+5=0$ и $5x+(5-m)y+(m+5)z=0$ параллельны?
- 14). Определить тип поверхности и построить:
1. $z=4-x^2$; 2. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}+\frac{z^2}{25}=1$; 3. $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}+\frac{z^2}{25}=1$; 4. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}-\frac{z^2}{25}=-1$;
5. $\frac{x^2}{9}=\frac{y^2}{4}+\frac{z^2}{25}$; 6. $x^2-y^2=z$.

Раздел 2. Математический анализ.

Цель изучения – освоить логическую символику, операции над множествами, процесс расширения понятия числа: натуральные числа \rightarrow целые числа \rightarrow рациональные числа \rightarrow действительные числа \rightarrow комплексные числа; счетные множества, несчетные множества, континуум; освоить понятия последовательности, функции, предела функции; освоение понятия непрерывности функции, классификация точек разрыва.

Данный раздел включает в себя:

- понятие числа; натуральные, целые и рациональные числа; вещественные и комплексные числа, изображение вещественных чисел как точек оси координат комплексных как точек плоскости;
- некоторые конкретные множества вещественных чисел;
- понятия числовой последовательности, ее предела, свойств последовательностей;
- понятие и основные свойства сходящейся последовательности;
- число e как предел последовательности $\left\{ \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n \right\}$;
- общее понятие функции, способы задания;
- основные элементарные функции и их графики;
- арифметические операции над функциями, имеющими предел;
- бесконечно малые и бесконечно большие функции, их сравнение;
- непрерывность функции в точке и в области;
- предельные значения функций $\frac{\sin x}{x}$ при $x \rightarrow 0$ и $\left(1 + \frac{1}{x} \right)^x$ при $x \rightarrow \infty$;
- понятие сложной функции, класс элементарных функций, непрерывность элементарной функции в области ее определения;
- точки разрыва функции и их классификация.

Изучив раздела 2, студент должен:

Знать: определения натуральных, целых, рациональных, вещественных чисел, конкретных множеств вещественных чисел (отрезок, полуотрезок, интервал, окрестность и т.д.);

числовые последовательности и действия над ними; определения ограниченной и неограниченной последовательности, бесконечно малой и бесконечно большой последовательности; основные свойства бесконечно малых последовательностей; понятие

сходящейся последовательности, основные свойства; последовательность $\left\{ \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n \right\}$, число

e ;

способы задания функции, примеры; графики основных элементарных функций; бесконечно малые и бесконечно большие функции, их сравнение; определение и условия

непрерывности функции в точке; первый и второй замечательный пределы; классификацию точек разрыва функции;

теоремы о свойствах непрерывной функции на отрезке: об обращении в нуль непрерывной функции при смене знака; о прохождении непрерывной функции через любое промежуточное значение; об ограниченности функции, непрерывной на отрезке; о достижении функцией, непрерывной на отрезке, своих точных верхней и нижней граней;

понятие комплексного числа; действия над комплексными числами, геометрическую интерпретацию комплексных чисел; тригонометрическая и показательная форма комплексного числа; основную теорему алгебры о существовании над полем \mathbb{C} ровно n корней многочлена n -ой степени и о разложении его на линейные множители.

Уметь: производить операции с множествами, входящими во множество действительных чисел, изображать на плоскости множества, заданные системой равенств или неравенств первой или второй степени; производить операции с комплексными числами, применять формулу Муавра;

находить предел последовательности, определять тип последовательности; преобразовывать графики функций (сдвиги, растяжения, симметрические преобразования относительно осей координат); вычислять пределы функций; производить сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций;

определять непрерывность функции; применять замечательные пределы для вычисления пределов функций; доказывать непрерывность элементарных функций; проводить классификацию точек разрыва.

При изучении раздела 2 необходимо:

Изучить том 1, главу VII (§§ 1-10), главу VIII (§§ 1-8) учебника «Вся высшая математика» (М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко, Е.В. Шишкин, В.И. Заляпин, С.К. Соболев)

Вопросы и задания для самопроверки:

1. Какие числа образуют множество действительных чисел?
2. Что называется числовой осью, интервалом?
3. Определить понятие окрестности точки.
4. Привести примеры числовых последовательностей.
5. Сформулируйте основные теоремы о пределах.
6. Пользуясь определением предела последовательности, доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin n}{n} = 0$.
7. Какая функция называется элементарной.
8. Дать определение алгебраической, рациональной, трансцендентной функции.
9. Какая функция называется возрастающей (убывающей) в интервале.
10. Начертить графики показательных функций при различных основаниях и описать поведение этих функций.
11. Что такое предел функции $y = f(x)$ при $x \rightarrow x_0$.
12. Какова простейшая связь между бесконечно большой и бесконечно малой величинами.
13. Вычислить
 - 1). $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{6}{3^{x-7}}$; 2). $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 4}$; 3). $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x + 4}{2x^2 - 3x + 7}$; 4). $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x + 5}{3x - 1} \right)^{x+1}$; 5). $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^2} \right)$
 - 6). $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{\sin 7x}$; 7). $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{\arcsin 10x}$; 8). $\lim_{x \rightarrow -2-0} \frac{x-1}{x+2}$
14. Дать определение непрерывности функции $y = f(x)$ в точке x_0 и проиллюстрировать его геометрически.
15. Что называется точкой разрыва. Привести примеры разрывных функций различного характера.
16. Исследовать на непрерывность: $f(x) = e^{\frac{1}{x+3}}$.

17. Геометрическая интерпретация комплексного числа.
 18. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа, формула Эйлера.
 19. Выполнить действия: $(2 + 3i)(3 - 2i)$; $(3 - 2i)^2$; $\frac{1+i}{1-i}$; $\frac{3i}{1+i}$.
 20. Вычислите по формуле Муавра: $(1 + i)^{10}$; $(1 - i\sqrt{3})^6$.

Раздел 3. Элементы дифференциального исчисления функции одной переменной

Цель изучения – освоение понятия производной и дифференциала, их свойств, геометрического смысла; освоение методов приложения производной и построение графика.

Данная тема включает в себя:

- понятие производной геометрический смысл производной;
- правила дифференцирования;
- основные теоремы о непрерывных и дифференцируемых функциях;
- правило Лопиталья о раскрытии неопределенностей вида $\frac{0}{0}$; $\frac{\infty}{\infty}$;
- формула Тейлора для многочлена и для произвольной функции;
- интервал возрастания и убывания функции, достаточные условия экстремума;
- выпуклость, вогнутость графика функции, точки перегиба; необходимое и достаточные условия перегиба;
- асимптоты графика функции;
- общая схема исследования функции и построения ее графика;
- нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.

Изучив раздел 3, студент должен:

Знать: определение и геометрический смысл производной; таблицу производных и правила дифференцирования; методы нахождения касательных и нормалей к плоским кривым; определение дифференциала и его геометрический смысл;

понятие локального экстремума, теорему Ферма (необходимое условие локального экстремума); теоремы Ролля (о нуле производной), Лагранжа (о конечных приращениях), Коши, формула конечных приращений;

правило Лопиталья раскрытия неопределенностей; формулу Тейлора; теоремы о достаточной условия возрастания (убывания) функции на интервале; первое и второе достаточные условия существования экстремума; необходимое и достаточное условия существования перегиба; общую схему исследования функции и построения ее графика.

Уметь: находить производную произвольной функции; записывать уравнение касательной прямой к графику функции; находить производные и дифференциалы высших порядков; применять правило Лопиталья для раскрытия неопределенностей; использовать формулу Тейлора для произвольной функции;

находить интервалы возрастания и убывания функции, точки экстремума функции; находить интервалы выпуклости и вогнутости графика функции, точки перегиба; находить асимптоты графика функции; применять общую схему исследования функции и построения графика; находить наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

При изучении темы 3 необходимо:

Изучить том 1, главу VII (§§ 1-5, 10); VIII (§§ 9-17), главу IX, X, X1 учебника «Вся высшая математика» (М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко, Е.В. Шишкин, В.И. Заляпин, С.К. Соболев)

Вопросы и задания для самопроверки:

1. Дать определение производной данной функции.
2. Что называется касательной прямой к линии в данной ее точке?
3. Каков геометрический смысл производной?
4. В чем заключается правило дифференцирования сложной функции, обратной функции?
5. Вывести формулы для производных всех основных элементарных функций.
6. В чем состоит прием логарифмического дифференцирования?

7. Что называется дифференциалом функции. Как выражается дифференциал функции через ее производную.
8. Каков геометрический смысл дифференциала данной функции.
9. В чем состоит свойство инвариантности вида дифференциала первого порядка.
10. Какая функция называется дифференцируемой? В чем состоит необходимое условие дифференцируемости функции?
11. Привести примеры непрерывных, но недифференцируемых функций.
12. Что называется производной n -го порядка данной функции?
13. Что называется дифференциалом n -го порядка данной функции?
14. Привести примеры непрерывных, но недифференцируемых функций.
15. Сформулировать правило Лопиталья для дифференцирования произведения функций.
16. Найти производные от функций: $y = \frac{\operatorname{tg}^2 x}{2} + \ln \cos x$; $y = \arcsin^2 \sqrt{x}$; $y = x^{\cos^2 x}$;
17. Найти дифференциалы функций: $y = x^n$; $y = \cos^2 x$; $y = \arcsin \frac{1}{x}$.
18. Найти производную n -го порядка от функций: $y = e^{-\frac{x}{a}}$; $y = \ln x$; $y = \sqrt{x}$; $y = x^n$; $y = \sin x$.
19. Сформулировать и доказать теоремы: Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши, объяснить их геометрический смысл.
20. Сформулировать необходимый признак экстремума. Привести примеры, показывающие, что он не является достаточным.
21. Как отыскать наибольшее и наименьшее значения функции на данном интервале?
22. Сформулировать второй достаточный признак экстремума, доказать его.
23. В чем состоят первый и второй достаточные признаки для существования точек перегиба?
24. Изложить теорему Лопиталья. Привести различные примеры применения правила Лопиталья.
25. Описать общую схему исследования функции.
26. Исследовать функции и построить графики: $y^2 = x^3$; $y = 2 + \frac{12}{x^2 - 4}$; $y = \frac{e \ln x}{x}$.

Раздел 4. Элементы интегрального исчисления функции одной переменной

Цель изучения – освоение понятия неопределенного интеграла, изучение методов интегрирования; понятие определенного и несобственного интегралов и их приложений.

Данный раздел включает в себя:

- понятие первообразной функции и неопределенного интеграла; основные свойства неопределенного интеграла;
- таблицу основных неопределенных интегралов;
- методы нахождения неопределенных интегралов;
- понятие определенного интеграла, интегральных сумм, их свойств;
- верхний и нижний интегралы Дарбу; теорема о необходимом и достаточном условиях интегрируемости в смысле Римана функции на отрезке;
- основные свойства определенного интеграла; формула Ньютона-Лейбница вычисления определенного интеграла;
- применение определенного интеграла для вычисления дуги плоской кривой, площади плоской фигуры, объемов тел вращения;
- несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования;
- несобственные интегралы от неограниченных функций.

Изучив раздел 4, студент должен:

Знать: определения первообразной функции и неопределенного интеграла; основные свойства неопределенного интеграла; таблицу основных неопределенных интегралов; методы интегрирования заменой переменных и по частям; интегрирование правильных рациональных дробей;

понятие определенного интеграла, теорему о необходимом и достаточном условии интегрируемости функции на отрезке; основные свойства определенного интеграла; формулу Ньютона-Лейбница; формулы замены переменной и интегрирования по частям для определенного интеграла; определение несобственных интегралы 1 и 2 рода;

определение комплексного числа, правила действий с комплексными числами, тригонометрическую и показательную формы записи комплексных чисел.

Уметь: использовать таблицу основных неопределенных интегралов; владеть методами интегрирования: заменой переменных, по частям; вычислять определенные интегралы; находить длину дуги плоской кривой; вычислять площадь плоской фигуры; вычислять объем тела вращения; исследовать на сходимость несобственные интегралы 1 и 2 рода.

При изучении раздела 4 необходимо:

Изучить том 2, главы XII, XIII, XIV, XV учебника «Вся высшая математика» (М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко, Е.В. Шишкин, В.И. Заляпин, С.К. Соболев)

Вопросы и задания для самопроверки:

1. Что называется первообразной от данной функции? Привести примеры.
2. Что называется неопределенным интегралом от данной функции?
3. Вычислить: $\int \ln x dx$; $\int tg x dx$; $\int \frac{x-4}{x^2-5x+6} dx$.
4. Как определяется площадь криволинейной трапеции?
5. Сформулировать и доказать простейшие свойства определенного интеграла.
6. Каков геометрический смысл определенного интеграла от данной функции?
7. Чему равна производная от интеграла по верхнему пределу?
8. Как вычисляется площадь плоской фигуры в системе декартовых координат? В системе полярных координат?
9. Что называется несобственным интегралом 1 рода, 2 рода?
10. Какой несобственный интеграл называется абсолютно сходящимся и какой условно сходящимся?
11. Вычислить площадь, ограниченную линиями:
12. а) $y = 4 - x^2$; $y = 0$; б) $r^2 = a^2 \cos 2\varphi$.
13. Определить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями:
а) $y^2 = 2px$; $x = h$ вокруг оси Ox б) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$; $y = \pm b$ вокруг оси Oy .
14. Определить длину дуги кривой:
а) $y^2 = x^2$, отсеченной прямой $x = \frac{3}{4}$; б) всей кривой $x^2 + y^2 = 4^2$.
15. Исследовать сходимость интегралов: $\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{1+x^3}}$; $\int_0^2 \frac{dx}{(x-2)^2}$; $\int_2^{\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{x^3-1}}$; $\int_0^1 \frac{dx}{x^4}$.

Раздел 5. Дифференциальное и интегральное исчисления функции нескольких переменных

Цель изучения – совершенствование математического аппарата, формирование у студентов понятия функции нескольких переменных, отражающего многофакторные зависимости многих явлений; понятие кратных и криволинейных интегралов и их приложения.

Данный раздел включает в себя:

- понятие ФНП;
- предел и непрерывность ФНП;
- частные производные ФНП;
- дифференциал и понятие дифференцируемости ФНП;

- геометрический смысл дифференцируемости функции двух переменных, уравнение касательной плоскости и нормали;
- производная по направлению, градиент;
- экстремум ФНП, частные производные высших порядков, необходимое и достаточное условие экстремума функции двух переменных;
- условный экстремум, наибольшее и наименьшее значение ФНП;
- прикладные методы исследования ФНП;
- задача, приводящая к понятию двойного интеграла;
- основные свойства двойного интеграла; сведение двойного интеграла к повторному;
- замена переменных в двойном интеграле;
- площадь поверхности; интеграл по площади поверхности;
- задача, приводящая к тройному интегралу;
- вычисление тройного интеграла в декартовых, цилиндрических и сферических координатах;
- применение двойных и тройных интегралов для вычисления массы плоской фигуры и тела;
- вычисление координат центра тяжести и моментов инерции относительно осей координат;
- вычисление статических моментов тела относительно координатных плоскостей;
- несобственный кратный интеграл по неограниченной области;
- понятие криволинейного интеграла первого рода: существование, свойства, вычисление для плоских и пространственных кривых;
- понятие криволинейного интеграла второго рода: вычисление, свойства;
- связь между криволинейными интегралами первого и второго рода; формула Грина;
- приложения криволинейных интегралов: масса кривой, площадь плоской фигуры, работа силы.

Изучив раздел 5, студент должен:

Знать: понятие ФНП, определение предела, непрерывности, дифференцируемости; необходимое и достаточное условия дифференцируемости; геометрический смысл дифференцируемости функции двух переменных; понятия частных производных, производных по направлению, градиента, линии уровня; необходимое и достаточное условия экстремума; понятие условного экстремума; понятия кратных и криволинейных интегралов и задач, приводящих к ним; основные свойства интегралов; замена переменной; вычисление интегралов в декартовой, цилиндрической и сферической системах; задачи, приводящие к понятиям двойного и тройного интегралов; определения кратных интегралов и их свойства; приложения двойных и тройных интегралов: масса плоской фигуры, статические моменты плоской фигуры и тела относительно осей координат, координаты центра тяжести, момент инерции плоской фигуры и тела относительно осей координат.

Уметь: привести примеры ФНП, применяемых в экономике; переносить свойства пределов и непрерывных функций в двумерном пространстве на многомерный случай; находить частные производные ФНП; составлять уравнение касательной плоскости; строить градиент и линии уровня функции двух переменных; исследовать функцию двух переменных на экстремум, наибольшее и наименьшее значения; находить точки условного экстремума; применять методы множителей Лагранжа для отыскания условного экстремума и наименьших квадратов для получения эмпирических формул;

вычислять двойные, тройные и криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода; находить: площадь поверхности, массу плоской фигуры, тела, кривых, пространственной и плоской; статические моменты плоской фигуры и тела относительно осей координат; координаты центра тяжести; работу силы; площадь цилиндрической поверхности

Студент должен приобрести навыки исследования поведения и построения графика функции двух переменных с помощью прикладного пакета «Математика».

При изучении раздела 5 необходимо:

Изучить том 2, главу XV, том 4, главы XXVI, XXVII учебника «Вся высшая математика» (М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко, Е.В. Шишкин, В.И. Заляпин)

Вопросы и задания для самопроверки:

1. Что называется функцией двух переменных? Каково их геометрическое изображение?
2. Что называется областью определения ФНП? Каково геометрическое области определения функций двух и трех переменных?
3. Дать понятие окрестности т. $M(x_0, y_0)$.
4. Что называется пределом функции $f(x, y)$ в точке $M(x_0, y_0)$?
5. Какая функция $f(x, y)$ называется непрерывной в точке $M(x_0, y_0)$, в области D ?
6. Сформулируйте основные свойства ФНП, непрерывной в замкнутой ограниченной области D .
7. Что называется точкой разрыва функции? Приведите пример функции двух переменных, непрерывной всюду, кроме каждой точки окружности $x^2 + y^2 = 4$.
8. Дать определение частных и полного приращений функции двух переменных.
9. Как с помощью предела отношения приращения функции к приращению аргумента определяются частные производные функции нескольких переменных?
10. Какой геометрический смысл имеют частные производные функции двух переменных?
11. Что называется полным дифференциалом функции двух переменных?
12. Дать определение ФНП, дифференцируемой в точке, в области.
13. Сформулируйте необходимое условие дифференцируемости функции двух переменных.
14. Сформулировать достаточное условие дифференцируемости функции двух переменных.
15. Вывести формулу для приближенных вычислений с помощью дифференциала.
16. Геометрический смысл полного дифференциала функции двух переменных.
17. Что называется полной производной функции $z = f(x, y)$, где $y = y(x)$?
18. Записать формулу дифференцирования сложной функции $z = f(x, y)$ одной независимой переменной t , если $x = x(t)$, $y = y(t)$ - функции от t .
19. Как находятся частные производные $\frac{\partial z}{\partial u}$ и $\frac{\partial z}{\partial v}$ сложной функции $z = f(x, y)$, где $x = x(u, v)$, $y = y(u, v)$?
20. Дать определение неявной функции одной переменной и неявной функции двух переменных.
21. Как с помощью частных производных выражается производная неявной функции одной переменной и частные производные неявной функции двух переменных?
22. Какая плоскость называется касательной плоскостью к поверхности в данной точке? Что называется нормалью к поверхности в данной точке?
23. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности в данной точке.
24. Как определяются частные производные высших порядков для функций нескольких переменных?
25. При каком условии смешанные частные производные второго порядка равны между собой?
26. Какие точки называются точками экстремума функции $z = f(x, y)$?
27. Как определяются максимум и минимум функции двух переменных и что нужно сделать, чтобы найти эти значения?
28. Сформулировать теорему о необходимых условиях экстремума для функции двух переменных.
29. Сформулировать достаточные условия экстремума функции двух переменных в стационарных точках.
30. Как найти наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных в ограниченной замкнутой области D ?
31. Дать определение точки условного экстремума функции $z = f(x, y)$ на линии L .
32. Указать способы отыскания точек условного экстремума. Сформулировать метод

множителей Лагранжа.

33. Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 - 2xy + 4y^3$.

34. Тесты.

1. Что из себя представляют линии уровня функций:

1.1. $z = xy + 8y + 2x$;

1.2. $z = 5x^2 + 8y - 2x + 1$;

1.3. $z = x^2 + 6x + y^2 - 4y + 5$;

1.4. $z = \frac{y - 3x + 2}{x}$

- а) прямые
- б) параболы;
- в) гиперболы;
- г) окружности.

2. В какой точке нарушается свойство дифференцируемости функции $z = \sqrt[3]{x^3 + y^3}$?

а) $(3; 3)$;

б) $(3; -3)$;

в) $(3; \frac{1}{3})$;

г) функция везде дифференцируема.

3. Какое из условий является необходимым условием дифференцируемости функции двух переменных в точке M ?

а) ее частные производные непрерывны;

б) градиент в точке M равен нулю;

в) в этой точке существует касательная плоскость к графику функции; функция разрывна в этой точке.

4. Укажите верное утверждение:

а) градиент перпендикулярен касательной плоскости;

б) градиент является производной по направлению;

в) градиент является касательной к линии уровня;

г) градиент определяет направление максимальной скорости изменения функции.

5. Укажите ЛОЖНОЕ утверждение:

а) непрерывная функция всегда дифференцируема;

б) функция, имеющая предел в точке M , может быть разрывна в этой точке;

в) у дифференцируемой функции существуют частные производные;

г) из непрерывности частных производных в точке M следует дифференцируемость функции в этой точке.

6. Укажите истинное утверждение: в точке экстремума

а) градиент максимален;

б) сходятся линии уровня;

в) производные по любому направлению равны нулю;

г) частные производные второго порядка связаны условием

$$f''_{xx} f''_{yy} - (f''_{xy})^2 = 0.$$

7. Может ли линия уровня

а) проходить через точку экстремума;

б) принадлежать касательной плоскости;

в) пересекаться с другой линией уровня;

г) быть перпендикулярна градиенту.

34. Определение двойного интеграла. Смысл подынтегральной функции. Представление двойного интеграла двукратным в декартовых и полярных координатах; расстановка пределов интегрирования.

35. Определение тройного интеграла. Представление тройного интеграла через двойной интеграл по проекции тела на координатные плоскости.
36. Определение криволинейных интегралов 1-го и 2-го родов и их вычисление.
37. Геометрический смысл: двойного, тройного и криволинейных интегралов; вычисление площадей и объемов.
38. Формулы для нахождения моментов инерции относительно осей координат, координатных плоскостей, начала координат.
39. Формулы для нахождения координат центра тяжести.
40. Формулы для нахождения статических моментов относительно осей координат и координатных плоскостей; масса тел.

41. Изменить порядок интегрирования: $\int_0^2 dx \int_{\sqrt{4-x}}^{4-x} f(x, y) dy$.

42. Вычислить двойной интеграл $\iint_D f(x, y) dx dy$ по области D , ограниченной линиями

$$\iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}, D: x \leq y \leq \sqrt{1-x^2}, x \geq 0.$$

43. Вычислить тройной интеграл $\iiint_R f(x, y, z) dx dy dz$ по фигуре R , ограниченной поверхностями $\iiint_R (x^2 + 3y^2) dx dy dz$; $R: 0 \leq z \leq 3x, x + y \leq 1, y \geq 0$.

44. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L f(x, y) dl$ по линии L

$$\int_L \left(\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} + 1 \right) dl; L: \rho = 1 + \cos \varphi, 0 \leq \varphi \leq \pi.$$

Раздел 6. Элементы теории поля.

Цель изучения – познакомиться с основными характеристиками векторных полей, их геометрическим и физическим смыслом.

Данный раздел включает в себя:

1. Физическое и математическое понятия поля. Определение скалярного и векторного полей.
2. Графическое изображение эквипотенциального скалярного поля поверхностями разного уровня и плоскопараллельного скалярного поля линиями уровня.
3. Производную скалярного поля в точке по заданному направлению.
4. Градиент скалярного поля. Смысл длины и направления градиента.

Изучив раздел, студент должен

Знать: определения векторного и скалярного полей, производной скалярного поля в точке по заданному направлению, градиента скалярного поля.

Уметь: решать типовые задачи.

При изучении раздела необходимо:

Изучить том 4, главу 28, с.62-122 учебника «Вся высшая математика» (М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко, Е.В. Шишкин, В.И. Заляпин, С.К. Соболев).

Вопросы и задания для самооценки:

1. Что значит задать плоское и эквипотенциальное скалярные поля? Приведите примеры скалярных полей.
2. Какова геометрическая характеристика плоского и эквипотенциальных полярных полей?
3. Дайте определение производной скалярного поля $\varphi(M) = \varphi(x, y, z)$ в точке $M^0(x, y, z)$ в

направлении к точке $M(x,y,z)$. Каков смысл отношения $\frac{\Delta\varphi}{\Delta l}$ и производной по направлению $\frac{\partial\varphi(M_0)}{\partial l}$?

4. Вывести формулу для производной по направлению. Каков смысл частных производных $\frac{\partial\varphi}{\partial x}$; $\frac{\partial\varphi}{\partial y}$; $\frac{\partial\varphi}{\partial z}$ скалярной функции $\varphi(M)=\varphi(x,y,z)$?

5. 6. Дайте определение градиента скалярного поля. Как выражается производная по направлению через градиент?

7. Каков смысл длины и направления градиента скалярного поля?

8. По какому направлению скалярное поле изменяется быстрее всего? Какова максимальная скорость этого изменения?

9. Как выражается единичный вектор \vec{n}^0 нормали к поверхности $F(x,y,z)=0$ в произвольной ее точке M ?

Раздел 7. Комплексные числа

Цель изучения – освоить понятие комплексного числа, действия с комплексными числами и простейшие приложения комплексных чисел.

Данная тема включает в себя:

- понятие комплексного числа. Действия над комплексными числами, геометрическая интерпретация;
- тригонометрическая и показательная форма комплексного числа.

Изучив раздел, студент должен:

Знать: определение комплексного числа, правила действий с комплексными числами, тригонометрическую и показательную формы записи комплексных чисел.

Уметь: производить операции с комплексными числами, применять формулу Муавра.

При изучении раздела 7 необходимо:

Изучить том 1, главу VII (§§ 1-5, 10) учебника «Вся высшая математика» (М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко, Е.В. Шишкин, В.И. Заляпин, С.К. Соболев)

Вопросы и задания для самооценки:

1. Какие числа образуют множество действительных чисел (комплексных чисел)?
2. Что называется числовой осью, интервалом?
3. Определить понятие окрестности точки.
4. Геометрическая интерпретация комплексного числа.
5. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа, формула Эйлера.
6. Выполнить действия: $(2 + 3i)(3 - 2i)$; $(3 - 2i)^2$; $\frac{1 + i}{1 - i}$; $\frac{3i}{1 + i}$.
7. Вычислите по формуле Муавра: $(1 + i)^{10}$; $(1 - i\sqrt{3})^6$.

Раздел 8. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Цель изучения – ознакомление с дифференциальными уравнениями и системами дифференциальных уравнений и методами их решения.

Данный раздел включает в себя:

- понятие о дифференциальных уравнениях; задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям;
- дифференциальные уравнения 1 порядка: с разделяющимися переменными, однородные, линейные, Бернулли, в полных дифференциалах; дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка;
- линейные дифференциальные уравнения 2 порядка; структура их общего решения;
- линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами в левой части и правой частью специального вида, нахождение их общего решения
- понятие нормальные системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, структура их общего решения,
- методы исключения и Эйлера решения нормальных систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Изучив раздел 8, студент должен:

Знать: теорему существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения; методы решения дифференциальных уравнений 1 порядка: с разделяющимися переменными, однородные, линейные, Бернулли, в полных дифференциалах; методы решения уравнений, допускающих понижение порядка; структура общего решения линейного дифференциального уравнения 2 порядка; метод множителей Лагранжа решения линейных дифференциальных уравнений; теорему Коши существования и единственности решения, метод исключения и метод Эйлера решения нормальных систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Уметь: определять порядок и тип дифференциального уравнения; решать дифференциальные уравнения: с разделяющимися переменными, однородные, линейные, Бернулли, в полных дифференциалах; определять линейную зависимость функций, вычислять определитель Вронского; находить общее решение линейного неоднородного уравнения 2 порядка; применять метод множителей Лагранжа решения ЛНДУ; применять методы исключения и Эйлера для решения нормальных систем ЛДУ с постоянными коэффициентами.

При изучении раздела 8 необходимо:

Изучить том 3, главу XXI – XXIII учебника «Вся высшая математика» (М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко, Е.В. Шишкин, В.И. Заляпин, С.К. Соболев)

Вопросы и задания для самопроверки:

1. Что называется общим решением дифференциального уравнения?
2. Сформулировать теорему существования и единственности решения ДУ.
3. Дать определение ДУ с разделяющимися переменными и указать метод его решения.
4. Какое ДУ 1 порядка называется однородным? Как оно решается?
5. Какое ДУ 1 порядка называется линейным? Как оно решается?
6. Какое ДУ 1 порядка является уравнением в полных дифференциалах? Как оно решается?
7. Описать способ решения линейного однородного ДУ 2 порядка с постоянными коэффициентами. Какое уравнение называется характеристическим? Как оно составляется?
8. Какой вид имеет общее решение линейного однородного ДУ с постоянными коэффициентами при действительных и различных корнях характеристического уравнения? При равных корнях? При комплексных сопряженных корнях?
9. Разъяснить правило отыскания частного решения уравнения с правой частью вида $f(x) = e^{\alpha x}(P_1(x) \cos \beta x + P_2(x) \sin \beta x)$, где $P_1(x)$, $P_2(x)$ – многочлены. Привести примеры.
10. В чем заключается метод вариации произвольных постоянных, Лагранжа?
11. Решить уравнения:

1. $uy' = 2y - x$

6. $yy'' + (y')^2 = 0$

2. $x^2 + y^2 - 2xyy' = 0$

7. $x^3y'' + x^2y' = 1$

3. $y'x + y = xy^2$

8. $y'' - 2y' + y = xe^x$

4. $(x^2 - y)dx + xdy = 0$

9. $y'' + 4y' + 5y = x^2$

5. $y''' = \frac{6}{x^3}$

10. $y'' + 4y = \frac{1}{\sin 2x}$

12. Решить систему методом исключения и методом Эйлера: $\begin{cases} y' = 2x - 5y + e^x \\ x' = y - 6x + e^{-2x} \end{cases}$

Раздел 9. Ряды. Гармонический анализ

Цель изучения – ознакомление с понятиями числовых и функциональных рядов и их применением.

Данный раздел включает в себя:

- числовые ряды; частичные суммы; сходимость и расходимость числовых рядов; необходимое условие сходимости числового ряда;
- достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами: сравнения, Даламбера, Коши, интегральный Коши;
- знакопеременные ряды; абсолютная и условная сходимость;
- знакочередующиеся ряды; признак Лейбница;
- понятие функционального ряда; область сходимости; сумма функционального ряда;
- понятие равномерной сходимости функционального ряда на множестве; критерий Коши, свойства равномерно сходящихся функциональных рядов;
- степенные ряды; радиус и область сходимости; формулы Даламбера и Коши для нахождения радиуса сходимости;
- разложение функции в степенные ряды; теорема единственности; необходимое и достаточное условие разложимости функции в степенной ряд; разложение элементарных функций в ряд Тейлора;
- ряды Фурье; разложение функций в ряд Фурье вычислением коэффициентов методом Фурье; разложение по синусам и косинусам; свойства.

Изучив раздел 9, студент должен:

Знать: понятие числового ряда, его частичных сумм, сходимости; необходимый признак сходимости числового ряда; достаточные признаки: сравнения, Даламбера, Коши, интегральный Коши; знакопеременные ряды, абсолютная и условная сходимость; признак Лейбница; понятие функционального ряда, области его сходимости; степенные ряды, формулы для нахождения радиуса сходимости; разложение элементарных функций в ряд Тейлора; ряды Фурье, разложение функций в ряд Фурье.

Уметь: исследовать числовой ряд на сходимость, применяя различные признаки сходимости; исследовать на сходимость знакопеременные ряды; применять признак Лейбница; находить область сходимости функционального ряда; разложить в ряд Тейлора элементарную функцию; разложить в ряд Фурье и указать область сходимости.

При изучении раздела 9 необходимо:

Изучить том 3, главу XVII – XX учебника «Вся высшая математика» (М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко, Е.В. Шишкин, В.И. Заляпин, С.К. Соболев)

Вопросы и задания для самопроверки:

1. Что называется числовым рядом? Общим членом ряда?
2. Что называется суммой ряда? Дать определение сходящегося и расходящегося рядов. Привести примеры.
3. В чем состоит необходимый признак сходимости ряда? Привести пример, показывающий, что он не является достаточным.
4. Сформулировать достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами.
5. Какой ряд называется знакочередующимся? В чем состоит признак Лейбница для такого ряда? Доказать этот признак.
6. Определить радиус сходимости и интервал сходимости степенного ряда.
7. В чем заключается задача разложения функции $f(x)$ в степенной ряд?

8. Как определяются коэффициенты ряда Тейлора?
9. Дать определение ряда Фурье.
10. Как определяются коэффициенты ряда Фурье?
11. Исследовать на сходимость ряды: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2n}$; $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n}}$; $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n!}$; $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{5^n}$.
12. Найти область сходимости рядов: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n x^n}{\sqrt{n}}$; $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; $\sum_{n=1}^{\infty} x^n n!$.
13. Разложить по степеням x функции: 2^x ; $\left(1 + \frac{x}{a}\right)^m$; $\ln \frac{1+x}{1-x}$.
14. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x) = y^2$ при $-\pi \leq x \leq \pi$ с периодом 2π .

Раздел 10. Элементы теории вероятностей и математической статистики.

Цель изучения – ознакомиться с основными понятиями, задачами и методами математической статистики и применением их к решению различных задач.

Данный раздел включает в себя:

- понятия опыт и событие. Вероятность события. Статистическое и классическое определение вероятности. Геометрическая вероятность. Аксиоматическое определение вероятности. Теорема умножения и сложения вероятностей, формулы полной вероятности и Байеса;
- формула Бернулли. Интегральная теорема Муавра-Лапласа и условия её применимости. Свойства функции Лапласа и её график. Следствие из интегральной теоремы Муавра-Лапласа;
- понятие случайной величины. Дискретная случайная величина. Закон её распределения. Математическое ожидание и дисперсия дискретной и непрерывной случайной величины и их свойства. Среднее квадратическое отклонение. Функция распределения случайной величины, её свойства и график;
- биномиальный и геометрический законы распределения, их числовые характеристики. Равномерный, показательный и нормальный законы распределения и их числовые характеристики;
- предельные теоремы теории вероятностей. Неравенство Чебышева, Маркова;
- Система случайных величин, закон её распределения. Функция распределения двумерной случайной величины и её свойства. Числовые характеристики двумерной случайной величины. Корреляционный момент, коэффициент корреляции.

Изучив раздел 10, студент должен:

Знать: понятие вероятности события, теоремы умножения и сложения вероятностей, формулы полной вероятности, Байеса и Бернулли, Пуассона и Муавра-Лапласа; понятие случайной величины: дискретной и непрерывной, числовые характеристики случайной величины, её функции распределения; понятие двумерной случайной величины, функции её распределения, числовых характеристик, корреляционного момента, коэффициента корреляции.

Уметь: находить вероятность событий с использованием основных теорем и формул; составлять ряд распределения или функцию распределения случайной величины, находить её основные числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение; использовать при решении задач свойства числовых характеристик случайной величины; обрабатывать статистические данные: оценивать параметры генеральной совокупности, проверять гипотезу о нормальности распределения генеральной совокупности, проверять наличие корреляционной зависимости между наблюдаемыми признаками генеральной совокупности, находить уравнение линейной регрессии измеряемых признаков.

При изучении раздела 10 необходимо:

Изучить том 5, главы XXXVII – XLIV учебника «Вся высшая математика» (М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко, Е.В. Шишкин, В.И. Заляпин, С.К. Соболев)

Вопросы и задания для самопроверки:

1. Опыт и событие. Классификация случайных событий. Действия над событиями.
2. Вероятность события. Статистическое и классическое определение вероятности.
3. Геометрическая вероятность. Аксиоматическое определение вероятности.
4. Условные вероятности. Зависимые и независимые события. Теорема умножения вероятностей
5. Теорема сложения вероятностей.
6. Формула полной вероятности и Байеса.
7. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли.
8. Локальная теорема Муавра-Лапласа и условия ее применимости. Свойства и график функции $\varphi(x)$.
9. Асимптотическая формула Пуассона и условия её применимости.
10. Интегральная теорема Муавра-Лапласа и условия её применимости. Свойства функции Лапласа и её график.
11. Следствие из интегральной теоремы Муавра-Лапласа.
12. Понятие случайной величины. Дискретная случайная величина. Закон её распределения. Привести примеры.
13. Математическое ожидание дискретной случайной величины и его свойства.
14. Дисперсия дискретной случайной величины и её свойства. Среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины.
15. Математические операции над дискретными случайными величинами. Построение законов распределения для $(a+cX), X^2, X \pm Y, XY$ по законам распределения независимых случайных величин X и Y .
16. Функция распределения случайной величины, её свойства и график.
17. Непрерывные случайные величины. Плотность вероятностей, кривая распределения. Связь между плотностью вероятностей и функцией распределения
18. Числовые характеристики непрерывной случайной величины Начальные и центральные моменты случайной величины.
19. Биномиальный и геометрический законы распределения, их числовые характеристики.
20. Равномерный и показательный законы распределения и их числовые характеристики.
21. Нормальный закон распределения: параметры, свойства, функция распределения, вероятность попадания в заданный интервал, правило трёх сигм.
22. Предельные теоремы теории вероятностей. Неравенство Чебышева, Маркова.
23. Теорема Чебышева.
24. Теорема Бернулли.
25. Центральная предельная теорема.
26. Система случайных величин, закон её распределения.
27. Функция распределения двумерной случайной величины и её свойства.
28. Плотность распределения вероятностей двумерной случайной величины и её свойства.
29. Числовые характеристики двумерной случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия.
30. Корреляционный момент, коэффициент корреляции.

Раздел 11. Численные методы

Цель изучения – ознакомиться с основами вычислительной математики и применением их к решению различных задач.

Данный раздел включает в себя:

- элементарную теорию погрешностей;
- интерполирование функций;
- методы решения нелинейных уравнений;
- приближенные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

Изучив раздел 11, студент должен:

Знать: правила округления чисел; определение значащей цифры; правила действий с приближенными числами; приложение численных методов.

Уметь: определять оценки абсолютной и относительной погрешностей чисел; округлять числа; составлять интерполяционные многочлены Ньютона и Лагранжа; находить приближенное решение нелинейного уравнения; вычислять приближенно определенный интеграл по формулам прямоугольников, трапеций и Симпсона; находить приближенно решение обыкновенного дифференциального уравнения по методу Эйлера.

При изучении раздела 11 необходимо:

Изучить том 6, главы LVI, LIX, LX, LXI, LXIV учебника «Вся высшая математика» (М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко, Е.В. Шишкин, В.И. Заляпин, С.К. Соболев)

Вопросы и задания для самопроверки:

1. Каковы причины того, что результаты измерений являются приближенными числами?
2. В чем отличие абсолютной (относительной) погрешности числа от оценки абсолютной (относительной) погрешности?
3. Чем определяется точность вычислений?
4. В каких случаях цифра 0 является значащей? Незначащей?
5. Что можно определить методом проб, методом хорд, методом касательных и комбинированным методом хорд и касательных?
6. В чем состоит задача интерполирования функций?
7. Что такое конечные разности первого, второго, k -го порядка?
8. Для нахождения чего применяются интерполяционные полиномы Лагранжа и Лагранжа?
9. Если функция задана таблицей, а о свойствах (непрерывность, дифференцируемость) этой функции ничего неизвестно, можно ли говорить о погрешности интерполирования, интегрирования?
10. Какие способы приближенного вычисления определенного интеграла вы знаете?
11. Запишите соответствующие формулы. Какая из них дает более точные результаты?
12. В чем заключается численное решение дифференциальных уравнений методом Эйлера?
13. Чему равна погрешность вычислений в методе Эйлера и как её найти?
10. Найти методом Эйлера решение задачи Коши $\frac{dy}{dx} = y - x$, $y(0) = 2$.

7. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Перечень тем и заданий для подготовки к зачету

Теоретические вопросы

1. Матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами.
2. Определитель. Определение, свойства определителя.
3. Невырожденная матрица. Обратная матрица. Ранг матрицы.
4. Системы линейных уравнений. Основные понятия. Совместность СЛАУ.
5. Решение невырожденных линейных систем. Формулы Крамера. Матричный метод.
6. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
7. Системы линейных однородных уравнений.
8. Векторы. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось. Модуль вектора. Направляющие косинусы.
9. Скалярное произведение векторов, его свойства. Приложения скалярного произведения в геометрии, физике.
10. Векторное произведение векторов, его свойства. Приложения векторного произведения.
11. Смешанное произведение векторов, его свойства. Приложения смешанного произведения.
12. Уравнения прямой на плоскости.

13. Уравнения плоскости в пространстве.
14. Уравнения прямой в пространстве.
15. Взаимное расположение прямых и плоскостей. Угол между ними. Расстояние от точки до прямой, плоскости. Точка пересечения прямой и плоскости.
16. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола, их геометрические свойства и уравнения.
17. Функция. Способы задания. Область определения. Основные элементарные функции, их свойства, графики.
18. Предел функции в точке. Предел функции в бесконечности. Односторонние пределы.
19. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, связь между ними. Свойства бесконечно малых функций.
20. Теоремы о пределах. Раскрытие неопределенностей.
21. Замечательные пределы.
22. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции и основные теоремы о них. Применение к вычислению пределов.
23. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва и их классификация.
24. Основные теоремы о непрерывных функциях. Свойства функций непрерывных на отрезке.
25. Производная функции, ее геометрический и физический смысл.
26. Уравнения касательной и нормали к кривой. Дифференцируемость функции в точке.
27. Производная суммы, разности, произведения, частного функций. Производная сложной и обратной функций.
28. Дифференцирование неявных и параметрически заданных функций. Логарифмическое дифференцирование.
29. Производные высших порядков.
30. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала. Основные теоремы о дифференциалах.
31. Применение дифференциала к приближенным вычислениям.
32. Основные теоремы дифференциального исчисления: Ролля, Лагранжа и Коши.
33. Правило Лопиталья.
34. Условия монотонности функций. Экстремумы функций. Необходимое и достаточное условия экстремума функции.
35. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
36. Выпуклость графика функции. Точки перегиба. Необходимое и достаточное условия точек перегиба.
37. Асимптоты графика функции.

Практические задания

Пример вариантов Контрольных работ (АКР), ИДЗ и ТР Линейная алгебра

1. Решить матричное уравнение $X + 3(A - B) = 4C$, где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ -7 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 8 & 6 \\ -3 & 9 \end{pmatrix}.$$

2. Решить системы линейных алгебраических уравнений по формулам Крамера, матричным методом, методом Гаусса:

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 3 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -3 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

Векторная алгебра

Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$:

$A_1(1; 3; 6)$, $A_2(2; 2; 1)$, $A_3(-1; 0; 1)$, $A_4(-4; 6; -3)$. Найти:

- 1) длину ребра A_1A_2 ;
- 2) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;

- 3) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$;
 4) площадь грани $A_1A_2A_3$;
 5) объем пирамиды.

Аналитическая геометрия. Кривые 2-го порядка

1. В треугольнике с вершинами $A(2,1)$, $B(5,3)$, $C(-6,5)$ найти длину высоты из вершины A .
2. Написать канонические и параметрические уравнения прямой, проходящей через точки $M(2,1,-1)$ и $K(3,3,-1)$.
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1,0,2)$, $B(-1,2,0)$, $C(3,3,2)$.
4. Доказать, что прямые параллельны:

$$\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x+y-z=0 \\ x-y-5z-8=0 \end{cases}$$

5. Найти угол между прямой, проходящей через точку $A(-1,0,-5)$ и точку $B(1,2,0)$, и плоскостью $x-3y+z+5=0$.
6. Определить тип и построить линию:

$$x^2 - 9y^2 + 2x + 18y + 73 = 0$$

$$2x^2 + 3y^2 - 4x + 6y - 7 = 0$$

$$y^2 - 4x - 2y - 3 = 0$$

Предел и непрерывность ФОП

1. Найти пределы функций:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x^2 + 5}{3x^3 - x + 1}; \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 - x - 2}; \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{\sqrt{x-2} - 1}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{2x \cdot \operatorname{tg} x};$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot (\sqrt{x^2 + 1} - x); \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+1} \right)^x; \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1-4x)^{\frac{1}{3x}+7}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{e^{3x} - 1}.$$

2. Исследовать на непрерывность, найти точки разрыва, сделать чертеж:

$$y = 4^{\frac{1}{3-x}}; \quad y = \begin{cases} x^2 + 1 & x < 1 \\ x^2 - 1 & x > 1 \end{cases}$$

Дифференциальное исчисление функции одной переменной

1. Найти производные функций:

$$y = e^{\operatorname{arctg} 3x} + \sqrt{x} \cdot \sin^2 3x; \quad y = \sqrt{\frac{2x+1}{x^2}} + 3^{\operatorname{ctg} \frac{x}{5}}; \quad y = (4x+5)^{\sqrt[3]{x^2}}; \quad y^2 - x^3 + 10yx = 0.$$

2. Найти дифференциал функции:

$$y = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2} + \arcsin^4 5x.$$

3. Найти производные первого и второго порядков:

$$\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \ln(1-t^2). \end{cases}$$

4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = 2x + 6 - 3\sqrt[3]{(x+3)^2}$ на отрезке $[-4; -2]$.

5. Найти интервалы возрастания, убывания, экстремум функции

$$y = \frac{2x^2}{x^2 + 3}.$$

6. Найти асимптоты графика функции

$$y = \frac{x^3}{x^2 + 1}.$$

7. Найти интервалы выпуклости, точки перегиба графика функции

$$y = x \cdot e^{-x^2}$$

8. Провести полное исследование функции и построить график

$$y = \frac{x^2}{1-x^2}.$$

Критерии оценки (в соответствии с формируемыми компетенциями и планируемыми результатами обучения):

- для **сдачи зачета** обучающийся показывает высокий, средний или пороговый уровни сформированности компетенции ОПК-1; т.е. студент должен показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, интеллектуальные навыки решения задач;

- **зачет не сдан**, если результат обучения не достигнут, обучающийся не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.

Перечень тем и заданий для подготовки к экзамену (2 семестр)

Теоретические вопросы

1. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных интегралов.
2. Основные методы интегрирования: замена переменной и интегрирование по частям.
3. Интегрирование рациональных функций.
4. Интегрирование тригонометрических функций.
5. Интегрирование иррациональных функций.
6. Определенный интеграл как предел интегральной суммы, его свойства.
7. Формула Ньютона – Лейбница. Основные свойства определенного интеграла.
8. Вычисление определенного интеграла (замена переменной, интегрирование по частям). Интегрирование четных и нечетных функций в симметричных пределах.
9. Несобственные интегралы.
10. Геометрические и физические приложения определенного интеграла.
11. Область определения ФНП. Предел, непрерывность. Свойства функций, непрерывных в ограниченной замкнутой области.
12. Частные производные первого порядка, их геометрическое истолкование.
13. Частные производные высших порядков.
14. Дифференцируемость и полный дифференциал функции.
15. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям. Дифференциалы высших порядков.
16. Производная сложной функции. Полная производная.
17. Инвариантность формы полного дифференциала.
18. Дифференцирование неявной функции.
19. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
20. Экстремум функции двух переменных. Необходимое и достаточное условие экстремума.
21. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
22. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.
23. Двойной интеграл: основные понятия и определения.
24. Геометрический и физический смысл двойного интеграла.
25. Основные свойства двойного интеграла.
26. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах.
27. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах.
28. Приложения двойного интеграла.
29. Тройной интеграл: основные понятия, свойства.
30. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах.
31. Замена переменных в тройном интеграле. Вычисление тройного интеграла в цилиндрических и сферических координатах.
32. Геометрический и физический смысл, приложения тройного интеграла.

Практические задания

Интегральное исчисление функций

Вариант АКР «Неопределенный интеграл»

Найти неопределённые интегралы:

- а) $\int \frac{x^2 + 5x - \sqrt{x} + 2}{x^2} dx$, б) $\int \sin(3x + 1) dx$, в) $\int \sin x e^{\cos x} dx$, г) $\int \frac{5x - 2}{x^2 + 4x + 5} dx$,
д) $\int \frac{3x - 4}{\sqrt{x^2 - 6x + 13}} dx$, е) $\int x \sin(2x) dx$, ж) $\int x \arcsin x dx$, з) $\int \frac{x - 1}{x^3 + 1} dx$, и) $\int \frac{x - 3}{(x^2 - 4)^2} dx$,
к) $\int \frac{\cos x + 1}{\sin x + \cos x - 2} dx$, м) $\int \sin^4 2x \cos^3 2x dx$, н) $\int \cos^2 x \sin^4 x dx$, о) $\int \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt[4]{x} + 1} dx$,
п) $\int \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x^4} dx$, р) $\int \frac{e^x}{e^{-x} + 1} dx$.

Вариант ИДЗ «Определенный интеграл. Приложения»

1. Найти определённые интегралы:

- а) $\int_0^{\pi/2} \sqrt{\sin x \cos x} dx$, б) $\int_1^e \frac{dx}{x(\ln x + 1)}$, в) $\int_0^1 \frac{x + x^3}{x^4 + 5} dx$, г) $\int_1^e x^4 \ln x dx$,
д) $\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{\cos x(1 + \cos x)}$, е) $\int_0^2 \frac{x^4 dx}{\sqrt{(8 - x^2)^3}}$.

2. Найти несобственные интегралы:

- а) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2}$, б) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 10}$, в) $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{x^2 - 3x + 2}$.

3. Найти площадь области, заданной линиями в декартовой системе координат:

$$y = x^2 - 1, y = 2x + 2.$$

4. Найти длину кривой, заданной уравнениями:

- а) $y = \ln x, \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{15}$, б) $y = \begin{cases} 4(2 \cos t - \cos 2t) \\ 4(2 \sin t - \sin 2t) \end{cases}, 0 \leq t \leq \pi$.

5. Найти объём тела образованного вращением области $y = x^3, y = \sqrt{x}$ вокруг оси OX .

6. Найти криволинейные интегралы по кривым L , заданным в декартовых или полярных координатах:

- а) $\int_L y dz, L: y = x^3, 0 \leq x \leq 1$, б) $\int_L z dl, L: x = t \cos t, y = t \sin t, z = t, 0 \leq t \leq 2$,

в) $\int_L \sqrt{x^2 + y^2} dl, L: r = a \cos \varphi, 0 \leq \varphi \leq \pi$.

Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных

Вариант АКР «Функции нескольких переменных»

0 Найти и построить область определения функции $z = \frac{\ln(x^2 y)}{\sqrt{y - x}}$.

1 Найти частные производные функции $z = x \cdot \operatorname{arctg} \frac{y}{1 + x^2}$.

2 Найти производную сложной функции $z = x^2 y - y^2 x$, где $x = u \cos v; y = u \sin v$.

3 Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$ неявной функции $e^z - x^2 y \sin xyz = 0$.

4 Найти экстремум функции двух переменных $z = 4(x - y) - x^2 - y^2$.

Интеграл по фигуре

Вариант ТР «Интеграл по фигуре»

1. Найти двойной интеграл по области D , ограниченной линиями:

$$\int_D (x - 2y) dx dy, D: x = 0, y = 2x^2, x + y = 3.$$

2. Изменить порядок интегрирования: $\int_2^4 dx \int_{1/x}^x f(x, y) dy$.

3. Перейти к полярным координатам и вычислить: $\int_0^1 y dy \int_{1-\sqrt{1-y^2}}^y dx$.

4. Найти тройной интеграл по телу T , ограниченному поверхностями

$$\int_T (x^2 - z) dx dy dz, T: x = 0, y = 0, x = 1, x + y = 2, z = 0, z = x^2 + \frac{y^2}{2}.$$

5. Найти объём и площадь поверхности тела: $T = \{(x, y, z) : x \geq 0, 2x + 3y \leq 12, 0 \leq z \leq \frac{y^2}{2}\}$.

6. Найти центр масс однородного тела, ограниченного поверхностями:

$$y = 4, x^2 + z^2 = 4y.$$

Критерии оценки (в соответствии с формируемыми компетенциями и планируемыми результатами обучения) для сдачи экзамена:

- на оценку **«отлично»** – обучающийся показывает высокий уровень сформированности компетенции ОПК-1: смотри «высокий уровень освоения компетенции» в таблице п. 3 данной программы и табл. п.4; т.е. знания не только на уровне воспроизведения и объяснения информации, но и интеллектуальные навыки решения проблем и задач, нахождения уникальных ответов к проблемам, оценки и вынесения критических суждений;
- на оценку **«хорошо»** – обучающийся показывает средний уровень сформированности компетенции ОПК-1: смотри «средний уровень освоения компетенции» в таблице п. 3 данной программы, т.е. знания не только на уровне воспроизведения и объяснения информации, но и интеллектуальные навыки решения проблем и задач, нахождения уникальных ответов к проблемам;
- на оценку **«удовлетворительно»** – обучающийся показывает пороговый уровень сформированности компетенции ОПК-1: смотри «пороговый уровень освоения компетенции» в таблице п. 3 данной программы, т.е. знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, интеллектуальные навыки решения простых задач;
- на оценку **«неудовлетворительно»** – результат обучения не достигнут студент не может показать уровни сформированности компетенции ОПК-1, перечисленные в таблице п. 3 данной программы, т.е. знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, обучающийся не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.

Перечень тем и заданий для подготовки к зачету

3 семестр

Теоретические вопросы

1. Векторная функция скалярного аргумента. Определение, предел, производная.
2. Скалярное поле. Поверхности и линии уровня. Производная по направлению.
3. Градиент скалярного поля и его свойства.
4. Комплексные числа и действия с ними. Изображение комплексного числа на плоскости. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная форма комплексного числа.

5. Степень и корень комплексного числа.
6. Дифференциальные уравнения: основные понятия. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
7. Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения.
8. Уравнения с разделяющимися переменными.
9. Однородные дифференциальные уравнения 1 порядка.
10. Линейные уравнения. Уравнения Бернулли.
11. Уравнение в полных дифференциалах.
12. Дифференциальные уравнения высших порядков: основные понятия.
13. Уравнения, допускающие понижение порядка.
14. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2, n-го порядков.
15. Интегрирование ЛОДУ с постоянными коэффициентами.
16. Линейные неоднородные ДУ. Структура общего решения ЛНДУ.
17. Метод вариации произвольных постоянных.
18. Интегрирование ЛНДУ с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.
19. Системы дифференциальных уравнений. Теорема существования и единственности решения. Метод исключения для решения нормальных систем дифференциальных уравнений.
20. Понятие ряда. Сумма ряда, сходящиеся ряды. Свойства сходящихся рядов. Необходимый признак сходимости рядов с положительными членами.
21. Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами: признак сравнения, предельный признак сравнения, признак Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши.
22. Знакопеременные и знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Достаточное условие абсолютной сходимости. Теорема Лейбница. Приближенное вычисление суммы знакопеременного ряда с требуемой точностью.
23. Понятие функционального ряда. Область сходимости. Сумма ряда.
24. Определение степенного ряда. Область сходимости степенного ряда. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов.
25. Ряд Тейлора. Разложение функции в степенной ряд: понятие, единственность разложения, условия разложимости, разложение с использованием разложений в ряд Маклорена основных элементарных функций.
26. Приближенные вычисления значений выражений и определенных интегралов с помощью рядов, нахождение решения задачи Коши.
27. Определения тригонометрического ряда, тригонометрического ряда Фурье.
28. Разложение функции в тригонометрический ряд: понятие, условия разложимости (условия Дирихле), свойства суммы ряда.
29. Разложение четных и нечетных функций.

Практические задания

Элементы теории функций комплексного переменного

ИДЗ «Теория функций комплексного переменного»

1. Найти все комплексные числа, удовлетворяющие заданным условиям $z^2 - z^3 = \bar{z}^2$. Найденные числа записать в тригонометрической и показательной формах.
2. Вычислить значения функций: $\cos i$, $\ln(3 + 4i)$, $e^{1-i\frac{\pi}{2}}$, $\arcsin i$.
3. Найти корни уравнения $\sin z = 3i$ и изобразить их на комплексной плоскости.
4. Найти образ линии l при отображении $w = \frac{z}{z - i}$.

Обыкновенные дифференциальные уравнения и системы

Вариант ИДЗ «Дифференциальные уравнения»

1. Найти общий интеграл или общее решение дифференциального уравнения первого порядка (в примерах г), д) решить задачу Коши):

а) $\sqrt{4-x^2}y' + xy^2 + x = 0$, б) $20xdx - 3ydy = 3x^2ydy - 5xy^2dx$, в) $y' = \frac{x^2 + 2xy - 5y^2}{2x^2 - 6xy}$,

г) $\begin{cases} y' - y \cos x = \sin 2x \\ y(0) = -1 \end{cases}$, д) $\begin{cases} xy' + y = xy^2 \\ y(1) = 1 \end{cases}$, е) $\frac{y}{x^2}dx - \frac{xy+1}{x}dy = 0$.

2. Найти общее решение дифференциального уравнения:

а) $y''x \ln x = y''$, б) $(1+x^2)y'' + 2xy' = 12x^2$.

3. Найти решение задачи Коши: $\begin{cases} y'' = 2 \sin^3 y \cos y \\ y(1) = \frac{\pi}{2}, y'(1) = 1 \end{cases}$.

4. Найти общее решение дифференциального уравнения (в примере д) решить задачу Коши):

а) $y'' - 4y'' + 5y' = 6x^2 + 2x - 5$, б) $y'' + 2y'' - 3y' = (8x+6)e^x$,

в) $y'' - 4y' + 4y = e^{2x}(\cos x + 3\sin x)$, г) $y''' - 64y' = 128\cos 8x - 64e^{8x}$,

д) $\begin{cases} y'' + y = 1/\sin x \\ y(\pi/2) = 1, y'(\pi/2) = \pi/2 \end{cases}$.

Вариант АКР «Дифференциальные уравнения первого порядка»

Решить ДУ 1-го порядка

1. $ydx + (2x - y^2)dy = 0$.

2. $\frac{2x}{y^3}dx + \frac{y^2 - 3x^2}{y^4}dy = 0$.

3. $(1 + t^x)dx + t^y(1 - \frac{x}{y})dy = 0$.

4. $y' - 9x^2y = (x^5 + x^2)y^{2/3}; y(0) = 0$.

5. $(y^2 + xy^2)dx + (x^2 - yx^2)dy = 0$.

Ряды

Вариант ИДЗ «Ряды»

1. Доказать сходимость и найти сумму ряда $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n - 2}$.

2. Исследовать на сходимость ряды:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n\sqrt{n}}{n\sqrt{n}}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$, в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(2n+1)!}{(3n)!}$, г) $\sum_{n=1}^{\infty} n\left(\frac{3n-2}{4n+1}\right)^{2n}$,

д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+1)\sqrt{\ln(n+5)}}$.

3. Исследовать ряды на абсолютную и условную сходимость:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\sqrt{n}}{n\sqrt{n}}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln(n+1)}$, в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(2n+1)}{3n+2}$.

4. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4^n(2n+1)}$ с точностью до 0.001.

5. Найти область сходимости степенного ряда:

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^n (x+1)^n}{3n+2}, \text{ б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n (x-3)^{2n}}{\sqrt{2n+1}}, \text{ в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x+2)^{2n+1}}{n^2}.$$

6. Разложить функцию в ряд Тейлора по степеням X :

a) $(3 + e^{-x})^2$, б) $7/(12 + x - x^2)$, в) $\ln(1 - x - 20x^2)$.

7. Вычислить интеграл с точностью до 0.001:

a) $\int_0^{0.5} \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}}$ б) $\int_0^{0.2} \sin(25x^2) dx$.

8. Найти приближённо решение задачи Коши в виде отрезка ряда Тейлора по степеням X с

четырьмя ненулевыми коэффициентами:
$$\begin{cases} y'' = x^2 + y^2 \\ y(0) = 0, y'(0) = 1 \end{cases}$$

Элементы гармонического анализа. Ряды Фурье

Вариант ИДЗ «Ряды Фурье»

1. Разложить в ряд Фурье функцию, периодическую с периодом 2π , заданную на отрезке

$[-\pi, \pi]$ формулой
$$f(x) = \begin{cases} x + \pi, & -\pi \leq x < 0 \\ \pi, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

2. Разложить в ряд Фурье функцию, периодическую с периодом 4 , заданную на отрезке

$[-2, 2]$ формулой
$$f(x) = \begin{cases} x^2, & -2 \leq x \leq 0 \\ x, & 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

3. Разложить а) в ряд по косинусам и б) в ряд по синусам функцию, заданную на отрезке

$[0, 3]$ формулой
$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{3-x}{2}, & 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

Критерии оценки (в соответствии с формируемыми компетенциями и планируемыми результатами обучения) для сдачи экзамена:

- на оценку **«отлично»** – студент должен показать высокий уровень сформированности компетенции ОПК-1: смотри «высокий уровень освоения компетенции» в таблице п. 3 данной программы; т.е. знания не только на уровне воспроизведения и объяснения информации, но и интеллектуальные навыки решения проблем и задач, нахождения уникальных ответов к проблемам, оценки и вынесения критических суждений;
- на оценку **«хорошо»** – студент должен показать средний уровень сформированности компетенции ОПК-1: смотри «средний уровень освоения компетенции» в таблице п. 3 данной программы, т.е. знания не только на уровне воспроизведения и объяснения информации, но и интеллектуальные навыки решения проблем и задач, нахождения уникальных ответов к проблемам;
- на оценку **«удовлетворительно»** – студент должен показать пороговый уровень сформированности компетенции ОПК-1: смотри «пороговый уровень освоения компетенции» в таблице п. 3 данной программы, т.е. знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, интеллектуальные навыки решения простых задач;
- на оценку **«неудовлетворительно»** – студент не может показать уровни сформированности компетенции ОПК-1, перечисленные в таблице п. 3 данной программы, т.е. знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, обучающийся не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.

Перечень тем и заданий для подготовки к зачету

4 семестр

Теоретические вопросы

1. Численные методы решения алгебраических и трансцендентных уравнений.

2. Численные методы решения дифференциальных уравнений
3. Элементы комбинаторики: перестановки, размещения, сочетания.
4. Основные понятия теории вероятностей: испытание, событие, вероятность события.
5. Действия над событиями. Алгебра событий.
6. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
7. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
8. Последовательность независимых испытаний. Формула Бернулли.
9. Случайные величины, их виды.
10. Ряд распределения.
11. Функция распределения, ее свойства.
12. Плотность распределения, свойства.
13. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение.
14. Нормальный закон распределения случайной величины.
15. Системы случайных величин. Закон распределения. Числовые характеристики системы случайных величин. Зависимость случайных величин.
16. Понятие случайного процесса. Простейшая классификация.
17. Простейший или пуассоновский поток событий.
18. Марковский процесс с дискретным множеством состояний и дискретным временем.
19. Марковский процесс с дискретным множеством состояний и непрерывным временем.
20. Процессы гибели и размножения.
21. Задачи теории массового обслуживания.
22. Предмет математической статистики. Генеральная совокупность и выборка. Вариационный ряд. Полигон. Гистограмма. Эмпирическая функция распределения.
23. Статистические оценки параметров распределения генеральной совокупности.
24. Статистическая проверка гипотез. Критерий согласия. Критерий Пирсона.
25. Корреляционный анализ. Эмпирический коэффициент корреляции. Нахождение уравнения линейной регрессии методом наименьших квадратов.

Практические задания

Численные методы

Вариант ТР «Методы численного решения алгебраических и обыкновенных дифференциальных уравнений»

1. Решить уравнение методами половинного деления, хорд и касательных: $e^{-x} = 2 - x^2$.
2. Найти методами Эйлера и Рунге-Кутты решение задачи Коши: $y' = y - x$, $y(0) = 2$.
3. Решить задачу Коши для системы уравнений $\begin{cases} x' = y \\ y' = -x \end{cases}$, $x(0) = 2$, $y(0) = 2$ методами Эйлера и Хойна с шагом $h = 0,1; 0,01; 0,001$ на отрезке $[0, 2]$. Оценить погрешность численных решений.

Основы теории вероятностей

Вариант АКР «Случайные события»

Задание 1.

Опыт – извлечение детали из ящика, в котором находятся изделия трех сортов. События: А – «извлечена деталь первого сорта»; В – «извлечена деталь второго сорта»; С – «извлечена деталь третьего сорта». Что представляют собой события $A + B$, $A + C$, AC , $AB + C$?

Задание 2.

Гардеробщица выдала одновременно номерки четырем лицам, сдавшим в гардероб свои шляпы. После этого она перепутала все шляпы и повесила их наугад. Найти вероятности следующих событий:

А – «каждому из четырех лиц гардеробщица выдаст его собственную шляпу»;

В – «ровно три лица получают свои шляпы»;

C – «ровно два лица получают свои шляпы».

Задание 3.

Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,001. Найти вероятность попадания в цель двух и более пуль, если число выстрелов равно 5000.

Задание 4.

Вероятность изготовления изделия, отвечающего стандарту при данной технологии равна 0,8. Найти вероятность того, что из 200 изделий стандартными будут: а) ровно 150, б) от 140 до 155, в) не меньше 165.

Задание 5.

Три автомобиля направлены на перевозку груза. Вероятность исправного состояния первого из них равна 0,7, второго — 0,8, третьего — 0,5. Найти вероятность того, что ровно два автомобиля пригодны к эксплуатации.

Вариант ИДЗ «Случайные величины и их числовые характеристики»

Задание 1.

Независимые опыты продолжаются до первого положительного исхода, после чего прекращаются. Найти ряд распределения числа опытов, если вероятность положительного исхода при каждом опыте равна 0,6.

Задание 2

Задан ряд распределения случайной величины X . Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Построить функцию распределения.

X	4	6	10	12
P	0.3	0.2	0.2	0.3

Задание 3.

Для непрерывной случайной величины задана функция распределения $F(x)$. Требуется найти плотность распределения $f(x)$, математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение. Вычислить вероятность того, что отклонение случайной величины от её математического ожидания будет не более среднего квадратического отклонения. Построить график функций.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < 0 \\ \frac{1}{2} \cdot (1 - \cos 2x) & , \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 1 & , \quad x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Задание 4.

Для непрерывной случайной величины задана плотность распределения $f(x)$. Требуется найти параметр a , функцию распределения $F(x)$, математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < 0 \\ ax^2 & , \quad 0 \leq x < 2 \\ a \cdot (4 - x)^2 & , \quad 2 \leq x \leq 4 \\ 0 & , \quad x > 4 \end{cases}$$

Задание 5.

Случайное отклонение размера детали от номинала распределено по нормальному закону с параметрами A и σ . Стандартными являются те детали, для которых отклонения от номинала лежат в интервале $(a - \alpha; a + \alpha)$. Записать формулу плотности распределения и построить график плотности распределения.

Сколько необходимо изготовить деталей, чтобы с вероятностью не менее β среди них была хотя бы одна стандартная?

$$a = 0; \quad \sigma = 0.05; \quad \alpha = 0.06; \quad \beta = 0.97$$

Задание 6.

Закон распределения системы дискретных случайных величин (X, Y) задан таблицей. Найти коэффициент корреляции r_{xy} и вероятность попадания случайной величины (X, Y) в область D .

$X \setminus Y$	0	2	4	6
0	0.05	0.03	0.06	0.05
2	0.07	0.10	0.20	0.06
4	0.08	0.07	0.09	0.14

$$D = \{0 \leq x \leq 4; 1 \leq y \leq 4\}$$

Задание 7.

Задана плотность распределения системы двух случайных величин $f(x, y)$. Найти коэффициент A , коэффициент корреляции r_{xy} .

$$f(x, y) = \begin{cases} A \cdot (x + y) \cdot e^{-x-y} & \text{в обл. } D \quad 0 \leq x < \infty \\ 0 & \text{вне обл. } D \quad 0 \leq y < \infty \end{cases}$$

Задание 8.

Суточная потребность электроэнергии в населенном пункте является случайной величиной, математическое ожидание которой равно $3000 \text{ кВт}\cdot\text{ч}$, а дисперсия равна 2500. оценить вероятность того, что в ближайшие сутки расход электроэнергии в этом населенном пункте будет с 2500 до $3500 \text{ кВт}\cdot\text{ч}$.

Задание 9.

Дано: X, Y – случайные величины, $Y = 3X + 2$, $M(X) = 2$, $D(X) = 4$.

Найти: $M(Y)$, $D(Y)$, k_{xy} , r_{xy} .

Задание 10.

Случайная величина X имеет нормальное распределение с неизвестным математическим ожиданием a и неизвестной дисперсией σ^2 . По выборке (x_1, x_2, \dots, x_n) объема n вычислено выборочное среднее $\bar{X} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$. Определить доверительный интервал для неизвестного параметра распределения a , отвечающий заданной доверительной вероятности α .

$$\bar{X} = 110; n = 90; \sigma^2 = 100; \alpha = 0.92.$$

Задание 11.

Случайная величина X имеет нормальное распределение с неизвестными математическим ожиданием a и дисперсией σ^2 . По выборке (x_1, x_2, \dots, x_n) объема вычислены оценки $\bar{X} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$ и $(\sigma^2)^* = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2$ неизвестных параметров. Найти доверительный интервал для математического ожидания a , отвечающий доверительной вероятности α .

$$\bar{X} = 2.1; (\sigma^2)^* = 0.5; n = 24; \alpha = 0.98.$$

Модели случайных процессов

Вариант ТР «Случайные процессы»

Задание 1.

Среднее число вызовов, поступающих на станцию скорой помощи за один час, равно 9.

Найти вероятность того, что за 20 минут поступит а) три вызова; б) не более двух вызовов.

Задание 2.

Найти предельные вероятности для системы S, граф состояний которой имеет следующий вид.



Задание 3.

В частное детективное агентство «Джейн» поступает в среднем 5 заказов в неделю. Среднее время работы с заказом 4 дня и одновременно могут обслуживаться три заказа. Если агентство уже работает с тремя заказами, то поступающий заказ не принимается. Найти предельные вероятности состояний и пропускные способности (абсолютную и относительную) агентства.

Статистические методы обработки экспериментальных данных. Проверка гипотез

Вариант ТР «Статистические методы обработки экспериментальных данных»

Даны выборочные совокупности для двух случайных величин (измеряемых признаков) X и Y :

X	Y								
23.1	54.2	22.5	52.1	31.8	56.0	18.6	48.1	27.5	60.1
25.2	57.5	27.8	54.1	34.7	59.0	20.3	49.9	24.0	57.0
18.3	49.9	23.3	54.0	34.5	59.9	26.5	54.9	29.1	61.9
35.9	67.9	22.9	51.9	27.5	54.2	27.1	55.6	31.2	62.6
26.2	55.8	26.1	58.8	25.7	53.8	29.0	56.9	34.2	64.2
26.9	54.7	21.2	53.2	24.6	54.7	26.0	54.2	32.8	63.9
30.4	60.4	27.2	58.6	29.8	57.9	25.0	53.1	26.0	59.9
25.9	53.2	23.4	55.9	29.7	54.9	28.9	56.4	34.1	66.2
32.8	60.9	29.8	60.1	27.1	53.7	28.6	55.3	27.0	54.1
26.7	51.0	34.1	63.1	28.2	56.8	27.6	53.0	25.7	53.2
19.7	47.2	32.6	60.8	24.6	51.7	26.5	54.1	25.8	51.7
24.6	54.9	33.9	62.1	25.8	52.0	26.6	53.8	24.6	51.0
31.7	59.0	31.6	56.2	33.4	59.3	28.1	56.9	26.7	52.8
29.7	54.1	26.5	52.6	24.3	52.8	28.2	56.8	25.0	54.1
28.5	53.0	24.6	51.8	29.9	58.2	29.3	58.4	34.1	66.1
25.3	54.7	24.7	54.1	34.1	66.3	28.0	57.8	27.9	54.2
28.7	55.9	26.8	55.6	35.1	66.7	27.1	55.3	26.8	53.1
27.6	58.1	28.9	57.8	30.9	61.0	29.0	58.9	26.0	53.8
27.4	59.2	18.9	49.0	30.7	62.0	26.1	56.3	24.1	51.8
20.6	51.0	19.7	50.2	31.2	61.9	25.5	53.8	23.1	50.0

1. Провести группирование данных. Построить корреляционное поле и корреляционную таблицу. Построить эмпирические распределения составляющих X и Y . Найти абсолютные и относительные частоты и накопленные частоты. Начертить полигон и гистограмму частот и накопленных частот.
2. Найти выборочные и исправленные оценки параметров распределения (среднее, дисперсия, среднее квадратичное отклонение, асимметрия, эксцесс, мода, медиана, коэффициент вариации).
3. Провести статистическую проверку статистической гипотезы о нормальном распределении измеряемого признака по следующим критериям: а) среднему квадратичному отклонению, б) размаху варьирования, в) показателям исправленных асимметрии и эксцесса, г) критерию Пирсона χ^2 (уровень значимости принять равным 0.05). В случае принятия гипотезы о нормальности распределения найти доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратичного отклонения при уровне надёжности 0.95.
4. Найти и записать в корреляционную таблицу условные средние. На корреляционном поле построить линии регрессии. Найти исправленный корреляционный момент и коэффициент корреляции. Проверить гипотезу о независимости признаков X и Y (уровень значимости принять равным 0.05). Рассчитать коэффициенты линейной регрессии (X на Y или Y на X). Проверить значимость уравнения регрессии. Найти

доверительные интервалы для коэффициентов корреляции и линейной регрессии (при уровне надёжности 0.95).

Критерии оценки (в соответствии с формируемыми компетенциями и планируемыми результатами обучения):

- для **сдачи зачета** обучающийся показывает высокий, средний или пороговый уровни сформированности компетенции ОПК-1; т.е. студент должен показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, интеллектуальные навыки решения задач;

- **зачет не дан**, если результат обучения не достигнут, обучающийся не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «математика»

а) Основная литература:

1. Владимирский Б.М. Математика. Общий курс [Электронный ресурс]: Учебное пособие. - СПб.: Издательство "Лань", 2008.– Режим. доступа: [http:// portal magtu.ru](http://portal.magtu.ru), электронная библиотечная система «Лань».- Загл. с экрана. ISBN: 978-5-8114-0445-2.
2. Самарин Ю.П. Высшая математика [Электронный ресурс]: Учебное пособие. – СПб.: Издательство "Лань", 2008.– Режим. доступа: [http:// portal magtu.ru](http://portal.magtu.ru), электронная библиотечная система «Лань».- Загл. с экрана. ISBN 5-217-03354-1

б) Дополнительная литература:

1. Вдовин, А.Ю. Высшая математика. Стандартные задачи с основами теории [Текст]: Учебное пособие / А. Ю. Вдовин, Л.В. Михалёва, В. М. Мухина и др. - СПб.: Издательство «Лань», 2009. – 192 с. ISBN: 9785811408603
2. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. (В 2-х частях) [Текст] / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. - М.: Высшая школа, 2009. ISBN: 978-5-488-02201-0
3. Журбенко, Л.Н. Математика [Текст]: Учебное пособие для втузов/ Журбенко Л.Н., Никонова Г.А. и др. - М.: Инфра-М, 2009. ISBN: 9785160026732.
4. Петрушко И.М. Курс высшей математики. Теория вероятностей. Лекции и практикум [Текст]: Учебное пособие / И.М. Петрушко и др. - СПб.: Издательство "Лань", 2008. – 278 с. ISBN: 978-5-8114-0728-6.
5. Пискунов, Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления [Текст]: Учебное пособие для втузов / Н.С. Пискунов. - В 2-х томах.- М.: Издательство "Интеграл-Пресс", 2007. ISBN 5-86457-020-6
6. Самарин Ю.П. Высшая математика [Электронный ресурс]: Учебное пособие. – СПб.: Издательство "Лань", 2008.– Режим. доступа: [http:// portal magtu.ru](http://portal.magtu.ru), электронная библиотечная система «Лань».- Загл. с экрана. ISBN 5-217-03354-1
7. Туганбаев А.А. Основы высшей математики [Электронный ресурс]: Учебное пособие.- СПб.: Изд-во «Лань», 2011. – Режим. доступа: [http:// portal magtu.ru](http://portal.magtu.ru), электронная библиотечная система «Лань».- Загл. с экрана. ISBN: 978-5-8114-1189-4
8. Туганбаев А.А., Крупин В.Г. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: Учебное пособие.- СПб.: Изд-во «Лань», 2011. – Режим. доступа: [http:// portal magtu.ru](http://portal.magtu.ru), электронная библиотечная система «Лань».- Загл. с экрана. ISBN: 978-5-8114-1079-8
9. Шолохович, Ф.А. Высшая математика в кратком изложении [Текст]: учеб. для гуманитар. и социал.-экон. спец. / Ф.А. Шолохович.- Екатеринбург: Уральское издательство, 2006.-344. ISBN 593667481.
10. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа [Электронный ресурс]: Учебное пособие в 2-х томах/ Г.М. Фихтенгольц.- СПб.: Издательство "Лань", 2008. – Режим. доступа:

[http:// portal magtu.ru](http://portal.magtu.ru), электронная библиотечная система «Лань».- Загл. с экрана. ISBN: 5811401906.

в) Методические указания:

1. Абрамова, И.М. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии: Методические указания для студентов I курса всех специальностей. – МГТУ, 2008. – 16 с.
2. Акманова, З.С. Неопределенный интеграл: Тетрадь-конспект – МГТУ, 2008. – 23 с.
3. Вахрушева, И.А. Кривые и поверхности 2 порядка. Полярная система координат. Практикум.- Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2009. – 19 с.
4. Горячева, Н.А. Теория функций комплексного переменного: Методические указания и варианты индивидуальных заданий для студентов всех специальностей.- Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2011. – 28 с.
5. Грачева, Л.А. Определенный интеграл: методич. указания для студентов.- Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010.- 12 с.
6. Грачева, Л.А. Элементы линейной алгебры, векторной алгебры и аналитической геометрии: Учебное пособие. - Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010.- 63 с.
7. Гугина, Е.М.Лабораторный практикум по статистике с применением EXCEL: Метод. указ. для лабор. работ по математической статистике.- Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2009.- 40 с.
8. Изосов, А.В. Гармонический анализ: Методические указания и варианты заданий для самостоятельной работы и контроля знаний студентов. – МГТУ, 2009. – 24 с.
9. Максименко, И.А. События и вероятность. Часть 2: Метод. указ. - Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010. – 25 с.
10. Маяченко, Е.П. Производная и дифференциал функции. Практикум.- Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010. – 38 с.
11. Маяченко, Е.П.Исследование функций и построение графиков. Практикум.- Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2011.- 20 с.
12. Савушкина, Н.Ф. Комбинаторика. Событие и вероятность. Часть I: Комбинаторика. Алгебра событий: Метод. указания по дисциплине «Математика» для студентов I курса всех специальностей. – МГТУ, 2007. - 17 с.

г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

0 1) электронные (мультимедийные) учебные пособия:

1. Акманова, З. С. Техника дифференцирования: практикум по дисциплине "Математика" [Электронный ресурс]: учебное электронное издание / З.С. Акманова, Г.Ф. Бачурин.- Магнитогорский гос. техн. ун-т им. Г.И.Носова. – Электрон. текстовые данные. - Магнитогорск: МГТУ им. Г.И.Носова, 2010.- Режим доступа: <http://www.portal.magtu.ru/> .- Загл. с экрана.
2. Акманова, З.С. Теория вероятностей и математическая статистика: электронное учебное пособие [Электронный ресурс] / З.С. Акманова, А.С. Файнштейн. - Магнитогорский гос. техн. ун-т им. Г.И.Носова. – Электрон. текстовые данные. - Магнитогорск: МГТУ им. Г.И.Носова, 2006. - Режим доступа: <http://www.portal.magtu.ru/> .- Загл. с экрана.
3. Бондаренко, Т.А. Основы непрерывной математической подготовки студентов заочного факультета технических специальностей. Модуль 4. Числовые множества и числовые функции: учеб.пособ. для студентов всех технических направлений [Электронный ресурс] / Т.А. Бондаренко, Е.Ю. Хамутских, Н.В. Чурсина и др. - Магнитогорский гос. техн. ун-т им. Г.И.Носова. – Электрон. текстовые данные. - Магнитогорск: МГТУ им. Г.И.Носова, 2011. - Режим доступа: <http://www.portal.magtu.ru/> .- Загл. с экрана.
4. Бондаренко, Т.А. Основы непрерывной математической подготовки студентов заочного факультета технических специальностей. Модуль 5. Предел функции: учеб.пособ. для студентов всех технических направлений [Электронный ресурс] / Т.А. Бондаренко,

- Е.Ю. Хамутских, М.В. Быкова и др. - Магнитогорский гос. техн. ун-т им. Г.И.Носова. – Электрон. текстовые данные. - Магнитогорск: МГТУ им. Г.И.Носова, 2011. - Режим доступа: <http://www.portal.magtu.ru/> .- Загл. с экрана.
5. Бондаренко, Т.А. Основы непрерывной математической подготовки студентов заочного факультета технических специальностей. Модуль 6. Производная и дифференциал функции одной переменной: электронное учеб.-методическое пособие для студентов всех технических направлений [Электронный ресурс] / Т.А. Бондаренко, Е.Ю. Хамутских, Н.В. Чурсина и др.- Магнитогорский гос. техн. ун-т им. Г.И.Носова. – Электрон. текстовые данные. - Магнитогорск: МГТУ им. Г.И.Носова, 2012.- Режим доступа: <http://www.portal.magtu.ru/> .- Загл. с экрана.
 6. Бондаренко, Т.А. Основы непрерывной математической подготовки студентов заочного факультета технических специальностей. Модуль 7. Основные теоремы дифференциального исчисления и исследование функции: электронное учеб.-методическое пособие для студентов всех технических направлений [Электронный ресурс] / Т.А. Бондаренко, Е.Ю. Хамутских, Н.В. Чурсина и др. - Магнитогорский гос. техн. ун-т им. Г.И.Носова. – Электрон. текстовые данные. - Магнитогорск: МГТУ им. Г.И.Носова, 2012.- Режим доступа: <http://www.portal.magtu.ru/> .- Загл. с экрана.
 7. Быкова, М.В. Основы непрерывной математической подготовки студентов заочного факультета технических специальностей. Модуль 1. Элементы линейной алгебры: учеб.пособ. для студентов всех технических направлений [Электронный ресурс] / М.В. Быкова, Е.В. Кобелькова, Н.А. Лосева и др.- Магнитогорский гос. техн. ун-т им. Г.И.Носова. – Электрон. текстовые данные. - Магнитогорск: МГТУ им. Г.И.Носова, 2011. - Режим доступа: <http://www.portal.magtu.ru/> .- Загл. с экрана.
 8. Вахрушева, И.А. Сборник индивидуальных заданий по математике: учебное пособие [Электронный ресурс] / И.А. Вахрушева, Е.М. Гугина, Е.И. Захаркина, И.В.Максименко. - Магнитогорский гос. техн. ун-т им. Г.И.Носова. – Электрон. текстовые данные. - Магнитогорск: МГТУ им. Г.И.Носова, 2012. - Режим доступа: <http://www.portal.magtu.ru/> .- Загл. с экрана.
 9. Быкова, М.В. Числовые ряды: учеб. пособие [Электронный ресурс] / М.В. Быкова, Е.В. Кобелькова, Н.А. Лосева. - Магнитогорский гос. техн. ун-т им. Г.И.Носова. – Электрон. текстовые данные. - Магнитогорск: МГТУ им. Г.И.Носова, 2013.- Режим доступа: <http://www.portal.magtu.ru/> .- Загл. с экрана.
 10. Быкова, М.В. Функциональные ряды: учеб. пособие [Электронный ресурс] / М.В. Быкова, Е.В. Кобелькова, Н.А. Лосева. - Магнитогорский гос. техн. ун-т им. Г.И.Носова. – Электрон. текстовые данные. - Магнитогорск: МГТУ им. Г.И.Носова, 2013.- Режим доступа: <http://www.portal.magtu.ru/> .- Загл. с экрана.
 11. Изосов, А.В. Основы математического анализа: учеб. пособие. Часть 2. Интегральное исчисление функции одной переменной. Дифференциальное и интегральное исчисление функций нескольких переменных [Электронный ресурс] / А.В. Изосов, Л.А. Изосова, Л.А. Грачева. - Магнитогорский гос. техн. ун-т им. Г.И.Носова. – Электрон. текстовые данные. - Магнитогорск: МГТУ им. Г.И.Носова, 2013. Режим доступа: <http://www.portal.magtu.ru/> .- Загл. с экрана.
 12. Изосов, А.В. Теория вероятностей и математическая статистика. Курс лекций и практикум с лабораторными работами: учеб. пособие [Электронный ресурс] / А.В. Изосов, Л.А. Изосова, Л.А. Грачева, Е.М.Гугина. - Магнитогорский гос. техн. ун-т им. Г.И.Носова. – Электрон. текстовые данные. - Магнитогорск: МГТУ им. Г.И.Носова, 2013.- Режим доступа: <http://www.portal.magtu.ru/> .- Загл. с экрана.
 13. Гугина, Е.М. Основы непрерывной математической подготовки студентов заочного факультета технических специальностей. Модуль 2. Элементы векторной алгебры: учеб.пособ. для студентов всех технических направлений [Электронный ресурс] / Е.М. Гугина, З.С. Акманова, Н.А.Лосева и др.- Магнитогорский гос. техн. ун-т им. Г.И.Носова. – Электрон. текстовые данные. - Магнитогорск: МГТУ им. Г.И.Носова, 2011.- Режим доступа: <http://www.portal.magtu.ru/> .- Загл. с экрана.

14. Гугина, Е.М. Основы непрерывной математической подготовки студентов заочного факультета технических специальностей. Модуль 3. Элементы аналитической геометрии: учеб.пособ. для студентов всех технических направлений [Электронный ресурс] / Е.М. Гугина, З.С. Акманова, М.В. Быкова и др. - Магнитогорский гос. техн. ун-т им. Г.И.Носова. – Электрон. текстовые данные. - Магнитогорск: МГТУ им. Г.И.Носова, 2011.- Режим доступа: <http://www.portal.magtu.ru/> .- Загл. с экрана.
15. Терентьев, А. Г. Обыкновенные дифференциальные уравнения [Электронный ресурс] / А.Г. Терентьев. - Магнитогорский гос. техн. Ун-т им. Г.И.Носова. – Электрон. Текстовые данные. - Магнитогорск: МГТУ им. Г.И.Носова, 2008. Режим доступа: <http://www.portal.magtu.ru/> .- Загл. с экрана.
16. Терентьев, А. Г. Ряды. Ряды Фурье: учебное пособие [Электронный ресурс] / А.Г. Терентьев, Н.А.Квасова. - Магнитогорский гос. техн. ун-т им. Г.И.Носова. – Электрон. текстовые данные. - Магнитогорск: МГТУ им. Г.И.Носова, 2012.- Режим доступа: <http://www.portal.magtu.ru/> .- Загл. с экрана.
17. Пузанкова, Е.А. Дифференциальные уравнения: учебное пособие [Электронный ресурс] / Е.А. Пузанкова, А.Г.Терентьев. - Магнитогорский гос. техн. ун-т им. Г.И.Носова. – Электрон. текстовые данные. - Магнитогорск: МГТУ им. Г.И.Носова, 2013.- Режим доступа: <http://www.portal.magtu.ru/> .- Загл. с экрана.

2) учебные компьютерные программы (Excel, Statistica, Mathcad);

3) информационные сети Интернет:

1. Российская Государственная библиотека URL:<http://www.rsl.ru/>.
2. Российская национальная библиотека URL: <http://www.nlr.ru/>.
3. Государственная публичная научно-техническая библиотека России URL: <http://www.gpntb.ru/>.
- 4.Public.Ru - публичная интернет-библиотека URL:<http://www.public.ru/>.
5. Lib.students.ru - Студенческая библиотека lib.students.ru URL: <http://www.lib.students.ru>.
6. Научная библиотека Санкт-Петербургского Государственного Университета URL: <http://www.lib.pu.ru/>.
7. Система «Интернет-тренажеры в сфере образования» на сайте www.i-exam.ru.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины «математика»

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Тип и название аудитории	Оснащение аудитории
Лекционная аудитория 2112	Мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации
Компьютерный класс ауд. 372	Персональные компьютеры с пакетом MS Office и выходом в Интернет
Аудитории для самостоятельной работы: компьютерные классы; читальные залы библиотеки	Персональные компьютеры с пакетом MS Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета